

# Optimiziranje transporta sekundarne distribucije naftnih derivata

---

Leskovec, Marcela

Master's thesis / Diplomski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:253144>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-14**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti

**DIPLOMSKI RAD**

**OPTIMIZIRANJE TRANSPORTA SEKUNDARNE DISTRIBUCIJE  
NAFTNIH DERIVATA**

**OPTIMIZING THE TRANSPORTATION OF PETROLEUM PRODUCTS  
SECONDARY DISTRIBUTION**

Mentor: dr. sc. tech. Krešimir Kušić  
Komentor: Anja Franković, mag. oec.

Student: Marcela Leskovec  
JMBAG: 0135256509

Zagreb, rujan 2024.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**  
**POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKI ISPIT**

Zagreb, 9. svibnja 2024.

Zavod: **Zavod za inteligentne transportne sustave**  
Predmet: **Operacijska istraživanja**

**DIPLOMSKI ZADATAK br. 7724**

Pristupnik: **Marcela Leskovec (0135256509)**  
Studij: **Inteligentni transportni sustavi i logistika**  
Smjer: **Logistika**

Zadatak: **Optimiziranje transporta sekundarne distribucije naftnih derivata**

Opis zadatka:

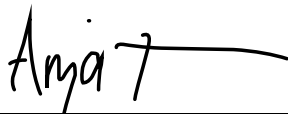
Sezonalnost je pojava karakteristična za Republiku Hrvatsku i ima značajan prostorno-vremenski utjecaj na potrebe tržišta za naftom i naftnim derivatima, a samim time i na plan opskrbe. U uvjetima povećane potražnje za naftnim derivatima županija po mjesecima javlja se potreba za optimizacijom sekundarne distribucije kako bi se osigurala sigurna opskrba tržišta i zadovoljstvo kupaca uz optimalne troškove distribucije. Optimizacija sekundarne distribucije može se modelirati kao problem linearnog programiranja. U radu je potrebno opisati problem sekundarne distribucije kao zatvoren transportni problem i matematički opisati kao problem linearnog programiranja te ga je potrebno riješiti pomoću programskog alata Excel primjenom rješavača korištenjem simpleks metode. Uz dobiveno rješenje o optimalnom planu transporta naftnih derivata, po kriteriju najkraće udaljenosti između skladišnih lokacija i županija, potrebno je uzeti u obzir dodatna ograničenja o udaljenostima koja definiraju broj dnevnih obrta autocisterni, a time i kapacitete linija na osnovu kojih je izračunat potreban broj autocisterni na pojedinim skladišnim lokacijama za svaki mjesec. Konačno s obzirom na mjesečnu potražnju tržišta potrebno je dodatno optimizirati trčanje praznih autocisterni između skladišnih lokacija kako bi se efikasno iskoristili slobodni transportni kapaciteti.

Mentor:



---

dr. sc. Krešimir Kušić



---

Anja Franković, univ. mag. oec.  
(komentor)

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit:

## SAŽETAK

U uvjetima povećane potražnje za naftnim derivatima županija po mjesecima javlja se potreba za optimizacijom sekundarne distribucije kako bi se osigurala sigurna opskrba tržišta i zadovoljstvo kupaca uz optimalne troškove distribucije. Optimizacija sekundarne distribucije može se modelirati kao problem linearnog programiranja. U ovom je radu opisan problem sekundarne distribucije kompanije INA, d.d. kao zatvoren transportni problem i matematički modeliran kao problem linearnog programiranja te riješen uz pomoću programskog alata Excel primjenom rješavača i simpleks metode. U obzir su uzeta dodatna ograničenja o udaljenostima između skladišnih lokacija i županija koja definiraju broj dnevnih obrta autocisterni i kapacitete linija. Na osnovu navedenog izračunat je potreban broj autocisterni na pojedinim skladišnim lokacijama za svaki mjesec. Konačno, s obzirom na mjesečnu potražnju tržišta dodatno je optimizirano trčanje praznih autocisterni između skladišnih lokacija kako bi se efikasno iskoristili slobodni transportni kapaciteti.

**KLJUČNE RIJEČI:** sekundarna distribucija; naftni derivati; transportni problem; linearno programiranje

## SUMMARY

In conditions of increased demand for petroleum products across counties each month, the need arises to optimize secondary distribution to ensure secure market supply and customer satisfaction with optimal distribution costs. The optimization of the secondary distribution can be modeled as a linear programming problem. This paper describes the secondary distribution problem of the company INA, d.d. as a closed transportation which is mathematically modeled as a linear programming problem and solved using Excel with the application of Solver and the simplex method. Additional constraints regarding distances between storage locations and counties, which define the number of daily tank truck trips and line capacities, were considered. Based on this, the required number of tank trucks at each storage location for each month was calculated. Finally, considering monthly market demand, the running of empty tank trucks between storage locations was further optimized to efficiently use available transport capacities.

**KEYWORDS:** secondary distribution; petroleum products; transportation problem; linear programming

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Problem optimizacije sekundarne distribucije .....	3
3. Optimizacijske metode za rješavanje problema sekundarne distribucije .....	8
3. 1. Transportni problem.....	13
3. 2. Numeričko rješavanje problema linearnog programiranja - Simpleks metoda .....	17
4. Modeliranje sekundarne distribucije kao problem linearnog programiranja.....	19
4. 1. Problem sekundarne distribucije kompanije INA.....	21
4. 2. Matematička formulacija problema .....	23
4. 3. Rješavanje problema pomoću rješavača .....	25
4. 4. Opis rješavanja problema.....	28
5. Analiza rezultata .....	34
5. 1. Realan scenarij .....	34
5. 2. Optimističan scenarij .....	38
5. 3. Pesimističan scenarij.....	39
6. Zaključak.....	41
Literatura.....	43
Popis kratica i akronima.....	45
Popis slika .....	46
Popis tablica .....	47
Popis grafičkih prikaza .....	48
Popis priloga .....	49

# 1. Uvod

Naftni derivati predstavljaju jedan od glavnih izvora energije u svijetu. Koriste se u raznim sektorima, a najveći potrošač je prometni sektor. Potražnja za naftnim derivatima varira ovisno o mjesecima. Hrvatska je turistička zemlja i ima veći priljev turista tijekom ljetnih mjeseci. Navedeno generira povećanu potražnju za naftnim derivatima u svim granama prometa, a posebno u cestovnom prometu. Kako bi se pravovremeno opskrbilo tržište tijekom povećane potražnje za naftnim derivatima potrebno je imati dobro organiziranu logistiku. Cilj logistike naftne kompanije je pravovremeno opskrbiti potrebe tržišta uz minimalne troškove. Kako bi se smanjili troškovi potrebno je optimizirati sekundarnu distribuciju naftnih derivata. Upravo to je tema ovog diplomskog rada. Naslov diplomskog rada je: Optimiziranje transporta sekundarne distribucije naftnih derivata. Rad je podijeljen u šest cjelina:

1. Uvod
2. Problem optimizacije sekundarne distribucije
3. Optimizacijske metode za rješavanje problema sekundarne distribucije
4. Modeliranje sekundarne distribucije kao problem linearnog programiranja
5. Analiza rezultata
6. Zaključak.

U drugom poglavlju dana je definicija primarne i sekundarne distribucije naftnih derivata. Sekundarna distribucija obuhvaća transport naftnih derivata od skladišta do krajnjih kupaca. U ovom diplomskom radu fokus je na sekundarnoj distribuciji. Sekundarna distribucija je dobro istraženo područje te su u radu opisana dosadašnja istraživanja i metode koje su koristili drugi istraživači.

U trećem poglavlju objašnjen je pojam modela, modeliranja i optimizacije. I detaljno su opisane dvije egzaktne metode koje se koriste za rješavanje problema sekundarne distribucije: transportni problem i simpleks metoda.

U četvrtom poglavlju daje se kratak pregled poslovanja kompanije INA, d.d. (u nastavku INA) s naglaskom na njezinu ulogu u opskrbi Hrvatskog tržišta kroz maloprodajnu mrežu i logistiku. Poseban naglasak stavljen je na logističke procese povezane s opskrbom naftnih derivata, gdje je cilj optimizirati troškove uz osiguranje kontinuirane i sigurne opskrbe tržišta. Problem sekundarne distribucije kompanije INA modeliran je kao transportni problem iskazan u obliku linearnog programiranja i riješen uz pomoć simpleks metode u programskom

alatu Excel. Pored realnog scenarija, problem je analiziran i kroz optimističan i pesimističan scenarij.

U petom poglavlju dani su rezultati analize triju scenarija: realnog, optimističnog i pesimističnog. Rezultati su prikazani grafički te popraćeni odgovarajućom analizom.

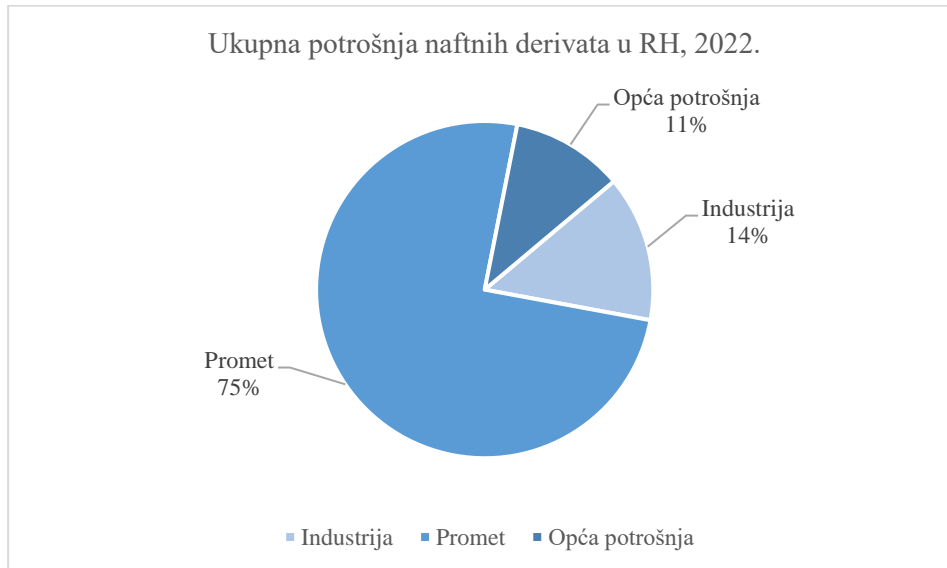
U šestom poglavlju na temelju provedenih istraživanja, rješenja problema i analize dani su odgovarajući zaključci.

## 2. Problem optimizacije sekundarne distribucije

Naftne kompanije imaju veliku ulogu u globalnom gospodarstvu budući da opskrbljuju svijet velikim dijelom potrebne energije [1].

Naftni derivati su jedan od glavnih izvora energije, posebice u prometnom sektoru [2]. Naftni derivati i plin imaju raznu primjenu u industriji, općoj potrošnji i prometu, a služe za proizvodnju električne energije, grijanje, kuhanje i kao pogon za motorna vozila [3].

Na grafičkom prikazu 1 prikazani su udjeli sektora u ukupnoj potrošnji naftnih derivata RH u 2022. godini. Najveći udio u potrošnji ima promet od 75%, zatim industrija od 14%, a najmanji udio potrošnje naftnih derivata ima opća potrošnja od 11%. Potrošnja naftnih derivata u prometu obuhvaća potrošnju u željezničkom prometu, cestovnom prometu, zračnom prometu te pomorskom i riječnom prometu. Potrošnja naftnih derivata u industriji obuhvaća potrošnju u raznim industrijama kao što su industrija nemetalnih minerala, prehrambena industrija, građevinarstvo, drvna industrija i dr.. Dok potrošnja naftnih derivata u općoj potrošnji obuhvaća potrošnju u kućanstvima, uslužnom sektoru, poljoprivredi i šumarstvu te ribarstvu [4].

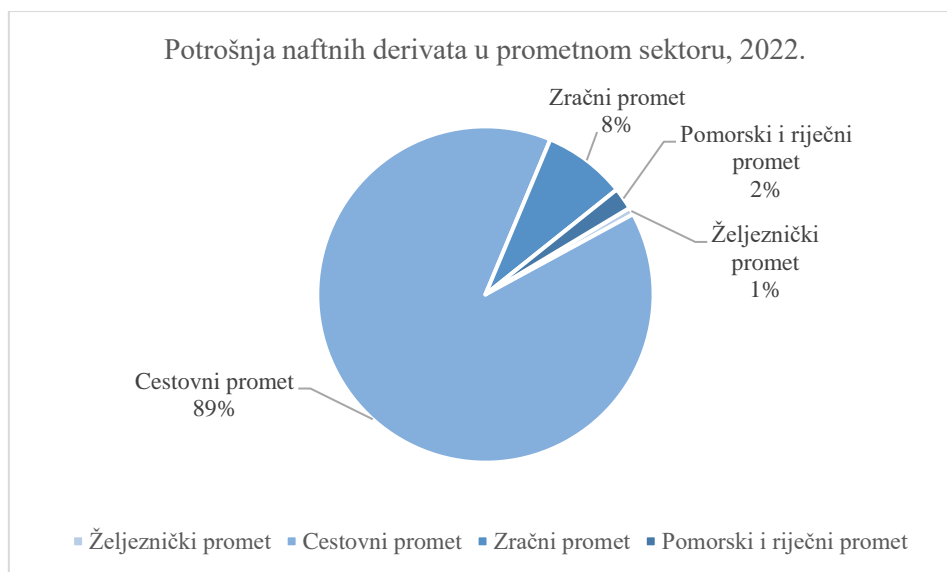


*Grafički prikaz 1 Ukupna potrošnja naftnih derivata u RH*

Izvor: [4]

Na grafičkom prikazu 2 prikazan je udio potrošnje naftnih derivata u prometnom sektoru. Cestovni promet zauzima najveći udio u potrošnji naftnih derivata od čak 89%, zatim zračni od 8%, pomorski i riječni od 2% i najmanji udio ima željeznički promet od 1%.





Grafički prikaz 2 Ukupna potrošnja naftnih derivata u prometnom sektoru u RH

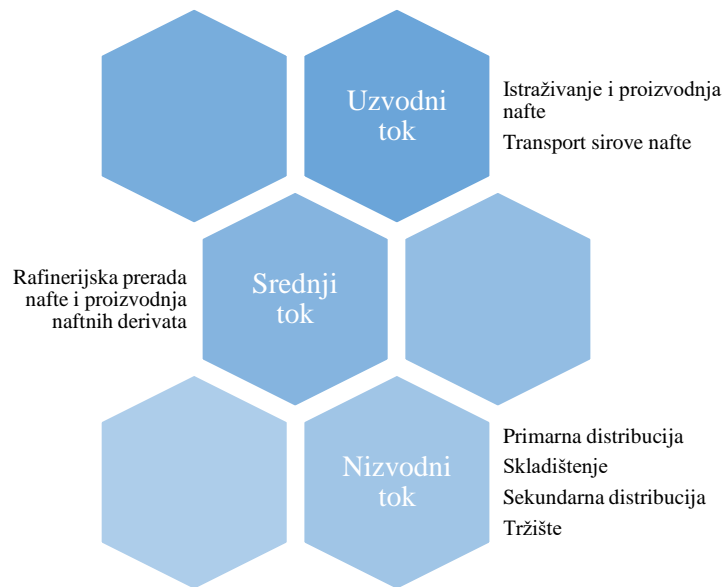
Izvor: [4]

Sezonalnost je važna karakteristika potrošnje naftnih derivata i ima posljedicu na cijenu goriva, politiku i investicijske odluke. Sezonalnost odražava mjesečnu ili tromjesečnu varijaciju koja proizlazi iz klimatskih uvjeta, gospodarskih i poljoprivrednih aktivnosti i drugih čimbenika [5].

Potrošnja naftnih derivata osjetljiva je na vanjske čimbenike. Na srednjoročnu i dugoročnu potrošnju uglavnom utječu ekonomski čimbenici (bruto domaći proizvod - BDP, cijena nafte i plina, prihod kućanstva) i demografski čimbenici (opća populacija), dok je kratkoročna potrošnja pod većim utjecajem klimatskih čimbenika (temperature) i kalendarskih čimbenika (praznici, blagdanske sezone, godišnja doba, radni dani, vikendi i sezone ljetnih odmora) [3].

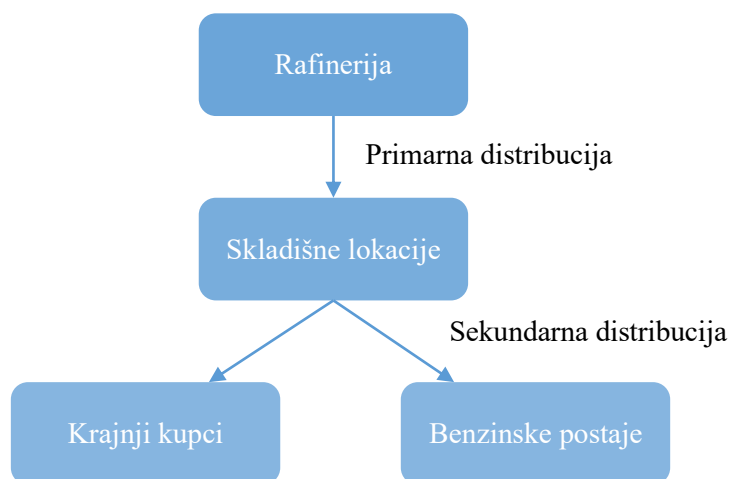
Industrija nafte i plina (*engl. Industry of Oil and Gas*) obično se dijeli na tri glavna dijela: uzvodni (*engl. upstream*), srednji (*engl. midstream*) i nizvodni (*engl. downstream*) [6].

Uzvodni tok obuhvaća sve aktivnosti od istraživanja, proizvodnje i transporta nafte i prirodnog plina od proizvodnih naftnih i plinskih bušotina na kopnu (*engl. onshore*) i moru (*engl. offshore*) do rafinerija. Srednji tok obuhvaća aktivnosti prerade nafte i proizvodnje naftnih derivata u rafinerijama. Dok nizvodni tok obuhvaća aktivnosti primarne i sekundarne distribucije, skladištenja i marketinga [6], [7]. Navedeno je prikazano na slici 1.



*Slika 1 Aktivnosti naftne industrije*

Logistika naftne kompanije dijeli se na primarnu i sekundarnu distribuciju, koja povezuje rafinerije, skladišta, benzinske postaje ili krajnje kupce. Primarna distribucija odnosi se na transport naftnih derivata od rafinerija do skladišta gdje se transport uglavnom obavlja cjevovodima, željeznicom ili plovnim putovima, a sekundarna distribucija odnosi se na transport naftnih derivata od skladišta do benzinskih postaja (maloprodaja) ili krajnjih kupaca gdje se transport uglavnom obavlja cestovnim vozilima, odnosno autocisternama – AC (Slika 2) [8].



*Slika 2 Primarna i sekundarna distribucija*

Izvor: [8]

Općenito, nakon što naftni derivati primarnom distribucijom stignu u skladišta, naftni derivati se privremeno skladište u skladišnim spremnicima, a zatim se sekundarnom

distribucijom prevoze do benzinskih postaja ili krajnjih korisnika kako bi se zadovoljile njihove potrebe [8].

Problem planiranja sekundarne distribucije naftnih derivata vrlo je složen problem. Kako bi se smanjila njegova složenost, naftna kompanija obično proces odlučivanja dijeli na tri razine: stratešku, taktičku i operativnu. Na strateškoj razini donose se odluke o tome koje skladište, jedno ili više njih, će opskrbljivati geografsko raspodijeljene benzinske postaje tijekom srednjoročnog planskog razdoblja. Na taktičkoj razini detaljno se planira tjedni plan distribucije naftnih derivata iz skladišta do benzinskih postaja. Dok operativna razina uključuje svakodnevno uspostavljanje ruta i odabir AC za prijevoz, uzimajući u obzir specifična ograničenja i uvjete [9].

Izrada plana sekundarne distribucije naftnih derivata sastoji se od određivanja količine naftnih derivata koji će se prevoziti od skladišta do benzinskih postaja ili krajnjeg korisnika, određivanja vrste vozila koja će se koristiti, rute prijevoza, rasporeda vozača, vrijeme dolaska svakog vozila na benzinsku postaju itd. kako bi se zadovoljila potreba benzinskih postaja ili krajnjih korisnika za naftnim derivatima [8].

Problem sekundarne distribucije naftnih derivata može se opisati na sljedeći način:

Skup skladišta  $I$  opskrbljuje skup benzinskih postaja  $J$ . Ponuda svakog skladišta je ograničena. Skup vozila  $K$  koristi se za prijevoz naftnih derivata od skladišta do benzinskih postaja. Svako skladište mora biti opremljeno dovoljnim brojem vozila, a svaki tip vozila ima određeni kapacitet i fiksni trošak. Trošak prijevoza naftnih derivata proporcionalan je udaljenosti [km] i količini tereta [t] koji se prevozi [8].

Sekundarna distribucija čini veliki udio u cjelokupnoj logistici naftnih derivata te time rezultira visokim logističkim troškovima. Kako bi se troškovi smanjili, važno je optimizirati proces sekundarne distribucije [8].

Posljednjih desetljeća znanost posvećuje sve veću pažnju pitanjima organizacije i planiranja, posebno u domeni prometa i transporta, jer su pitanja racionalizacije u ovoj gospodarskoj grani postala vrlo složena [10].

Problem sekundarne distribucije naftnih derivata je dobro istraženo područje. Nekoliko studija iz ovog istraživačkog područja predložilo je nekoliko varijanti modela sekundarne distribucije koji se najčešće modelira kao linearni program s pripadnom funkcijom cilja i ograničenjima. Ako se traži optimalni broj cisterni problem se najčešće definira kao cjelobrojni

linearni program kako bi se dobilo cjelobrojno rješenje u pogledu potrebnog broja AC, a osnova matematičkog problema je transportni problem te varijacije transportnih problema na mreži. Transportnim problemom se određuje optimalni plan transporta robe ako je poznat broj ishodišta (skladišta), broj odredišta (potrošački centri) i količine tereta u ishodištima te količine tereta koje potražuje svako odredište i cijena transporta po jedinici tereta od svakog ishodišta do svakog odredišta [10].

Osim toga problem sekundarne distribucije se može proširiti tj. promatrati kao problem optimizacije rutiranja vozila (*engl. Vehicle Routing Problem – VRP*) ako je npr. dozvoljeno da AC iz pojedinih skladišta mogu obići nekoliko lokacija prije nego se vrate u skladište ili kao problem rutiranja zaliha (*engl. Inventory Routing Problem – IRP*).

Za traženje optimalnog rješenja problema linearnog programiranja najpoznatija je simpleks metoda, ako je pak riječ o rješavanju cjelobrojnog linearnog programiranja (*engl. Integer Linear Programming Model*) ili mješovitog cjelobrojnog linearnog programiranja (*engl. Mixed Integer Linear Programming Model*) čime se dodatno uvodi zahtjev cjelobrojnosti na sve (ili neke) varijable koristi se npr. metoda grananja i ograđivanja (*engl. Branch and Bound Method*).

Također zbog složenosti problema sekundarne distribucije (u pogledu definiranja dodatnih ograničenja i optimizacijskih kriterija te generalno kod optimizacije distribucije velikih razmjera) neke studije predlažu heurističke metode za pronalaženje prihvatljivog rješenja u konačnom vremenu kao što su algoritmi lokalnog pretraživanja (*engl. Neighborhood Search algorithms*), genetski algoritmi (*engl. Genetic Algorithms*) i tabu pretraživanje (*engl. Tabu Search Heuristics*) [8], [11].

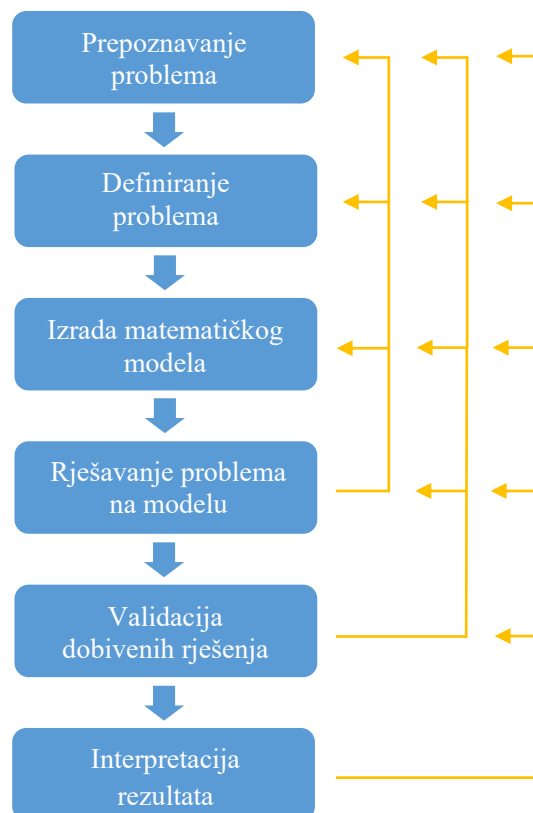
U nastavku ovog rada problem sekundarne distribucije kompanije INA biti će modeliran kao linearni program i riješen simpleks metodom.

### 3. Optimizacijske metode za rješavanje problema sekundarne distribucije

Operacijska istraživanja (*engl. Operations Research - OR*) proučavaju kako formirati matematičke modele složenih inženjerskih i menadžerskih problema i kako ih analizirati da bi se dobio uvid u moguća rješenja [12].

Središnji dio prakse OR je proces izrade matematičkih modela. Model je pojednostavljeni i idealizirani prikaz stvarnog objekta, procesa ili sustava. Modeli koji se koriste u OR zovu se matematički modeli [13].

Matematički model je sustav matematičkih simbola i izraza (jednadžba i/ili nejednadžba) koji opisuju predmet modeliranja. Kako bi se mogla izvesti analiza nekog realnog sustava, potrebno je izraditi matematički model tog sustava. Pristup rješavanju problema matematičkim modeliranjem sastoji se od šest koraka koja su prikazana na slici 3 [14].



Slika 3 Faze procesa rješavanja zadaća operacijskih istraživanja

Izvor: [14]

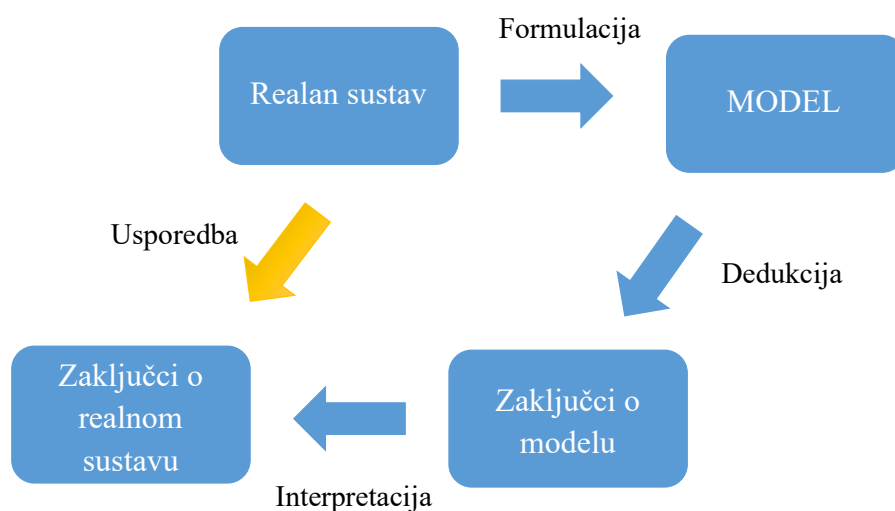
Rješavanje problema primjenom matematičkog modeliranja rijetko kada prolazi kao jednosmjernan sekvencijalan proces. Model je potrebno revidirati, promijeniti neke

pretpostavke, ograničenja ili ulazne podatke, kako bi se postigla veća sličnost s predmetom modeliranja. Nužno je stoga vraćanje na prethodne korake i ponavljanje pojedinih procesa u sklopu testiranja modela [14].

Gotovo i ne postoji sustav, proces ili zbivanje u realnom svijetu koji bi se mogli potpuno vjerno prikazati matematičkim modelom. Kod izrade modela zanemaruju se mnoge informacije i međusobne zavisnosti (interakcije elemenata realnog sustava) kako bi se model pojednostavio i kako bi se poznatim metodama u prihvatljivom vremenu moglo odrediti (izračunati) rješenje problema. U model se unose samo one veličine i relacije koje se smatraju važnima za opis problema te dobivanje optimalnog (ili približnog) rješenja problema koji se modelira [14].

Postupak modeliranja sastoji se od sljedećih osnovnih koraka (Slika 4) [14]:

- Analizom realnog sustava dobivaju se informacije (struktura, ulazni podaci, funkcionalni odnosi) potrebne za formulaciju modela.
- Odabranim postupcima na modelu (tehnike modeliranja) dobiva se odziv, odnosno zaključak o ponašanju modela
- Zaključke izvedene na modelu treba interpretirati s obzirom na primijenjene tehnike modeliranja, kako bi bili primjenjivi u realnom sustavu.
- Interpretirane zaključke zatim treba usporediti sa zaključcima do kojih se dolazi analizom realnog sustava bez korištenja modela. Tek se tada mogu formulirati elementi za donošenje stvarne odluke.



Slika 4 Postupak modeliranja

Izvor: [14]

Optimiranje je postupak određivanja najpovoljnijeg rješenja nekog problema uz zadana ograničenja i usvojene kriterije optimalnosti [14]. Funkcija cilja matematičkog modela obično se može tumačiti kao minimiziranje neke mjere troška ili maksimiziranje neke mjere koristi [12].

Postupak optimiranja sastoji se u određivanju skupa vrijednosti varijabli odlučivanja kojim se postiže optimalna vrijednost funkcije cilja, uz zadana ograničenja. Funkcija cilja je matematički opis postavljenog cilja, a ograničenja određuju skup mogućih ili izvedivih rješenja, tj. kvantitativno područje dopuštenih vrijednosti varijabli odlučivanja. Optimalno rješenje je najbolje (najpovoljnije) rješenje promatranog problema s obzirom na zadana ograničenja i postavljeni kriterij optimalnosti. Kriterija optimalnosti može biti više, a zavisno o promatranom problemu, to može biti minimizacija ili maksimizacija, odnosno minimizacija jednih veličina uz istodobnu maksimizaciju drugih veličina [14].

Veliki broj optimizacijskih problema u transportu učinkovito se matematički opisuju i rješavaju linearnim programiranjem - LP, odnosno pomoću modela linearnog programiranja. LP je glavna tehnika OR, a koristi linearne optimizacijske kvantitativne modele [14].

Matematički model LP sastoji se od varijabla odluke (*engl. Decision variables*), funkcije cilja (*engl. Objective function*) i ograničenja (*engl. Constrains*). Varijabla odluke predstavljaju odluke koje treba donijeti [12].

Varijable odlučivanja u linearnim su problemima kontinuirane. Kod interpretacije rezultata dopušteno je zaokruživanje (realnog broja u cijeli broj) jer su vrijednosti koje kontinuirane varijable mogu poprimiti dovoljno velike te se odstupanja nalaze u granicama točnosti ulaznih podataka. Odnosno, zaokruživanje ne može dovesti do grube pogreške. Osim kontinuiranih varijabli, za neke probleme koriste se cjelobrojne ili binarne (diskretne) varijable. Za rješavanja problema kod kojeg neke varijable odlučivanja moraju biti cjelobrojne i/ili binarne, dok za ostale varijable odlučivanja ne postoji to ograničenje te se uz kontinuirane koriste i cjelobrojne varijable odlučivanja, odnosno binarne varijable odlučivanja koristi se kod modela mješovitog cjelobrojnog programiranja (*engl. Mixed Integer Programing Models*). Za probleme odlučivanja kod kojih varijable odlučivanja moraju biti cjelobrojne primjenjuju se modeli cjelobrojnog programiranja (*engl. Integer Programming Models*). Dok se za probleme kod kojih su varijable odlučivanja binarne, koriste modeli binarnoga cjelobrojnog programiranja (*engl. Binary Integer Programing Models*).

Ograničenja određuju skup vrijednosti za koje varijable odluka imaju značenje [12].

Opći oblik optimizacijskog modela definiran se kao [12]:

$$\begin{aligned} f(x) &\rightarrow \min \\ h_i(x) &= 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ g_j(x) &\leq 0 & j = 1, 2, \dots, p \\ x &\in X \end{aligned} \quad (1)$$

U formulaciji (1),  $x$  je  $n$ -dimenzionalni vektor nepoznanica,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Gdje su  $f$ ,  $h_i$  i  $g_j$  realne funkcije varijabla  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Skup  $X$  je podskup  $n$ -dimenzionalnog prostora. Funkcija  $f$  je funkcija cilja problema, a jednadžbe, nejednadžbe i postavljene restrikcije su ograničenja.

Gdje su:

$f$  – funkcija cilja

$x_i$  – varijable odluka,  $i = 1, 2, \dots, n$

$h_i$  – ograničenja jednadžbe,  $i = 1, 2, \dots, m$

$g_j$  – ograničenja nejednadžbe,  $j = 1, 2, \dots, p$ .

Matematičko programiranje odnosi se na korištenje matematičkih modela za rješavanje problema odlučivanja, uz jasnu razliku između formuliranja problema kroz matematički model i njegovog rješavanja općim metodama [15].

LP je posebna vrsta modela matematičkog programiranja u kojima se funkcija cilja i ograničenja mogu izraziti kao linearne funkcije varijabli odluke. Kao i kod općenitih modela matematičkog programiranja, varijable odluke predstavljaju veličine koje su, u nekom smislu, kontrolirani unosi u sustav koji se modelira [13].

Funkcija cilja predstavlja neki glavni objektivni kriterij ili cilj koji mjeri efektivnost sustava (kao što je maksimiziranje profita/produktivnosti ili minimiziranje troškova/potrošnje). U praksi uvijek postoji neko ograničenje dostupnosti resursa (vrijeme, materijali, strojevi, energija ili radna snaga) za sustav, a takva se ograničenja izražavaju kao linearne jednadžbe ili nejednadžbe koje uključuju varijable odluke. Rješavanje problema LP znači određivanje stvarnih vrijednosti varijabli odluke koje optimiziraju funkciju cilja podložnu ograničenjima [13].

Standardna formulacija LP [16], [17]:

Potrebno je odrediti vrijednosti varijabli odlučivanja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  za koje će funkcija cilja



$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2)$$

imati minimalnu ili maksimalnu vrijednost uz ograničenja:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (3)$$

te se najčešće u praksi postavlja uvjet nenegativnosti na varijable odlučivanja

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (4)$$

Gdje je:

$z$  – funkcija cilja

$x_i$  – varijable odlučivanja,  $i = 1, \dots, n$  (ukupno  $n$  varijabli)

$c_i$  – koeficijent funkcije cilja,  $i = 1, \dots, n$  (ukupno  $n$  koeficijenata)

$m$  – broj različitih ograničenja

$a_{ij}$  – koeficijenti lijeve strane ograničenja (*engl. Left Hand Side – LHS*),  $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$

$b_j$  – konstanta desne strane ograničenja (*engl. Right Hand Side – RHS*),  $j = 1, \dots, m$ .

Optimizacijske metode mogu se podijeliti na egzaktnu i heurističke metode [18].

Za dobro strukturirane probleme mogu se definirati matematički modeli koji se rješavaju egzaktnim metodama. Ove metode uvijek polaze od precizno formuliranog matematičkog modela koji dovoljno dobro odražava prirodu problema koji se rješava, kao što je primjerice transportni problem [14].

Egzaktne metode daju optimalno rješenje. Slabo strukturirani problemi koji imaju kompleksnu strukturu s velikim brojem raznorodnih ograničenja često se ne mogu u potpunosti matematički formulirati [15]. Za slabo strukturirane probleme koriste se heurističke metode. Heurističke metode daju neka „dobra“ rješenja problema pri čemu se ne garantira da će nađeno rješenje biti optimalno, niti se može odrediti njihova bliskost optimalnom rješenju.

Kako se za analizu problema sekundarne distribucije koristi model transportnog problema koji se modelira kao LP i rješava simpleks metodom heurističke metode nisu u fokusu ovog istraživanja te je u nastavku detaljnije opisan transportni problem.

### 3. 1.      **Transportni problem**

Među problemima LP posebno mjesto zauzimaju transportni problemi - TP. Izdvajanje TP problema uvedeno je zbog karakteristične postavke njegova matematičkog modela koji omogućava znatna pojednostavljenja u procesu nalaženja optimalnog rješenja [10].

TP se određuje optimalan plan transporta robe ako je poznato [10]:

- Broj ishodišta
- Broj odredišta
- Količine tereta u ishodištima
- Količine tereta koje potražuje svako odredište
- Cijena transporta po jedinici tereta od svakog ishodišta do svakog odredišta.

Pod optimalnim planom transporta razumijeva se onaj plan transporta robe od ishodišta do odredišta koji ima minimalne ukupne troškove transporta [10].

Da bi se dobila matematička formulacija problema uvode se sljedeće pretpostavke i oznake. TP sastoji se od  $m$  ishodišta i  $n$  odredišta. Ishodišta su označena s  $S_1, S_2, \dots, S_m$ , a odredišta su označena s  $D_1, D_2, \dots, D_n$ . Količina tereta u ishodištima, ponuda, označava se s  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , a potražnja u odredištima s  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Ako te veličine zadovoljavaju jednakosti (6) tada se transportni problem naziva zatvorenim.

Nadalje s  $c_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ , označava se cijena transporta jedinice tereta od  $i$ -tog ishodišta do  $j$ -tog odredišta, a s  $q_{ij}$  količina tereta koju je potrebno prevesti iz  $i$ -tog ishodišta do  $j$ -tog odredišta.

Matematička formulacija TP prikazana je u nastavku:

$$\begin{aligned} z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} q_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n q_{ij} &= a_i & i &= 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m q_{ij} &= b_j & j &= 1, 2, \dots, n \\ q_{ij} &\geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Gdje je:

$m$  – broj ishodišta

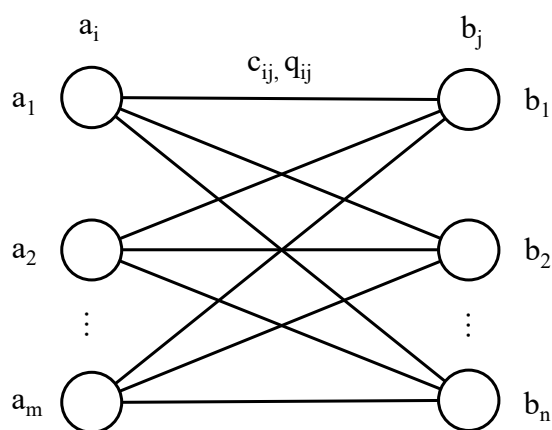
$n$  – broj odredišta

$q_{ij}$  – količina tereta koju je potrebno prevesti iz  $i$ -tog ishodišta do  $j$ -tog odredišta

$c_{ij}$  – cijena transporta jedinice tereta od  $i$ -tog ishodišta do  $j$ -tog odredišta

$a_i$  – količina tereta u  $i$ -tom ishodištu

$b_j$  – potražnja u  $j$ -tom odredištu.



Slika 5 Transportna mreža standardnog TP

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (6)$$

U slučaju kada je ponuda jednaka potražnji radi se o zatvorenom TP. Transportna mreža otvorenog TP prikazana je na slici 5.

Zatvoreni model TP je najjednostavniji slučaj. TP se može formulirati kao LP i riješiti simpleks metodom. Osim toga do optimalnog rješenja se može doći i brže (uz manji broj računskih iteracija) korištenjem sljedećih metoda razvijenih za rješavanje zatvorenog TP koje omogućavaju dobivanje bazičnog rješenja koje je puno bliže optimalnom rješenju u odnosu na bazično rješenje kod simpleks metode.

Metode određivanja bazičnog rješenja TP [19]:

- Dijagonalna metoda (metoda sjeverozapadnog kuta) (*engl. Northwest – corner method*)
- Metoda najmanje jedinične cijene (*engl. Last Cost Method*)
- Vogelova metoda (*engl. Vogel Approximation Method*).

Metode određivanja optimalnog rješenja TP [19]:

- Metoda raspodijele (*engl. Distribution method*)
- Metoda koeficijenata ili modificirana metoda distribucije (MODI).

Kao što je već prethodno spomenuto ako je ponuda jednaka potražnji riječ je o zatvorenom TP. Međutim u praksi se često događa da taj uvjet nije ispunjen. Matematički model TP kod kojeg ukupna ponuda nije jednaka ukupnoj potražnji naziva se otvoreni TP.

$$\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j \quad (7)$$

Kada je ukupna ponuda veća od ukupne potražnje radi se o TP-u s viškom u ponudi.

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j \quad (8)$$

Za rješavanje TP-a s viškom u ponudi uvodi se jedno fiktivno (dodatno) odredište  $D_{n+1}$  što znači da se tablica transportnog problema proširuje s još jednim stupcem, pri čemu će potražnja tog fiktivnog odredišta biti jednaka razlici ukupne ponude i potražnje (9) te se time problem svodi na standardni zatvoreni TP i rješava poznatim metodama.

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j \quad (9)$$

Pri čemu je cijena transporta iz bilo kojeg ishodišta u fiktivno odredište jednaka nuli (10) [20]. Višak koji se transportira u fiktivno odredište jednostavno se kako takav zanemaruje u krajnjem rješenju.

$$c_{i,n+1} = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (10)$$

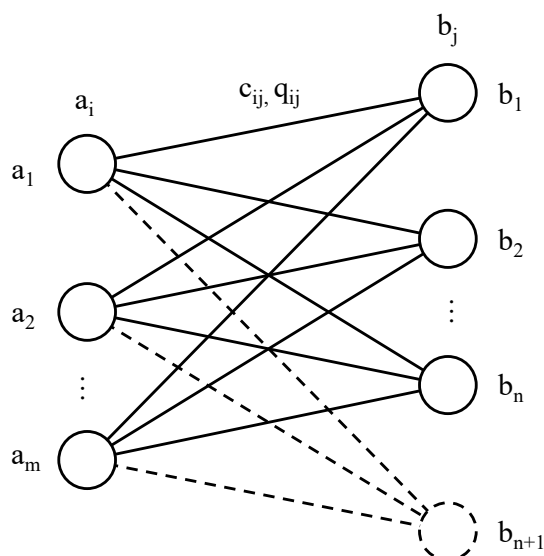
A u matematički model se uvode nove varijable:

$$q_{i,n+1} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

Kada je ponuda veća od potražnje, problem se može matematički formulirati:

$$\begin{aligned} z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} q_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n q_{ij} &\leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m q_{ij} &= b_j \quad j = 1, 2, \dots, n + 1 \\ q_{ij} &\geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Transportna mreža TP s fiktivnim odredištem prikazana je na slici 6.



Slika 6 Transportna mreža otvorenog TP s fiktivnim odredištem

Kada je ukupna ponuda manja od ukupne potražnje:

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j \quad (13)$$

Uvodi se fiktivno ishodište \$S\_{m+1}\$, a tablica TP proširuje se još jednim retkom, pri čemu će ponuda tog odredišta biti jednaka razlici ukupne ponude i potražnje:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i \quad (14)$$

Pri čemu je cijena transporta iz fiktivnog ishodišta u bilo koje odredište jednaka nuli (15) [20]. Gdje su nove varijable (16):

$$c_{m+1,j} = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$q_{m+1,j} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

Transportna mreža TP s fiktivnim ishodištem prikazana je na slici 7.

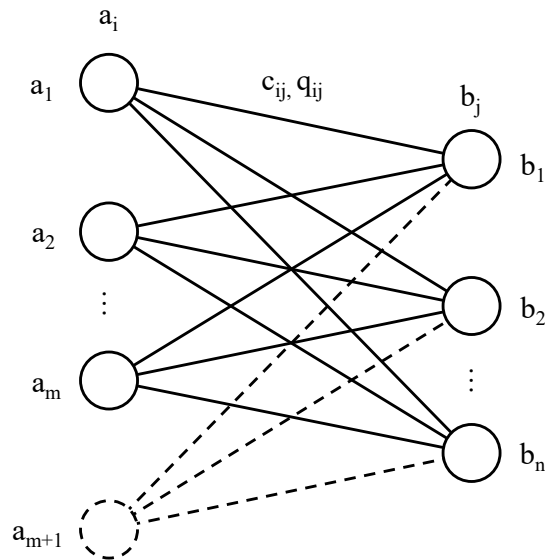
Kada je ponuda manja od potražnje, problem se može matematički formulirati:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} q_{ij} \rightarrow \min \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m + 1$$

$$\sum_{i=1}^m q_{ij} \leq b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$q_{ij} \geq 0$$



Slika 7 Transportna mreža otvorenog TP s fiktivnim ishodištem

### 3. 2. Numeričko rješavanje problema linearnog programiranja - Simpleks metoda

Simpleks (*engl. Simplex*) metoda je opća metoda rješavanja problema LP [13].

Koncept simpleks metode sličan je grafičkoj metodi. U grafičkoj metodi, ispituju se vrhovi poliedra (*engl. extreme points*). Poliedar predstavlja izvedivo područje (*engl. feasible region*) u kojem su sva ograničenja zadovoljena, a izvedivo rješenje (*engl. feasible solution*) predstavlja svaku točku u izvedivom području. U vrhovima poliedra nalaze se bazična izvediva rješenja (*engl. basic feasible solutions*). Jedno od njih predstavlja optimalno rješenje (*engl. optimal solution*) [21].

Simpleks metoda spada u iterativne metode. Polazi od nekog mogućeg rješenja (bazično rješenje) pa ga u nizu koraka poboljšava dok ne dođe do optimalnog rješenja, ako ono postoji za zadani problem. U svakom koraku prema optimalnom rješenju procedura se ponavlja, odnosno iterira. Na kraju (i vrlo brzo u praksi) dolazi do vrha koji predstavlja optimalno rješenje. Simpleks metoda je konačna iterativna metoda jer u konačnom broju iteracija dolazi do optimalnog rješenja. Generalno simpleks metoda mora odlučiti koja varijabla odluke "ulazi" u rješenje dajući joj pozitivnu vrijednost, a koja varijabla "izlazi" postavljajući joj vrijednost

na nulu. Ta je zamjena odabrana tako da u trenutnom koraku (iteraciji) najviše utječe na funkciju cilja tj. njen prirast ili smanjenje ovisno radili li se o problemu maksimizacije ili minimizacije. Ovo je jedan korak simpleks metode, kretanje prema optimalnom rješenju. Ova metoda se lako implementira na računalu [10].

## 4. Modeliranje sekundarne distribucije kao problem linearnog programiranja

INA je srednje velika europska naftna kompanija. INA Grupa ima vodeću ulogu u naftnom poslovanju u Hrvatskoj te značajnu ulogu u regiji u istraživanju i proizvodnji nafte i plina, preradi nafte te distribuciji nafte i naftnih derivata [22].

INA je osnovana 31. prosinca 1963. godine pod nazivom Kombinat nafte i plina, spajanjem Naftaplina Zagreb s rafinerijama u Rijeci i Sisku. Današnje ime dobiva 31. prosinca 1964. godine. Kao vodeća naftna kompanija, INA više od pedeset godina opskrbljuje stanovništvo i gospodarske subjekte Hrvatske i regije raznim energentima. S godinama su razvili dobro organizirano veleprodajno tržište i razgranatu mrežu benzinskih postaja, na kojima nude različite vrste motornih goriva, proizvode poput ukapljenog naftnog plina, brodskih goriva, aviogoriva, loživih ulja i bitumena [22].

Temeljne djelatnosti Grupe INA su:

- Istraživanje i proizvodnja nafte
- Rafinerija i marketing
- Usluge kupcima i maloprodaja [22].

INA u prosijeku proizvodi oko 12 tisuća barela ekvivalenta nafte dnevno na slavonskim, moslavačkim i podravskim poljima. To pokriva između 15 – 20% ukupne Hrvatske potražnje za naftom. Osim u Hrvatskoj, kompanija naftu proizvodi i u Egiptu. Sirovina s domaćih polja se naftovodima, teglenicama i željeznicom prevozi do spremnika u Sisku. Zatim se dalje željeznicom prevozi do rafinerije nafte Rijeka, a ostatak se prodaje na tržištu po tržišnim cijenama. Osim željeznicom iz Siska u rafineriju nafte Rijeka, nafta dolazi i iz međunarodnih tržišta. Riječka rafinerija ima mogućnost prerađivati široku paletu različitih nafti. Pri dolasku u rafineriju nafta se skladišti u spremnicima, odakle se pumpa u rafinerijska postrojenja za primarnu preradu nafte. U tim postrojenjima se koristi proces atmosferske destilacije kako bi se sirova nafta razdvojila na pojedine komponente koje se nazivaju frakcije. Frakcije se zatim prerađuju u sekundarima postrojenjima iz kojih se dobivaju finalni proizvodi poput benzina i dizela koji se odmah spremaju u spremnike. Kvaliteta svih frakcija nafte koja se prerađuju u rafineriji kao i kvaliteta gotovih proizvoda, odnosno goriva, kontinuirano se kontrolira u rafinerijskom laboratoriju. Gotovi proizvodi se otpremaju željeznicom, AC te brodovima u skladišta na terminalima u Rijeci, Solinu, Osijeku, Zagrebu, Sisku i Pločama. Iz kojih se dalje



prevoze na više od 500 Ininih maloprodajnih mjesta u regiji. Naftni derivati prodaju se i veleprodajnim kupcima na ključnim tržištima Hrvatske i Bosne i Hercegovine te u drugim susjednim zemljama u regiji. Višak proizvoda izvozi se na Mediteran te se prodaje na svjetskom tržištu. INA prerađuje otprilike četiri milijuna tona nafte godišnje od čega od dva milijuna proizvedenih derivata prodaje na domaćem tržištu [22].

INA u prosijeku proizvodi oko tri milijuna kubnih metara prirodnog plina dnevno na kopnenim i morskim poljima Hrvatske. Kopnena polja nalaze se u Podravini, Međimurju, Moslavini i Slavoniji, a na njima se proizvede 65% ukupnog plina u Hrvatskoj. Prirodni plin se dobiva iz plinskih, a i naftnih polja. Uz prirodni plin na nekim se poljima proizvodi i plinski kondenzat. Nafta i plin nalazi se u stijenama na dubinama od nekoliko stotina do tisuća metara, a na površinu dolaze preko bušotina. Nakon čega se u postrojenjima obrađuju za daljnji transport do kupaca. Najveća kopnena plinska polja nalaze se u Podravini. Polja Molve, Kalinovac, Gola i Stari Gradac zajedno proizvode više od trećine ukupnog plina u Hrvatskoj. Sirovi plin je smjesa ugljikovodika koja se razlikuje od polja do polja. Može sadržavati određene količine vode, ali i ugljikovog dioksida, spojeva sumpora, žive te drugih primjesa i nečistoća koje je potrebno ukloniti kako bi se dobio čisti prirodni plin siguran za korištenje. Plin s nečistoćama INA obrađuje na postrojenju *Objekti prerade plina Molve*. Na postrojenju *Objekt frakcionacije Ivanić Grad* obrađuje se plin iz naftnih polja te se proizvodi ukapljeni naftni plinovi za kućanstva i vozila, kao i drugi proizvodi za industrijske kupce. Nakon što je plin obrađen u postrojenjima otprema se u plinski transportni sustav RH preko kojeg dolazi do kupaca. Plin iz jadranskih polja proizvodi se na 19 platformi te je višeg stupnja čistoće nego plin na kopnu. INA godišnje proizvede oko jednu milijardu kubnih metara prirodnog plina. Što pokriva oko 35% ukupne trenutne potražnje za prirodnim plinom na hrvatskom tržištu [22].

INA Grupa upravlja modernom regionalnom mrežom od 506 maloprodajnih mjesta u Hrvatskoj i inozemstvu – 390 u Hrvatskoj, 104 u Bosni i Hercegovini i 12 u Crnoj Gori. U Hrvatskoj, maloprodajna mjesta posjeti više od 230 tisuća kupaca dnevno, što predstavlja veliki izazov u pravovremenoj opskrbi tržišta. INA također upravlja i mrežom logistike za skladištenje i distribuciju naftnih proizvoda. Mreža se sastoji od šest terminala na kojima se skladište naftni derivati i iz kojih se dalje opskrbljuje maloprodajna mreža i krajnji kupci. Dakle, fokus Logistike kompanije INA je optimizacija svog poslovanja s aspektom na sigurnu opskrbu tržišta i zadovoljstvo kupaca uz optimalne troškove [22].

#### 4. 1. Problem sekundarne distribucije kompanije INA

Problem sekundarne distribucije kompanije INA sastoji se od šest skladišta koja opskrbljuju dvadeset i jednu županiju. Ponuda svakog skladišta je ograničena. Svaka županija se opskrbljuje s najbliže skladišne lokacije, a u slučaju nedovoljnih količina s druge najbliže itd.. Kako bi se problem pojednostavio pretpostavlja se da su vozilo i teret koji se prevozi homogeni.

Cilj ovog problema je napraviti optimalan i održiv model opskrbe tržišta RH i odrediti optimalan potreban broj AC na svakoj skladišnoj lokaciji kako bi se zadovoljila potreba županija po mjesecima. Nakon što se odredi minimalan potreban broj AC na svakom skladištu, potrebno je napraviti preraspodjelu AC tijekom mjeseci kako bi se dodatno napravila ušteda u distribuciji naftnih derivata i bolje iskoristile AC.

Opisani problem će se iskazati u obliku TP te matematički modelirati kao problem LP i riješiti uz pomoć simpleks metode u programskom alatu Excel.

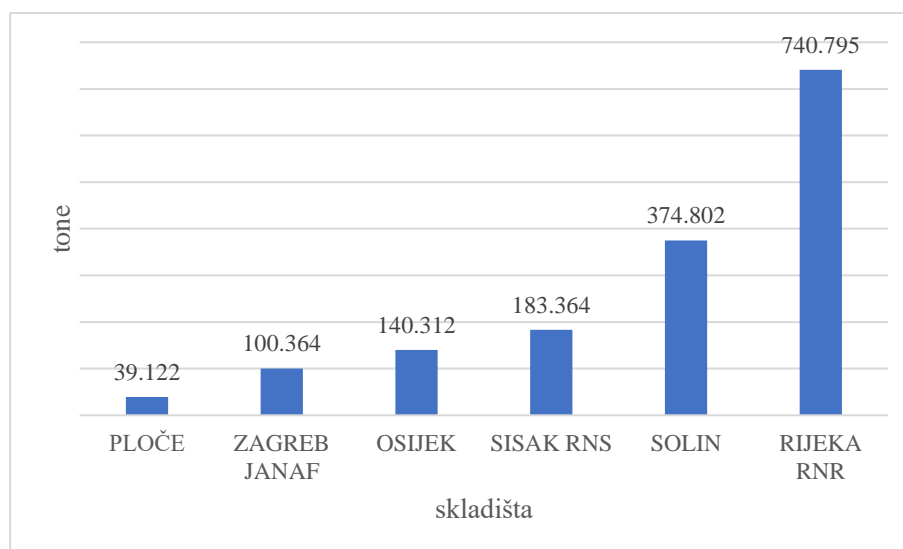
Ulazni parametri za izračun ovog problema su:

- Kapacitet 1 AC = 25 t,
- Dnevni obrt po AC dnevno:
  - 0 – 150 km = obrt 2
  - 150 – 300 km = obrt 1,5
  - 300 – 450 km = obrt 1
- Količine po skladišnim lokacijama po mjesecima (prilog 1),
- Potrebe tržišta po županijama (u skladu s mjesečnom dinamikom) (prilog 2),
- Udaljenosti od skladišnih lokacija do županija (prilog 3).

Prije samog rješavanja ovog problema potrebno je definirati dnevni obrt po AC. Dnevni obrt definira se kao broj vožnji u danu. Ako je udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 0 do 150 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće napraviti dva utovara i dva istovara, stoga je obrt na ovoj udaljenosti jednak 2. Ako je udaljenost između skladišta u rangu od 150 do 300 km tada je obrt jednak 1,5. Obrt 1,5 je prosjek vremenskog perioda, npr. jedan dan je obrt jednak 2, a drugi dan je 1, odnosno u mjesec dana je to ukupno 45 vožnji, ili 15 vožnji u 10 dana. Ako je udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 300 do 450 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće napraviti samo jedan utovar i istovar, a obrt je

jednak 1. Važno je napomenuti da je dnevni obrt AC u ovom problemu zapravo prosječna vrijednost na razini mjeseca.

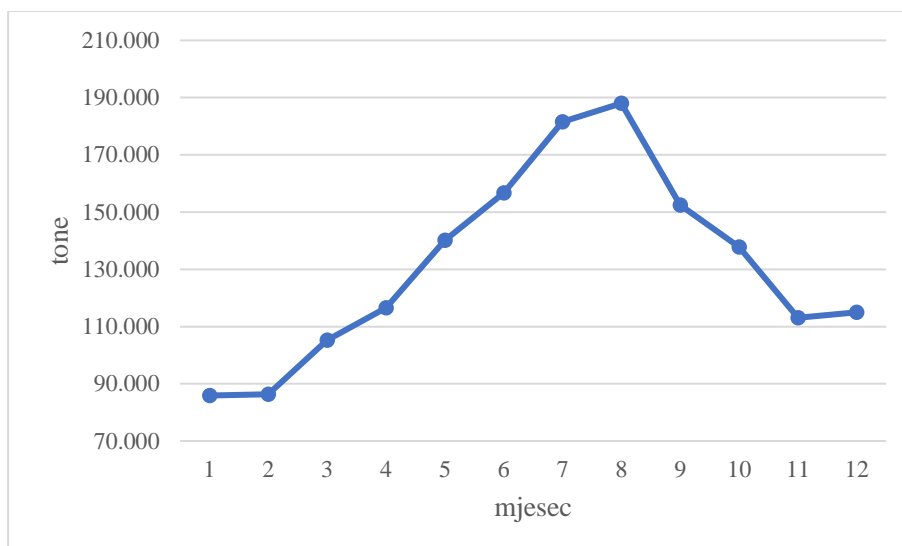
Na grafičkom prikazu 3 prikazana je ponuda skladišta na godišnjoj razini. Može se uočiti kako najveći kapacitet ima skladište u Rijeci što je izravno povezano s rafinerijom nafte Rijeka koja se nalazi u Urinju. Rafinerija Rijeka bavi se preradom nafte i proizvodnjom naftnih derivata kojima opskrbljuje tržište. Drugo skladište s najvećim kapacitetom nalazi se u Solinu. Skladište u Solinu ima važnu ulogu u opskrbi Dalmacije naftnim derivatima. Pogotovo u ljetnim mjesecima kada zbog povećanog priljeva turista raste i potražnja za naftnim derivatima. Važnost skladišta u Solinu dodatno je naglašena zbog geografske izoliranosti Dalmacije. Najmanji kapacitet ima skladište u Pločama.



*Grafički prikaz 3 Kapaciteti skladišnih lokacija na godišnjoj razini*

Na grafičkom prikazu 4 prikazana je potražnja za naftnim derivatima u Republici Hrvatskoj tijekom 12 mjeseci. Iz grafičkog prikaza može se uočiti porast u potražnji za naftnim derivatima tijekom ljetnih mjeseci (lipanj, srpanj, kolovoz i rujna), a razlog tome je povećani broj turista koji dolaze u Republiku Hrvatsku i generiraju veću potražnju za gorivom. Osim turista, potražnju za naftnim derivatima tijekom ljetnih mjeseci dodatno povećava i domaće stanovništvo koje putuje na Jadran tijekom godišnjih odmora.

Nakon rujna, potražnja za naftnim derivatima opada, što je rezultat završetka ljetne turističke sezone. Mali skok u potražnji u studenom i prosincu je ponovno rezultat sezonalnosti.

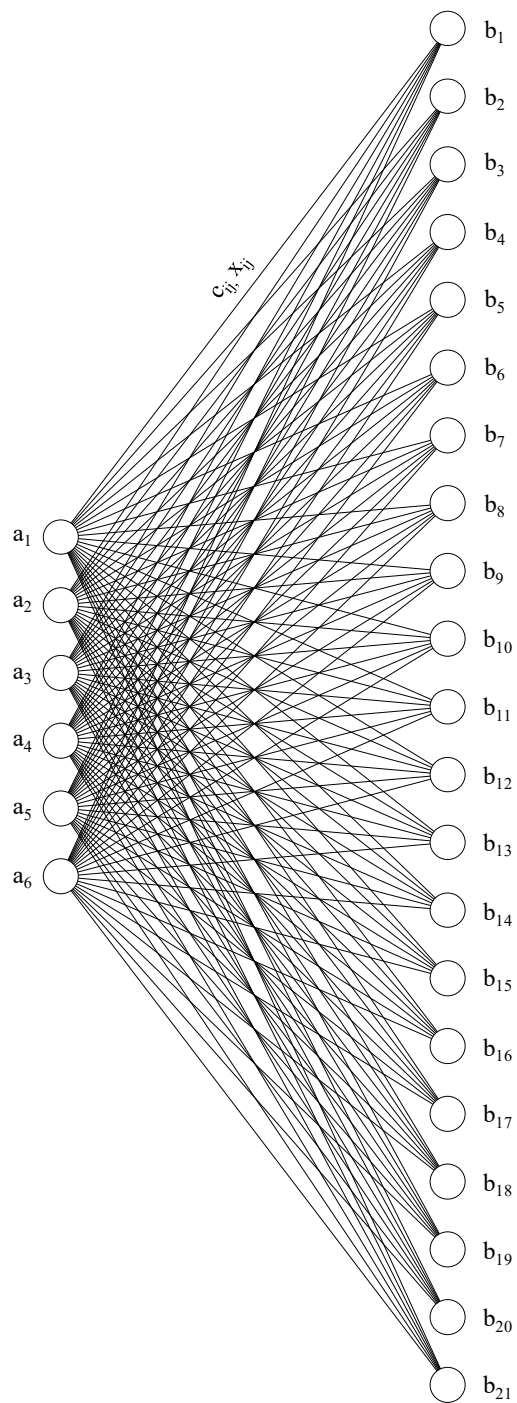


*Grafički prikaz 4 Potražnja za naftnim derivatima po mjesecima*

## 4. 2. Matematička formulacija problema

Problem se sastoji od  $m$  skladišta i  $n$  županija. U slučaju ovog zadatka  $m = 6$ , a  $n = 21$ . Skladišta su označena s  $I_1, I_2, \dots, I_m$ , a županije s  $O_1, O_2, \dots, O_n$ . Količina istovrsnog tereta u skladištima označava se s  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , a potražnja u županijama s  $b_1, b_2, \dots, b_n$ .

Trošak transporta prijevoza naftnih derivata iz jednog skladišta u bilo koju županiju označava se s  $c_{ij}$ , a količina tereta, u ovom slučaju naftnih derivata, označava se s  $x_{ij}$ . Na slici 8 je prikazana transportna mreža za opisani problem kompanije INA.



*Slika 8 Transportna mreža problema sekundarne distribucije kompanije INA*

Notacija i varijable matematičkog modela za zadani problem su:

$I$  – skup skladišta

$O$  – skup odredišta

$m$  – broj skladišta

$n$  – broj županija

$x_{ij}$  – količina naftnih derivata koji se prevoze od skladišta  $i$  do županije  $j$

$c_{ij}$  – trošak transporta, odnosno udaljenost između skladišta  $i$  do županije  $j$

$a_i$  – ponuda naftnih derivata u skladištu  $i$

$b_j$  – potražnja za naftnim derivatima u županijama  $j$ .

Matematički model opisanog problema ima oblik:

$$\begin{aligned} \text{Funkcija cilja} \quad z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\ \text{Ograničenja ponude} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \text{Ograničenja potražnje} \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j \quad j = 1, 2, \dots, n \\ \text{Ograničenje nenegativnosti} \quad x_{ij} &\geq 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Radi se o zatvorenom TP, gdje je ponuda jednaka potražnji:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \tag{19}$$

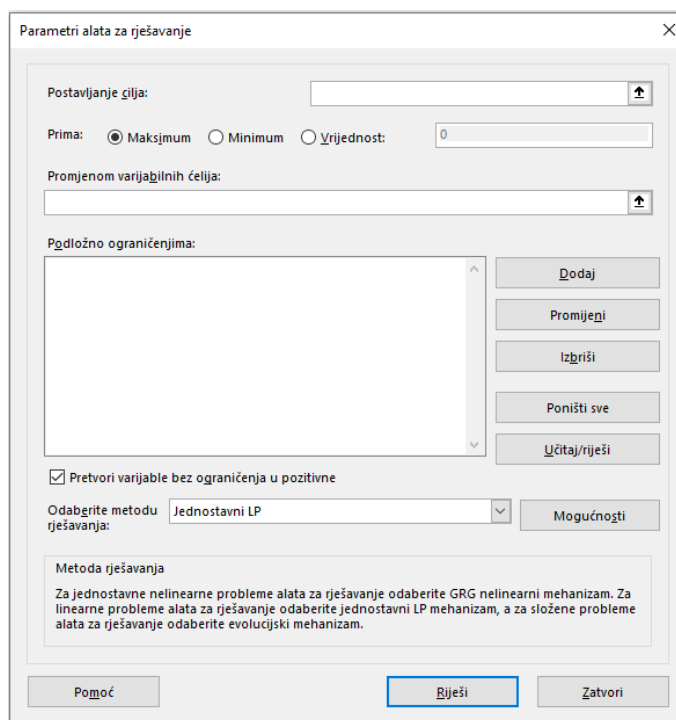
U nastavku će se opisati postupak rješavanja postavljenog matematičkog modela uz pomoć Excel rješavača.

### 4.3. Rješavanje problema pomoću rješavača

Kako bi se dobilo optimalno rješenje prethodno definiranog problema koristiti će se rješavač (*engl. Solver*). Excelov rješavač omogućuje relativno jednostavno rješavanje problema LP-a, kako s većim brojem varijabla odlučivanja (do 200 varijabla), tako i s većim brojem ograničenja (do 500 ograničenja) [17].

Rješavač je Excelov alat koji je sastavni dio skupine *Add-ins* alata. Ako to već nije učinjeno, mora se aktivirati u postavkama nakon čega će se ikona za njegovo pokretanje pojaviti na kartici *Podaci* [17].

Excelov rješavač pokreće se odabirom *Podaci/Alat za rješavanje* na vrpici izbornika. Na slici 9 prikazan je dijaloški okvir *Parametri za rješavanje* [17].

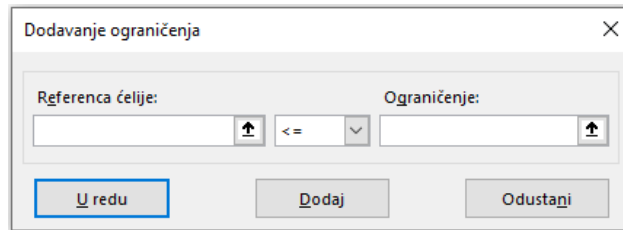


Slika 9 Dijaloški okvir *Parametri alata za rješavanje*

U polje *Postavljanje cilja* (engl. *Set Objective*) upisuje se adresa ćelije u kojoj je dana funkcija cilja. Funkcija cilja dobiva se funkcijom =SUMPRODUCT. U retku *Prima* (engl. *to*) odabire se neka od ponuđenih opcija: maksimum, ako se želi maksimizirati funkcija cilja; minimum, ako se želi minimizirati; *Vrijednost* (engl. *Value of*) ako se želi vidjeti za koje će se vrijednosti varijabla odlučivanja, funkcija cilja poprimiti željenu vrijednost (željenu vrijednost potrebno je upisati u ćeliju desno) (Slika 9) [17].

U polje *Promjenom varijabilnih ćelija* (engl. *By Changing Variable Cell*) upisuje se raspon ćelija koje predstavljaju vrijednosti varijabla odlučivanja [17].

Ograničenja se upisuju u polje *Podložno ograničenjima* (engl. *Subject To Constrains*) i to klikom na gumb *Dodaj* (engl. *Add*) dijaloškog okvira *Parametri za rješavanje* čime se pokreće dijaloški okvir *Dodavanje ograničenja* (engl. *Add Constraint*). Dijaloški okvir za dodavanje ograničenja prikazan je na slici 10.



Slika 10 Dijaloški okvir Dodavanje ograničenja

U polje *Referenca ćelije* (engl. *Cell Reference*), u dijaloškom okviru *Dodavanje ograničenja*, upisuje se adresa koja se odnosi na LHS. Klikom na ćeliju srednjeg polja otvara se izbornik u kojem korisnik odabire operator nejednadžbe predmetnog ograničenja, pri čemu se *int* odabire ako zadatak zahtijeva da neka od varijabla poprimi cjelobrojnu vrijednost (u tom se slučaju u polje *Referenca ćelije* upisuje adresa te varijable odlučivanja), *bin* se koristi ukoliko su varijable odlučivanja binarni brojevi (0 ili 1), a *dif* se koristi kod problema kod kojih sve varijable odlučivanja (najčešće cjelobrojne) moraju biti međusobno različite. U polje *Ograničenje* (engl. *Constraint*) upisuje se slobodni koeficijent RHS [17].

Novo ograničenje može se unijeti klikom na gumb *Dodaj* (engl. *Add*) dijaloškog okvira *Dodavanje ograničenja*, a nakon unosa svih ograničenja pritisak na gumb *U redu* (engl. *OK*) vraća korisnika na dijaloški okvir *Parametri alata za rješavanje*, gdje klikom na gumb *Promjeniti* (engl. *Change*) može mijenjati neko od ograničenja odabranih u polju *Podložno ograničenjima* ili ga izbrisati klikom na gumb *Izbrisati* (engl. *Delete*) [17].

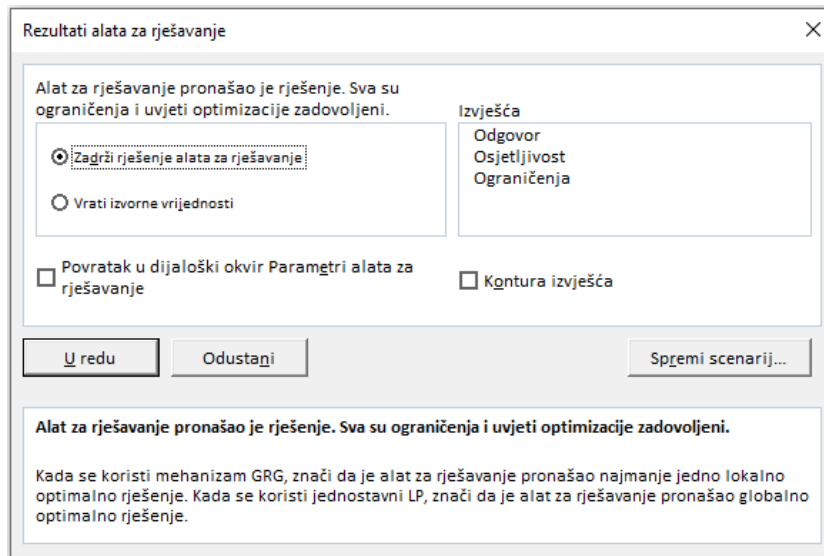
Nenegativnost varijabla odlučivanja definira se odabirom *Pretvori varijable bez ograničenja u pozitivne* (engl. *Make Unconstrained Variables Non-Negative*) ispod okvira *Podložno ograničenjima* [17].

U dijaloškom okviru *Parametri alata za rješavanje* odabire se metoda rješavanja u polju *Odaberite metodu rješavanja* gdje korisnik može izabrati jednu od tri metoda: *Jednostavni LP* (engl. *Simplex LP*) za probleme linearnog programiranja; *GRG nelinearno* (engl. *GRG Nonlinear*) za probleme nelinearnog programiranja; i *Evolucijski* (engl. *Evolutionary*) koji se najčešće koristi za kombinatorne optimizacijske probleme kod kojih su varijable odlučivanja diskretne (tj. nisu kontinuirane) [17].

Nakon podešavanja svih potrebnih parametara u dijaloškom okviru *Parametri alata za rješavanje* klikom na gumb *Riješi* (engl. *Solve*) pokreće se izračun postavljenog zadatka. Nakon pronalaženja rješenja pojavljuje se dijaloški okvir *Rezultati alata za rješavanje* (engl. *Solver*



*Results*) gdje se može odabrati zadržavanje postignutog rješenja (*engl. Keep Solver Solution*) ili pak povratak na početne vrijednosti (*engl. Restore Original Values*) (Slika 11) [17].



Slika 11 Dijaloški okvir Rezultati alata za rješavanje

U polju *Izvešća* (*engl. Reports*) smještenom na desnoj strani dijaloškog okvira može se odabrati neki od izvještaja Solvera: *Odgovor* (*engl. Answer*), *Osjetljivost* (*engl. Sensitivity*) i *Granice* (*engl. Limits*) [17].

Ako rješavač ne može pronaći rješenje problema, izvedivo područje je prazan skup ili nije omeđeno i sl., tada će se pojaviti dijaloški okvir *Rezultati alata za rješavanje* s odgovarajućim upozorenjem [17].

#### 4. 4. Opis rješavanja problema

U ovom potpoglavlju dati će se opis rješavanja problema sekundarne distribucije na realnom scenariju. Realan scenarij uključuje stvarne ulazne podatke koji su definirani u potpoglavlju 4.1.. Na temelju ulaznih podataka postavljen je matematički model problema te je dana odgovarajuća matematička formulacija kako bi se problem mogao riješiti pomoću Excel rješavača.

U potpoglavlju 4.3. prikazan je rješavač koji se koristiti za rješavanje problema i detaljno je opisano podešavanje svih potrebnih parametara koji se unose u dijaloški okvir *Parametri alata za rješavanje*. Nakon unosa svih parametara i pokretanja rješavača, on daje optimalno rješenje transporta koji će se koristiti za daljnji izračun potrebnog broja AC. Navedeni postupak rješavanja unutar rješavača ponovljen je za svaki mjesec prema prethodno definiranim ulaznim podacima.

Kako bi se što bolje opisao postupak izračuna potrebnog broja AC, proces izračuna je prikazan pomoću dijagrama toka na slici 12.

Varijable koje se koriste u dijagramu toka:

$a_i$  – ponuda skladišta

$b_j$  – potražnja županija

$c_{ij}$  – udaljenost od skladišta do županija

$i$  – početna vrijednost brojača za skladišta

$j$  – početna vrijednost brojača za županije

$m$  – početna vrijednost brojača za mjesec

$M$  – ukupan broj mjeseci

$I$  – Broj skladišnih lokacija, ishodište

$J$  – Broj županija, odredište.

Varijable  $i$ ,  $j$ ,  $m$  i  $AC_{im}$  inicijalizirane su s početnom vrijednosti 1 i koristiti će se kao brojači. Nakon promjene, varijable će označavati prelazak na veću vrijednost. Varijabla  $M$  postavljena je na početnu vrijednost 12 i označava ukupan broj mjeseci koji se promatra.

Varijabla  $I$  postavljena je na početnu vrijednost 6 i označava ukupan broj skladišta, a varijabla  $J$  postavljena je na početnu vrijednost 21 i predstavlja ukupan broj županija.

Nakon inicijalizacije provjerava se da li je brojač  $m$  manji od broja mjeseci  $M$ . Ako je uvjet zadovoljen prelazi se na korak rješavanja matematičkog problema pomoću Excel rješavača koji će dati optimalan plan transporta za  $m$ -ti mjesec, ako nije dijagram toka se završava.

Nakon dobivenog optimalnog plana transporta sljedeći korak u dijagramu toka je provjera da li je vrijednost brojača  $i$  i  $j$  manja od vrijednost ukupnog broja skladišta  $I$  i županija  $J$  kako bi se osiguralo da dijagram prođe svako skladište i županiju.

Slijedi provjera udaljenosti  $c_{ij}$ , ako je udaljenost između 0 i 150 km AC se dodjeljuje kapacitet od 50 t. Ako je udaljenost između 150 i 300 km, AC se dodjeljuje kapacitet od 37,5 t. Ako je udaljenost između 300 i 450 km, AC se dodjeljuje kapacitet od 25 t.

Nakon dodijeljenog kapaciteta računa se potreban broj AC na  $i$ -toj skladišnoj lokaciji za  $m$ -ti mjesec prema formuli (20):

$$ac_{ij} = \frac{x_{ij}}{k_{ij} \cdot d} \quad (20)$$

Gdje je:

$ac_{ij}$  – potreban broj AC za prijevoz tereta od skladišta  $i$  do županije  $j$

$x_{ij}$  – količina tereta u tonama koja se prevozi od skladišta  $i$  do županije  $j$

$k_{ij}$  – dostupan kapacitet AC u tonama za prijevoz tereta od skladišta  $i$  do županije  $j$

$d$  – broj dana u mjesecu kada se obavlja prijevoz.

Vrijednost  $ac_{ij}$  zbraja se u varijablu  $AC_{im}$  koja označava potreban broj AC na  $i$ -toj skladišnoj lokaciji za prijevoz tereta od skladišta  $i$  do županije  $j$  koje su ušle u optimalan plan transporta za  $m$ -ti mjesec. Radi lakšeg razumijevanja varijable  $AC_{im}$ , ispod je prikazan izračun AC za 1. mjesec za  $i$ -tu skladišnu lokaciju po formuli (21),

$$\begin{aligned} AC_{11} &= ac_{1,1} + ac_{1,2} + \dots + a_{1,21} \\ AC_{21} &= ac_{2,1} + ac_{2,2} + \dots + a_{2,21} \\ &\vdots \\ AC_{61} &= ac_{6,1} + ac_{6,2} + \dots + a_{6,21} \end{aligned} \quad (21)$$

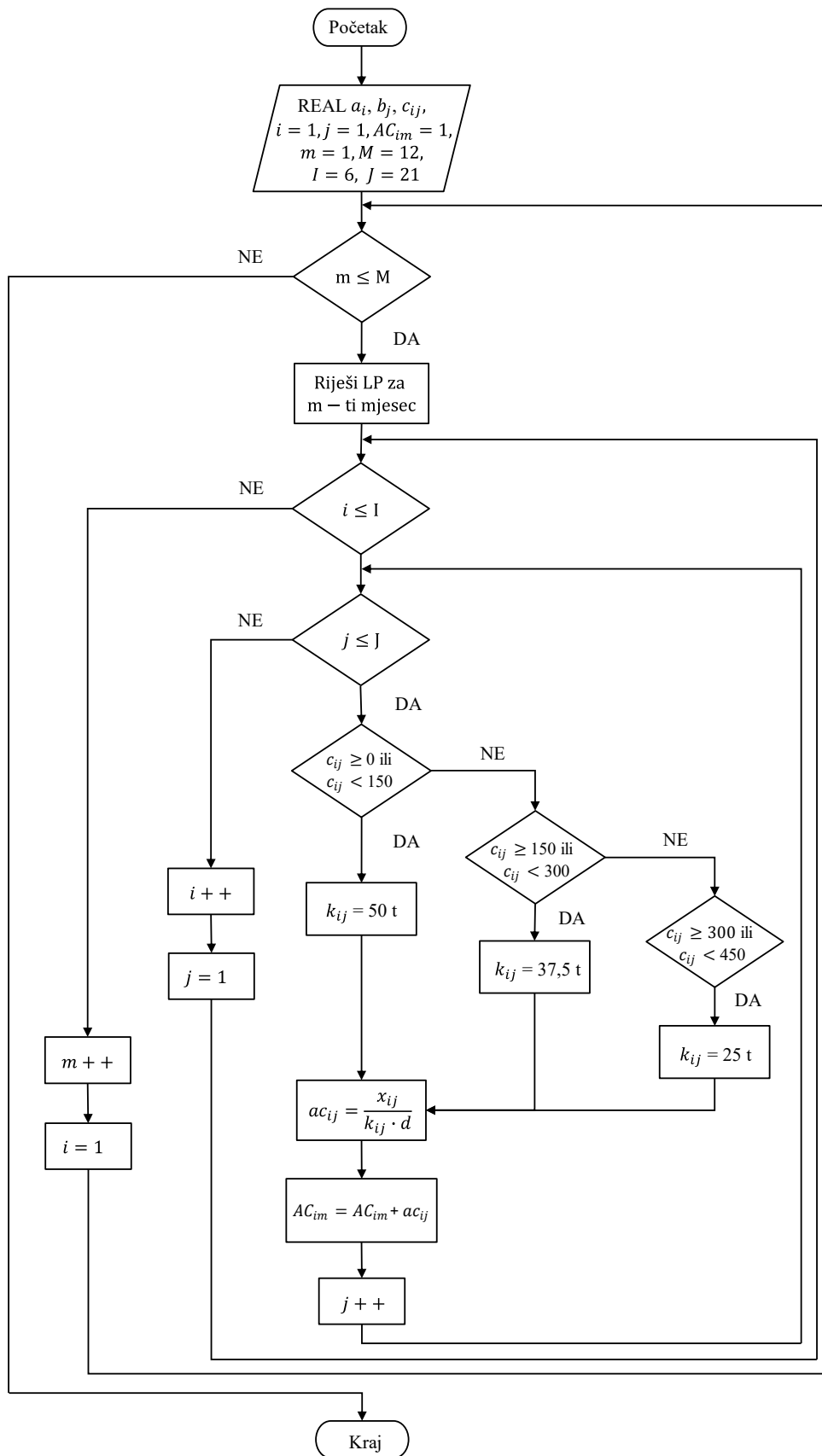
pri čemu se rješenje zaokružuje na prvi veći cijeli broj kako bi se dobilo cjelobrojno rješenje.

Kada dijagram toka prođe kroz sve mjesece ( $M = 12$ ), algoritam se prekida i završava.

Ukupan broj potrebnih  $AC_m$  (na svim skladišnim lokacijama) za specifični mjesec  $m$  može se izračunati po formuli (22):

$$AC_m = AC_{11} + AC_{21} + \dots + AC_{61} = \sum_{i=1}^6 AC_{im} \quad (22)$$

Opisana metodologija izračuna potrebnog broja AC primijeniti će se i za analizu osjetljivosti uključujući optimističan i pesimističan scenarij u nastavku ovog rada.



Slika 12 Proces izračuna potrebnog broja AC za *i*-tu skladišnu lokaciju u *m*-tom mjesecu

Ulazni podaci za realan scenarij koji su dani u potpoglavlju 4.1. malo će se preoblikovati u svrhu provođenja analize osjetljivosti. Za optimističan scenarij povećati će se iznos dnevnih obrta po AC s obzirom na udaljenost, a kapacitet svih skladišta postaviti će se na „veliku“ vrijednost (neograničenost resursa). Za pesimističan scenarij smanjiti će se iznos dnevnog obrta po AC, ali kapaciteti skladišta biti će ograničeni kao i kod realnog scenarija.

U realnom scenariju dostupan je jedan vozač po AC, a kapaciteti su ograničeni. Kod optimističnog scenarija pretpostavlja se da su dostupna dva vozača po svakoj AC i da je kapacitet svakog skladišta neograničen. Pod pretpostavkom da su dostupna dva vozača po AC pretpostavlja se da AC može napraviti duplo više dnevnih obrta nego što je to slučaj kod realnog scenarija.

Dnevni obrt po AC za optimističan scenarij iznosi:

- 0 – 150 km = obrt 4
- 150 – 300 km = obrt 3
- 300 – 450 km = obrt 2.

Kapacitet AC je 25 t, pa je na udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 0 do 150 km moguće prevesti 100 t. Ako je udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 150 do 300 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće prevesti 75 t. Ako je udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 300 do 450 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće prevesti 50 t.

Kod pesimističnog scenarija pretpostavlja se da je došlo do neke neočekivane situacije koja je utjecala na izvršenje prijevoza, kao što su tehnički kvarovi AC, problemi pri utovaru i istovaru, širenje volumena goriva radi povećane temperature, loši vremenski uvjeti, nedostatak vozača i sl..

Dnevni obrt po AC za pesimističan scenarij iznosi:

- 0 – 150 km = obrt 1,5
- 150 – 300 km = obrt 1
- 300 – 450 km = obrt 0,5.

Kapacitet AC je 25 t, pa je na udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 0 do 150 km moguće prevesti 37,5 t. Ako je udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 150 do 300 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće prevesti 25 t. Ako je

udaljenost između skladišta i mjesta istovara u rangu od 300 do 450 km, tada je u tom rangu udaljenosti moguće prevesti 12,5 t.

Dakle, kod realnog i pesimističnog scenarija dostupan je jedan vozač po AC i kapaciteti skladišta su ograničeni, dok su kod optimističnog scenarija dostupna dva vozača po AC i kapaciteti skladišta su neograničeni.

U nastavku će se dati primjer izračuna preraspodijele AC između skladišta. Vozni park se u ovom slučaju smatra heterogenim jer jedan dio AC može biti u vlasništvu kompanije INA, a drugi dio može biti unajmljen od vanjskih prijevoznika. Potreba za AC u skladištima može se prikazati formulom (23):

$$\bar{S}_i^t = \bar{S}_i^{t-1} - \hat{S}_i^t \quad (23)$$

Gdje je:

$\bar{S}_i^t$  – potreban broj AC na skladišnoj lokaciji  $i$

$\bar{S}_i^{t-1}$  – broj AC iz prethodnog mjeseca na skladišnoj lokaciji  $i$

$\hat{S}_i^t$  – trenutna potreba AC (rješenje realnog scenarija).

Ako je  $\bar{S}_i^t > 0$ ,  $S_i$  treba dodatne AC u iznosu od  $\bar{S}_i^t$ . Ako je  $\bar{S}_i^t < 0$ ,  $\bar{S}_i^t$  predstavlja višak AC na lokaciji  $S_i$ . Inače ako je  $\bar{S}_i^t = 0$ , u tom skladištu je točan broj AC koji je i potreban, nema ni viška ni manjka AC.

Pozitivne vrijednosti  $\bar{S}_i^t$  predstavljati će ponudu, a negativne vrijednosti potražnju za AC na skladišnoj lokaciji  $i$ . Preraspodjela AC odrediti će se pomoću otvorenog transportnog problema prema formuli (17) koja je dana u potpoglavlju 3.1. Kriterij optimizacije biti će minimiziranje udaljenosti između skladišta. Udaljenosti između skladišta su dane su u tablici 1.

Tablica 1 Udaljenosti između skladišta u kilometrima

Skladišta	Ploče	Zagreb	Osijek	Sisak	Solin	Rijeka
<b>Ploče</b>	0	522	793	560	131	510
<b>Zagreb</b>	522	0	273	66,6	417	169
<b>Osijek</b>	793	273	0	250	687	440
<b>Sisak</b>	560	66,6	250	0	389	209
<b>Solin</b>	131	417	687	389	0	410
<b>Rijeka</b>	510	169	440	209	410	0

Za prvi mjesec inicijalno će se uzeti maksimalan broj AC iz realnog scenarija, ali može se napraviti i drugačiji razmještaj AC po nekoj drugoj osnovi (npr. uniformna distribucija i sl.).

## 5. Analiza rezultata

U ovom poglavlju prikazati će se rezultati realnog, optimističnog i pesimističnog scenarija te će se dobiveni rezultati analizirati.

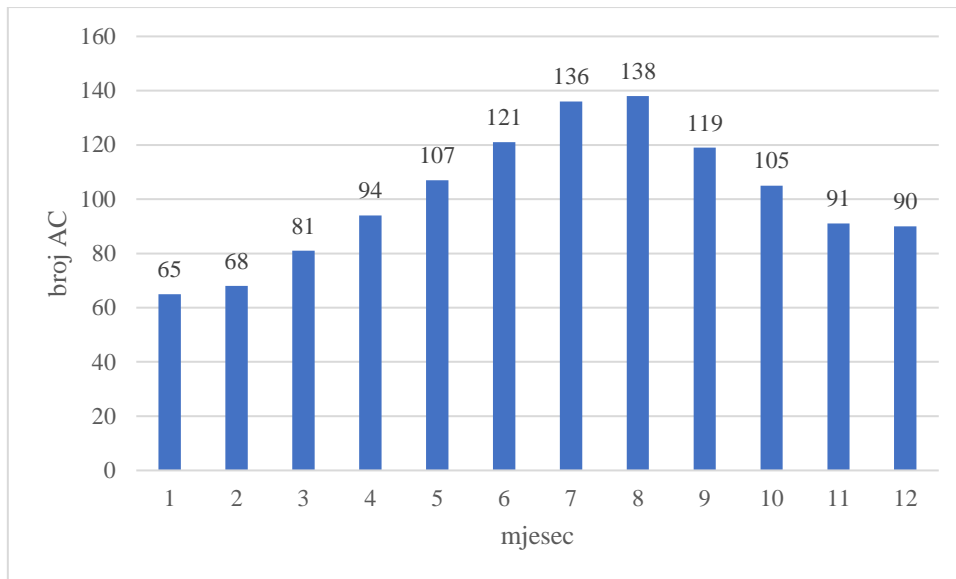
### 5.1. Realan scenarij

Rezultat realnog scenarija prikazan je u tablici 2, gdje se može vidjeti potreban broj AC na svakoj skladišnoj lokaciji tijekom 12 mjeseci. Kako bi analiza bila lakša, rezultati su prikazani i grafički.

Tablica 2 Rješenje potrebnog broja AC za realan scenarij

Skladište	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Ploče</b>	1	1	1	1	2	5	7	6	4	3	1	1
<b>Zagreb</b>	6	7	3	5	3	4	6	13	6	6	6	6
<b>Osijek</b>	7	7	7	6	8	9	9	9	10	9	8	8
<b>Sisak</b>	11	16	11	9	11	12	11	12	12	10	8	13
<b>Solin</b>	14	15	19	22	25	28	36	35	26	23	16	18
<b>Rijeka</b>	26	22	40	51	58	63	67	63	61	54	52	44
<b>Ukupno</b>	65	68	81	94	107	121	136	138	119	105	91	90

Na grafičkom prikazu 5 vidljiv je potreban broj AC tijekom 12 mjeseci, pri čemu se može uočiti da broj AC prati potražnju za naftnim derivatima. U ovom scenariju potrebno je imati minimalno 138 AC kako bi se zadovoljile potrebe tržišta tijekom godine tj. tu brojku diktira najprometniji mjesec kolovoz. Dakle, najveća potreba za AC javlja se u kolovozu, što se može objasniti vrhuncem turističke sezone kada su potrošnja goriva i promet najintenzivniji. S druge strane, najmanja potreba za AC je u prvom mjesecu, kada su potražnja i promet na najnižim razinama zbog završetka blagdanske sezone i početka zimskog razdoblja. Prvi i osmi mjesec mogu se smatrati kritičnim mjesecima zbog ekstremnih zahtjeva na logistički sustav, s obzirom na različite sezonske uvjete i promjene u potražnji.

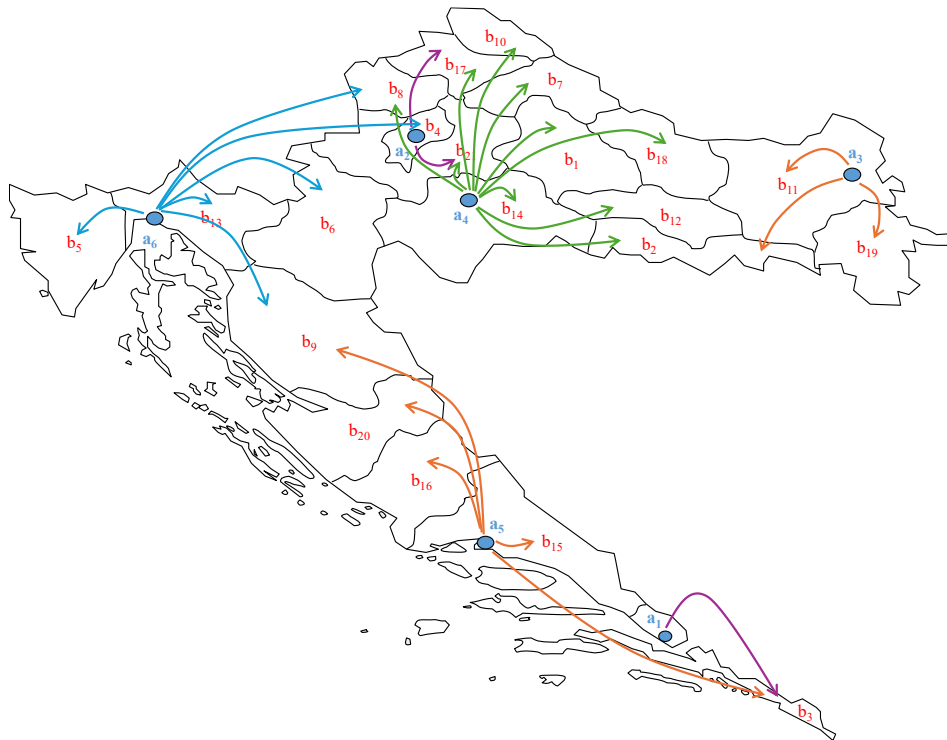


*Grafički prikaz 5 Potreban broj AC po mjesecima za realan scenarij*

Prosječan dnevni obrt po AC iznosi 1,70. U nastavku je prikazan optimalan plan transporta dobiven pomoću Excel rješavača.

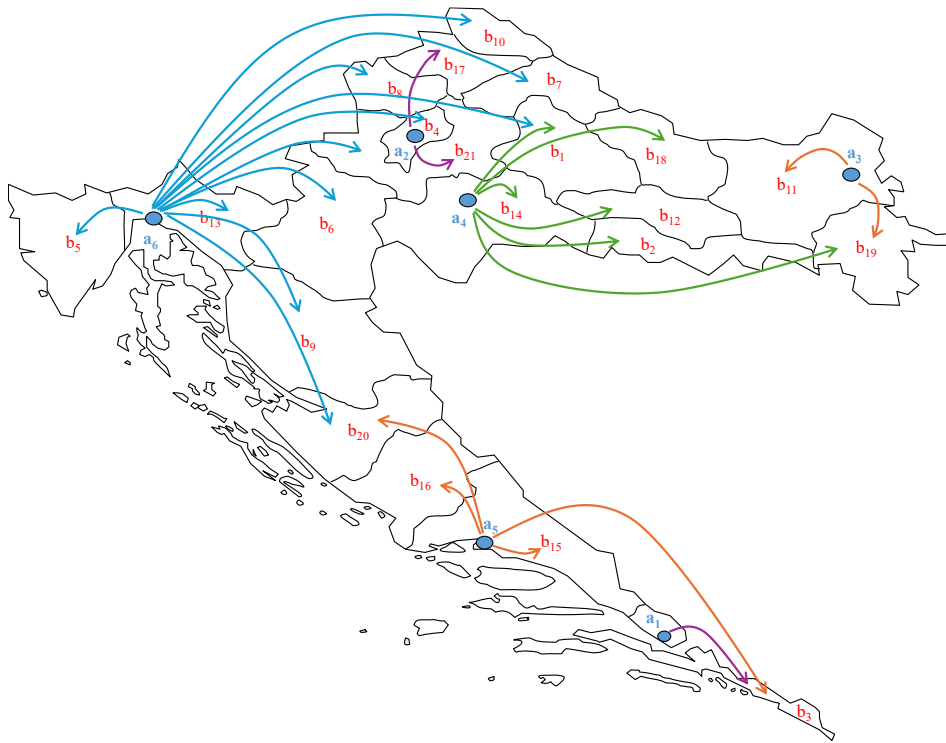
Na slici 13 prikazan je kritičan mjesec siječanj, gdje se jasno vidi da svako skladište gravitira svom području, odnosno opskrbljuje određena unutar svog gravitacijskog kruga. Ova podjela omogućuje optimalnu distribuciju naftnih derivata, pri čemu svako skladište efikasno pokriva svoje gravitacijsko područje, smanjujući potrebe za dugim transportnim rutama i osiguravajući stabilnu opskrbu.





*Slika 13 Optimalan plan transporta za siječanj - realan scenarij*

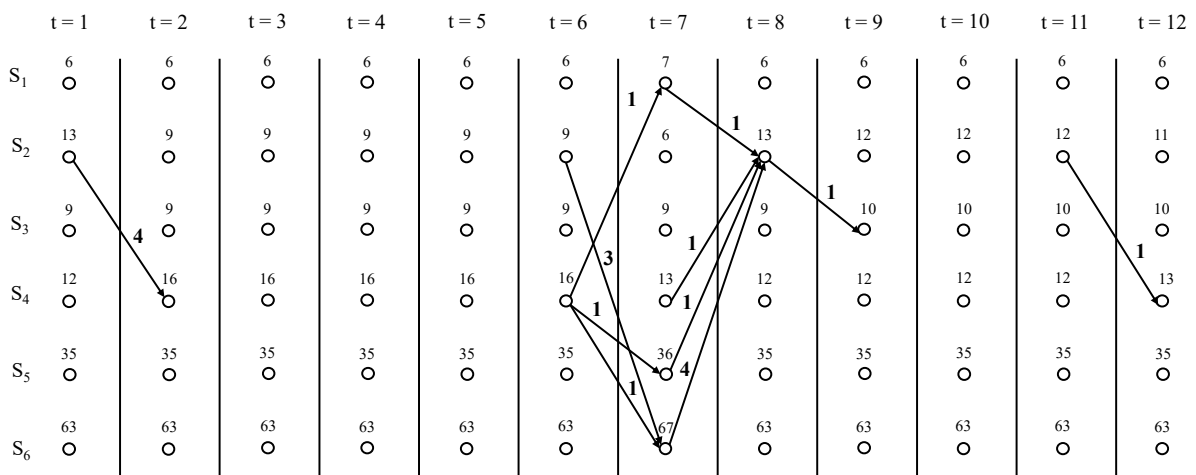
Na slici 14 prikazan je optimalan plan transporta za kritičan mjesec kolovoz. Može se uočiti kako skladište u Rijeci opskrbljuje šire područje nego što je to slučaj u prvom mjesecu. Zbog povećane potražnje, Rijeka preuzima opskrbu velikog dijela središnje Hrvatske i Istre, dok Ploče i Solin pokrivaju opskrbu Dalmacije, a Sisak pokriva veliki dio istočne Hrvatske.



Slika 14 Optimalan plan transporta za kolovoz - realan scenarij

Iznos funkcije cilja za realan scenarij (zbroj svih mjeseci) iznosi 148.169.438,87 tona kilometara [tkm].

Dodatno je napravljena preraspodjela AC po skladištima za realan scenarij. Rješenje preraspodjele prikazano je na slici 15, a iz slike se može uočiti kako je najviše raspodijele bilo potrebno tijekom sezonskih mjeseci.



Slika 15 Preraspodjela AC po skladišnim lokacijama po mjesecima

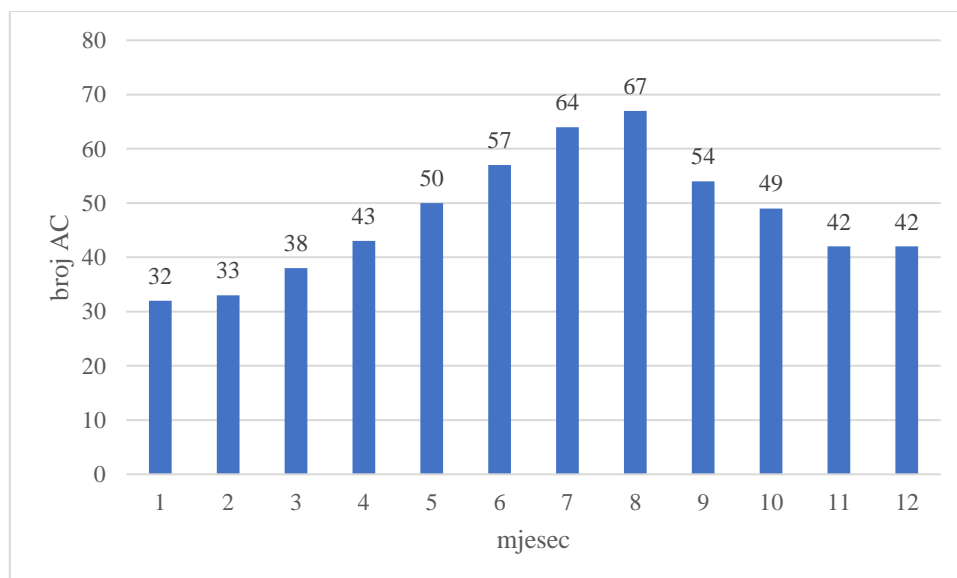
## 5.2. Optimističan scenarij

Rezultat optimističnog scenarija prikazan je u tablici 3, gdje se može vidjeti potreban broj AC na svakoj skladišnoj lokaciji tijekom 12 mjeseci. Kako bi analiza bila lakša, rezultati su prikazani i grafički.

Tablica 3 Rješenje potrebnog broja AC za optimističan scenarij

Skladište	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ploče	2	2	2	3	4	5	6	6	4	4	2	2
Zagreb	12	13	14	15	18	19	19	19	19	18	17	17
Osijek	4	4	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6
Sisak	3	3	4	4	4	4	4	5	4	5	4	5
Solin	6	6	8	9	11	14	18	19	13	10	7	7
Rijeka	5	5	5	7	7	9	11	12	8	6	6	5
<b>Ukupno</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>38</b>	<b>43</b>	<b>50</b>	<b>57</b>	<b>64</b>	<b>67</b>	<b>54</b>	<b>49</b>	<b>42</b>	<b>42</b>

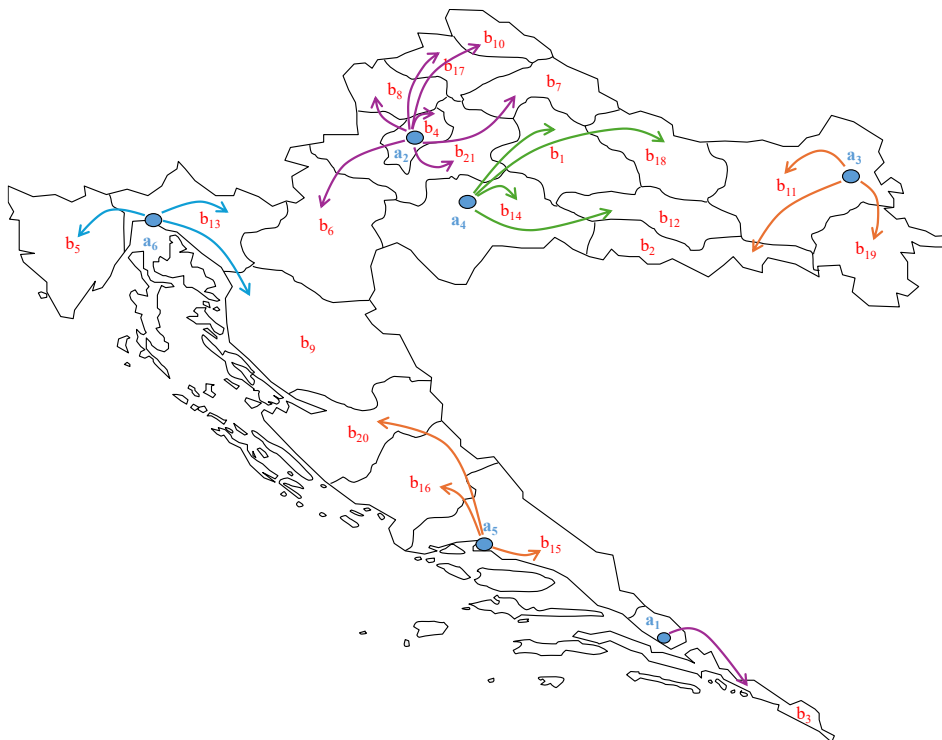
Na grafičkom prikazu 6 prikazan je rezultat optimističnog scenarija. U ovom scenariju potrebno je imati minimalno 67 AC kako bi se zadovoljile potrebe tržišta tijekom godine. S obzirom na realan scenarij potreban broj AC smanjio se za 51,45%. Razlog smanjenja potrebnog broja AC je duplo povećanje broja vozača po AC (time i broj obrta) s obzirom na realan scenarij. Kod optimističnog scenarija povećao se je prosječni dnevni obrt po AC koji iznosi 3,61.



Grafički prikaz 6 Potreban broj AC po mjesecima za optimističan scenarij

Na slici 16 je prikazan optimalan plan transporta za optimističan scenarij. S obzirom da su u ovom scenariju kapaciteti skladišta neograničeni, optimalni plan transporta (ovdje se misli

na rute koje ulaze u plan transporta) je isti za svaki mjesec jedino se količina prevezenog tereta mijenja. Neograničeni skladišni kapaciteti omogućuju veću ponudu naftnih derivata u odnosu na potražnju, osiguravajući time stalnu opskrbu tržišta. Zahvaljujući toj prednosti, svaka županija može se opskrbljivati iz najbližeg skladišta, jer ponuda uvijek zadovoljava potrebe, eliminirajući potrebu za transportom iz udaljenijih skladišta. Također se može uočiti dodatno sužavanje gravitacijskog područja opskrbe s obzirom na realan scenarij.



Slika 16 Optimalan plan transporta - optimističan scenarij

Funkcija cilja za optimističan scenarij (zbroj svih mjeseci) iznosi 92.647.401,34 tkm.

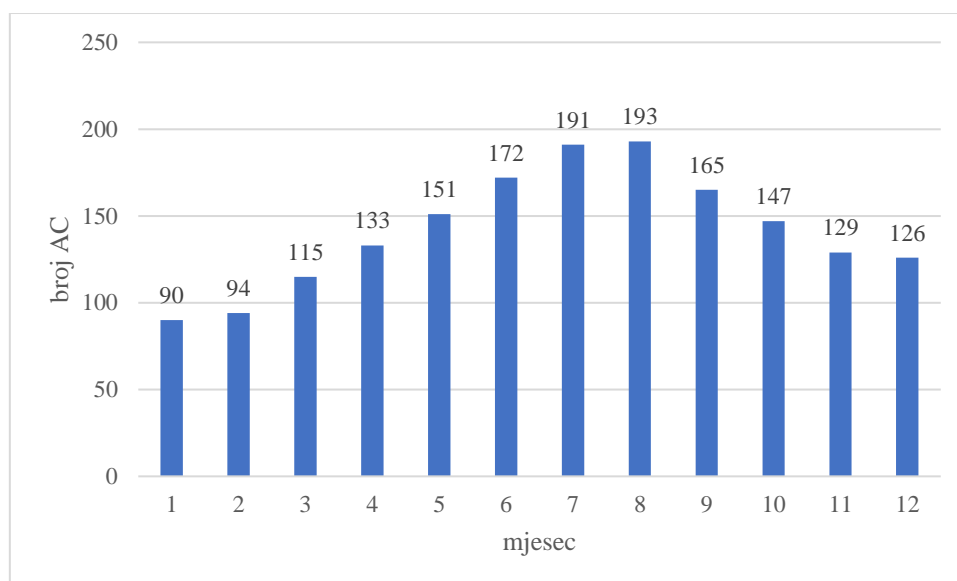
### 5.3. Pesimističan scenarij

Rezultat pesimističnog scenarija prikazan je u tablici 4. U tablici je dan potreban broj AC na svakoj skladišnoj lokaciji tijekom godine. Kako bi se bolje analizirao rezultat, rješenje je također prikazano i grafički.

Tablica 4 Rješenje potrebnog broja AC za pesimističan scenarij

Skladište	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ploče	1	1	1	1	3	7	9	8	5	4	1	1
Zagreb	8	10	4	7	4	6	8	17	8	7	8	8
Osijek	9	9	10	8	10	12	12	12	13	12	11	10
Sisak	15	21	15	12	14	16	15	17	16	14	11	18
Solin	20	21	27	30	35	39	50	48	35	32	22	25
Rijeka	37	32	58	75	85	92	97	91	88	78	76	64
<b>Ukupno</b>	<b>90</b>	<b>94</b>	<b>115</b>	<b>133</b>	<b>151</b>	<b>172</b>	<b>191</b>	<b>193</b>	<b>165</b>	<b>147</b>	<b>129</b>	<b>126</b>

Na grafičkom prikazu 7 prikazan je rezultat pesimističnog scenarija. U ovom scenariju potrebno je imati minimalno 193 AC kako bi se zadovoljile potrebe tržišta tijekom godine. S obzirom na realan scenarij potreban broj AC povećao se za 39,86%. Razlog povećanja potrebnog broja AC je smanjenje dnevnog obrta po AC s obzirom na realan scenarij. Kod pesimističnog scenarija smanjio se je dnevni prosječni obrt po AC koji iznosi 1,21.



Grafički prikaz 7 Potreban broj AC po mjesecima - Pesimističan scenarij

Optimalan plan transporta za pesimističan scenarij isti je kao i kod realnog scenarija zato što su svi parametri i ograničenja u rješavaču isti. Ne postoji promjena u kapacitetima skladišta kao što je bio slučaj kod optimističnog scenarija.

Funkcija cilja za pesimističan scenarij (zbroj svih mjeseci) iznosi 175.667.664,73 tkm.

## 6. Zaključak

Naftne kompanije opskrbljuju stanovništvo i razne sektore velikim dijelom potrebne energije. Naftni derivati su jedan od glavnih izvora energije, posebice u prometnom sektoru. Najveći udio u potrošnji u Hrvatskoj ima prometni sektor od čega je najveći potrošač cestovni promet.

Za opskrbu Hrvatskog tržišta naftnim derivatima odgovorna je sekundarna distribucija naftne kompanije INA. Sekundarna distribucija čini veliki udio u ukupnim logističkim troškovima kompanije. Sezonalnost je također važna karakteristika potrošnje naftnih derivata. Hrvatska je karakteristična po svojoj sezonalnosti te ima povećanu potražnju za naftnim derivatima u ljetnim mjesecima što dodatno usložnjava problem optimiziranja sekundarne distribucije.

Logistička mreža INA-e sastoji se od šest terminala u kojima se skladište naftni derivati. Svako skladište opskrbljuje jednu ili više županija, od ukupno dvadeset i jednu županiju u Hrvatskoj. U ovom diplomskom radu optimiziran je transport sekundarne distribucije kompanije INA s gledišta minimalnog potrebnog broja AC na skladišnim lokacijama. Problem je modeliran koristeći realna ograničenja na sustav (realan scenarij) prema stvarnim podacima i danim ograničenjima udaljenosti i obrta koje je ustupila kompanija INA. Napravljen je optimalan i održiv model opskrbe tržišta RH i određen potreban broj AC na svakoj skladišnoj lokaciji kako bi se zadovoljile potrebe županija po mjesecima. Opisani problem iskazan je u obliku TP te je matematički modeliran kao problem LP i riješen uz pomoć simpleks metode korištenjem Excel rješavača.

Dodatno je napravljena preraspodjela AC po mjesecima. Ovaj problem prikazan je kao otvoren TP i riješen simpleks metodom pomoću Excel rješavača kako bi se još efikasnije iskoristili slobodni kapaciteti AC, a trčanje praznih AC smanjilo.

Kako bi se napravila dodatna analiza osjetljivosti, dodatno su riješena još dva scenarija: optimističan i pesimističan, prvenstveno varirajući obrt AC i ograničenja resursa skladišnih lokacija. Kod realnog scenarija analiziran je kritičan mjesec kolovoz koji zbog sezonalnosti (povećanog priljeva turista tijekom ljeta) zahtjeva najveći broj AC. Također za usporedbu analiziran je i mjesec siječanj s najmanjom prometnom aktivnošću. U siječnju je potrebno najmanje AC, a u kolovozu najviše AC kako bi se opskrbile potrebe županija. Uočeno je da tijekom ljetnih mjeseci i povećane potražnje, skladište u Rijeci opskrbljuje puno šire

geografsko područje nego što je to bio slučaj u siječnju. Razlog tome je taj što se u Rijeci nalazi rafinerija pa skladište može povećati kapacitet i osigurati sigurnu opskrbu.

Zaključno, može se uočiti da dnevni obrt po AC ima veliki utjecaj na broj potrebnih AC. Na obrt utječe broj raspoloživih vozača, pravilan utovar i istovar tereta, tehnički uvjeti kao što su kvarovi AC, te nepredviđeni vanjski uvjeti kao što su nepovoljni vremenski uvjeti (kiša, snijeg, magla) i izvanredne situacije (prometne nesreće).

## Literatura

- [1] A. M. Ghaithan, A. Attia, i S. O. Duffuaa, „Multi-objective optimization model for a downstream oil and gas supply chain“, *Appl Math Model*, sv. 52, str. 689–708, pros. 2017, doi: 10.1016/j.apm.2017.08.007.
- [2] A. K. Azad, M. G. Rasul, M. M. K. Khan, S. K. Mondal, i R. Islam, „Modeling and Simulation of Heat and Mass Flow by ASPEN HYSYS for Petroleum Refining Process in Field Application“, u *Thermofluid Modeling for Energy Efficiency Applications*, Elsevier, 2016, str. 227–257. doi: 10.1016/B978-0-12-802397-6.00010-5.
- [3] J. Ding, Y. Zhao, i J. Jin, „Forecasting natural gas consumption with multiple seasonal patterns“, *Appl Energy*, sv. 337, str. 120911, svi. 2023, doi: 10.1016/j.apenergy.2023.120911.
- [4] B. Vuk, M. Ban, V. Kos Grabar Robina, i R. Fabek, „Energija u Hrvatskoj“, Zagreb, 2023. Pristupljeno: 25. kolovoz 2024. [Na internetu]. Dostupno na: [https://eihp.hr/wp-content/uploads/2024/01/Energija-u-HR-22\\_WEB-novo.pdf](https://eihp.hr/wp-content/uploads/2024/01/Energija-u-HR-22_WEB-novo.pdf)
- [5] J. Inchauspe, J. Li, i J. Park, „Seasonal patterns of global oil consumption: Implications for long term energy policy“, *J Policy Model*, sv. 42, izd. 3, str. 536–556, svi. 2020, doi: 10.1016/j.jpolmod.2019.12.005.
- [6] Y. T. Al-Janabi, „An Overview of Corrosion in Oil and Gas Industry“, u *Corrosion Inhibitors in the Oil and Gas Industry*, Wiley, 2020, str. 1–39. doi: 10.1002/9783527822140.ch1.
- [7] C. Lima, S. Relvas, i A. P. F. D. Barbosa-Póvoa, „Downstream oil supply chain management: A critical review and future directions“, *Comput Chem Eng*, sv. 92, str. 78–92, ruj. 2016, doi: 10.1016/j.compchemeng.2016.05.002.
- [8] Z. Li, Y. Zhang, i G. Zhang, „Two-Stage Stochastic Programming for the Refined Oil Secondary Distribution With Uncertain Demand and Limited Inventory Capacity“, *IEEE Access*, sv. 8, str. 119487–119500, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3004849.
- [9] P. Carotenuto, S. Giordani, i D. Celani, „Planning Retail Distribution of Fuel Oils“, *Transportation Research Procedia*, sv. 27, str. 484–491, 2017, doi: 10.1016/j.trpro.2017.12.017.
- [10] H. Pašagić, *Matematičke metode u prometu*. Zagreb: Fakultet prometnih znanosti, 2003.
- [11] D. Popović, M. Vidović, i G. Radivojević, „Variable Neighborhood Search heuristic for the Inventory Routing Problem in fuel delivery“, *Expert Syst Appl*, sv. 39, izd. 18, str. 13390–13398, pros. 2012, doi: 10.1016/j.eswa.2012.05.064.
- [12] R. Rardin l., *Optimization in Operations Research*, Second. Pearson, 2017.
- [13] M. Carter, C. Price, i G. Rabadi, *Operations Research - A Practical Introduction*, Second. CRC Press, 2018.



- [14] R. Stanković i J. Pašagić Škrinjar, „Logistika i transportni modeli“, 2015., *Fakultet prometnih znanosti, Zagreb*.
- [15] O. Naud i ostali, „Support to decision-making“, u *Agricultural Internet of Things and Decision Support for Precision Smart Farming*, Elsevier, 2020, str. 183–224. doi: 10.1016/B978-0-12-818373-1.00004-4.
- [16] S. M. Sinha, *Mathematical Programming Theory and Methods*, First. Elsevier, 2005.
- [17] B. Plazibat i La. Reić, „Operacijska istraživanja u MS Excelu“, Split, 2015. Pristupljeno: 25. kolovoz 2024. [Na internetu]. Dostupno na: [https://www.oss.unist.hr/sites/default/files/file\\_attach/Operacijska%20istra%C5%BEivanja%20u%20MS%20Excelu%20-%20Bo%C5%BEe%20Plazibat.pdf](https://www.oss.unist.hr/sites/default/files/file_attach/Operacijska%20istra%C5%BEivanja%20u%20MS%20Excelu%20-%20Bo%C5%BEe%20Plazibat.pdf)
- [18] F. Rothlauf, „Optimization Problems“, 2011, str. 7–44. doi: 10.1007/978-3-540-72962-4\_2.
- [19] H. S. Kasana i K. D. Kumar, *Introductory Operations Research*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. doi: 10.1007/978-3-662-08011-5.
- [20] A. Zelaia Jauregi, „Operations Research. Linear Programming“. Pristupljeno: 26. kolovoz 2024. [Na internetu]. Dostupno na: <https://ocw.ehu.eus/course/view.php?id=170&lang=en>
- [21] K. Kušić, „Uvod u Simpleks“, 2022., *Sveučilište u Zagrebu. Fakultet prometnih znanosti, Zagreb*.
- [22] Industrija nafte - INA.d.d., „O kompaniji“. Pristupljeno: 08. rujan 2024. [Na internetu]. Dostupno na: <https://www.ina.hr/o-kompaniji/profil-kompanije/>

## **Popis kratica i akronima**

- AC Autocisterna
- OR (Operations Research) Operacijska istraživanja
- LP (Linear Programming) Linearno programiranje
- LHS (Left Hand Side) Lijeva strana ograničenja
- RHS (Right Hand Side) Desna strana ograničenja
- TP (Transportation Problem) Transpotni problem

## Popis slika

Slika 1 Aktivnosti naftne industrije.....	5
Slika 2 Primarna i sekundarna distribucija .....	5
Slika 3 Faze procesa rješavanja zadataka operacijskih istraživanja .....	8
Slika 4 Postupak modeliranja.....	9
Slika 5 Transportna mreža standardnog TP .....	14
Slika 6 Transportna mreža otvorenog TP s fiktivnim odredištem.....	16
Slika 7 Transportna mreža otvorenog TP s fiktivnim ishodištem .....	17
Slika 8 Transportna mreža problema sekundarne distribucije kompanije INA .....	24
Slika 9 Dijaloški okvir Parametri alata za rješavanje .....	26
Slika 10 Dijaloški okvir Dodavanje ograničenja .....	27
Slika 11 Dijaloški okvir Rezultati alata za rješavanje.....	28
Slika 12 Proces izračuna potrebnog broja AC za i-tu skladišnu lokaciju u m-tom mjesecu ...	31
Slika 13 Optimalan plan transporta za siječanj - realan scenarij .....	36
Slika 14 Optimalan plan transporta za kolovoz - realan scenarij.....	37
Slika 15 Preraspodjela AC po skladišnim lokacijama po mjesecima .....	37
Slika 16 Optimalan plan transporta - optimističan scenarij .....	39

## **Popis tablica**

Tablica 1 Udaljenosti između skladišta u kilometrima .....	33
Tablica 2 Rješenje potrebnog broja AC za realan scenarij .....	34
Tablica 3 Rješenje potrebnog broja AC za optimističan scenarij .....	38
Tablica 4 Rješenje potrebnog broja AC za pesimističan scenarij .....	40

## **Popis grafičkih prikaza**

Grafički prikaz 1 Ukupna potrošnja naftnih derivata u RH.....	3
Grafički prikaz 2 Ukupna potrošnja naftnih derivata u prometnom sektoru u RH.....	4
Grafički prikaz 3 Kapaciteti skladišnih lokacija na godišnjoj razini .....	22
Grafički prikaz 4 Potražnja za naftnim derivatima po mjesecima.....	23
Grafički prikaz 5 Potreban broj AC po mjesecima za realan scenarij .....	35
Grafički prikaz 6 Potreban broj AC po mjesecima za optimističan scenarij .....	38
Grafički prikaz 7 Potreban broj AC po mjesecima - Pesimističan scenarij .....	40

## Popis priloga

Prilog 1. Količine naftnih derivata po skladišnim lokacijama po mjesecima [t]

Skladište	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Ploče</b>	102	52	154	386	2.836	7.245	9.355	8.883	5.250	4.078	545	236
<b>Zagreb</b>	9.022	9.829	3.581	6.670	4.426	5.762	8.237	19.262	8.727	8.003	7.912	8.933
<b>Osijek</b>	10.309	9.132	10.775	8.884	11.600	12.436	13.161	13.530	13.907	13.892	11.816	10.869
<b>Sisak</b>	15.161	21.107	15.538	10.743	14.167	16.247	15.380	16.955	16.243	14.241	10.393	17.189
<b>Solin</b>	18.913	19.103	25.481	28.187	34.481	38.210	50.879	48.941	34.897	31.223	20.938	23.549
<b>Rijeka</b>	32.392	27.100	49.719	61.704	72.676	76.804	84.489	80.434	73.439	66.349	61.522	54.167

Prilog 2. Potrebe županija za naftnim derivatima po mjesecima [t]

Županija	Mjesec											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Bjelovarsko-bilogorska	2.116	2.063	2.637	2.643	3.114	3.085	2.621	2.989	2.929	3.214	2.832	3.378
Brodsko-posavska	2.532	2.564	3.118	3.582	3.581	3.537	3.702	4.170	3.585	4.071	3.589	3.746
Dubrovačko-neretvanska	3.211	3.201	5.681	6.964	9.980	12.458	16.410	16.646	11.108	9.744	4.161	3.750
Grad Zagreb	15.927	15.960	17.929	17.789	19.073	18.217	18.470	16.691	18.453	18.631	18.227	18.102
Istarska	4.329	4.862	5.220	6.438	7.542	9.551	11.052	11.753	8.024	6.122	4.871	4.752
Karlovačka	3.640	3.875	4.563	5.504	6.068	7.201	8.159	8.259	6.350	5.329	4.705	4.745
Koprivničko-križevačka	2.106	1.838	2.205	2.417	2.661	2.428	2.400	2.562	2.536	2.624	2.359	2.603
Krapinsko-zagorska	2.738	2.868	3.248	3.471	3.776	3.825	3.743	3.779	3.861	3.601	3.434	3.233
Ličko-senjska	2.463	2.582	3.144	3.907	4.611	5.631	7.678	8.487	5.377	4.057	3.201	3.086
Međimurska	1.381	1.258	1.766	1.838	2.095	2.116	2.160	2.329	2.028	1.873	1.872	1.947
Osječko-baranjska	5.160	5.053	5.930	6.127	7.192	6.922	7.020	7.285	7.736	7.951	7.147	7.077
Požeško-slavonska	1.317	1.258	1.516	1.724	1.846	1.655	1.719	1.814	1.745	1.949	1.602	1.893
Primorsko-goranska	5.056	4.991	5.948	6.459	7.866	8.636	10.235	11.587	8.163	6.549	5.999	5.489
Sisačko-moslavačka	3.297	3.354	4.003	4.277	4.787	5.022	5.360	6.228	5.331	5.300	5.196	5.462
Splitsko-dalmatinska	9.419	9.530	12.311	14.217	18.880	22.883	30.659	30.169	22.556	17.611	10.994	11.169
Šibensko-kninska	2.221	2.388	2.956	3.084	3.831	4.667	6.274	7.261	4.467	3.483	2.466	2.592
Varaždinska	2.915	3.099	3.673	3.954	4.361	4.491	5.176	5.112	4.491	4.029	3.729	4.049
Virovitičko-podravska	1.321	1.232	1.389	1.683	1.839	1.848	1.878	1.728	1.925	1.940	1.623	1.840
Vukovarsko-srijemska	3.818	3.155	4.177	4.905	4.995	4.947	5.678	6.638	5.902	5.644	5.383	5.849
Zadarska	3.665	4.082	5.316	5.848	7.335	9.893	13.142	13.971	8.858	6.693	4.555	4.328
Zagrebačka	7.267	7.110	8.517	9.743	14.752	17.690	17.965	18.549	17.039	17.370	15.182	15.849

Prilog 3. Udaljenosti između skladišnih lokacija i županija [t]

Županija	Skladišta					
	Ploče	Zagreb	Osijek	Sisak	Solin	Rijeka
Bjelovarsko-bilogorska	587	83,9	272	80,9	484	239
Brodsko-posavska	692	183	106	152	590	345
Dubrovačko-neretvanska	105	616	888	656	230	605
Grad Zagreb	506	10,8	291	88,8	406	158
Istarska	565	286	565	326	466	121
Karlovačka	457	65,3	337	105	359	110
Koprivničko-križevačka	603	93,4	202	125	505	255
Krapinsko-zagorska	546	74,5	343	115	448	198
Ličko-senjska	319	212	491	252	220	200
Međimurska	604	94,3	370	160	506	256
Osječko-baranjska	784	275	3	244	686	436
Požeško-slavonska	679	169	156	139	580	331
Primorsko-goranska	481	145	424	186	382	31,7
Sisačko-moslavačka	552	62,4	257	9,9	454	204
Splitsko-dalmatinska	134	422	694	396	7,1	410
Šibensko-kninska	184	354	626	394	85,3	342
Varaždinska	588	78,1	354	144	489	240
Virovitičko-podravska	654	144	137	114	555	306
Vukovarsko-srijemska	794	284	22,6	254	695	446
Zadarska	254	310	589	350	155	298
Zagrebačka	480	36,1	312	102	447	198



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
Vukelićeva 4, 10000 Zagreb

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je **diplomski rad** isključivo rezultat mojega vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju upotrijebljene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu diplomskog rada pod naslovom „**Optimiziranje transporta sekundarne distribucije naftnih derivata**“, u Nacionalni repozitorij završnih i diplomskih radova ZIR.

U Zagrebu, 16.09.2024.

Studentica:

Marcela Leskovec

(ime i prezime, *potpis*)

