

# Temeljni vjerojatnosni model prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj

---

Jovanović, Bojan

Doctoral thesis / Doktorski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:161069>

*Rights / Prava:* [In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-19**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)





Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

Bojan Jovanović

**TEMELJNI VJEROJATNOSNI MODEL  
PROMETNOGA TOKA ZA CESTE  
VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI  
HRVATSKOJ**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2024.



Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

Bojan Jovanović

**TEMELJNI VJEROJATNOSNI MODEL  
PROMETNOGA TOKA ZA CESTE  
VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI  
HRVATSKOJ**

DOKTORSKI RAD

Mentor:

izv. prof. dr. sc. Marko Ševrović

Zagreb, 2024.



University of Zagreb

Faculty of Transport and Traffic Sciences

Bojan Jovanović

**FUNDAMENTAL PROBABILISTIC  
TRAFFIC FLOW MODEL FOR HIGH-  
PERFORMANCE ROADS IN THE  
REPUBLIC OF CROATIA**

DOCTORAL DISSERTATION

Supervisor:

Assoc. Prof. Marko Ševrović, Ph. D.

Zagreb, 2024



## INFORMACIJE O MENTORU



Marko Ševrović rođen je 2. lipnja 1981. godine u Zagrebu. Državljanin je Republike Hrvatske i Hrvat po nacionalnosti. U Zagrebu je pohađao Osnovnu školu Augusta Šenoae i I. tehničku školu u Klaićevoj 7. Godine 1999. upisao je studij na Fakultetu prometnih znanosti u Zagrebu, cestovni smjer. Diplomirao je s izvrsnim uspjehom 2005. s diplomskim radom pod naslovom „Sustavi satelitske navigacije u funkciji naplate cestarine“. Poslijediplomski znanstveni magistarski studij „Tehničko-tehnološki sustavi u prometu i transportu“ na Fakultetu prometnih znanosti upisao je 2005., a znanstveni magistarski rad pod naslovom „Model upravljanja prometom naplatom korištenja cestovne infrastrukture“ obranio je u rujnu 2010. i stekao akademski stupanj magistra znanosti. U listopadu 2014. godine obranio je doktorski rad pod naslovom „Naplata korištenja cesta zasnovana na uvažavanju područja pouzdanosti satelitskog određivanja položaja“ te stekao akademski stupanj doktora znanosti.

Godine 2003., tijekom studija, započinje suradnički odnos u Institutu prometa i veza gdje radi do 2010. na znanstveno-istraživačkim poslovima u prometu i prometnom planiranju na studijama i projektima, zatim na razvoju specijaliziranih računalnih aplikacija, implementaciji i razvoju GIS i ITS sustava te istraživanju satelitskih radionavigacijskih senzora (GNSS) kao i fotosenzora i videosenzora radi prometnih istraživanja. Na Fakultetu prometnih znanosti od 2005. sudjeluje u organizaciji i održavanju nastave iz kolegija Teorija i organizacija prometnih tokova, a od 2010. u stalnom je radnom odnosu na Fakultetu prometnih znanosti kao istraživač te sudjeluje u izvođenju nastave iz kolegija Teorija prometnih tokova, Organizacija prijevoza putnika, Tarife i sustavi naplate, Osnove prometne infrastrukture, Inženjerska grafika i dokumentiranje i Tehnologija gradskog prometa. Trenutačno na Fakultetu prometnih znanosti obnaša dužnost voditelja Zavoda za prometno planiranje te radi u znanstveno-nastavnom zvanju izvanrednog profesora. Član je Kraljevskog instituta za navigaciju iz Londona (engl. *Royal Institute of Navigation – RIN*) te je tajnik Hrvatskog ogranka RIN-a.

Od tehničkih vještina i kompetencija izvrsno poznaje rad u više specijalističkih i drugih programskih alata kao što su AutoCAD, ArcMap, QGIS te InDesign. Posjeduje znanja i vještine potrebne za simuliranje i modeliranje prometnih procesa u analitičko-simulacijskim programskim paketima Cube te Dynasim. Svoj znanstveni i stručni interes izražava istraživanjem i radom na suvremenim tehnološkim dostignućima u cestovnom prometu i informacijskim tehnologijama te sudjelovanjem na brojnim skupovima, radionicama i konferencijama kao organizator, govornik ili sudionik.

## PODACI I INFORMACIJE O DOKTORANDU

Ime i prezime	Bojan Jovanović, mag. ing. traff.
Datum i mjesto rođenja	3. prosinca 1987., Zagreb
Naziv završenoga fakulteta	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti
Godina diplomiranja	2011.

## INFORMACIJE O DOKTORSKOM RADU

Naziv doktorskoga studija	Tehnološki sustavi u prometu i transportu
Hrvatski naslov doktorskog rada	Temeljni vjerojatnosni model prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj
Engleski naslov doktorskog rada	Fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance roads in the Republic of Croatia
Institucija obrane doktorskog rada	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti
Datum prijave teme doktorskog rada	8. veljače 2023.
Datum obrane doktorskog rada	9. siječnja 2024.
Mentor	izv. prof. dr. sc. Marko Ševrović
Lektor	Silvija Jurić, prof.

## POVJERENSTVO ZA OCJENU I OBRANU DOKTORSKOG RADA

Predsjednik	izv. prof. dr. sc. Marko Šoštarić
mentor, član	izv. prof. dr. sc. Marko Ševrović
vanjski član	prof. dr. sc. Goran Kos
Zamjena	doc.dr.sc. Marijan Jakovljević

*Ovu doktorsku disertaciju posvećujem  
sinu Petru. Sine, hvala ti za osmijehe  
kojima mi obogaćuješ život svakoga  
dana.*

## ZAHVALA

*Koristim ovu priliku da izrazim duboku i iskrenu zahvalnost svima koji su mi pomogli u procesu izrade ove doktorske disertacije.*

*Prije svega želim zahvaliti svojem mentoru, izv. prof. dr. sc. Marku Ševroviću, što mi je tijekom posljednjih 12 godina rada u Zavodu za prometno planiranje omogućio da sudjelovanjem u izradi mnogobrojnih tuzemnih i inozemnih prometnih studija, projekata i revizija cestovne sigurnosti, steknem i usavršim veliko znanje iz područja prometnog inženjerstva i prometno-prostornog planiranja, koje mi je, uz ostalo, bilo potrebno i za izradu ove doktorske disertacije. Zahvaljujem mu na tome što me je svih ovih godina gotovo konstantno „bacao u vatru“ te mi time omogućio da u sebi otkrijem i iskoristim borbenost, ustrajnost i ostale potencijale za koje nisam niti znao da postoje.*

*Posebno zahvaljujem prof. dr. sc. Grgi Luburiću koji je u meni uočio potencijal još tijekom pisanja mog diplomskog rada te mi pomogao da se gotovo neposredno nakon završetka diplomskog studija uključim u rad na projektima Zavoda za prometno planiranje. Zahvaljujem mu i na mnogobrojnim mudrim, vrijednim i prijateljskim savjetima koje mi je dao tijekom naše suradnje na Fakultetu te posebno na poticajima da dovršim ovaj rad. Profesore, želim da znate da prema Vama osjećam iznimnu i duboku zahvalnost.*

*Osobito zahvaljujem i prof. dr. sc. Ivanu Dadiću na tome što me je još na obrani mog diplomskog rada prepoznao kao „nebrušeni dijamant“. Hvala mu i na financijskoj podršci koju mi je pružio tijekom mog poslijediplomskog studija te na tome što me je, kad god bismo se sreli, konstantno i neumorno opominjao i poticao da dovršim ovaj rad.*

*Zahvaljujem posebno kolegi i prijatelju dr. sc. Dini Šojatu na njegovim prijateljskim opomenama, savjetima i poticajima da ovaj rad što brže privedem kraju. Hvala i kolegi doc. dr. sc. Marijanu Jakovljeviću na stručnim savjetima i pruženoj literaturi iz primijenjene statistike, koja se pokazala vrlo korisnom prilikom provedbe ovih istraživanja te osobito na dostavljenim podacima o satnim protocima vozila izmjerenim na dionicama mreže Hrvatskih autocesta d. o. o. koji su bili neophodni za odabir mjerodavnih vršnih i izvanvršnih sati tijekom kojih je na odabranim segmentima cesta visokog učinka bilo potrebno provesti snimanje prometnih tokova. Za te podatke zahvaljujem i kolegi Mariju Mataiji, mag. ing. traff.*

*Također, zahvaljujem i kolegi Marku Švajdi, mag. ing. traff. na stručnoj pomoći i podršci koju mi je pružio prilikom organizacije i provedbe terenskih istraživanja. Posebno zahvaljujem kolegi Leonidu Ljubotini, mag. ing. traff., na stručnoj pomoći prilikom odabira i testiranja aplikacija računalnog vida za automatsko prepoznavanje i praćenje kretanja vozila sa zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom te kolegi Anđelu Marunici, mag. ing. traff., na savjetima i materijalima koji su mi pomogli u izradi ovoga rada. Hvala i svim ostalim profesorima, kolegama i suradnicima na fakultetu koji su mi na bilo koji način pomogli u procesu izrade ove doktorske disertacije.*

*Osobito želim zahvaliti svojoj supruzi Zrinki za svaku ukazanu podršku i razumijevanje činjenice da je za ovaj rad bilo potrebno odvojiti vrlo mnogo vremena.*

*Posebne zahvale upućujem i svojim roditeljima, ocu Željku koji me je oduvijek podržavao i vjerovao u mene te majci Marici na podršci koju mi je pružala na različite načine, osobito tijekom posljednjih godina školovanja. Posebnu zahvalu dugujem i svojoj teti Ani, koja me je kontinuirano bodrila tijekom cijeloga mog studija. Hvala i svim ostalim članovima moje uže i šire obitelji koji su vjerovali u mene.*

*Naposljetku, ovdje želim potaknuti sve čitatelje ove doktorske disertacije, a osobito znanstvenike i istraživače u Republici Hrvatskoj, da nastave istraživanja u ovome području, imajući pritom u vidu da svaki novi razvijeni i validirani model prometnog toka specifično prilagođen uvjetima prometnog sustava Republike Hrvatske, predstavlja vrijedan matematički alat kojim se prometni inženjeri, prostorno-prometni planeri, kao i ostali prometni stručnjaci i istraživači u Republici Hrvatskoj mogu koristiti prilikom izrade različitih prometnih studija, projekata, prometno-tehničkih elaborata i revizija cestovne sigurnosti. Pritom svaki novi model prometnog toka ujedno predstavlja i temelj za razvoj novih softverskih rješenja za simulaciju prometnih tokova. Osim toga, daljnjim razvojem i validacijom determinističkih i stohastičkih modela prometnog toka mogu se uspostaviti i temelji za razvoj prvog izdanja stručnog priručnika koji bi bio specifično namijenjen za proračun propusne moći i određivanje razine usluge na cestovnim prometnicama u Republici Hrvatskoj. Slijedom navedenog, uz prikladan citat još jednom potičem i ohrabrujem sve čitatelje ove doktorske disertacije da zajedničkim naporima doprinesemo daljnjem razvoju hrvatske znanosti i prakse u ovome području:*

*„Jedina prava mudrost je u spoznaji da ništa ne znaš.“ Sokrat*

## PREDGOVOR

Unatoč činjenici da je od prvih empirijskih istraživanja parametara prometnog toka, na temelju kojih je Bruce Douglas Greenshields razvio inicijalni linearni model „brzina-gustoća“, prošlo već devet desetljeća, dosad je u Republici Hrvatskoj provedeno vrlo malo istraživanja u sklopu kojih je razmatrana problematika razvoja determinističkih oblika fundamentalnog dijagrama prometa na temelju kojih bi se omogućilo preciznije opisivanje odnosa između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka na različitim kategorijama cestovnih prometnica te nijedno istraživanje u kojem se specifično razmatrala mogućnost razvoja stohastičkih oblika fundamentalnog dijagrama pomoću kojih bi se mogle opisati slučajne varijabilnosti koje se javljaju u vrijednostima parametara prometnog toka u uvjetima realnoga prometnog toka. Velik broj prometnih inženjera, prometno-prostornih planera i ostalih prometnih stručnjaka i istraživača u Republici Hrvatskoj još se uvijek primarno oslanja na saznanja, metodološke postupke i determinističke modele prometnog toka preuzete iz strane literature, i to u prvom redu iz različitih izdanja HCM priručnika (engl. *HCM – Highway Capacity Manual*), pri čemu se modeli fundamentalnog dijagrama prometa razvijeni u drugim državama najčešće direktno primjenjuju radi provođenja različitih prometno-tehničkih, prostorno-planskih analiza i dimenzioniranja projektno-oblikovnih elemenata cestovnih prometnica i raskrižja ili se ti isti modeli pokušavaju kalibrirati kako bi se prilagodili prevladavajućim uvjetima u cestovnom prometu na području Republike Hrvatske.

Uočene istraživačke praznine te problemi i nedostaci vezani uz razvoj i praktičnu primjenu modela temeljnog dijagrama prometnog toka koji su prisutni u hrvatskoj znanosti i praksi, motivirali su autora da u sklopu ove doktorske disertacije razvije i validira prvi temeljni vjerojatnosni model prometnog toka, specifično prilagođen za opisivanje stohastičkih karakteristika realnoga prometnog toka na prometnicama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Podaci sadržani u ovoj doktorskoj disertaciji prije svega mogu poslužiti svim znanstvenicima, istraživačima, prometnim inženjerima, prostorno-prometnim planerima i ostalim prometnim stručnjacima koji žele produbiti svoja znanja iz Teorije prometnog toka kao znanstvene discipline te kojima temeljni vjerojatnosni model prometnog toka, razvijen u sklopu ovog istraživanja, može poslužiti kao alat prilikom izrade različitih inozemnih i tuzemnih prometnih studija, projekata, elaborata i revizija cestovne sigurnosti. Također, rezultati istraživanja provedenih za potrebe izrade ove doktorske disertacije mogu poslužiti kao podloga

svima koji žele doprinijeti daljnjem rastu i širenju znanstvenih saznanja i spoznaja u području tehničkih znanosti, znanstvenom polju tehnologija prometa i transport, osobito svim znanstvenicima i istraživačima koji žele nastaviti svoj rad na daljnjem unaprjeđenju i kalibraciji postojećih te razvoju i validaciji novih modela temeljenog dijagrama prometnog toka. Matematička formulacija temeljnih vjerojatnosnih dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, definirana u sklopu ovih istraživanja može poslužiti i kao podloga za nadogradnju postojećih i razvoj novih softverskih rješenja i alata, odnosno simulacijskih programa i *webGIS*-sustava kojima se treba omogućiti automatizirana, brza i jednostavna kalibracija, primjena i daljnja modifikacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka razvijenog u sklopu ovog istraživanja. Osim toga, temeljni vjerojatnosni model prometnog toka može se inkorporirati i u različite telematičke sustave za adaptivno upravljanje prometom na mreži prometnica visokog učinka radi povećanja njihove učinkovitosti. Uz to, nova znanstvena saznanja i spoznaje koje su dobivene tijekom provedbe ovog istraživanja mogu poslužiti i sveučilišnim profesorima, nastavnicima i asistentima prilikom razvoja novih i modifikacije postojećih nastavnih planova i programa vezanih uz kolegije koji obrađuju teme iz područja Teorije prometnog toka kao znanstvene discipline te prilikom nadogradnje nastavnih materijala, proširenja postojećih i pisanja novih izdanja udžbenika, priručnika i zbirka zadataka iz tih kolegija. Naposljetku, podatci navedeni u ovome djelu mogu poslužiti i svim studentima, prvenstveno onima koji pohađaju sveučilišne poslijediplomske studije prometnog smjera, ali isto tako i svim ostalim studentima koji žele produbiti svoja znanja iz Teorije prometnog toka kao znanstvene discipline.

Prilikom izrade ove doktorske disertacije upotrijebljeni su podatci preuzeti iz relevantne domaće i strane znanstvene i stručne literature, udžbenika, priručnika, dosadašnjih znanstvenoistraživačkih i stručnih prometnih studija, projekata i elaborata, provedenih u Republici Hrvatskoj i svijetu te članaka objavljenih u časopisima koji obrađuju problematiku determinističkog i stohastičkog modeliranja prometnog toka, odnosno razvoja, verifikacije i validacije novih te kalibracije i komparacije relevantnih performansi postojećih makroskopskih modela temeljnog dijagrama prometnog toka.

**Autor**

U Zagrebu 10. studenog 2023.

## SAŽETAK

Većina modela temeljnog dijagrama prometnog toka razvijenih tijekom posljednjih 90 godina, uključujući i HCM (*Highway Capacity Manual*) modele razvijene u SAD-u, zasnivaju se na determinističkim funkcijama regresije dobivenim promatranjem odnosa između parametara prometnog toka, stoga nemaju mogućnost opisa stohastičkog karaktera prometnog toka. U RH se kao osnova za proračun kapaciteta i razine usluge cesta i raskrižja najčešće upotrebljavaju deterministički modeli iz inozemne literature, koji nisu prilagođeni uvjetima u prometnom sustavu Hrvatske. U ovom istraživanju modeliraju se vjerojatnosni oblici temeljnog dijagrama prometnog toka, specifično prilagođeni uvjetima tuzemnoga prometnog sustava, kojima se opisuje varijabilnost protoka i brzine u različitim režimima prometa na cestama visokog učinka. Time se omogućuje točnije i preciznije opisivanje ponašanja realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u RH, u odnosu na tradicionalno korištene inozemne determinističke modele.

**Ključne riječi:** Teorija prometnog toka, temeljni dijagram prometa, modeliranje vjerojatnosti, stohastički model prometnog toka, unakrsna validacija.

## EXTENDED SUMMARY

Most of the fundamental traffic flow models developed in the last 90 years, including the HCM models developed in USA, are based on deterministic functions obtained by regression analysis between traffic flow parameters, so they cannot describe the stochasticity of real traffic flows. In Croatia, the deterministic models from foreign literature are most often used as the foundation for determining the capacity and level of service of roads and intersections, although they are not adapted to domestic traffic system conditions. In this research, a probabilistic fundamental traffic flow models, specifically adapted to domestic traffic system conditions are developed which describe the variability of flow and speed in different traffic flow regimes on high-performance roads in Croatia. Proposed models, compared to the traditionally used foreign deterministic models, enable a more accurate and precise description of real traffic flow characteristics on high-performance roads in Croatia.

Since the very beginnings of Traffic Flow Theory as a scientific discipline, researchers have been attempting to find a way to more precisely describe the highly complex spatio-temporal characteristics of real traffic flow and the mathematical relationships between the empirical values of macroscopic and microscopic traffic flow parameters. In pursuit of this goal, numerous different traffic flow models have been proposed. Traffic flow models that are



developed so far can be classified according to several criteria. According to the level of aggregation, traffic flow models can be divided into macroscopic, mesoscopic and microscopic. Depending on the type of input and output variables and mathematical equations used in a model, they can be classified into deterministic and stochastic, as well as into continuous and discrete traffic flow models. They can also be classified according to the number of traffic flow regimes into one-regime, two-regime and multi-regime traffic flow models.

Even though numerous researchers have proposed a wide variety of traffic flow models over the past decades in their attempt to provide a more precise description and graphical representation of the mathematical relationships between the three fundamental traffic flow parameters, an optimal generic formulation of "speed-density", "flow-density", and "speed-flow" fundamental diagrams has not yet been found. The main limitation of the deterministic traffic flow diagram models arises from the fact that they cannot represent the variability that, in realistic traffic flow conditions, is present in the values of all macroscopic and microscopic traffic flow parameters.

Traffic flow, by its inherent characteristics, exhibits a pronounced stochastic behavior. This stochasticity primarily arises from the complex and variable spatio-temporal interactions among vehicles in the traffic flow and secondly it is caused by the differences in the type, complexity, and the structure of the traffic flow, as well as by the differences in relevant road design and infrastructure elements and road environment characteristics. Furthermore, differences in imposed speed limits, prevailing traffic conditions, vehicle dynamic characteristics, driver behavioral characteristics, and prevailing weather conditions also contribute to the stochastic nature of traffic flow. Consequently, the behavior of real traffic flow cannot be accurately represented solely based on deterministic analytical expressions that are used to describe the mathematical relations between the aggregated average values of speed, flow and density.

In order to mathematically express the random fluctuations of traffic flow parameters values, it is necessary to extend deterministic traffic flow equations by introducing random variables that can precisely simulate the oscillations observed in the empirical values of vehicle speeds, flow and density. Due to this fact, over the past two decades an increasing number of researchers have opted to develop various forms of stochastic traffic flow models. However, many of these models rely on highly complex systems of partial differential equations that were developed based on methods adopted from statistical physics, which complicates their practical application.

The problem of this research stems from the fact that in the Republic of Croatia, only few research has been conducted so far that specifically address the problematics of developing deterministic forms of fundamental traffic flow diagrams by which it would be possible to more precisely describe the mathematical relations between average traffic flow parameter values on different road categories. Additionally, no research has specifically examined the possibility of developing stochastic forms of fundamental traffic flow diagram, which could be used to describe random fluctuations of speed, flow and density in real traffic flow conditions on Croatian roads.

A large number of road traffic engineers, transportation planners, and other transportation and traffic experts and researchers in the Republic of Croatia still primarily rely on knowledge, methodological approaches, and deterministic traffic flow models taken from foreign literature, primarily from various editions of the Highway Capacity Manual (HCM), as well as from the Handbook for the Design of Road Traffic Systems (HBS – German: Handbuch für die Bemessung von Strassenverkehrsanlagen), which is also known as German Highway Capacity Manual. Due to this fact, traffic flow models developed in other countries are often either directly used for conducting various traffic engineering and spatial planning analyses, as well as for the design of roads and intersections, or alternatively attempts are made to calibrate these same models to adapt them to the prevailing road traffic conditions in the Republic of Croatia.

The purpose of this research primarily lies in the development of a fundamental probabilistic traffic flow model that, compared to the traffic flow models defined in foreign literature, will enable more accurate and more precise description of real traffic flow stochastic characteristics on high-performance roads in the Republic of Croatia. This model is intended to be used by road traffic engineers, transportation planners and other transportation and traffic professionals and researchers in the Republic of Croatia during the preparation of various traffic studies, projects, traffic technical reports and road safety revisions. Additionally, the purpose of this research stems from the need to establish a conceptual framework for the further development of both macroscopic and microscopic stochastic traffic flow models, specifically adapted for describing stochastic characteristics of real traffic flows on other road categories (state, regional, local and urban roads) in the Republic of Croatia.

In order to stop negative trend and reduce large research gap related to the development of fundamental traffic flow models that currently exists in Croatian science and practice, this research has examined the possibility of developing new probabilistic forms of fundamental

traffic flow diagram which could, on the one hand, more accurately and more precisely describe the analytical relations between average values of basic traffic flow parameters on high-performance roads in the Republic of Croatia and on the other hand, also provide an additional capability to describe the occurrence of random oscillations in traffic flow parameter values around their average values.

In line with the above, the goal of this research was to develop a fundamental probabilistic traffic flow model suitable for describing the stochastic characteristics of traffic flow on high-performance roads in the Republic of Croatia.

The main research hypothesis is defined as follows:

- Based on the samples of empirical traffic flow parameter values collected on representative motorway and expressway sections it is possible to develop probabilistic "speed-density" and "flow-density" models, suitable for describing the behaviour of real traffic flow on high-performance roads in the Republic of Croatia.

In addition to the main research hypothesis, the following two auxiliary research hypotheses have been formulated:

- An adjustment factor, dependent on road category and traffic flow density, can be applied to determine the most appropriate forms of statistical probability density distributions for describing the variability of vehicle flow and speed in different traffic flow regimes.
- Probabilistic "speed-density" and "flow-density" models will provide a more accurate and precise description of the mathematical relations between traffic flow parameter values on the observed roads compared to models defined in foreign literature.

The expected original scientific contributions of this research stem from:

- Development and validation of probabilistic "speed-density" and "flow-density" models for describing stochastic traffic flow characteristics on high-performance roads in the Republic of Croatia.
- Selection of statistical probability density distributions suitable for describing the variability of vehicle speeds and flow, depending on the road category and traffic flow regime.
- The possibility of more accurate and more precise description of mathematical relations between traffic flow parameters values on high-performance roads in the Republic of Croatia.

In accordance with the defined problem, subject, purpose and goal of the research, as well as formulated set of hypotheses, the research was conducted through the following eight phases:

- In the first phase of the research, a review and analysis of the results and conclusions drawn from previous studies related to the problematic of development and validation of new fundamental traffic flow models, as well as to the calibration and comparison of existing fundamental traffic flow models was conducted. In order to collect data necessary for research, a detailed review of all available data sources was performed. Reviewed data sources primarily include scientific and other publicly available databases, as well as webGIS portals of relevant state institutions and organizations.
- In the second phase of the research, the parameters, characteristics, and features of traffic flow relevant for the development of a fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance roads in the Republic of Croatia were defined. Representative road segments of high-performance roads on which it was necessary to conduct aerial recording of traffic flows were selected based on the K-means algorithm. For each selected road segment, characteristic peak hours and off-peak hours, representative for collecting the samples of empirical traffic flow parameter values were also defined. Furthermore, for each selected road segment, the minimum representative statistical sample size required for the development of fundamental probabilistic traffic flow model was determined.
- During the third phase of the research, aerial recording of traffic flows was conducted by Unmanned Aerial Vehicle (UAV) on selected representative segments of high-performance roads during defined peak hour and off-peak hour periods, as defined in prepared field research plan. Empirical traffic flow parameter values, extracted from recorded aerial video files were stored into output database.
- In the fourth phase of the research, a descriptive statistical analysis of the empirical data contained in the output database, created in the previous research phase, was conducted in order to gain insights into fundamental characteristics of real traffic flow on high-performance roads.
- During the fifth phase of the research, the strength and the direction of correlations between the observed traffic flow parameters were determined. Regression functions suitable for describing “speed-density” and “flow-density” relations in realistic conditions of traffic flow on high-performance roads were identified based on selected linear and nonlinear regression methods, whereby traffic flow density was considered as the independent variable and vehicle speed and flow as dependent variables of regression model.
- In the sixth phase of the research, an analysis of residual probability density distributions of the proposed regression models has been conducted. Based on a results obtained by performing a series of distribution fitting statistical tests ( $\chi^2$  test, Kolmogorov-Smirnov test, Anderson-Darling test) and graphical methods

for comparing the quantiles and cumulative probabilities of considered empirical and theoretical probability distributions (Q-Q plot and P-P plot), an optimal types and shapes of probability density functions, suitable for describing the empirical distributions of vehicle speeds and flow in different traffic flow regimes on high-performance roads in the Republic of Croatia have been identified. The final mathematical formulation of the fundamental probabilistic traffic flow model has been defined by combining the mathematical formulations of proposed regression models with mathematical formulations of optimal forms of probability density functions, selected based on the conducted distribution fitting tests.

- In the seventh phase of the research, validation of proposed fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance roads in the Republic of Croatia has been performed. In order to validate the proposed model, the collected statistical sample of traffic flow parameters empirical values was first divided into five subsamples of equal size. Each of the obtained subsamples was then used in iterative procedure of cross-validation, whereby during each iteration, one of the five subsamples, which includes 20% of observations randomly selected from the original sample, was used for the validation of the model developed (learned) based on the data contained in remaining four subsamples (remaining 80% of observations). Based on the conducted cross-validation procedure, the values of relevant performance indicators for the proposed fundamental probabilistic traffic flow model have been determined, including the values of Mean Absolute Error (MAE), Root Mean Squared Error (RMSE), Normalized Root Mean Squared Error (NRMSE), Mean Percentage Error (MPE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE), Mean Absolute Deviation (MAD), Root Mean Squared Percentage Error (RMSPE), coefficient of determination ( $r^2$ ) and confidence interval (CI). Obtained values of relevant performance indicators were then analyzed in order to confirm the possibility of using the proposed fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" diagrams for accurate and precise description of the relations between traffic flow parameters on high-performance roads in the Republic of Croatia.
- In the final phase of the research, a concise overview of the obtained results has been provided, together with brief reflection on the advantages and disadvantages of the proposed fundamental probabilistic traffic flow model for the high-performance roads in the Republic of Croatia. Particular emphasis is given to the conclusions that are related to research goal, main research hypothesis, and the two auxiliary hypotheses of the research. Lastly, suggestions and guidelines for future research are also provided.
- The correlation and regression analysis between empirical speed and density values, and vehicle flow and density, was conducted in the OriginLab OriginPro software environment for statistical data processing. This analysis was based on software modules for linear function fitting and nonlinear curve fitting,

examining the suitability of adapting more than 200 different linear and nonlinear functions to the collected empirical sample. From this analysis, seven regression functions were identified as potentially suitable for describing the relationships between average values of speed and density, and vehicle flow and traffic flow density. These functions include linear, logarithmic, negative exponential, cubic, power, logistic, and sigmoid regression functions. To identify the most suitable form of regression function, eight quantitative and two qualitative performance indicators were determined for each of the seven selected regression functions, including Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC), F-statistic, correlation coefficient, coefficient of determination, mean squared error, root mean squared error; mean absolute error, the model complexity (number of model parameters), and the model interpretability. Moreover, a detailed analysis of standardized residual deviations was conducted for each observed regression model. Based on the conducted correlation and regression analysis, the negative exponential model was chosen as the most suitable for describing the deterministic component of the fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" traffic flow models for high-performance roads in the Republic of Croatia.

- Based on the results of the regression fitting and conducted goodness-of-fit tests for more than 60 different theoretical probability distributions, it was concluded that variations in traffic flow speeds at different densities can be simulated by 11 theoretical probability distributions. The Generalized Extreme Value (GEV) distribution was identified as the best. On the other hand, to describe the variability of vehicle flow, 12 theoretical probability distributions can be applied according to the obtained results, among which the five-parameter Wakeby distribution proved to be the best.
- The final mathematical formulations of the fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" models were obtained based on the sum of the deterministic component of the model represented by negative exponential "speed-density" regression function and the derived asymmetric second order "flow-density" curve, and the stochastic component of the model represented by the adapted forms of the Generalized Extreme Value distribution.
- The main hypothesis of the research is confirmed by the fact that during the period from July 7, 2023, to August 8, 2023, field research and recording of traffic flows were conducted on 16 selected representative freeway and expressway segments in Croatia. Based on data obtained from the processing of recorded aerial videos, an empirical sample of traffic flow parameter values was obtained, from which the fundamental probability "speed-density" and "flow-density" models were successfully developed, validated and specifically adapted to describe conditions in the real traffic flows on highways and expressways in Croatia.

- Two auxiliary hypotheses of the research have also been confirmed. The final mathematical formulations of fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" models include adjustment factors dependent on the category of high-performance roads, which allows the deterministic component of the model, namely its negative exponential function  $V(g)$  and asymmetric regression curve  $q(g)$ , to be reduced to specific mathematical forms that can more precisely describe real traffic flow conditions on freeways and expressways in the Republic of Croatia. The developed fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" equations also include the position, scale, and shape factors dependent on traffic flow density, based on which the most appropriate forms of statistical probability density distributions can be selected for the purpose of simulating the variability of vehicle speeds and flow in different traffic flow regimes.
- The results of the comparative analysis of the proposed fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance road in Croatia with selected fundamental traffic flow models defined in foreign literature have also confirmed the value of the proposed probabilistic "speed-density" and "flow-density" mathematical formulations. Based on the conducted comparative analysis it was discovered that proposed fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" models allow for a more accurate and precise description of the relationships between traffic flow parameter values on the observed roads than the selected fundamental traffic flow models defined in foreign literature.

When interpreting the results and conclusions of the research conducted within this doctoral dissertation, it is necessary to consider the following methodological and spatio-temporal limitations and research constraints:

- The influence of traffic flow structure on the shape of regression functions that are used to describe mathematical relations between average values of traffic flow density as independent variable and vehicle speeds and flow as dependent variables was not directly considered during the development of fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" models. The impact of traffic flow heterogeneity on the shape of probability density functions which are used to simulate the occurrence of random oscillations in traffic flow parameter values was also not directly considered. In the scope of this research, these influences were considered indirectly, through converting real heterogeneous traffic flow into conditionally homogeneous traffic flow, by multiplying the different vehicle types that are present in traffic stream (passenger cars, motorcycles, light and heavy vehicles, buses and other types of vehicles) with corresponding Equivalent Passenger Car Units (PCU).
- For the purpose of developing the fundamental probabilistic traffic flow model, the empirical values of observed traffic flow parameters, including the traffic

flow density, traffic flow speed, vehicle flow and vehicle time headway, obtained based on the automatic analysis of aerial video footage, were aggregated into 30-second and 1-minute intervals. The impacts of higher levels of time aggregation of observed traffic flow parameters empirical values on the shape of regression functions used to describe the relations between average traffic flow parameters values and on the shape of probability density functions used to describe the stochastic traffic flow characteristics were not considered in this research.

- Since the maximum flight duration of the unmanned aerial vehicle (UAV), used in this research for recording aerial video footage of traffic flow, was limited to 25 minutes, in order to collect minimal statistical samples required for developing the fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance roads in the Republic of Croatia, it was necessary to record four aerial video files lasting between 15 and 25 minutes on each selected representative road segment, whereby two video files were recorded during representative peak hour flow period and remaining two video files during representative off-peak hour period. In that way, it was ensured that a minimum of 30-minutes of usable aerial video footage was recorded both during the representative peak hour and off-peak hour flow periods.
- This research focuses only on the basic freeway and expressway segments under uninterrupted traffic flow conditions. Segments of high-performance roads located in immediate proximity to road junctions were not considered during the model development.
- All freeway and expressway road segments covered by this research have two traffic lanes in each direction (on each carriageway). Therefore, in the scope of this research it was not possible to examine the influence of the number of traffic lanes on the shapes of obtained regression and probability density functions.
- Considering the fact that the aerial videos of traffic flow were recorded on representative segments of high-performance roads in relatively short time intervals (from 15 to 25 minutes), based on the collected statistical samples collected in this research it was not possible to conduct a detailed analysis of the variations that are present in the empirical values of relevant traffic flow parameters during longer time periods (on daily, weekly, monthly and yearly level).
- The impact of road environment characteristics, relevant road design and road infrastructure elements and on the shapes of obtained regression and probability density functions was not considered in the scope of this research.
- Regardless of the fact that in the scope of this research the traffic flow density values have been determined based on the processing and reviewing the recorded aerial video files, these values still do not represent the exact empirical values, since they have been calculated based on the number of vehicles that were



present in discrete time intervals on observed road segments, approximately 100 meters in length, depending on the flight altitude of the unmanned aerial vehicle.

- The field research during which aerial recording of traffic flows was performed by unmanned aerial vehicle equipped with high resolution video camera on selected representative segments of high-performance roads, has been conducted in the period between 7th of July and 8th of August 2023. This means that the statistical sample collected during this research does not contain the empirical traffic flow parameter values representative for the spring, autumn and winter periods and therefore it is not possible to gain full and detailed insight into traffic flow seasonal characteristics from the collected empirical data. Due to this fact, in order to maximize the accuracy and precision of the results obtained by proposed fundamental probabilistic traffic flow model, in future research it is necessary to further validate and calibrate proposed model based on the additional statistical samples that need to be collected during spring, autumn and winter periods of the year.
- In this research, the following assumptions were used to determine the minimum statistical sample size that needs to be collected on each selected representative segment of high-performance roads in the Republic of Croatia: (1) The statistical population size (N) was determined based on the data on the total number of registered road motor vehicles in the Republic of Croatia (without tractors and trailers); (2) The margin of error (e) (confidence interval) was set to  $\pm 5\%$ ; (3) The population proportion (d) was set to 50%. By using these assumptions, it was ensured to obtain the conservative estimate of the required minimum sample size. By varying the values of the population size, the margin of error and the population proportion parameters, different requirements can be set regarding the number of empirical values of traffic flow parameters that need to be collected for the purpose of model development and validation. Therefore, the results obtained in this research may vary to a certain extent if significant changes are made to the assumptions relevant for determining the minimum size of representative statistical sample.
- This research has not considered that the proportion of autonomous vehicles in traffic stream will increase in the future periods. Due to the fact that fundamental probabilistic traffic flow model for high-performance roads in the Republic of Croatia is developed based on the statistical sample which does not contain the empirical traffic flow parameter values for autonomous vehicles, obtained fundamental probabilistic "speed-density" and "flow-density" models cannot be directly applied for describing the stochastic characteristics of heterogeneous traffic flow composed of different percentages of autonomous and conventional vehicles. Changes in the proportions of conventional and autonomous vehicles in traffic stream can significantly alter the interactions between individual vehicles in the traffic flow, as well as the shapes of empirical distributions of all traffic flow parameters in different traffic flow regimes. It is expected that these

changes will be especially pronounced during the adaptation period in which the drivers of conventional vehicles will get used to the presence of autonomous vehicles in traffic stream.

Based on the obtained results, derived conclusions and defined limitations of performed research, the following suggestions and guidelines for future research are proposed:

- The future research should examine the possibilities of using the unmanned aerial vehicles for simultaneous collection of data on the values of relevant traffic flow parameters on the larger number of observed road network segments, as well as the possibilities of implementing more advanced computer vision systems for automatic detection and tracking vehicle movements in traffic stream, which would enable the extraction of data related to individual vehicle trajectories and automatic analysis of empirical values of relevant traffic flow parameters.
- In the future research, it is also important to investigate the possibilities of utilizing the advanced data mining techniques for the purpose of clustering and calibrating collected data on traffic flow, as well as for the automatic identification of different operating conditions in traffic flow. Furthermore, the possibilities of combined use of data collected via mobile devices, GPS system and different types of detectors for the purpose of automatic construction of the optimal form of fundamental traffic flow diagram should be examined.
- To ensure that developed fundamental probabilistic traffic flow model will be applicable for describing the stochastic characteristics of mixed traffic flows composed of different proportions of conventional and autonomous vehicles, in future research it is necessary to calibrate the model based on additional samples of empirical traffic flow parameter values collected in traffic flows with different ratios of conventional and autonomous vehicles.

**Keywords:** Traffic flow theory, fundamental traffic diagram, probabilistic modeling, stochastic traffic flow model, cross-validation.

# SADRŽAJ

<b>INFORMACIJE O MENTORU .....</b>	<b>IV</b>
<b>ZAHVALA .....</b>	<b>II</b>
<b>PREDGOVOR.....</b>	<b>I</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>III</b>
<b>EXTENDED SUMMARY .....</b>	<b>III</b>
<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1. Problem i predmet istraživanja .....	3
1.2. Svrha i cilj istraživanja.....	5
1.3. Pregled dosadašnjih istraživanja .....	11
1.4. Metode i faze istraživanja .....	21
1.5. Kompozicija rada .....	27
<b>2. METODOLOGIJA PRIPREME I PROVEDBE SNIMANJA PROMETNIH TOKOVA NA REPREZENTATIVNIM SEGMENTIMA MREŽE CESTA VISOKOG UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ.....</b>	<b>32</b>
2.1. Osnovne karakteristike promatrane cestovne mreže.....	34
2.2. Metodologija odabira reprezentativnih segmenata cestovne mreže .....	38
2.3. Metodologija određivanja minimalnoga reprezentativnog statističkog uzorka.....	58
2.4. Metodologija snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima promatrane cestovne mreže.....	60
2.5. Prostorni i vremenski obuhvat istraživanja.....	64
<b>3. METODOLOGIJA OBRADJE I ANALIZE VIDEOZAPISA SNIMLJENIH BESPOSADNOM LETJELICOM NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ .....</b>	<b>81</b>
3.1. Metodologija pripreme, pregleda i obrade zračnih videozapisa .....	82
3.2. Metodologija proračuna empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka na temelju podataka dobivenih obradom zračnih videozapisa.....	95
<b>4. REZULTATI DESKRIPTIVNE STATISTIČKE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA .....</b>	<b>100</b>

4.1. Metodologija provedbe deskriptivne statističke analize .....	101
4.2. Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku .....	108
4.3. Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti protoka vozila.....	117
4.4. Rezultati komparativne analize vrijednosti parametara deskriptivne statistike utvrđenih za promatrane parametre prometnog toka.....	127
<b>5. REZULTATI KORELACIJSKE I REGRESIJSKE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA .....</b>	<b>136</b>
5.1. Primijenjene metode korelacijske i regresijske analize .....	137
5.2. Rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka .....	138
5.3. Rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka .....	155
5.4. Komparativna analiza specifičnih oblika odabranog modela regresije prikladnih za opis relacija između parametara prometnog toka na autocestama i brzim cestama .....	168
<b>6. REZULTATI INFERENCIJALNE I VJEROJATNOSNE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA .....</b>	<b>172</b>
6.1. Metodologija analize i modeliranja stohastičkih karakteristika prometnog toka .....	173
6.2. Rezultati prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku.....	180
6.3. Rezultati prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti protoka vozila u prometnom toku.....	203
<b>7. FORMULACIJA TEMELJNOGA VJEROJATNOSNOG MODELA PROMETNOGA TOKA ZA CESTE VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ .....</b>	<b>219</b>
7.1. Matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela brzina-gustoća .....	225
7.2. Matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela protok-gustoća.....	234
<b>8. VALIDACIJA PREDLOŽENOG TEMELJNOG VJEROJATNOSNOG MODELA PROMETNOGA TOKA ZA CESTE VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ .....</b>	<b>237</b>
8.1. Rezultati unakrsne validacije predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela .....	240

8.2. Rezultati komparativne analize predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka i odabranih temeljnih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi.....	259
<b>9. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA .....</b>	<b>273</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>282</b>
<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>290</b>
<b>POPIS GRAFIKONA .....</b>	<b>291</b>
<b>POPIS TABLICA .....</b>	<b>304</b>
<b>POPIS AKRONIMA I KRATICA.....</b>	<b>309</b>
<b>POPIS KORIŠTENIH SIMBOLA .....</b>	<b>311</b>
<b>PRILOZI.....</b>	<b>316</b>
PRILOG A. DETALJAN DIJAGRAM TOKA FAZA ISTRAŽIVANJA.....	317
PRILOG B. PREGLEDNI PRIMJERI FOTODOKUMENTACIJE PRIKUPLJENE TERENSKIM ISTRAŽIVANJEM NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA S GRAFIČKIM PRIKAZIMA OSNOVNIH REZULTATA REGRESIJSKE ANALIZE .....	318
<b>ŽIVOTOPIS.....</b>	<b>327</b>
<b>POPIS JAVNO OBJAVLJENIH RADOVA .....</b>	<b>328</b>

## 1. UVOD

Prometni tok<sup>1</sup> nastaje istovremenim kretanjem većeg broja vozila po prometnici, pri čemu se između pojedinih vozila pojavljuju različite vrste interakcija. Vozila se u prometnom toku mogu kretati slobodno kad se nalaze na većem međusobnom razmaku, u koloni<sup>2</sup> ili u različitim skupinama vozila koje nailaze u neredovitim vremenskim razmacima. Osnovna razlika u uvjetima kretanja vozila u prometnim tokovima u odnosu na uvjete kretanja pojedinačnih vozila nalazi se u tome što u prometnom toku na kretanje vozila djeluje i međusobna interakcija vozila. Osnovne karakteristike prometnog toka mogu se analizirati promatranjem matematičkih relacija između osnovnih parametra prometnog toka<sup>3</sup>. Pritom se analitičke veze između parametara prometnog toka mogu promatrati s tri različite razine: mikroskopske, mezoskopske i makroskopske.

Makroskopska razina promatranja prometnog toka podrazumijeva promatranje prometnog toka u njegovu agregatnom obliku, uz primjenu odgovarajućih analogija preuzetih iz teorije dinamike fluida, pri čemu se zanemaruju karakteristike individualnih vozila u prometnom toku i njihove međusobne interakcije, a promatraju analitičke veze između prosječnih vrijednosti makroskopskih parametara prometnog toka (protoka, brzine i gustoće). S druge strane, pri mikroskopskoj razini promatranja prometnog toka promatraju se zakonitosti u kretanju individualnih vozila, pri čemu se njihove međusobne interakcije opisuju na temelju matematičkih relacija između intervala slijeda, razmaka slijeda i brzina pojedinačnih vozila u prometnom toku. Kod mezoskopske razine promatranja prometnog toka, promatrane cestovne prometnice dijele se na veći broj segmenata za koje se izračunavaju i vremenski ažuriraju

---

1 Prometni tok predstavlja skup vozila u prolazu (protjecanju) nekom prometnicom, bilo u koloni, bilo u različitim skupinama (koje nailaze u neredovitim vremenskim razmacima). Ovaj tok ili prometno strujanje može imati različite brzine, ali uvijek u rasponu nekih vrijednosti, koje ovise o raznim uvjetima i utjecajima, kao što su geometrijski elementi ceste, gustoće toka, stanja kolnika, vidljivosti, razine smetnje u samom strujanju i na raskrižjima i tome slično. U praksi se susreće i ova definicija prometnog toka: to je broj vozila ili osoba koje prolaze specifični presjek na prometnici u jedinici vremena u jednom smjeru ili u oba smjera.

<sup>2</sup> Kolona je niz od najmanje tri vozila, osim bicikla, traktora, radnog stroja i zaprežnog vozila, koja su zaustavljena na cesti ili se kreću istom prometnom trakom u istom smjeru, pri čemu su brzina kretanja vozila i postupei vozača međusobno uvjetovani i između kojih ne može bez ometanja ući drugo vozilo. Kolona nastaje kad su vozila primorana putovati u skupini na cesti u jednom smjeru jer nema povoljne prilike za pretjecanje sporijih vozila.

<sup>3</sup> Pod osnovnim parametrima ili veličinama prometnog toka podrazumijevaju se najznačajniji kvantitativni pokazatelji toka pomoću kojih se mogu analitički opisati zakonitosti koje vladaju u prometnom toku pri istovremenom kretanju više vozila na promatranom odsjeku ceste. Osnovni makroskopski parametri prometnog toka su: brzina, protok i gustoća, dok se u osnovne mikroskopske parametre prometnog toka ubrajaju vremenski interval slijeđenja i razmak slijeđenja vozila. Vrijeme putovanja i jedinično vrijeme putovanja izvedene su veličine prometnog toka.

agregatne vrijednosti brzine, protoka i gustoće prometnog toka. Svaka razina promatranja prometnog toka ima svoje komparativne prednosti i nedostatke.

Od samih začetaka Teorije prometnog toka kao znanstvene discipline<sup>4</sup> do danas, istraživači su u pokušaju pronalaska što preciznijeg opisa izrazito kompleksnih prostorno-vremenskih karakteristika realnoga prometnog toka i matematičkih relacija između empirijskih vrijednosti makroskopskih i mikroskopskih parametara prometnog toka, predlagali primjenu velikog broja različitih modela prometnog toka. Klasifikacija dosad razvijenih modela prometnog toka može se provesti na temelju većeg broja kriterija, odnosno prema razini promatranja prometnih tokova na mikroskopske, mezoskopske i makroskopske modele, prema načinu reprezentacije vrijednosti prometnih parametara na determinističke i stohastičke modele, zatim prema vrsti ulaznih/izlaznih varijabli i funkcijskih relacija modela na kontinuirane i diskretne modele, prema tipu jednadžbi modela na modele temeljene na primjeni diskretnih jednadžbi ili kontinuiranih (parcijalnih) diferencijalnih jednadžbi te prema broju promatranih režima ili faza prometnog toka na jednorežimne, dvorežimne i višerežimne modele prometnog toka.

Deterministički modeli prometnog toka prikladni su za opis odnosa između prosječnih vrijednosti gustoće kao neovisne varijable te brzine i protoka kao ovisnih varijabli. Međutim, u realnim uvjetima prometnog toka učestalo se javljaju utjecaji različitih slučajnih čimbenika zbog kojih u prometnom toku učestalo nastaju prostorno-vremenske fluktuacije u vrijednostima svih parametara prometnog toka. U svrhu modeliranja<sup>5</sup> kompleksnoga stohastičkog karaktera realnoga prometnog toka, potrebno je primijeniti stohastičke modele prometnog toka kojima se mogu opisati vjerojatnosti pojave određenih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka unutar definiranih intervalnih područja oko definirane regresijske funkcije modela. Primjenom

---

<sup>4</sup> Teorija prometnog toka (engl. *Traffic Flow Theory*) znanstvena je disciplina koja se bavi proučavanjem uvjeta odvijanja prometa na cestama. Temeljni zadatci teorije prometnog toka su: istraživanje i definiranje osnovnih veličina prikladnih za opisivanje prometnih tokova, istraživanje značajki osnovnih veličina prometnog toka pomoću kojih se opisuju prometni tokovi i uvjeti koji vladaju u prometu na cestovnoj mreži, istraživanje odnosa osnovnih veličina prometnog toka i razvijanje odgovarajućih modela kao osnove za analizu uvjeta odvijanja prometa i upravljanja prometnim tokovima na cestovnoj mreži i istraživanje podobnih teorijskih modela za odgovarajuće opisivanje uvjeta odvijanja prometa, kako bi se u procesu planiranja mreže prometnica mogle simulirati promjene uvjeta odvijanja prometa na mreži izazvane promjenama karakteristika prometnih tokova i promjenama tehničko-eksploatacijskih karakteristika cesta.

<sup>5</sup> Pod modeliranjem ili simuliranjem prometnih tokova podrazumijeva se eksperimentalno prikazivanje realnoga prometnog sustava pomoću umjetnog modela. To je oponašanje nekog procesa (npr. kretanja vozila) na prometnoj mreži određenog prostora i u određeno vrijeme (dan, sat), računalnim programom. Simuliranje prometnih tokova na mreži prometnica često se primjenjuje za rješavanje različitih prometno-tehničkih, prostornih i planerskih pitanja.

odgovarajućih funkcija gustoće vjerojatnosti moguće je proširiti determinističke modele „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ u vjerojatnosni (probabilistički) oblik modela prometnog toka koji omogućava generiranje više različitih slučajnih vrijednosti brzine i protoka vozila uz istu zadanu vrijednost gustoće prometnog toka.

Unatoč činjenici da su tijekom prethodnih desetljeća mnogobrojni istraživači pokušavali što preciznije opisati i grafički prikazati matematičke relacije između tri osnovna parametra prometnog toka, na temelju velikog broja različitih modela prometnog toka<sup>6</sup>, optimalna generička formulacija temeljnih dijagrama<sup>7</sup> „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „brzina-protok“ još uvijek nije pronađena.

## 1.1. Problem i predmet istraživanja

Problem ovog istraživanja proizlazi iz činjenice da je u Republici Hrvatskoj dosad provedeno vrlo malo istraživanja u sklopu kojih je razmatrana problematika razvoja determinističkih oblika fundamentalnog dijagrama prometa na temelju kojih bi se omogućilo preciznije opisivanje odnosa između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka na različitim kategorijama cestovnih prometnica [1], [2] te nijedno istraživanje u kojem se specifično razmatrala mogućnost razvoja stohastičkih oblika fundamentalnog dijagrama pomoću kojih bi se mogle opisati slučajne varijabilnosti koje se javljaju u vrijednostima parametara prometnog toka u uvjetima realnoga prometnog toka.

Velik broj prometnih inženjera, prometno-prostornih planera i ostalih prometnih stručnjaka i istraživača u Republici Hrvatskoj još se uvijek primarno oslanja na saznanja, metodološke postupke i determinističke modele prometnog toka<sup>8</sup> preuzete iz strane literature i

---

6 Općenito, model je pojednostavljena reprezentacija stvarnog sustava ili dijela stvarnosti, a mogu se upotrebljavati opisi raznih prirodnih, društvenih, fizičkih, tehničkih pojava itd. U užem smislu, matematički modeli su pojednostavljeni prikazi pojava ili odnosa između dviju ili više varijabli na temelju odgovarajućih matematičkih jednadžbi. U još užem smislu, modeli prometnog toka su matematički modeli na temelju kojih se, na pojednostavljen način, opisuju relacije između vrijednosti parametara prometnog toka, a u prvom se redu primjenjuju za analizu karakteristika realnoga prometnog toka, utvrđivanje propusne moći i razine usluge postojećih prometnica i raskrižja te dimenzioniranje elemenata planirane cestovne mreže.

7 Temeljni dijagram prometnog toka grafički pokazuje odnose između vrijednosti srednje prostorne brzine prometnog toka, gustoće prometnog toka, protoka vozila i intervala slijeđenja vozila.

8 Deterministički modeli prometnog toka opisuju matematičke relacije između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka. Kod determinističkih modela se uz istu zadanu vrijednost neovisne varijable uvijek dobivaju iste vrijednosti ovisne varijable. Deterministički modeli zanemaruju činjenicu da vrijednosti svih parametara prometnog toka variraju u prostoru i vremenu.



to u prvom redu iz različitih izdanja HCM<sup>9</sup> priručnika (engl. *HCM – Highway Capacity Manual*) [3], [4], [5] i HBS (njem. *HBS – Handbuch für die Bemessung von Strassenverkehrsanlagen*)<sup>10</sup> priručnika. Pritom se modeli fundamentalnog dijagrama prometa razvijeni u drugim državama najčešće direktno primjenjuju radi provođenja različitih prometno-tehničkih, prostorno-planskih analiza i dimenzioniranja projektno-oblikovnih elemenata cestovnih prometnica i raskrižja ili se ti isti modeli pokušavaju kalibrirati kako bi se prilagodili prevladavajućim uvjetima u cestovnom prometu na području Republike Hrvatske.

Na temelju navedenog problema istraživanja definiran je predmet istraživanja. Predmet ovog istraživanja podrazumijeva razvoj i validaciju novih stohastičkih<sup>11</sup> oblika temeljnog dijagrama prometnog toka, specifično prilagođenih uvjetima prometnog sustava Republike Hrvatske, pomoću kojih je, u usporedbi s ostalim determinističkim i stohastičkim modelima<sup>12</sup> temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi, moguće točnije i preciznije opisati matematičke relacije između empirijskih vrijednosti osnovnih parametara prometnog toka u realnome prometnom toku na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Pritom je, radi stohastičkih karakteristika realnoga prometnog toka na prometnicama visokog učinka, najprije potrebno provesti korelacijsku i regresijsku analizu između vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable te brzine prometnog toka i protoka vozila kao ovisnih varijabli kako bi se utvrdile optimalne funkcije regresije na temelju kojih se mogu opisati relacije između srednjih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka te zatim inferencijalnu i vjerojatnosnu analizu empirijskih razdioba vrijednosti tih parametara s kojom je potrebno odabrati optimalne teorijske funkcije gustoće vjerojatnosti na temelju kojih se mogu

---

<sup>9</sup> HCM je američki priručnik za analizu propusne moći cesta. Prvo izdanje priručnika objavljeno je 1950. godine, a do danas je izdano sedam izdanja ovog priručnika. U HCM priručniku koji je poznat i kao „Sveto pismo“ prometnih inženjera, opisuju se postupci analize teorijske i praktične propusne moći (kapaciteta) i razina usluge različitih dijelova cestovne mreže, uključujući dionice cesta i autocesta, zone preplitanja, rampe, semaforizirana i nesemaforizirana raskrižja i dr. U hrvatskom Pravilniku o osnovnim uvjetima kojima javne ceste i njihovi elementi moraju udovoljavati sa stajališta sigurnosti prometa navedeno je da je proračun propusne moći ceste potrebno u pravilu provesti prema HCM priručniku.

<sup>10</sup> HBS je njemački priručnik za dimenzioniranje cestovno-prometnih objekata. Predstavlja pandan HCM priručniku. HBS priručnik je za naše prilike primjereniji nego HCM jer je koncipiran na rezultatima istraživanja europskog prometa i uvjeta.

<sup>11</sup> Termin „stohastički“ odnosi se na slučajne procese koji se u realnome prometnom toku odvijaju po određenim zakonima vjerojatnosti. Teorija stohastičkih procesa može se smatrati i dijelom teorije vjerojatnosti povezane s praktičnim primjenama (npr. opis broja prolazaka vozila kroz promatrani presjek ceste u slučajevima kad vozila nailaze u slučajnim vremenskim razmacima).

<sup>12</sup> Stohastički modeli prometnog toka opisuju relacije između vrijednosti parametara prometnog toka na temelju primjene metoda teorije vjerojatnosti i matematičke statistike. Pojave slučajnih fluktuacija u vrijednostima parametara prometnog toka pritom su opisane na temelju slučajnih varijabli.

opisati slučajne oscilacije u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka oko njihovih srednjih vrijednosti definiranih funkcijama regresije.

## 1.2. Svrha i cilj istraživanja

Konvencionalni deterministički makroskopski modeli prometnog toka opisuju matematičke relacije između protoka, brzine i gustoće prometnog toka na temelju funkcija dobivenih regresijskom analizom između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, koje su u većini slučajeva automatski izmjerene induktivnom petljom i/ili izračunane na temelju obrade i pregleda videozapisa snimljenih na karakterističnim segmentima promatrane cestovne mreže u reprezentativnim vršnim i izvanvršnim satima prometnog opterećenja. Regresijske funkcije koje se upotrebljavaju u tradicionalnim modelima „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „brzina-protok“ opisuju odnos između prosječnih vrijednosti protoka vozila, brzine i gustoće prometnog toka te se stoga ne mogu primijeniti za precizno opisivanje uvjeta u realnome prometnom toku koji po svojoj prirodi ima izrazit stohastički karakter. Budući da je realni prometni tok sastavljen od različitih tipova vozila koja se razlikuju po svojim vozno-dinamičkim karakteristikama te kojima upravljaju vozači različitih bihevioralnih karakteristika na cestama različitih projektno-oblikovnih i infrastrukturnih karakteristika te različitih značajki cestovne okoline pri različitim vremenskim uvjetima, determinističke funkcije koje se primjenjuju u konvencionalnim modelima prometnog toka ne mogu se učinkovito primijeniti za opis prostorno-vremenskih fluktuacija koje se u realnome prometnom toku pojavljuju u svim parametrima prometnog toka. Slijedom toga, radi preciznijeg opisa stohastičkog karaktera realnoga prometnog toka, regresijske funkcije koje se u determinističkim modelima prometnog toka primjenjuju za opis relacija između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka, potrebno je proširiti uvođenjem odgovarajućih funkcija slučajne varijable<sup>13</sup> na temelju kojih je moguće opisati oscilacije koje se javljaju u vrijednostima parametara prometnog toka oko njihovih aritmetičkih sredina u različitim uvjetima prometnog toka.

Uzevši u obzir činjenicu da se realni prometni tok sastoji od različitih tipova vozila kojima upravljaju vozači različitih bihevioralnih karakteristika na cestovnim segmentima s

---

<sup>13</sup> Slučajne varijable su funkcije definirane na vjerojatnosnom prostoru  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  koje preslikavaju vrijednosti iz skupa svih mogućih ishoda  $(\Omega)$  u skup realnih brojeva  $(\mathbb{R})(X : \Omega \rightarrow \mathbb{R})$ . Slučajne se varijable, s obzirom na njihovu sliku  $R(X)$  mogu podijeliti na diskretne i neprekinute (kontinuirane). Diskretne slučajne varijable sadrže prebrojiv skup vrijednosti koje mogu poprimiti. S druge strane, skup svih mogućih vrijednosti kontinuiranih slučajnih varijabli ne može se prebrojiti.

različitim projektno-oblikovnim i infrastrukturnim karakteristikama te različitim značajkama cestovne okoline, jasno je da se intenziteti, smjerovi i vrste interakcija između individualnih vozila u prometnom toku također neprestano mijenjaju, pri čemu empirijske vrijednosti parametara prometnog toka fluktuiraju oko njihovih aritmetičkih sredina. Iz toga proizlazi da se modeli determinističkoga temeljnog dijagrama prometnog toka ne mogu primijeniti radi preciznog modeliranja karakteristika prometnog toka prisutnih u realnim uvjetima prometa, budući da se njima promatraju isključivo matematičke relacije između vrijednosti aritmetičkih sredina parametara prometnog toka, ne uzimajući pritom u obzir njihov vjerojatnosni karakter. Drugim riječima, deterministički modeli prometnog toka temelje se na pretpostavci postojanja idealnih teorijskih ravnotežnih uvjeta u prometnom toku koji se ne mogu ostvariti u stvarnome prometnom sustavu, budući da se u realnome prometnom toku učestalo pojavljuju slučajne varijacije u vrijednostima svih parametara prometnog toka. Prilikom prikupljanja statističkog uzorka, odnosno mjerenja vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, pojedinačne izmjerene vrijednosti tih parametara uvijek će, u manjoj ili većoj mjeri, odstupati od teorijskih vrijednosti njihovih aritmetičkih sredina, bez obzira na lokaciju i vrijeme prikupljanja uzorka. Stoga se može zaključiti da realne prometne tokove karakteriziraju nestabilni uvjeti u kojima se pojavljuju složene varijacije u vrijednostima svih parametara prometnog toka koje se mogu matematički precizno opisati na temelju modela prometnog toka razvijenih na temelju metoda deskriptivne i inferencijalne statističke analize, matematičke teorije vjerojatnosti i statističke fizike te na temelju modela koji omogućavaju automatsko prepoznavanje i grupiranje stohastičkih uzoraka na temelju neizrazite (engl. *fuzzy*) logike i primjene umjetnih neuronskih mreža (engl. *ANN – Artificial Neural Networks*).

Složene stohastičke matematičke relacije između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka u realnim, odnosno nestabilnim uvjetima prometnog toka mogu se opisati na temelju stohastičkih oblika temeljnog dijagrama prometnog toka, koji se mogu kreirati na temelju proširenja bazalne determinističke funkcije temeljnog dijagrama primjenom dodatnih stohastičkih parametara, kojima je moguće precizno opisati varijabilnost i nesigurnost promatranih parametara prometnog toka. Pritom je primarni element jednadžbi temeljnih dijagrama „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „brzina-protok“ moguće utvrditi korelacijskom i regresijskom analizom empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku, dok je s druge strane radi determinacije sekundarnoga stohastičkog elementa navedenih jednadžbi potrebno primijeniti odgovarajuće metode deskriptivne i inferencijalne statistike kako bi se identificirale karakteristike empirijskih

distribucija parametara prometnog toka te vrijednosti relevantnih apsolutnih i relativnih mjera raspršenja izmjerenih vrijednosti parametara prometnog toka oko njihovih ravnotežnih srednjih vrijednosti.

Stohastički karakter realnoga prometnog toka jasno je vidljiv na empirijskim dijagramima „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „brzina-protok“, na kojima je prisutno značajno raspršenje empirijskih vrijednosti promatranih parova prometnog toka, osobito ako se promatraju vrijednosti protoka, brzine i gustoće u malim vremenskim intervalima. Jačina i učestalost pojave oscilacija u vrijednostima parametara prometnog toka na prometnicama visokog učinka ovise o mnogobrojnim različitim utjecajnim čimbenicima, koji u prvome redu uključuju:

- Značajke prometnog toka uključujući u prvom redu prevladavajući režim prometnog toka (slobodan, normalan, nestabilan, zasićen i zagašen prometni tok), vrstu prometnog toka (kontinuirani, djelomično ometani i povremeno prekinuti prometni tok), strukturu prometnog toka (udio osobnih automobila, motocikala, teških teretnih vozila i ostalih vrsta vozila u prometnom toku), prostornu i vremensku neravnomjernost prometnog toka (5-minutnu, 15-minutnu, satnu, tjednu, mjesečnu i godišnju neravnomjernost prometnog toka), regulaciju prometnih tokova u cestovnoj mreži te karakteristike prometnog toka poput fenomena histereze<sup>14</sup> u prometnom toku, šok-valova<sup>15</sup>;
- Projektno-oblikovne elemente prometnice poput broja i širine prometnih trakova, tipa razdjelnog pojasa, širine bankina ceste, tipova oznaka na kolniku, tipova raskrižja, poprečnog i uzdužnog nagiba ceste, horizontalne zakrivljenosti trase ceste i vertikalne zakrivljenosti nivelete ceste (radijusa horizontalnih i vertikalnih zavoja);
- Karakteristike i postojeće stanje relevantnih elemenata cestovne infrastrukture poput stanja kolnika, otpornosti kolnika ceste na klizanje te prisutnosti različitih tipova zaštitnih odbojnih ograda uz cestu;
- Vremenske uvjete (prisutnost i jačinu padalina, vjetera i magle) koji mogu utjecati na promjene u značajkama prometnog toka i vrijednostima parametara prometnog toka;

---

<sup>14</sup> Fenomen histereze u prometnom toku pojava je koja nastaje kao posljedica različitih vremena reakcije vozača tijekom faza ubrzanja i usporjenja prometnog toka, a očituje se u različitim razmacima između vozila te različitostima u matematičkim relacijama između parametara brzine i gustoće koje se javljaju prilikom nailaska vozila na kolonu te prilikom izlaska tih vozila iz kolone.

<sup>15</sup> Pod šok-valom ili udarnim valom podrazumijeva se poremećaj izazvan promjenama uvjeta vožnje. U slučajevima kad se duž ceste pojavljuju skokovite promjene u osnovnim veličinama prometnog toka, bilo zbog povećanja protoka vozila na određenoj dionici ceste ili zbog pojave uskog grla na cesti, dolazi do pojave šok-vala.

- Prisutnost različitih vrsta incidentnih situacija u prometnom toku, uključujući nastanak prometnih nesreća, prisutnost radova na cesti i sl.

Svi ti utjecajni čimbenici u manjoj ili većoj mjeri zajednički doprinose nastanku kompleksnih prostorno-vremenskih fluktuacija u vrijednostima svih parametara prometnog toka koje se ne mogu utvrditi samo na temelju promatranja matematičkih relacija između njihovih prosječnih vrijednosti. Kako bi se matematički izrazio stohastički karakter realnoga prometnog toka, neophodno je provesti detaljnu deskriptivnu i inferencijalnu statističku analizu izmjerenih vrijednosti parametara prometnog toka, na temelju kojih je moguće utvrditi empirijske razdiobe vjerojatnosti pojave pojedinih intervala vrijednosti protoka vozila, brzine i gustoće prometnog toka. Dobivene empirijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka zatim je potrebno usporediti s odabranim teorijskim razdiobama vjerojatnosti radi identifikacije najprikladnijih oblika funkcija gustoće vjerojatnosti koje se mogu učinkovito primijeniti za simulaciju stohastičkih karakteristika realnoga prometnog toka na prometnicama visokog učinka.

Svrha ovoga istraživanja primarno se ogleda u razvoju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka koji će, u usporedbi s modelima prometnog toka definiranim u stranoj literaturi, omogućiti točniji i precizniji opis stohastičkih karakteristika realnoga prometnog toka na prometnicama visokog učinka u Republici Hrvatskoj te koji će prometni inženjeri, prostorno-prometni planeri, kao i ostali prometni stručnjaci i istraživači u Republici Hrvatskoj moći upotrebljavati prilikom izrade različitih prometnih studija, projekata, prometno-tehničkih elaborata i revizija cestovne sigurnosti. Osim toga, svrha ovog istraživanja proizlazi i iz potrebe za postavljanjem konceptualnog okvira za daljnji razvoj stohastičkih mikroskopskih i makroskopskih modela prometnog toka, specifično prilagođenih za opisivanje stohastičkih karakteristika realnih prometnih tokova<sup>16</sup> na ostalim kategorijama prometnica u Republici Hrvatskoj.

Slijedom toga, cilj je ovoga istraživanja razviti temeljni vjerojatnosni model prometnog toka prikladan za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

---

<sup>16</sup> Realni prometni tok najčešće pripada skupini složenih prometnih tokova. Struktura realnoga prometnog toka je heterogena, odnosno sastavljena od većeg broja različitih tipova vozila (osobnih automobila, motocikala, lakih i teških teretnih vozila, autobusa), različitih vožno-dinamičkih karakteristika kojima upravljaju vozači različitih bihevioralnih karakteristika. Na karakteristike realnoga prometnog toka utječu i projektno-oblikovni elementi cesta, karakteristike prometne infrastrukture, značajke cestovne okoline te prevladavajući vremenski uvjeti.

Važnost razvoja i validacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za prometnice visokog učinka u Republici Hrvatskoj u prvome redu proizlazi iz ovih činjenica:

- Temeljni vjerojatnosni model prometnog toka može se primijeniti za simulaciju slučajnih prostorno-vremenskih fluktuacija u vrijednostima osnovnih parametara prometnog toka koje se pojavljuju u realnome prometnom toku na cestama visokog učinka. Budući da se s temeljnim vjerojatnosnim dijagramom prometnog toka uzima u obzir stohastički karakter realnoga prometnog toka, njegovom primjenom moguće je znatno preciznije opisati matematičke relacije između vrijednosti brzine i gustoće te protoka vozila i gustoće u različitim režimima realnoga prometnog toka, nego što je to moguće kod primjene konvencionalnih determinističkih temeljnih dijagrama prometnog toka s kojima se promatraju isključivo relacije između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka.
- Temeljni vjerojatnosni model prometnog toka omogućava izračun relevantnih percentilnih vrijednosti brzina vozila u različitim režimima prometnog toka. Primjenom temeljnoga vjerojatnosnog dijagrama „brzina-gustoća“, moguće je odrediti vrijednosti medijalne i 85-percentilne operativne brzine vozila u prometnom toku te odrediti vjerojatnosti nailaska vozila koja se kreću brzinama manjim ili većim od definiranih graničnih vrijednosti, kao i vjerojatnost pojave vozila koja se kreću brzinama unutar definiranih intervala dopuštenih vrijednosti brzine.
- Primjenom temeljnoga vjerojatnosnog dijagrama „protok-gustoća“ moguće je odrediti vjerojatnost pojave različitih intervalnih vrijednosti protoka vozila na promatranim cestama visokog učinka, kao i vjerojatnost prekoračenja zadanih dopuštenih graničnih vrijednosti protoka vozila u različitim režimima prometnog toka. Iz toga proizlazi da se primjenom stohastičkog oblika temeljnog dijagrama prometnog toka može utvrditi vjerojatnost pojave pojedinih razina usluge<sup>17</sup> te vjerojatnost nastanka zagušenja u različitim režimima realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka.
- Važnost formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka kojim bi se omogućio sveobuhvatan, precizan, pouzdan i jednostavan teorijski opis relacija između vrijednosti osnovnih parametara prometnog toka u različitim prostorno-vremenskim uvjetima realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj, prvenstveno proizlazi iz potencijalne mogućnosti njegove široke primjene. Modeli prometnog toka nesumnjivo predstavljaju jedan od osnovnih matematičkih alata koji istraživači i prometni inženjeri

---

<sup>17</sup> Razina usluge (engl. *LOS – Level Of Service*) je kvalitativna mjera koja označava različite kombinacije uvjeta vožnje koje se mogu pojaviti na određenoj prometnoj traci ili cesti kad prima različite količine prometa. Razinom usluge uzimaju se u obzir brzina, vrijeme putovanja, prekidi u prometnom toku, sloboda manevriranja, sigurnost, udobnost i pogodnost vožnje te eksploatacijski troškovi. Postoji ukupno šest razina usluge (A, B, C, D, E i F), pri čemu je A najviša, a F najniža razina usluge.

upotrebljavaju u svim fazama prometno-prostornog planiranja, idejnog projektiranja, izgradnje i rekonstrukcije elemenata cestovne mreže, u sklopu provođenja svih faza procesa revizija cestovne sigurnosti te procesa upravljanja i održavanja cestovne infrastrukture. Iz toga slijedi da bi se razvojem i validacijom temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka, specifično prilagođenog uvjetima tuzemnoga prometnog sustava, dobio vrijedan matematički alat koji prometni inženjeri, prostorno-prometni planeri, kao i ostali prometni stručnjaci i istraživači u Republici Hrvatskoj mogu upotrebljavati prilikom izrade različitih prometnih studija, projekata, prometno-tehničkih elaborata i revizija cestovne sigurnosti.

- Razvojem i validacijom temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj uspostavili bi se temelji za nadogradnju postojećih i razvoj novih softverskih rješenja za simulaciju prometnih tokova, specifično prilagođenih uvjetima tuzemnoga cestovnog prometnog sustava.

Glavna hipoteza istraživanja glasi:

- Na temelju uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka prikupljenog na reprezentativnim dionicama autocesta i brzih cesta moguće je razviti vjerojatnosne modele „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, prikladne za opis ponašanja realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Uz glavnu hipotezu istraživanja postavljene su i dvije pomoćne hipoteze istraživanja:

- Primjenom faktora prilagodbe ovisnog o tipu prometnice i gustoći prometnog toka, moguće je utvrditi najprikladnije oblike statističkih razdioba gustoće vjerojatnosti<sup>18</sup> za opis varijabilnosti protoka i brzine u različitim režimima prometnog toka.
- Vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ omogućit će točniji i precizniji opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka na promatranim prometnicama od modela definiranih u stranoj literaturi.

---

<sup>18</sup> Razdioba gustoće vjerojatnosti, koja je poznata i pod nazivima „funkcija gustoće vjerojatnosti“, „funkcija raspodjele vjerojatnosti“, „funkcija distribucije vjerojatnosti“ ili samo „distribucija vjerojatnosti“, funkcija je koja opisuje raspodjelu vjerojatnosti na skupu svih mogućih vrijednosti slučajne varijable  $X$ . Funkcija gustoće vjerojatnosti  $f(x)$  pridružuje vjerojatnosti svakoj mogućoj vrijednosti slučajne varijable, a rabi se za izračunavanje vjerojatnosti pojave određene vrijednosti ili intervala vrijednosti promatrane slučajne varijable. Svaka funkcija gustoće vjerojatnosti mora zadovoljavati uvjet nenegativnosti i uvjet normalizacije vjerojatnosti. Od teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti u primijenjenoj statistici najčešće se upotrebljavaju normalna (Gaussova), binomna, eksponencijalna i Poissonova razdioba.

Očekivani izvorni znanstveni doprinosi istraživanja proizlaze iz:

- Izrade i validacije vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.
- Odabira statističkih razdioba gustoće vjerojatnosti prikladnih za opis varijabilnosti brzine i protoka ovisno o tipu prometnice i različitim režimima prometnog toka.
- Mogućnosti točnijeg i preciznijeg opisivanja relacija između vrijednosti parametara prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

### 1.3. Pregled dosadašnjih istraživanja

U nastavku je dat komparativni pregled rezultata i zaključaka proizašlih iz dosadašnjih istraživanja u sklopu kojih je razmatrana problematika pronalaska odgovarajuće matematičke formulacije modela „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“, „brzina-protok“ i njihovih mikroskopskih relacija s vrijednostima intervala i razmaka slijeđenja vozila, odnosno problematika definiranja optimalnog oblika temeljnog dijagrama prometa, kao i mogućnosti njegove inkorporacije u različite oblike mikroskopskih, mezoskopskih i makroskopskih modela prometnog toka.

Prvi pokušaji matematičkog opisivanja zakonitosti prometnog toka potječu od Franka H. Knighta, koji je 1920. godine analizirao ekvilibrij između prometne ponude i potražnje [6]. Međutim, prvi temelji razvoja Teorije prometnih tokova postavljeni su 1933. godine, na temelju rezultata istraživanja koja je proveo Bruce D. Greenshields [7], [8], koji je dvije godine kasnije formulirao prvi model za opisivanje relacija između vrijednosti protoka, gustoće i brzine vozila u prometnom toku. Iako je već tijekom 1934. godine u publikaciji pod nazivom *A study Of Highway Capacity* predložio prvu fundamentalnu linearnu relaciju između razmaka slijeđenja vozila i brzine vozila [9], Greenshields je postao svjetski poznat na temelju fundamentalne linearne relacije „brzina-gustoća“ i parabolične relacije „protok-gustoća“ koje je predložio godinu dana kasnije, odnosno 1935. godine [10]. Rezultati Greenshieldsovih istraživanja ostvarila su značajan utjecaj na rad istraživača i prometnih inženjera diljem svijeta. Posljednjih 85 godina evolutivnog razvoja Teorije prometnog toka [11], [12], [13], [14], temeljenog na Greenshieldsovu fundamentalnom modelu rezultiralo je nastankom četiri osnovne kategorije modela prometnog toka. Modeli prometnog toka prema navedenim kategorijama klasificiraju



se u (1) fundamentalne modele, (2) mikroskopske modele, (3) mezoskopske modele i (4) makroskopske modele prometnog toka.

Ubrzo nakon formulacije prvog modela prometnog toka, slijedila su istraživanja kojima je utvrđeno da predloženi linearni oblik relacije „brzina-gustoća“ nema mogućnost precizne reprezentacije empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, izmjerenih u različitim uvjetima realnoga prometnog sustava. Navedeni nedostatak linearnog modela potaknuo je istraživače na pronalazak novih formulacija modela radi omogućavanja preciznijeg opisa relacija između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka. U proteklih 90 godina, istraživači su prvenstveno bili usmjereni na pronalaženje optimalnog modela prometnog toka kojim bi se omogućio precizan opis veza između vrijednosti fundamentalnih makroskopskih i mikroskopskih parametara prometnog toka [15], [16]. Odnos između vrijednosti makroskopskih parametara (protoka, gustoće i brzine vozila) i mikroskopskih parametara prometnog toka (intervala i razmaka slijeda između vozila) pritom je promatran na karakterističnim dijelovima cestovne mreže odnosno na prometnicama i raskrižjima različitih projektno-oblikovnih karakteristika (otvorene dionice ceste, raskrižja, tuneli i sl.), u različitim vremenskim periodima (izvanvršno i vršno prometno opterećenje) te u različitim vremenskim uvjetima i prevladavajućim uvjetima u prometnom toku.

Tijekom 50-ih godina prošlog stoljeća započinje prva faza ubrzanog razvoja modela prometnog toka, koja je primarno okarakterizirana razvojem većeg broja različitih determinističkih oblika temeljnog dijagrama prometa koji su primijenjeni u sklopu prvih makroskopskih modela temeljenih na primjeni koncepata fluidne analogije te mikroskopskih modela slijedenja vozila. Deterministički funkcionalni oblici pritom su primjenjivani za opis matematičkih relacija između prosječnih empirijskih vrijednosti osnovnih parametara prometnog toka. U tome je razdoblju Louis A. Pipes istraživao mogućnosti matematičkog opisa dinamičkih karakteristika vozila u prometnom toku te je na temelju rezultata provedenih istraživanja formulirao prvi oblik mikroskopskog modela prometnog toka [17]. Michael James Lighthill, Gerald Beresford Whitham i Paul Richards 1955. godine predstavljaju prototip suvremenih makroskopskih modela prometnog toka, danas poznat i pod nazivom LWR model. Taj se model temelji na fluidnoj analogiji, odnosno formuliran je na temelju postavki preuzetih iz kinematike valova [18], [19], [20]. Greenberg je 1959. godine predložio novi, logaritamski model brzina-gustoća, na temelju istraživanja karakteristika prometnog toka u tunelu Lincoln u New Yorku [21]. Iako je Greenbergov logaritamski model pružio precizniji opis empirijskih vrijednosti brzine i gustoće za slučajeve zasićenoga prometnog toka, isti model ne daje smislene

rezultate za prometni tok male gustoće, budući da srednja prostorna brzina prometnog toka, prema predloženoj logaritamskoj funkciji, teži beskonačno velikoj vrijednosti kad se gustoća približava nuli. Godine 1960. Underwood predlaže opis relacije brzina-gustoća na temelju eksponencijalne funkcije [22]. Za razliku od logaritamskog modela predloženog od strane Greenberga, Underwoodov eksponencijalni model postiže zadovoljavajuću razinu preciznosti u području prometnog toka male gustoće, međutim kod prometnih tokova u zagušenju model postaje praktički neupotrebljiv zbog činjenice da se srednja brzina prometnog toka prema odabranoj funkciji ne može smanjiti do nule.

U periodu od 60-ih do 70-ih godina prošloga stoljeća pojavljuju se i prvi dvorežimni modeli prometnog toka, koji pretpostavljaju primjenu više različitih matematičkih funkcija za opis odnosa između parametara protoka, gustoće i brzine u različitim režimima prometnog toka. Edie, Underwood i Dick daju najznačajniji doprinos razvoju ovih vrsta modela. Edie 1961. godine predlaže prvi oblik dvorežimnog modela protok-gustoća temeljenog na primjeni nekontinuirane krivulje [23]. Ediejev prilagođeni dvorežimni oblik fundamentalnog dijagrama prikazuje relaciju između vrijednosti parametara protoka i gustoće na temelju dvije logaritamske funkcije, pri čemu se prva logaritamska funkcija primjenjuje u području nezasićenoga prometnog toka ( $g \leq 80$  voz/km), dok se druga logaritamska funkcija primjenjuje za opis karakteristika prometnog toka u zagušenju ( $g > 80$  km/h). Dick je 1966. godine razvio prvi oblik modela brzina-protok, specifično prilagođen za primjenu u urbanome cestovnom prometnom sustavu. Formulacija njegova modela razvijena je modifikacijom Greendbergova logaritamskog modela uvođenjem dodatne fiksne maksimalne granične vrijednosti za brzinu [24]. Drake 1967. godine formulira novi model za opis relacije između vrijednosti parametara brzine i gustoće, temeljen na primjeni kontinuirane krivulje normalne – Gaussove – razdiobe vjerojatnosti [25]. Pipes i Munjal 1967. godine predlažu generalizirani potencijalni oblik modela brzina-gustoća dobiven proširenjem fundamentalnog Greenshieldsova linearnog modela [26], dok Drew 1968. godine predlaže sličan generalizirani oblik s uvođenjem modificiranog parametra za prilagođavanje oblika funkcije brzina-gustoća [27].

Unatoč intenzivnom razvoju Teorije prometnih tokova tijekom 50-ih i 60-ih godina prošlog stoljeća, sljedeća dva desetljeća došlo je do gotovo potpunog zastoja u istraživanju mogućnosti unaprjeđenja prvotno formuliranih matematičkih modela, osim nekoliko izuzetaka među koje se ubrajaju i radovi istraživača Ilya Prigoginea i Roberta Hermana, koji su 1971. godine razvili model prometnog toka temeljen na analogijama preuzetim iz kinetičke teorije plinova [28], radovi Newella [29], Eddija i Bavareza [30] u kojima je po prvi put uočena razlika

u karakteristikama akceleracije i deceleracije individualnih vozila u različitim režimima prometnog toka te radovi Josepha Treiterera i Jeffreyja A. Myersa koji su dali doprinos daljnjem razvoju Teorije prometnog toka detaljnim izučavanjem fenomena histereze [31]. Osim toga, 1971. godine Payne predlaže prvi makroskopski model višeg reda koji uključuje jednadžbu kojom se uzima u obzir akceleracija i deceleracija vozila prilikom prelaska u stanje ekvilibrija definiranog na temeljnom dijagramu prometnog toka [32].

Razvoj modela prometnog toka ponovno dobiva svoj zamah početkom 90-ih godina prošloga stoljeća, kad se pojavljuju novi višerežimni modeli [33], [34], [35]. U istom se razdoblju među istraživačima s jedne strane javlja sve veći interes za nadogradnjom originalnog LWR modela, dok se s druge strane predlažu novi modeli temeljeni na konceptima preuzetim iz statističke fizike [36], [37]. Budući da se većina fizičara u tom razdoblju bavila modeliranjem MPS sustava mnoštva čestica (engl. *MPS – Many Particle Systems*) na temelju primjene jednostavnih bihevioralnih karakteristika sustava, veći broj istraživača pokušao je preslikati iste koncepte funkcioniranja sustava i na modele prometnog toka [38], [39].

U razdoblju između 1990. i 2000. godine veći broj istraživača razmatra mogućnost unaprjeđenja opisa stohastičkog karaktera prometnog toka, formulacijom generaliziranih, stohastičkih oblika mikroskopskih modela ćelijskog automata i razvojem novih probabilističkih mikroskopskih modela slijeđenja vozila [40], [41]. Prvi model prometnog toka temeljen na primjeni koncepta ćelijskog automata razvili su Biham, Middleton i Levine (BML model) 1992. godine, za potrebe opisa kretanja vozila na simplificiranoj mreži urbanih raskrižja [42]. Ubrzo nakon toga Nagel i Schreckenberg 1992. godine predstavljaju prototip suvremenih mikroskopskih modela ćelijskog automata. Devedesetih godina prošlog stoljeća paralelno se uz razvoj determinističkih i stohastičkih oblika mikroskopskih CA modela istovremeno razvijaju i novi prošireni, modificirani i generalizirani oblici prethodno razvijenih determinističkih makroskopskih fluidnih modela prvog i drugog reda [43], [44]. Primjerice, Papageorgiu je 1998. godine predložio proširenje formulacije Paynova makroskopskog modela drugog reda uvođenjem dodatna dva člana u jednadžbu za opis brzine kretanja vozila. Na temelju ta dva dodatna člana jednadžbe opisan je efekt redukcije brzine prometnog toka u zonama ulijevanja i preplitanja prometnih tokova na autocestama [43]. Tijekom 1996. godine Helbing predlaže makroskopski model prometnog toka trećeg reda, koji podrazumijeva opis karakteristika prometnog toka na temelju tri neovisne varijable: gustoće prometnog toka, prosječne brzine prometnog toka i varijance brzina vozila [44]. Pritom je varijanca brzina vozila primijenjena radi omogućavanja preciznijeg opisa perturbacija koje nastaju u prometnom toku u slučaju

velikih oscilacija vrijednosti brzina individualnih brzina vozila oko prosječne brzine prometnog toka. Helbingov makroskopski model time omogućava simulaciju evolucije kaotičnog kretanja vozila u prostorno-vremenskoj dimenziji. Godine 1990. Smulders utvrđuje da se jačina korelacije između vrijednosti parametara gustoće i brzine značajno povećava u slučaju primjene kombiniranoga linearno-paraboličnog modela, pri čemu je linearna ovisnost utvrđena u području slobodnoga prometnog toka, dok je za opis prometnih tokova srednje gustoće i prometnih tokova u zagušenju, primijenjena parabolična funkcija [33]. Tijekom 1995. godine istraživači Del Castillo i Van Aerde neovisno predlažu nove modificirane oblike modela brzina-gustoća [34], [35].

Početkom 21. stoljeća razvijeni su novi oblici modela brzina-gustoća temeljeni na primjeni logističkih krivulja [45], [46] te se nastavlja i razvoj stohastičkih modela prometnog toka i hibridnih modela kojima se pokušavaju integrirati prednosti prethodno razvijenih mikroskopskih i makroskopskih modela [47], [48]. Chanut i Buisson u 2003. godini formuliraju trodimenzionalni fundamentalni dijagram kojim se uz definiranje relacija između vrijednosti protoka, gustoće i brzine, dodatno uzima u obzir i utjecaj relativnog udjela teških teretnih vozila u prometnom toku na rezultirajuće vrijednosti relevantnih parametara toka [49]. Godine 2008. MacNicholas predlaže generaliziranu formulaciju modela brzina-gustoća temeljenog na primjeni pet-parametarske logističke funkcije sigmoidnog oblika [45]. Najznačajniji doprinos razvoju Teorije prometnog toka početkom 21. stoljeća daje B. S. Kerner postavljanjem koncepata trorežimne teorije prometa [50]. Paradigma Kernerove trorežimne Teorije prometa postavila je temelj za razvoj novih oblika modela prometnog toka kojima se omogućava realističan prikaz empirijskih karakteristika prometnog toka u stabilnim režimima slobodnog, sinkroniziranog<sup>19</sup> i zagušenog prometnog toka te metastabilnim, prijelaznim uvjetima između režima slobodnog i sinkroniziranog, slobodnog i zagušenog te sinkroniziranog i zagušenoga prometnog toka.

---

<sup>19</sup> B. S. Kerner u svome radu iz 2002. godine postavlja temeljne koncepte nove trorežimne teorije prometa, prema kojima se pretpostavlja da se u prometnom toku mogu javiti tri karakteristična režima interakcija između vozila: (1) režim slobodnoga prometnog toka, (2) režim sinkroniziranoga prometnog toka i (3) režim prometnog toka u zagušenju. Novi koncept sinkroniziranoga prometnog toka pritom se odnosi na slučajeve u kojima se nakon prelaska kritične vrijednosti gustoće, u prometnom toku značajno reducira mogućnost za radnje prestrojavanja i pretjecanja te su vozila zbog novonastalih uvjeta prisiljena smanjiti svoju brzinu. Za razliku od prometnog toka u zagušenju gdje se vozila kreću stani-kreni vožnjom, u uvjetima sinkroniziranog toka, unatoč velikim vrijednostima gustoće na prometnici, vozila ipak uspijevaju uskladiti svoju vožnju tako da se osigurava neprekinut prometni tok. To znači da se u režimu sinkroniziranoga prometnog toka ne javlja zaustavljanje vozila, već se vozila kreću smanjenom brzinom što rezultira nižim vrijednostima protoka u odnosu na uvjete slobodnog toka, ali većim u odnosu na uvjete prometnog toka u zagušenju.

U razdoblju od 2010. do 2019. godine predložen je veći broj unaprijeđenih oblika fundamentalnog dijagrama prometa s kojima se uzimaju u obzir utjecaji strukture prometnog toka [51], bihevioralnih karakteristika i perceptivnih sposobnosti vozača [52], stanja cestovne infrastrukture [53], broja prometnih trakova [54], prevladavajućih vremenskih uvjeta [55] i stohastičkih varijabilnosti parametara prometnog toka [56] na oblik i karakteristike fundamentalnog dijagrama prometa. Predlažu se i specifični oblici fundamentalnog dijagrama prometa, prilagođeni za opis karakteristika prometnih tokova na višetračnim prometnicama te se istražuju mogućnosti primjene makroskopskih agregatnih oblika fundamentalnog dijagrama za opis značajki prometnog toka u agregiranim zonama urbanih područja i asignaciju prometa na dionice heterogene gradske cestovne mreže [57], [58]. U velikom broju recentnih istraživanja navodi se mogućnost primjene različitih tehnika rudarenja podataka (engl. *Data Mining*) u postupcima automatskog kreiranja fundamentalnih dijagrama „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „brzina-protok“ [59], [60]. Osim toga, u sklopu recentnih istraživanja razmatra se problematika kombinirane primjene podataka prikupljenih s mobilnih uređaja, podataka o trajektorijama vozila prikupljenih na temelju GPS sustava i podataka prikupljenih s detektora za potrebe estimacije vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka i određivanje optimalnog oblika temeljnog dijagrama prometa [61].

Tijekom posljednjih godina sve veći broj istraživača ispituje i mogućnost implementacije bespilotnih letjelica (dronova) za snimanje prometnih tokova iz zraka čime se omogućava simultano prikupljanje podataka o vrijednostima relevantnih parametara prometnog toka na širem području cestovne mreže [62]. U studiji provedenoj od strane Ahmeda, Ngoduyja, Adnana i ostalih tijekom 2021. godine [63] po prvi put su razvijeni modeli fundamentalnog dijagrama prometnog toka koji su specifično prilagođeni značajkama heterogenih prometnih tokova sastavljenih od vozila koja se kreću u nepravilnim nizovima. Navedeni dijagrami razvijeni su na temelju analize videozapisa prometnih tokova snimljenih bespilotnom letjelicom iz zraka na području grada Karachija u Pakistanu. Radi razvoja determinističke komponente fundamentalnih dijagrama „brzina-gustoća“ primijenjena je metoda regresije temeljena na minimizaciji ponderirane sume kvadrata odstupanja. Za potrebe opisa stohastičkog karaktera prometnog toka razvijene su stohastičke komponente fundamentalnog dijagrama prometa koje se mogu primijeniti za očitavanje raspona mogućih vrijednosti parametara brzine i gustoće prometnog toka te specifično za određivanje reprezentativne vrijednosti 85-percentilne operativne brzine vozila u prometnom toku prikladne za odabir odgovarajućih ograničenja brzine na glavnim gradskim arterijalnim cestama. Iste godine Romanowska i Jamroz proveli su

komparativnu analizu performansi 17 odabranih jednorežimnih i višerežimnih makroskopskih modela prometnog toka, razvijenih u periodu od 1935. do 2017. godine, pri čemu su posebno promatrane matematičke relacije između brzine i gustoće, protoka i gustoće te protoka i brzine prometnog toka [64]. Radi provođenja navedene komparativne analize autori su predložili univerzalnu kvantitativnu metodologiju za ocjenu karakteristika promatranih modela razvijenu na temelju empirijskog uzorka prikupljenog na dionici obilaznice grada Gdanjska (autoceste S6) u Poljskoj. Predložena metodologija omogućava identifikaciju najprikladnijega funkcionalnog oblika determinističke komponente modela kojim se opisuju fundamentalne matematičke relacije između vrijednosti osnovnih makroskopskih parametara prometnog toka. Shi i Li iste godine predlažu generaliziranu metodologiju za konstrukciju specifičnih oblika fundamentalnog dijagrama prometa, reprezentativnih za prometne tokove s autonomnim vozilima [65].

U istraživanjima provedenim tijekom 2021. godine Wang, Chen i Qu [66] promatrali su dva glavna nedostatka stohastičkoga fundamentalnog dijagrama prometa, konstruiranog na temelju prikupljenih podataka na odabranim autocestama u Kini. Prvi nedostatak vezan je uz metode najmanjeg kvadrata odstupanja koje su do sada korištene radi pronalaska najprikladnijeg funkcionalnog oblika fundamentalnih dijagrama prometa. Autori navode da te metode nisu prikladne za generiranje percentilnih krivulja stohastičkih fundamentalnih dijagrama, budući da rezultati generirani na temelju metode najmanjih kvadrata predstavljaju ponderiranu prosječnu a ne percentilnu vrijednost aritmetičke sredine prikupljenog empirijskog uzorka. Drugi nedostatak nalazi se u širokoj upotrebi neovisne metodologije za modeliranje familija percentilnih krivulja fundamentalnog dijagrama prometnog toka. Utvrđeno je da postojeće metode primijenjene za konstrukciju percentilnih krivulja nisu usklađene s osnovnim pravilima teorije vjerojatnosti i statistike. Radi otklanjanja navedenih nedostataka autori su predložili primjenu nove, holističke metodologije za kreiranje percentilnih krivulja fundamentalnog dijagrama, temeljene na konceptu minimizacije srednje apsolutne pogreške.

Bramich, Menéndez i Ambühl u svome radu tijekom 2022. godine daju opsežan pregled rezultata komparativne analize odabranih empirijskih modela fundamentalnih dijagrama prometnog toka [67]. Na temelju komparacije 50 različitih funkcionalnih oblika empirijskih fundamentalnih dijagrama prometnog toka, razvijenih na temelju opsežnoga statističkog uzorka prikupljenog na 10 150 induktivnih petlji prisutnih u 25 različitih gradova diljem svijeta utvrđeno je da se matematičke relacije između osnovnih makroskopskih parametara prometnog toka mogu najučinkovitije opisati primjenom Sunova neparametarskog modela, bez obzira na

promatranu kategoriju prometnice i razinu zagušenosti prometnog toka. Utvrđeno je, također, da su prethodno predlagani modeli fundamentalnog dijagrama za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka upotrebljavali neprikladan Gaussov model šuma koji pretpostavlja konstantnu vrijednost varijance osnovnih parametara prometnog toka. Autori predlažu da bi se buduća istraživanja trebala usmjeriti na razvoj naprednijih oblika modela šuma pomoću kojih bi se omogućila preciznija simulacija oscilacija vrijednosti brzine, protoka i gustoće prometnog toka oko njihovih srednjih vrijednosti definiranih determinističkom komponentom modela fundamentalnog dijagrama prometa.

Dahiya, Asakura i Nakanishi analizirali su tijekom 2022. godine jednorežimne odnose između vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka na urbanim avenijama na temelju podataka o trajektorijama individualnih vozila rekonstruiranih primjenom tehnologije prepoznavanja elemenata slika videozapisa visoke rezolucije [68]. Funkcionalni parametri i parametri oblika predloženih modela brzina-gustoća procijenjeni su primjenom Levenberg-Marquardt algoritma. Pritom je provedena i analiza vrijednosti relevantnih statističkih pokazatelja radi procjene performansi i usklađenosti za sve promatrane funkcionalne oblike modela, uključujući sve kategorije linearnih, eksponencijalnih, logaritamskih i ostalih kompleksnih matematičkih relacija između brzine i gustoće prometnog toka. Rezultati provedenih istraživanja pokazali su da modeli s najvećim brojem ulaznih parametara proizvode najmanju statističku pogrešku u odnosu prema prikupljenom empirijskom uzorku, dok s druge strane linearni oblik modela predložen od strane Maya i Kellera pokazuje najviši aplikativni potencijal.

Bouadi, Jia, Jiang i ostali u istraživanjima provedenim 2022. godine proučavali su utjecaj stohastičkih karakteristika prometnog toka na stabilnost prometnog toka primjenom generaliziranoga stohastičkog makroskopskog modela drugog reda i direktne Layapunove metode [69]. U istom su razdoblju Li, Arora i Osorio razvili fundamentalni dijagram prometa, specifično namijenjen za opis karakteristika povremeno prekinutog prometnog toka na dionicama urbanih prometnica sa semaforiziranim raskrižjima s adaptivnim signalnim planom [70]. Pritom su posebno formulirali modele za proračun prosječne brzine prometnog toka, ovisno o protoku vozila tijekom trajanja zelene i crvene faze na susjednim semaforiziranim raskrižjima. Abbas, Diah, Adnan i ostali iste su godine proveli komparativnu analizu karakteristika postojećih modela razvijenih za potrebe estimacije brzine vozila na različitim tipovima ruralnih i urbanih prometnica u Maleziji, uključujući dvotračne i višetračne ceste, brze gradske ceste te četverotračne i šesterotračne autoceste [71]. Al-Bahr, Hassan, Puan i ostali tijekom 2022. godine proučavali su utjecaj relevantnih projektno-oblikovnih karakteristika

prometnice, značajki cestovne okoline i karakteristika prometnog toka na prosječnu brzinu putovanja na urbanoj cestovnoj mreži [72]. Istraživanje je provedeno na temelju podataka prikupljenih na 197 slučajno odabranih urbanih cestovnih segmenata u gradu Johoru. U sklopu istraživanja razvijeno je 10 višestrukih linearnih modela kojima je prikazan odnos između vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka pri različitim udjelima teških teretnih vozila u prometnom toku i različitom broju raskrižja, prilaza na cestu te naprava za smirivanje prometa po kilometru svakog promatranoga cestovnog segmenta.

U Republici Hrvatskoj je tijekom prethodna dva desetljeća proveden relativno malen broj istraživanja kojima bi se ostvario značajniji doprinos evolutivnom razvoju Teorije prometnog toka, odnosno formulaciji novih, preciznijih i pouzdanijih modela za opisivanje zakonitosti između relevantnih parametara prometnog toka u cestovnom prometu. Horvat je 2013. godine, na temelju analize videozapisa snimljenih na karakterističnim lokacijama cestovne mreže grada Zagreba, formulirao prvi model za proračun propusne moći cesta, primjenjiv za prevladavajuće uvjete u prometnom toku na gradskim prometnicama u Republici Hrvatskoj [1]. Horvat, Kos i Ševrović razvili su 2015. godine metodu analize prometnih tokova na temelju obrade videozapisa snimljenih na karakterističnim lokacijama pet kategorija gradskih prometnica u gradu Zagrebu [2]. Tijekom 2016. godine Babić, Novačko i Ščukanec ispituju utjecaj primjene promjenjivih znakova ograničenja brzine na karakteristike prometnog toka [73].

Slijedom navedenog, na temelju podataka i rezultata dosadašnjih istraživanja vezanih uz problematiku razvoja modela temeljnog dijagrama prometnog toka, mogu se izvući ovi zaključci:

- Unatoč činjenici da je od samih začetaka evolutivnog razvoja Teorije prometnog toka kao znanstvene discipline, od 30-ih godina prošlog stoljeća do danas, razvijen izuzetno velik broj različitih mikroskopskih, mezoskopskih i makroskopskih modela prometnog toka, još uvijek nije definiran optimalni oblik fundamentalnog dijagrama prometa koji bi bio primjenjiv za precizan opis relacija između empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka u različitim prevladavajućim uvjetima prometnog toka tijekom vršnih i izvanvršnih prometnih opterećenja na dionicama cesta različitih projektno-oblikovnih karakteristika i karakteristika cestovne okoline.
- Budući da je većina dosad formuliranih modela prometnog toka razvijena isključivo na temelju promatranja empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka na pojedinačnim odabranim, karakterističnim lokacijama cestovne mreže, oni nisu prikladni za preciznu reprezentaciju stvarnovremenskih realnih uvjeta



u prometnom toku koji prevladavaju na ostalim dionicama cestovne mreže na kojima mjerenja nisu provedena.

- Jednostavni deterministički modeli prometnog toka temeljeni na primjeni linearnih, logaritamskih, eksponencijalnih, polinomnih i sigmoidnih funkcija mogu se učinkovito primijeniti za teoretski opis relacija između prosječnih vrijednosti relevantnih mikroskopskih i makroskopskih parametara prometnog toka. Međutim, njihov glavni nedostatak ogleda se u činjenici da nemaju mogućnost precizne reprezentacije izuzetno kompleksnih prostorno-vremenskih karakteristika realnih prometnih tokova, budući da se s njima ne uzima u obzir mogućnost pojave slučajnih fluktuacija u vrijednostima parametara prometnog toka.
- Stohastički modeli kojima se uzima u obzir probabilistički karakter realnih prometnih tokova omogućavaju znatno precizniju simulaciju realnih vrijednosti parametara prometnog toka, ali su puno kompleksniji za primjenu i zahtijevaju poznavanje vrijednosti puno većeg broja ulaznih varijabli nego što je to slučaj kod determinističkih modela.
- Prilikom odabira modela prometnog toka za rješavanje specifičnih problema u promatranome cestovnom prometnom sustavu, potrebno je uzeti u obzir veći broj kriterija selekcije, odnosno promotriti komparativne prednosti i nedostatke modela s obzirom na njihovu preciznost, točnost i sposobnost detaljne reprezentacije karakteristika prometnog toka, sposobnost modela za predikciju prostorno-vremenske evolucije vrijednosti relevantnih prometnih parametara, pouzdanost simuliranih vrijednosti, jednostavnost matematičke formulacije, mogućnost jednostavne kalibracije modela i brzinu provedbe simulacije.
- U pokušaju pronalaska odgovarajuće formulacije modela prometnog toka kojom bi se postigla zadovoljavajuća ravnoteža između zahtjeva za visokom preciznošću simuliranih karakteristika prometnog toka i jednostavnošću primjene modela u posljednje vrijeme sve se više razmatraju mogućnosti integracije prednosti prethodno razvijenih determinističkih i stohastičkih oblika mikroskopskih, mezoskopskih i makroskopskih modela prometnog toka. Time teorija prometnog toka kao znanstvena disciplina, tijekom posljednja dva desetljeća, postupno ulazi u novu, treću fazu evolutivnog razvoja, koja je prvenstveno okarakterizirana pojavom novih generičkih i hibridnih oblika modela kojima se pokušavaju objediniti prednosti prethodno razvijenih modela prometnog toka.
- Do danas još uvijek nije postignuto potpuno slaganje većeg broja istraživača o pitanju broja različitih režima prometnog toka koji se mogu pojaviti u različitim prometnim uvjetima. Dok se u posljednje vrijeme u sve većem broju istraživanja razmatra mogućnost opisa prometnog toka na temelju tri odvojena karakteristična režima (laminarni, zagušeni i sinkronizirani prometni tok), određeni istraživači još uvijek inzistiraju na primjeni dvorežimnih i jednorežimnih modela prometnog toka. Velik broj istraživača ne slaže se oko

objašnjenja uzroka nastanka „sinkroniziranog“ prometnog toka definiranog u sklopu Kernerove trorežimne teorije.

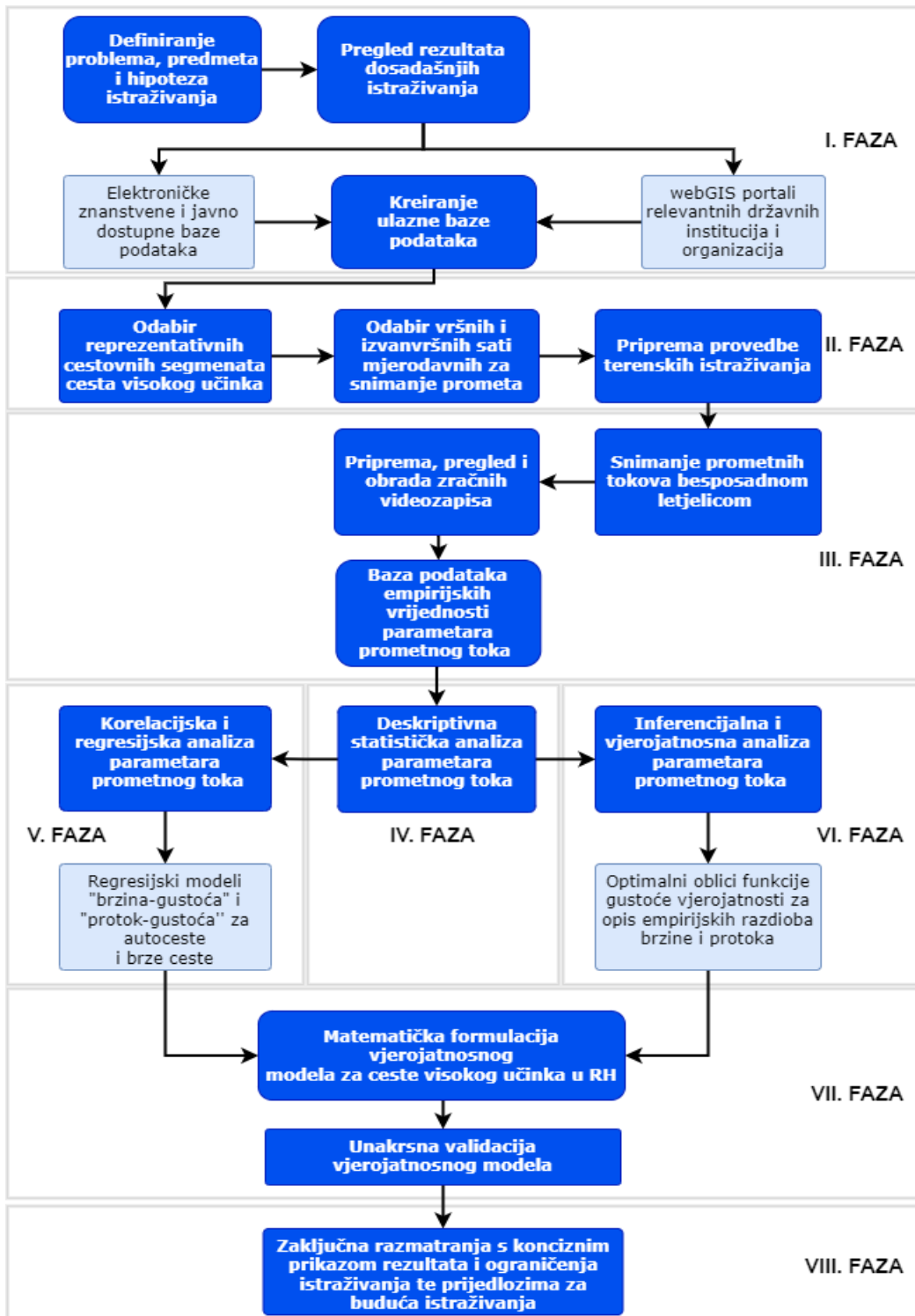
- Postoji kontradiktornost između zahtjeva za formulacijom kompleksnih modela koji imaju mogućnost vrlo preciznog opisa i detaljne simulacije karakteristika realnih prometnih tokova s jedne strane te zahtjeva za razvojem jednostavnih modela koji se mogu lako inkorporirati u sustave stvarnovremenskog, proaktivnog upravljanja prometom.
- Postoji još velik broj otvorenih pitanja poput pronalaska adekvatnog načina opisa prometnih tokova na višetračnim prometnicama te definiranja odgovarajućih modela prometnog toka kojima bi se omogućila kvalitetna simulacija prometnih tokova na makroskopskoj, agregiranoj razini cestovne mreže.
- Iako je u svijetu ostvaren značajan iskorak u razvoju Teorije prometnog toka, u Republici Hrvatskoj je tijekom prethodna dva desetljeća proveden relativno malen broj istraživanja kojima bi se ostvario značajniji doprinos evolutivnom razvoju ove znanstvene discipline, odnosno formulaciji novih, preciznijih i pouzdanijih modela za opisivanje zakonitosti između relevantnih parametara prometnog toka u cestovnom prometu.

#### **1.4. Metode i faze istraživanja**

Metodologija istraživanja proizlazi iz definiranog problema, predmeta, svrhe i cilja istraživanja te postavljene osnovne hipoteze i pomoćnih hipoteza koje je potrebno dokazati ili opovrgnuti. U skladu s definiranim problemom, predmetom, svrhom i ciljem istraživanja te postavljenim hipotezama, istraživanje je provedeno u osam faza tijekom čega je korišteno nekoliko znanstvenih metoda, uključujući metodu induktivnog i deduktivnog zaključivanja, metodu analize i sinteze, metodu apstrakcije i konkretizacije, metodu generalizacije i specijalizacije, metodu klasifikacije, metodu deskripcije, metodu kompilacije, komparativnu metodu, matematičko-statističku metodu, metodu modeliranja, metodu teorije sustava, metodu promatranja, metodu brojenja i metodu mjerenja. Dijagram toka osnovnih faza istraživanja prikazan je na Slika 1.

U prvoj fazi istraživanja je, u skladu s definiranim problemom i predmetom, ciljevima, svrhom i postavljenim hipotezama, proveden detaljan pregled te analiza rezultata i zaključaka proizašlih iz dosadašnjih znanstvenih i stručnih istraživanja, znanstvenoistraživačkih i stručnih studija, projekata i elaborata, provedenih u Republici Hrvatskoj i svijetu, objavljenih u znanstvenim i stručnim člancima, udžbenicima, priručnicima, izvješćima i ostaloj relevantnoj literaturi i dokumentaciji u kojima se obrađuje problematika determinističkog i stohastičkog

modeliranja prometnog toka, odnosno razvoja, verifikacije i validacije novih te kalibracije i komparacije relevantnih performansi postojećih makroskopskih modela temeljnog dijagrama prometnog toka, kojima se opisuju analitičke veze između osnovnih parametara prometnog toka odnosno matematičke relacije između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka, protoka vozila i gustoće te brzine prometnog toka i protoka.



Slika 1. Dijagram toka osnovnih faza istraživanja. Izvor: obrada autora.

Pritom je provedeno pretraživanje svih dostupnih podataka koji u prvom redu uključuju elektroničke znanstvene baze podataka, javno dostupne elektroničke baze podataka i *webGIS*-portale relevantnih državnih institucija, društva nadležnih za upravljanje, građenje i održavanje različitih kategorija prometnica u Republici Hrvatskoj te organizacija koje se bave prometno-prostornim planiranjem i projektiranjem cestovnih prometnica, odnosno organizacija koje za svoje potrebe prikupljaju podatke o prometnim opterećenjima, vrijednostima relevantnih parametara prometnog toka, strukturi i značajkama prometnog toka te relevantnim projektno-oblikovnim elementima i infrastrukturnim karakteristikama promatranih kategorija cestovnih prometnica. Radi detaljnog pregleda relevantne znanstvenoistraživačke i stručne literature te identifikacije, izdvajanja i opisa podataka i informacija značajnih za razradu teme doktorske disertacije primijenjene su znanstvene metode promatranja, analize i sinteze, klasifikacije, deskripcije, komparacije i kompilacije.

U drugoj fazi istraživanja definirani su parametri, karakteristike i značajke prometnog toka koje su promatrane tijekom terenskih istraživanja koja su provedena radi prikupljanja statističkog uzorka neophodnog za provođenje deskriptivne, korelacijske, regresijske te inferencijalne i regresijske analize empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka u sljedećim fazama istraživanja. U sklopu ove faze istraživanja odabrani su, također, reprezentativni segmenti prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj na kojima je provedeno snimanje prometnih tokova, definirana je veličina statističkog uzorka empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka koji je bilo potrebno prikupiti na svakom odabranom cestovnom segmentu, kao i karakteristični periodi vršnog i izvanvršnog prometnog opterećenja tijekom kojih je bilo potrebno provesti snimanje kako bi se na svim odabranim cestovnim segmentima osiguralo prikupljanje reprezentativnog uzorka koji sadrži dostatan broj empirijskih opservacija potrebnih za razvoj i validaciju statistički signifikantnog modela temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka. U skladu s definiranim prostorno-vremenskim obuhvatom istraživanja određene su vrste i redoslijed aktivnosti koje je potrebno provesti tijekom snimanja i prikupljanja empirijskih podataka na terenu te su odabrani ljudski resursi i oprema potrebna za provođenje terenskih istraživanja. Za potrebe definiranja relevantnih parametara, karakteristika i značajki prometnog toka koje su promatrane u sklopu terenskih istraživanja, opisa aktivnosti koje su provedene u sklopu prikupljanja empirijskog uzorka te opisa potrebne opreme i ljudskih resursa primijenjena je metoda deskripcije. Prilikom odabira i opisa reprezentativnih cestovnih segmenata i optimalnih vremenskih perioda snimanja prometnih tokova primijenjene su metode induktivnog i deduktivnog zaključivanja, metoda

analize i sinteze, metoda deskripcije i metoda teorije sustava. Radi određivanja potrebne veličine empirijskog uzorka koji je potrebno prikupiti tijekom istraživanja, uz prethodno navedene metode, primijenjena je statistička metoda i metoda uzoraka.

U sklopu treće faze istraživanja provedeno je snimanje prometnih tokova besposadnom letjelicom iz zraka na odabranim segmentima mreže cesta visokog učinka. Snimljeni videozapisi premješteni su na osobno računalo radi njihove obrade i pregleda. Tijekom pregleda videozapisa očitavana su vremena nailaska vozila na definirane ulazne i izlazne linije detekcije na odabranim cestovnim segmentima. Očitana vremena nailaska vozila zatim su se primijenila za utvrđivanje empirijskih vrijednosti intervala slijeda, brzine vozila, protoka i gustoće prometnog toka. Vrijednosti izračunane na temelju obrade zračnih videozapisa pohranjene su u izlaznu bazu podataka koja je u sljedećim fazama istraživanja poslužila kao podloga za provođenje deskriptivne, korelacijske, regresijske, inferencijalne i vjerojatnosne analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. Za potrebe obrade, pregleda i izračuna vrijednosti parametara prometnog toka, u sklopu ove faze istraživanja, primijenjene su metoda promatranja, metoda brojenja, metoda mjerenja, metode analize i sinteze, matematička metoda i statistička metoda.

U četvrtoj fazi istraživanja provedena je deskriptivna statistička analiza empirijskih podataka pohranjenih u izlaznoj bazi podataka (numeričkoj matrici) kreiranoj u prethodnoj fazi istraživanja. Za potrebe provođenja deskriptivne analize, empirijske vrijednosti intervala slijeda, protoka, srednje prostorne i srednje vremenske brzine i gustoće prometnog toka sadržane u prikupljenim statističkim uzorcima agregirane su u 1-minutne i 5-minutne vrijednosti te zatim grupirane u statističke razrede odgovarajuće širine. Optimalan broj i širina statističkih razreda utvrđeni su na temelju primjene Sturgersova pravila. Nakon grupiranja vrijednosti promatranih parametara prometnog toka u definirane statističke razrede, za svaki su razred utvrđene vrijednosti apsolutnih, relativnih i kumulativnih frekvencija. U sklopu deskriptivne statističke analize izračunane su i relevantne mjere centralne tendencije promatranih parametara prometnog toka, odnosno njihove potpune srednje vrijednosti i položajne srednje vrijednosti te mjere raspršenja parametara prometnog toka. Rezultati deskriptivne statističke analize prikazani su u obliku komparativnih kutijastih dijagrama, histograma apsolutnih i relativnih frekvencija te krivulja kumulativnih distribucija. U sklopu ove faze istraživanja, za potrebe provođenja deskriptivne statističke analize i opisa dobivenih rezultata primijenjene su metode analize i sinteze, statistička metoda, matematička metoda i metoda deskripcije.

U petoj fazi istraživanja na temelju korelacijske analize utvrđena je jačina i smjer povezanosti između negrupiranih i agregiranih empirijskih vrijednosti gustoće i brzine prometnog toka. U sklopu regresijske analize, promatranjem gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i srednje prostorne brzine prometnog toka te protoka vozila kao ovisnih varijabli, uz primjenu različitih metoda linearne i nelinearne regresije, identificirani su optimalni deterministički oblici temeljnih dijagrama brzina-gustoća i protok-gustoća kojima se najpreciznije može opisati analitička veza između prosječnih vrijednosti gustoće i brzine prometnog toka, odnosno prosječnih vrijednosti gustoće i protoka vozila utvrđenih na temelju podataka sadržanih u empirijskim uzorcima prikupljenim na promatranim cestovnim segmentima. Odgovarajući oblici funkcije regresije identificirani su promatranjem jačine korelacije između neovisne varijable i ovisnih varijabli, odnosno vrijednosti koeficijenta korelacije ( $r$ ), koeficijenta determinacije ( $r^2$ ) i razine statističke signifikantnosti testiranih varijantnih oblika modela regresije ( $p$ -vrijednosti). Za potrebe provedbe korelacijske i regresijske analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, utvrđivanje optimalnoga generičkog i specifičnih oblika determinističkih relacija brzina-gustoća i brzina-protok te opisivanje dobivenih rezultata provedenih analiza, tijekom ove faze istraživanja primijenjene su metode analize i sinteze, metode generalizacije i specijalizacije, statistička metoda, matematička metoda, metoda modeliranja, komparativna metoda i metoda deskripcije.

U sklopu šeste faze istraživanja provedena je detaljna analiza stohastičkih karakteristika prometnog toka, pri čemu su posebno razmatrane vrijednosti relevantnih mjera disperzije i statističkih momenata na temelju kojih je moguće dobiti dublji uvid u karakteristike empirijskih distribucija promatranih parametara prometnog toka, koje u prvom redu uključuju vrijednosti aritmetičke sredine, raspona varijacije, interkvartilnog raspona i ostalih relevantnih percentilnih raspona, varijance, standardne devijacije, koeficijenta asimetrije i koeficijenta spljoštenosti. Na temelju odgovarajućih statističkih testova ( $\chi^2$ -testa, Kolmogorov-Smirnovljeva testa i Anderson-Darlingova testa) provedena je usporedba empirijskih distribucija promatranih parametara prometnog toka s odabranim diskretnim i kontinuiranim teoretskim funkcijama gustoće vjerojatnosti kako bi se utvrdili optimalni oblici teorijskih statističkih distribucija na temelju kojih je moguće najpreciznije izraziti oscilatorni karakter relevantnih parametara prometnog toka, odnosno opisati pojavu slučajnih fluktuacija vrijednosti brzina, intervala slijeda i protoka vozila oko njihovih srednjih vrijednosti koje su definirane determinističkim regresijskim funkcijama brzina-gustoća i protok-gustoća identificiranim u prethodnoj fazi istraživanja. Navedena usporedba između empirijskih i teorijskih distribucija vrijednosti

promatranih parametara prometnog toka posebno je provedena za parcijalne empirijske uzorke dobivene segmentacijom originalnoga prikupljenog statističkog uzorka prema definiranim graničnim vrijednostima gustoće. Time su utvrđeni optimalni oblici funkcija gustoće vjerojatnosti najprikladniji za opis slučajnih oscilacija vrijednosti promatranih parametara prometnog toka oko njihovih prosječnih vrijednosti u različitim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka odnosno različitim režimima prometnog toka. Komparativnom analizom dobivenih teoretskih oblika funkcija gustoće vjerojatnosti u različitim intervalima gustoće prometnog toka utvrđen je prikladan generički oblik funkcije gustoće vjerojatnosti koji se može kalibrirati na temelju faktora kalibracije ovisnog o gustoći prometnog toka. Uz to, komparativnom analizom optimalnih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti utvrđenih za autoceste i brze ceste utvrđene su vrijednosti sekundarnog faktora kalibracije ovisnog o kategoriji prometnice. Za potrebe provođenja analize relevantnih stohastičkih karakteristika prometnog toka, provedbu statističkih testova i opis dobivenih rezultata primijenjene su metode deskripcije, metode analize i sinteze, metode generalizacije i specijalizacije, statistička metoda, matematička metoda, metoda modeliranja i komparativna metoda.

U sedmoj fazi istraživanja provedena je validacija predloženih vjerojatnosnih modela, pri čemu je provjerena mogućnost njihove primjene za točno i precizno opisivanje relacija između parametara prometnog toka na cestama visokog učinka. Točnost opisa relacija između parametara prometnog toka utvrđena je analizom odstupanja vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom predloženih funkcija regresije od njihovih stvarnih vrijednosti. S druge strane, preciznost opisa relacija između parametara prometnog toka utvrđena je na temelju analize podudarnosti razdioba vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti s empirijskim razdiobama vrijednosti tih parametara sadržanih u testnom uzorku. Prilikom utvrđivanja točnosti predloženih modela promatrane su vrijednosti prosječnog apsolutnog odstupanja (MAE), apsolutne i normalizirane vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE i NRMSE), srednje postotne i apsolutne postotne pogreške (MPE i MAPE), koeficijenta determinacije ( $r^2$ ) i intervala pouzdanosti (CI). Preciznost predloženih modela utvrđena je na temelju analize razdioba rezidualnih vrijednosti predloženih modela regresije, provedbom odgovarajućih statističkih testova te promatranjem vrijednosti standardne devijacije, varijance, koeficijenta varijacije, percentilnih raspona, srednjeg apsolutnog odstupanja (MAD) i korijena srednje kvadratne postotne pogreške (RMSPE). Za potrebe provođenja postupka validacije modela u sklopu ove

faze istraživanja koristit će se metode analize i sinteze, metoda uzoraka, statistička metoda, matematička metoda, metoda modeliranja, komparativna metoda i metoda deskripcije.

U zaključnim razmatranjima dat će se koncizan pregled rezultata provedene deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, rezultata korelacijske, regresijske i probabilističke analize vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka, kao i rezultata provedenog postupka validacije modela. Osim toga, dat će se i kratak osvrt na prednosti i nedostatke predloženih vjerojatnosnih modela temeljnog dijagrama prometa. Posebno će se istaknuti i komentirati zaključci vezani uz cilj te glavnu i pomoćne hipoteze istraživanja. Konačno, navest će se prijedlozi i smjernice za provođenje budućih istraživanja. U sklopu ove, završne faze istraživanja, radi davanja konačnoga konciznog pregleda svih glavnih zaključaka i rezultata proisteklih iz provedenih istraživanja te prijedloga za provedbu budućih istraživanja primijenjene su metode deskripcije, metode induktivnog i deduktivnog zaključivanja, metode apstrakcije i konkretizacije, metode analize i sinteze te komparativna metoda.

## **1.5. Kompozicija rada**

Doktorski rad sastoji se od devet osnovnih poglavlja, literature, priloga te popisa tablica, slika i grafikona. Rad je strukturiran u devet logično i međusobno povezanih poglavlja:

1. Uvod
2. Metodologija pripreme i provedbe snimanja prometnih tokova na reprezentativnim segmentima mreže cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj
3. Metodologija obrade i analize videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim segmentima cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj
4. Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnoga toka
5. Rezultati korelacijske i regresijske analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnoga toka
6. Rezultati inferencijalne i vjerojatnosne analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka
7. Formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj
8. Validacija predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj
9. Zaključna razmatranja



Uvodno poglavlje sastoji se od pet potpoglavlja. U potpoglavlju 1.1. postavljeni su problem i predmet istraživanja. U potpoglavlju 1.2. objašnjena je svrha istraživanja, definirani su ciljevi istraživanja, osnovna hipoteza i pomoćne hipoteze istraživanja te su navedeni očekivani znanstveni doprinosi istraživanja. Potpoglavlje 1.3. daje komparativni pregled rezultata i zaključaka proizašlih iz dosadašnjih istraživanja vezanih uz problematiku predmeta rada. U poglavlju 1.4. koncizno su opisani osnovni koraci provedenih istraživanja te su navedene sve metode znanstvenoistraživačkog rada primijenjene radi prikupljanja, obrade i statističke analize podataka te testiranja postavljene glavne hipoteze i pomoćnih hipoteza odnosno ostvarenja definiranih ciljeva istraživanja. Poglavlje 1.5. koncizno opisuje strukturu doktorske disertacije i daje pregled sadržaja rada po pojedinim poglavljima i potpoglavljima.

Drugo poglavlje pod naslovom „Metodologija pripreme i provedbe snimanja prometnih tokova na reprezentativnim segmentima mreže cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“, strukturirano je u pet međusobno povezanih dijelova. U potpoglavlju 2.1. opisane su osnovne karakteristike promatrane cestovne mreže, pri čemu se posebno navode osnovni projektno-oblikovni elementni prometnica karakteristični za dvije osnovne kategorije cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, uključujući autoceste i brze ceste. U potpoglavlju 2.2. opisani su metodološki koraci primijenjeni radi odabira reprezentativnih segmenata mreže cesta visokog učinka, prikladnih za prikupljanje statističkog uzorka koji je primijenjen kao podloga za razvoj i validaciju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. U potpoglavlju 2.3. opisan je statistički postupak primijenjen za potrebe utvrđivanja minimalnog uzorka koji je potrebno prikupiti na svakom od odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata promatrane mreže cesta visokog učinka. Prostorni i vremenski obuhvat provedenih istraživanja definirani su u potpoglavlju 2.4, dok je u potpoglavlju 2.5. dat detaljan opis koraka metodologije primijenjene za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima.

Treće poglavlje pod naslovom „Metodologija obrade i analize zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim segmentima cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“ sastoji se od dva međusobno povezana potpoglavlja. U potpoglavlju 3.1. dat je detaljan opis koraka metodologije primijenjene za pripremu i obradu zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima promatrane mreže, dok su u potpoglavlju 3.2. opisani koraci primijenjeni za ekstrakciju relevantnih podataka s videozapisa, neophodni za proračun empirijskih vrijednosti

mikroskopskih i makroskopskih parametara prometnog toka te koraci primijenjeni za filtriranje dobivenih podataka.

U četvrtom poglavlju s naslovom „Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka“, prikazani su i komentirani rezultati dobiveni na temelju provedene deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, izračunanih na temelju podataka dobivenih obradom zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka. Poglavlje je strukturirano u pet potpoglavlja. U potpoglavljima 4.1., 4.2., 4.3. i 4.4. detaljno su prikazani i komentirani rezultati deskriptivne statističke analize vezani uz intervale slijeda vozila, brzine vozila, protok vozila i gustoću prometnog toka, slijedom. U sklopu tih potpoglavlja prikazane su utvrđene empirijske razdiobe apsolutnih, relativnih i kumulativnih učestalosti promatranih parametara prometnog toka te dobivene vrijednosti relevantnih parametara deskriptivne statistike, uključujući u prvom redu minimalnu, maksimalnu i medijalnu vrijednost, aritmetičku sredinu, varijancu i standardnu devijaciju, raspon varijacije i interkvartilni raspon te koeficijente varijacije, asimetrije i spljoštenosti empirijskih razdioba vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. U potpoglavlju 4.5. prikazani su i komentirani rezultati komparativne analize vrijednosti relevantnih parametara deskriptivne statistike utvrđenih za pojedine parametre prometnog toka.

Peto poglavlje pod naslovom „Rezultati korelacijske i regresijske analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka“ strukturirano je u četiri međusobno povezana djela. U potpoglavlju 5.1. opisane su metode korelacijske i regresijske analize primijenjene radi pronalaska optimalnih funkcija regresije na temelju kojih se, uz minimalnu pogrešku, mogu opisati odnosi između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka te protoka vozila i gustoće prometnog toka. Ukratko su opisane osnovne pretpostavke, prednosti i nedostaci primijenjenih metoda korelacijske i regresijske analize, uključujući metodu linearne regresije, konvencionalne metode nelinearne regresije poput logaritamske, eksponencijalne i polinomne regresije, metodu ponderirane regresije, metodu kvantilne regresije i metodu multivarijantne adaptivne regresije. U potpoglavlju 5.2. prikazane su determinističke regresijske funkcije, dobivene promatranjem odnosa između empirijskih vrijednosti brzine vozila u prometnom toku i gustoće prometnog toka na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, predložene za opis odnosa između prosječnih vrijednosti brzine prometnog toka i gustoće prometnog toka, a u potpoglavlju 5.3. determinističke regresijske funkcije dobivene promatranjem odnosa između empirijskih

vrijednosti protoka vozila i gustoće prometnog toka, predložene za opis relacije između prosječnih vrijednosti protoka i gustoće. Poglavlje 5.4. daje rezultate komparativne analize specifičnih oblika determinističkih modela regresije razvijenih na temelju analize uzoraka empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka prikupljenih na reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta.

U šestom poglavlju pod naslovom „Rezultati inferencijalne i vjerojatnosne analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka“, prikazani su optimalni tipovi i oblici funkcija gustoće vjerojatnosti, odabrani za opis stohastičkih karakteristika realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj, na temelju kojih je moguće simulirati vrijednosti empirijskih razdioba promatranih parametara prometnog toka u različitim režimima prometnog toka. Poglavlje je strukturirano u četiri međusobno povezana dijela. U potpoglavlju 6.1. opisani su statistički testovi i metode primijenjene radi identifikacije optimalnih tipova i oblika funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih je moguće, uz visoku razinu točnosti i preciznosti, opisati stohastičke relacije između promatranih parametara prometnog toka, odnosno pojavu slučajnih oscilacija u vrijednostima brzine prometnog toka i protoka vozila u različitim režimima prometnog toka. U potpoglavljima 6.2., 6.3 i 6.4. detaljno su prikazani rezultati statističkih testova prilagodbe odabranih teorijskih razdioba na empirijske razdiobe vrijednosti, brzina i protoka vozila, slijedom, dobiveni za različite režime prometnog toka na autocestama i brzim cestama.

Sedmo poglavlje pod naslovom „Formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“ sastoji se od dva međusobno povezana potpoglavlja. U ovome poglavlju su, na temelju kombinirane primjene determinističkih regresijskih funkcija predloženih za opis matematičkih relacija između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka i funkcija gustoće vjerojatnosti koje su na temelju provedenih statističkih testova identificirane kao optimalne za opis slučajnih oscilacija u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka prisutnih u različitim režimima prometnog toka, definirane konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. U potpoglavlju 7.1. definirana je konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, a u potpoglavlju 7.2. konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“.

U osmom poglavlju pod naslovom „Validacija predloženoga temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“ prikazani su i

komentirani rezultati provedenog postupka unakrsne validacije predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ te rezultati komparativne analize vrijednosti relevantnih performansi modela utvrđenih za predložene temeljne vjerojatnosne modele i najznačajnije modele temeljnog dijagrama prometa definirane u stranoj literaturi. Poglavlje se sastoji od dva međusobno povezana potpoglavlja. U potpoglavlju 8.1. detaljno su opisani svi koraci provedenog postupka unakrsne validacije modela te su komparativno prikazane i komentirane vrijednosti relevantnih pokazatelja točnosti i preciznosti modela dobivene za alternativne matematičke formulacije temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, utvrđene na temelju analize različitih poduzoraka prikupljenih empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, kao i prosječne vrijednosti pokazatelja točnosti i preciznosti modela utvrđene na temelju pet provedenih iteracija postupka unakrsne validacije. U potpoglavlju 8.2. komparativno su prikazane i komentirane vrijednosti svih promatranih pokazatelja točnosti i preciznosti modela utvrđene za predloženi temeljni vjerojatnosni model i 12 odabranih modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi.

Zaključna razmatranja istraživanja data su u posljednjem, devetom poglavlju. Zaključak sadrži koncizan pregled svih rezultata i zaključaka proizašlih iz pojedinih faza provedenih istraživanja. Sažeto su navedeni i komentirani rezultati dobiveni na temelju provedene deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, korelacijske i regresijske analize odnosa između vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka, inferencijalne i vjerojatnosne analize stohastičkih karakteristika prometnog toka te provedenog postupka validacije predloženih matematičkih formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka. Posebno su istaknuti zaključci vezani uz postavljenu glavnu hipotezu i pomoćne hipoteze istraživanja. Na kraju ovog poglavlja dat je pregled svih nedostataka i ograničenja provedenog istraživanja te su navedene smjernice i prijedlozi za provedbu budućih istraživanja.

## **2. METODOLOGIJA PRIPREME I PROVEDBE SNIMANJA PROMETNIH TOKOVA NA REPREZENTATIVNIM SEGMENTIMA MREŽE CESTA VISOKOG UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ**

U ovome poglavlju opisane su osnovne karakteristike postojeće mreže prometnica visokog učinka na području Republike Hrvatske te su detaljno objašnjeni metodološki postupci primijenjeni za izbor reprezentativnih segmenata cestovne mreže, određivanje minimalne potrebne veličine statističkog uzorka te provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima.

U prvom dijelu potpoglavlja 2.1., pod naslovom „Osnovne karakteristike promatrane cestovne mreže“ definiran je pojam cesta visokog učinka te je objašnjena njihova namjena i uloga u cestovnoj mreži. Posebno su, također, definirani pojmovi autocesta i brzih cesta, koje su u sklopu ovih istraživanja promatrane kao dvije osnovne kategorije prometnica visokog učinka reprezentativne za prikupljanje podataka o prometnom toku. Za svaku od promatranih kategorija cesta visokog učinka navedene su i standardne dimenzije osnovnih elemenata poprečnog profila ceste. U drugom dijelu ovog potpoglavlja opisane su osnovne karakteristike postojeće mreže cesta visokog učinka u RH, pri čemu se posebno razmatra broj postojećih autocesta i brzih cesta na cestovnoj mreži RH, duljina postojećih autocesta i brzih cesta, relativni udio segmenata cesta visokog učinka s razdjelnim pojasom i bez njega, relativni udio segmenata cesta visokog učinka na kojima poprečni profil ceste sadrži po jedan, dva te tri i više prometnih trakova po smjeru vožnje te broj i lokacije prometnih objekata i pratećih uslužnih objekata na promatranoj cestovnoj mreži.

Metodološki postupak odabira segmenata cesta visokog učinka reprezentativnih za prikupljanje relevantnih podataka o prometnom toku, neophodnih za razvoj temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za prometnice visokog učinka u Republici Hrvatskoj, opisan je u potpoglavlju 2.2. pod naslovom „Metodologija odabira reprezentativnih segmenata cestovne mreže“. U ovome potpoglavlju dati su detaljni opisi i objašnjenja šest metodoloških koraka provedenih radi identifikacije reprezentativnih segmenata cesta visokog učinka. Pritom su posebno opisani ovi postupci: (1) postupak restrukturiranja, čišćenja i korekcije podataka pohranjenih u integriranoj bazi podataka, (2) postupak eliminacija nerepresentativnih segmenata cestovne mreže, (3) postupak estimacije vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta na osnovnom skupu reprezentativnih segmenata promatrane cestovne mreže, (4) postupak klasterizacije reprezentativnih cestovnih segmenata sadržanih u

osnovnom skupu reprezentativnih segmenata promatrane cestovne mreže u potkategorije primjenom algoritma k-sredina, (5) postupak odabira podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata primjenom metode stratificiranog uzorkovanja i (6) postupak odabira konačnog podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata na temelju definiranih geoprometnih kriterija. U drugom dijelu potpoglavlja 2.2. opisani su rezultati analize karakteristika vremenske neravnomjernosti protoka vozila na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka na temelju kojih su utvrđeni mjerodavni jutarnji i popodneveni periodi vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja prikladni za provedbu snimanja prometa.

U potpoglavlju 2.3. pod naslovom „Metodologija određivanja veličine minimalnoga reprezentativnog statističkog uzorka“ određene su minimalne veličine uzoraka koje je potrebno prikupiti na svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu mreže prometnica visokog učinka u RH tijekom definiranih intervala vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja. Minimalna reprezentativna veličina statističkog uzorka za svaki odabrani reprezentativni cestovni segment utvrđena je na temelju podataka o ukupnom broju registriranih motornih vozila na području RH, uz vrijednost margine pogreške u iznosu od  $\pm 5\%$ , vrijednost standardnog odstupanja u iznosu od  $50\%$  te uz stupanj pouzdanosti od  $95\%$  i  $99\%$ .

Potpoglavlje 2.4. pod naslovom „Metodologija snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima promatrane cestovne mreže“ daje detaljan opis postupka pripreme plana provedbe terenskih istraživanja, postupka provedbe probnog snimanja prometnih tokova, postupka formiranja i edukacije tima za provedbu terenskih istraživanja i postupka provedbe snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima. U ovome potpoglavlju prikazane su i tehničke specifikacije besposadne letjelice (drona) primijenjene za zračno snimanje prometnih tokova.

Prostorni i vremenski obuhvat terenskih istraživanja definirani su u potpoglavlju 2.5. U početnom dijelu tog potpoglavlja dat je popis dionica postojeće mreže autocesta i brzih cesta na području Republike Hrvatske na kojima se nalaze odabrani reprezentativni cestovni segmenti, dok su u drugom dijelu detaljno opisani projektno-oblikovni elementi, karakteristike cestovne infrastrukture, karakteristike prometnog toka i značajke cestovne okoline prisutne na svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu. Uz detaljne opise relevantnih karakteristika svakog odabranoga cestovnog segmenta dati su i tabelarni pregledi lokacija odabranih za snimanje prometa s osnovnim podacima o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka.

## 2.1. Osnovne karakteristike promatrane cestovne mreže

U ovom potpoglavlju prikazane su osnovne karakteristike postojeće cestovne mreže prometnica visokoga učinka na području Republike Hrvatske, koje su promatrane prilikom odabira reprezentativnih cestovnih segmenata na kojima je provedeno snimanje prometnih tokova radi prikupljanja ulaznih podataka potrebnih za razvoj i validaciju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka.

Javne ceste visokog učinka namijenjene su isključivo za prometovanje motornih vozila, a prema svojim projektno-oblikovnim elementima moraju osigurati odvijanje prometnog toka uz visoku razinu uslužnosti. Kako bi se osiguralo neometano i sigurno odvijanje prometa, pri visokim brzinama, sva raskrižja na prometnicama visoke razine uslužnosti moraju biti izvedena izvan razine, odnosno u različitim oblicima raskrižja s ulaznim i izlaznim spojnima cestama i dodatnim trakovima za ulijevanje i izlivanje prometnih tokova. Time se uklanjaju sve točke presijecanja između glavnoga prometnog toka i sporednih prometnih tokova, čime se osigurava znatno povećanje sigurnosti i propusne moći ceste. Osim toga, suprotno usmjereni prometni tokovi na prometnicama visokog učinka odvojeni su razdjelnim pojasom, odnosno kreću se po dva odvojena kolnika, čime se dodatno smanjuje mogućnost nastanka konflikta između vozila koja se kreću u suprotnim smjerovima. Ceste visokog učinka koje su promatrane u sklopu ovih istraživanja, uključuju dvije kategorije cestovnih prometnica:

- *Autoceste:* Prema Zakonu o sigurnosti prometa na cestama [74] „autocesta“ je javna cesta posebno izgrađena i namijenjena isključivo za promet motornih vozila, koja ima dvije fizički odvojene kolničke trake (zeleni pojas, zaštitnu ogradu i sl.) za promet iz suprotnih smjerova s po najmanje dvije prometne trake širine najmanje 3,5 m, a s obzirom na konfiguraciju terena – i po jednu traku za zaustavljanje vozila u nuždi širine najmanje 2,5 m, bez raskrižja s poprečnim cestama i željezničkim ili tramvajskim prugama u istoj razini, u čiji se promet može uključiti, odnosno isključiti samo određenim i posebno izgrađenim priključnim prometnim trakama za ubrzavanje ili usporavanje, odnosno priključnim rampama, kojom je omogućen siguran prometni tok vozila brzinom od najmanje 80 km/h i koja je kao autocesta označena propisanim prometnim znakom;
- *Brze ceste:* Prema Zakonu o sigurnosti prometa na cestama [74] „brza cesta“ je javna cesta namijenjena za promet isključivo motornih vozila, s jednom kolničkom trakom ili dvije razdvojene kolničke trake, koja ima sva raskrižja u dvije ili više razina s poprečnim cestama i drugim prometnicama (željezničkim ili tramvajskim prugama), u pravilu nema zaustavnih traka i koja je označena propisanim prometnim znakom. Prema Odluci o provedbi tehničke

kategorizacije javnih cesta u Republici Hrvatskoj [75] „brze ceste“ su prema zadaći povezivanja namijenjene međudržavnom povezivanju i sveobuhvatnom povezivanju državne teritorije ili povezivanju dva regionalna sjedišta ili više njih. U Odluci se također navodi da brze ceste moraju sadržavati ove tehničke elemente: dva kolnika s po minimalno dvije vozne trake ili jedan kolnik s dvije vozne trake, denivelirana raskrižja, minimalnu širinu kolnika od 8 metara, minimalnu širinu bankine od 1,50 metara i projektnu brzinu ne manju od 90 km/h.

Prema mjerodavnim značajkama projektno-oblikovnih elemenata, dionice cesta visokog učinka mogu se klasificirati u tri osnovne skupine:

1. Otvorene dionice prometnica visokog učinka;
2. Dionice prometnica visokog učinka na području zona za ulijevanje i izlijevanje prometnih tokova i
3. Dionice prometnica visokog učinka na području zone preplitanja prometnih tokova u blizini raskrižja izvan razine.

Otvorene dionice cesta visokog učinka, u uvjetima slobodnoga prometnog toka omogućavaju neprekinuto prometovanje vozila pri približno idealnim uvjetima prometnog toka. Iz toga razloga se na otvorenim dionicama autocesta i brzih cesta javljaju najmanje razlike između vrijednosti teoretske i praktične propusne moći. S druge strane, na području zona ulijevanja, izlijevanja i preplitanja prometnih tokova u blizini raskrižja uvjeti odvijanja prometa djelomično su ometani, budući da se javljaju dodatni konflikti između vozila u glavnome prometnom toku i sporednim prometnim tokovima. Osim toga, značajke projektno-oblikovnih elemenata ceste u blizini raskrižja značajno se razlikuju u usporedbi sa standardnim projektno-oblikovnim elementima na otvorenim dionicama autocesta i brzih cesta. U blizini raskrižja, poprečni profil prometnice, umjesto zaustavnog traka, sadrži dodatne trakove za ulijevanje/izlijevanje i preplitanje prometnih tokova. Često se zbog prostornih ograničenja na području raskrižja izvodi i suženje razdjelnog pojasa. Na kompleksnijim oblicima raskrižja izvan razine često je prisutan i povećani uzdužni nagib ceste te se javljaju znatne promjene u elementima cestovne okoline (položaj i tip zaštitnih odbojnih ograda, konzolnih stupova vertikalne prometne signalizacije i stupova javne rasvjete te ostale opreme ceste i sl.). Navedene različitosti u projektno-oblikovnim elementima prometnice u blizini raskrižja u većoj mjeri utječu na redukciju vrijednosti praktične propusne moći i razine usluge, nego što je to slučaj kod otvorenih dionica cesta.

Ukupna duljina promatranih kategorija prometnica visokog učinka na području Republike Hrvatske iznosi oko 1482 km. Najveći udio promatrane cestovne mreže (oko 90 %)



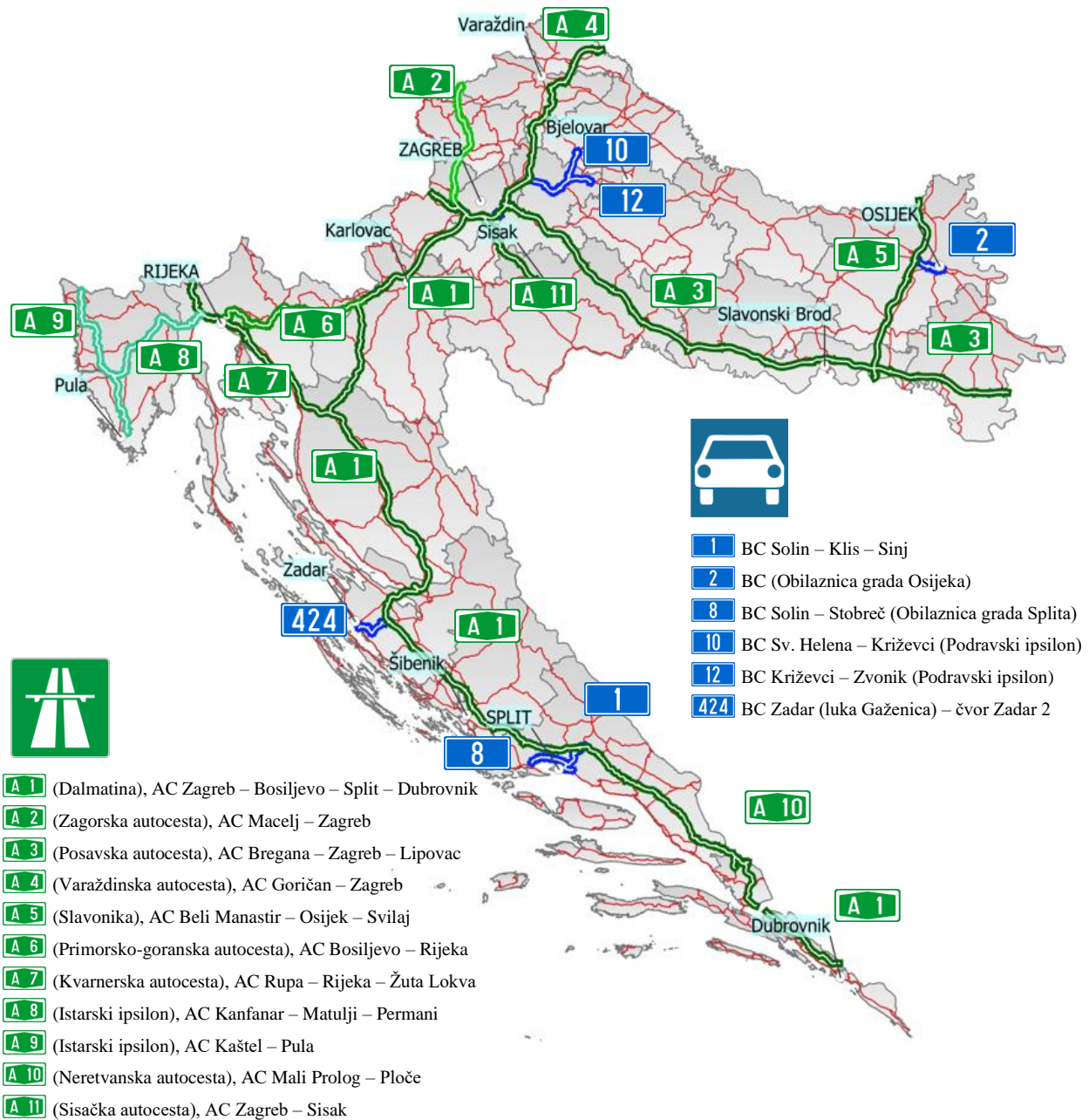
pripada postojećoj autocestovnoj mreži, ukupne duljine 1313 km, dok preostalih 169 km prometnica (oko 10 %) pripada kategoriji brzih cesta [76], [77], [78].

Postojeća autocestovna mreža obuhvaća ukupno 11 autocesta. Na većini segmenata postojeće autocestovne mreže, duljine 1272,4 km (oko 96,9 % cestovnih segmenata) poprečni profil autoceste sadrži dva kolnička traka fizički odvojena razdjelnim pojasom s po dva prometna traka u svakom smjeru kretanja vozila. Poprečni profil autoceste s dva fizički odvojena kolnička traka i s po tri prometna traka u svakom smjeru vožnje nalazi se na 20,8 km (oko 1,6 %) autocestovne mreže, dok preostali segmenti, duljine 20,2 km (oko 1,5 % cestovnih segmenata) imaju poprečni profil poluautoceste.

Na postojećoj autocestovnoj mreži nalazi se ukupno 425 mostova i vijadukata, ukupne duljine 65,7 km, 53 tunela, ukupne duljine 93 km po svakom smjeru vožnje, 108 naplatnih postaja, 14 prijelaza za divlje životinje te prateći uslužni objekti, uključujući 121 odmorište, 8 hotela, 72 benzinske postaje, 29 restorana i 83 *café*-barova. Mrežom autocesta u Republici Hrvatskoj gospodare tri društva:

- *Hrvatske autoceste d. o. o. (HAC)*: Društvo s ograničenom odgovornošću za upravljanje, građenje i održavanje autocesta, koje se nalazi u 100-postotnom vlasništvu Republike Hrvatske. Hrvatske autoceste d. o. o. gospodare s autocestovnom mrežom duljine 1112,4 km (s oko 84,7 % postojeće autocestovne mreže) koja obuhvaća autoceste A1, A3, A4, A5, A6, A7, A10 i A11.
- *Autocesta Zagreb – Macelj d. o. o. (AZM)*: Društvo s ograničenom odgovornošću za financiranje, građenje, upravljanje i održavanje autoceste Zagreb – Macelj koje se nalazi u vlasništvu Republike Hrvatske (49 %) i tvrtke Pyhrn Concession Holding GmbH (51 %). Autocesta Zagreb – Macelj d. o. o. gospodari s autocestom A2, duljine 60 km (s oko 4,6 % postojeće autocestovne mreže).
- *Bina Istra d. d.*: Dioničko društvo za financiranje, gradnju, upravljanje i održavanje autocesta, koje se nalazi u vlasništvu tvrtke Bouygues TP (45 %), Hrvatskih autocesta (44 %), INA-e (5 %), i tvrtke Antin Infrastructure Partners (6 %). Bina Istra d. d. gospodari s autocestovnom mrežom duljine 141 km (s oko 10,7 % postojeće autocestovne mreže) koja obuhvaća autoceste Istarskog ipsilona (A8 i A9).

Brze ceste se nalaze na pojedinim dionicama državnih cesta D1, D2, D10, D12, D14, D30, D33, D68, D76 i D220. Mrežom brzih cesta u RH gospodare *Hrvatske ceste d. o. o. (HC)*, društvo s ograničenom odgovornošću, za upravljanje, građenje i održavanje državnih cesta. Hrvatske ceste d. o. o. se nalaze u 100-postotnom vlasništvu Republike Hrvatske. Na Slika 2. prikazana je postojeća mreža autocesta i brzih cesta na području Republike Hrvatske.



Slika 2. Kartografski prikaz postojeće mreže cesta visokog učinka na području Republike Hrvatske.

Izvor: obrada autora na temelju podataka preuzetih iz [79].

## 2.2. Metodologija odabira reprezentativnih segmenata cestovne mreže

Lokacije i vremenski periodi prikupljanja statističkog uzorka odabrani su tako da se osigura prikupljanje uzorka koji sadrži sveobuhvatan raspon vrijednosti relevantnih empirijskih parametara prometnog toka. Time je osigurano prikupljanje baze podataka dostatne veličine za dobivanje što potpunijih empirijskih dijagrama rasprostiranja „brzina-gustoća“, „protok-gustoća“ i „protok-brzina“ koji služe kao temelj za provođenje daljnje statističke analize i matematičku formulaciju optimalnoga teoretskog oblika fundamentalnog dijagrama prometa.

Kako bi se prikupio reprezentativan statistički uzorak koji u sebi sadržava vrijednosti parametara prometnog toka izmjerene u svim režimima prometnog toka, bilo je potrebno, uzevši u obzir postojeća financijska i vremenska ograničenja, odabrati dostatan broj karakterističnih lokacija na postojećoj mreži prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj na kojima će se provesti snimanje prometnih tokova. Radi odabira reprezentativnih segmenata prometnica visokog učinka prikladnih za prikupljanje statističkog uzorka na temelju kojeg je proveden razvoj i validacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, provedena je analiza dostupnih podataka o relevantnim karakteristikama cestovne infrastrukture, značajkama cestovne okoline, prometnim opterećenjima i strukturi prometnog toka te postojećim ograničenjima brzine i izmjerenim vrijednostima operativne brzine (prosječne i 85-percentilne brzine) vozila u prometnom toku na dionicama cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Navedeni podatci neophodni za identifikaciju reprezentativnih segmenata mreže prometnica visokog učinka prikupljeni su iz dostupnih baza podataka, u prvom redu iz interne baze podataka integriranog *webGIS*-sustava Zavoda za prometno planiranje Fakulteta prometnih znanosti te *webGIS*-portala, geoprostornih baza podataka i dostupnih publikacija ostalih relevantnih institucija i organizacija nadležnih za gospodarenje, građenje, održavanje i upravljanje mrežom prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Pritom su se za potrebe odabira reprezentativnih segmenata mreže promatranih kategorija prometnica posebno promatrala vrijednosti ovih parametara:

1. Kategorija prometnice (autocesta, poluautocesta ili brza cesta)
2. Broj prometnih trakova (poprečni profil prometnice s 2 ili 3 prometna traka u svakom smjeru vožnje)
3. Geografska regija (Središnja Hrvatska, Slavonija i Baranja, Lika, Istra, Dalmacija)
4. Veličina prosječnog godišnjeg dnevnog prometa (PGDP) i prosječnog godišnjeg ljetnog prometa (PLDP)

5. Postojeće ograničenje brzine (autoceste: 100, 110, 120 ili 130 km/h; brze ceste: 80, 90, 100 ili 110 km/h)
6. Struktura prometnog toka odnosno postotni udio osobnih automobila i ostalih vrsta vozila u prometnom toku (motocikala, lakih i teških teretnih vozila, autobusa)
7. Operativna brzina<sup>20</sup> vozila u prometnom toku (prosječna i 85-percentilna brzina)
8. Ostali relevantni projektno-oblikovni elementi prometnice, uključujući tip razdjelnog pojasa, horizontalni radijus zakrivljenosti trase, prisutnost čvorišta i prisutnost bočnih smetnji.

Vrijednosti navedenih parametara, koje su prikupljene iz različitih podatkovnih izvora pohranjene su u jedinstvenu bazu podataka. Odabir reprezentativnih segmenata mreže prometnica visokog učinka zatim je proveden na temelju prikupljenih skupova podataka o relevantnim karakteristikama cestovne infrastrukture, značajkama cestovne okoline i karakteristikama prometnog toka pohranjenim u navedenoj integriranoj bazi podataka, prema ovim koracima:

1. *Restrukturiranje, čišćenje i korekcija podataka pohranjenih u integriranoj bazi podataka:* Budući da su se podatci o relevantnim karakteristikama cestovne infrastrukture, značajkama cestovne okoline i karakteristikama prometnog toka prikupili iz većeg broja različitih geoprostornih baza podataka i dostupnih publikacija, u prvoj fazi pripreme obrade prikupljenih podataka bilo je potrebno uskladiti strukturu zapisa podataka prikupljenih iz različitih podatkovnih izvora. Pritom su se svi prikupljeni podatci transformirali u matrični kodni oblik prikladan za jednostavnu obradu i analizu podataka koja je provedena u daljnjim koracima istraživanja. Prema navedenom matričnom obliku zapisa podataka, relevantne atributne značajke vezane uz karakteristike cestovne infrastrukture, značajke cestovne okoline i karakteristike prometnog toka, klasificirane su u odvojene podatkovne stupce (numeričke i tekstualne vektore), pri čemu su pojedinačni zapisi o vrijednostima relevantnih parametara zapisane u pojedinim redcima integrirane baze podataka. Nakon restrukturiranja prikupljenih podataka, proveden je postupak čišćenja baze podataka svedene na matrični numerički oblik. Pritom su se prvo identificirale, filtrirale i uklonile sve prazne podatkovne ćelije te ćelije koje sadržavaju neiskoristive podatke. Na temelju postupka verifikacije provjereno je jesu li u preostalom skupu podataka prisutne nelogične ili pogrešno zapisane vrijednosti. Pritom je provedena korekcija onih podatkovnih ćelija u kojima je iz zapisanih podataka vidljiva originalna (ispravna) vrijednost. Sve preostale podatkovne ćelije s pogrešno zapisanim i nelogičnim podacima zatim su uklonjene

---

<sup>20</sup> Prosječna operativna brzina vozila u prometnom toku predstavlja aritmetičku sredinu brzina kretanja individualnih vozila u prometnom toku, a 85-percentilna operativna brzina predstavlja graničnu vrijednost brzine ispod koje se kreće 85 % vozila u prometnom toku.

iz baze podataka kako bi u njoj ostao samo pročišćen podskup podataka zapisan u obliku prikladnom za provođenje daljnjih koraka obrade i analize podataka.

2. *Eliminacija nereprezentativnih segmenata cestovne mreže:* U ovom su se koraku iz integrirane baze podataka uklonili svi cestovni segmenti koji zbog svojih projektno-oblikovnih karakteristika nisu bili prikladni za prikupljanje podataka neophodnih za razvoj i validaciju stohastičkih fundamentalnih dijagrama prometnog toka. Budući da je u sklopu ovih istraživanja bilo potrebno provesti analizu matematičkih relacija između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka izmjerenih na cestovnim segmentima na kojima prevladavaju uvjeti kontinuiranoga prometnog toka, odnosno na onim dionicama cesta visokog učinka na kojima na vrijednosti promatranih parametara prometnog toka gotovo isključivo utječu interakcije između individualnih vozila u prometnom toku, iz integrirane baze podataka bilo je potrebno ukloniti sve cestovne segmente koji se po svojim karakteristikama ne mogu svrstati u skupinu otvorenih dionica ceste. Radi toga su na temelju analize kreirane integrirane baze geoprostornih podataka identificirani svi 100-metarski cestovni segmenti na kojima se nalaze cestovna čvorišta i odmorišta te cestovni segmenti s vrijednostima radijusa horizontalne zakrivljenosti ceste nižim od 800 metara. Kako bi se osiguralo da na cestovnim segmentima odabranim za snimanje prometnih tokova nema niti neposrednih negativnih utjecaja navedenih projektno-oblikovnih karakteristika i elemenata cestovne mreže, iz baze podataka isključeni su i svi cestovni segmenti koji se nalaze 500 metara prije i 500 metara iza postojećih cestovnih čvorišta, odmorišta, dionica cesta u zavoju te naplatnih postaja. Osim toga, iz baze podataka isključene su i sve dionice cesta u tunelima budući da se s videozapisa snimljenih iz zraka ne mogu vidjeti kretanja vozila unutar tunela te samim time ti segmenti nisu bili prikladni za prikupljanje podataka u sklopu ovih istraživanja.
3. *Estimacija vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta na reprezentativnim segmentima promatrane cestovne mreže:* Radi određivanja daljnjih prioriteta odabira individualnih 100-metarskih segmenata cestovne mreže iz podskupa cestovnih segmenata preostalih u integriranoj bazi podataka nakon eliminacije svih nereprezentativnih segmenata, za svaki cestovni segment izračunate su vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta na temelju kojih je procijenjeno prevladavaju li tijekom vršnog sata na svakom promatranom segmentu uvjeti slobodnog, normalnog, zasićenog ili zagušenoga prometnog toka. Pritom je za potrebe procjene vrijednosti gustoće prometnog toka najprije provedena pretvorba vrijednosti prosječnog godišnjeg dnevnog prometa (PGDP) u vrijednosti vršnoga satnog protoka. Ta pretvorba provedena je primjenom kriterija 30. sata, prema kojem se pretpostavlja da udio vršnoga satnog protoka u PGDP-u u prosjeku iznosi oko 7 %. Vrijednosti gustoće prometnog toka na svakom preostalom cestovnom segmentu zatim su procijenjene primjenom osnovne jednadžbe prometnog toka, prema kojoj se gustoća može izraziti kao količnik vrijednosti satnog protoka i prosječne brzine prometnog toka. Matematički, ovaj se postupak može prikazati na temelju izraza:

$$g_e = \frac{q_{mj}}{V_{o_{mean}}} = \frac{K \cdot PGDP}{V_{o_{mean}}} \left[ \frac{\text{voz}}{\text{km}} \right] \quad (1)$$

gdje je:

$g_e$  – procijenjena vrijednost gustoće prometnog toka na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu [voz/km]

$q_{mj}$  – vrijednost mjerodavnoga vršnog satnog protoka, procijenjena na temelju kriterija „30. sata“ [voz/h]

$V_{o_{mean}}$  – prosječna operativna brzina vozila u prometnom toku [km/h]

$K$  – faktor udjela vršnoga satnog protoka u PGDP-u.

Stupanj iskorištenja kapaciteta za svaki je cestovni segment procijenjen na temelju omjera prosječnog godišnjeg dnevnog prometa (PGDP-a) i procijenjene dnevne praktične propusne moći postojećega poprečnog profila prometnice visokog učinka na svakom promatranome cestovnom segmentu. Navedeni se omjer matematički može prikazati na temelju izraza:

$$\rho = \frac{PGDP}{C_{ep}} \cdot 100 [\%] \quad (2)$$

gdje je:

$\rho$  – stupanj iskorištenja propusne moći (kapaciteta) prometnice visokog učinka na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu [%]

$PGDP$  – veličina prosječnog godišnjeg dnevnog prometa (PGDP-a) na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu [voz/dan]

$C_{ep}$  – procijenjena dnevna praktična propusna moć<sup>21</sup> postojećega poprečnog profila prometnice visokog učinka na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu [voz/dan].

Vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja zasićenja kapaciteta izračunane na temelju opisanog postupka zatim su primjenom min-max algoritma normalizirane u numerički interval [0,1] te grupirane silazno od najviše do najniže utvrđene vrijednosti. Postupak min-max normalizacije navedenih parametara proveden je na temelju ovih matematičkih izraza:

$$g_{norm} = \frac{g - \min(g)}{\max(g) - \min(g)} \quad (3)$$

---

<sup>21</sup> Praktična propusna moć (kapacitet) prometnice jest broj vozila koji može u jednom satu proći kroz promatrani presjek prometnice na jednoj prometnoj traci pod stvarnim (realnim) cestovnim i prometnim uvjetima. Prilikom proračuna praktične propusne moći promatra se veći broj faktora utjecaja na temelju kojih se reducira teorijska propusna moć prometnice. Ti faktori utjecaja u prvome redu uključuju: širine prometnih trakova, nepokretne bočne smetnje, pokretne bočne smetnje, strukturu prometnog toka, regulativne mjere, veličinu i duljinu uzdužnog nagiba ceste i broj prometnih trakova.

$$\rho_{norm} = \frac{\rho - \min(\rho)}{\max(\rho) - \min(\rho)} \quad (4)$$

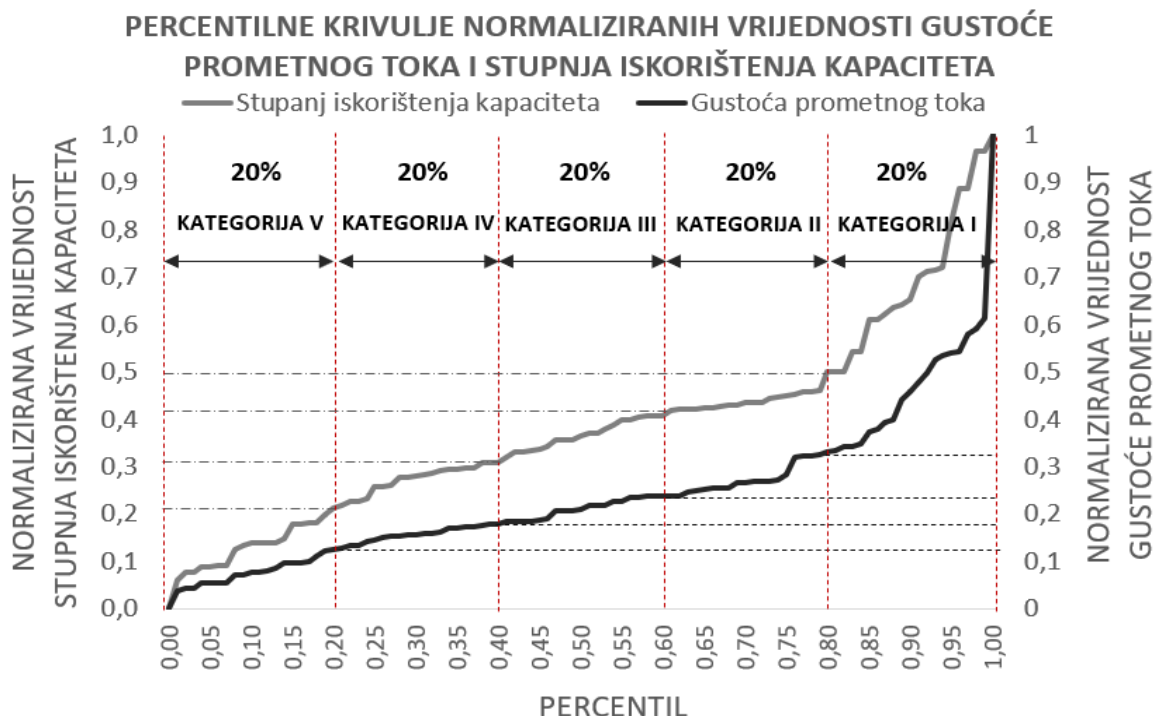
gdje je:

$g_{norm}$ ,  $\rho_{norm}$  – normalizirane vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu  
 $g, \rho$  – procijenjene vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta prometnice visokog učinka na individualnom 100-metarskom cestovnom segmentu

$\min(g)$ ,  $\min(\rho)$  – minimalne vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta utvrđene za individualni 100-metarski cestovni segment na mreži prometnica visokog učinka

$\max(g)$ ,  $\max(\rho)$  – maksimalne vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta utvrđene za individualni 100-metarski cestovni segment na mreži prometnica visokog učinka.

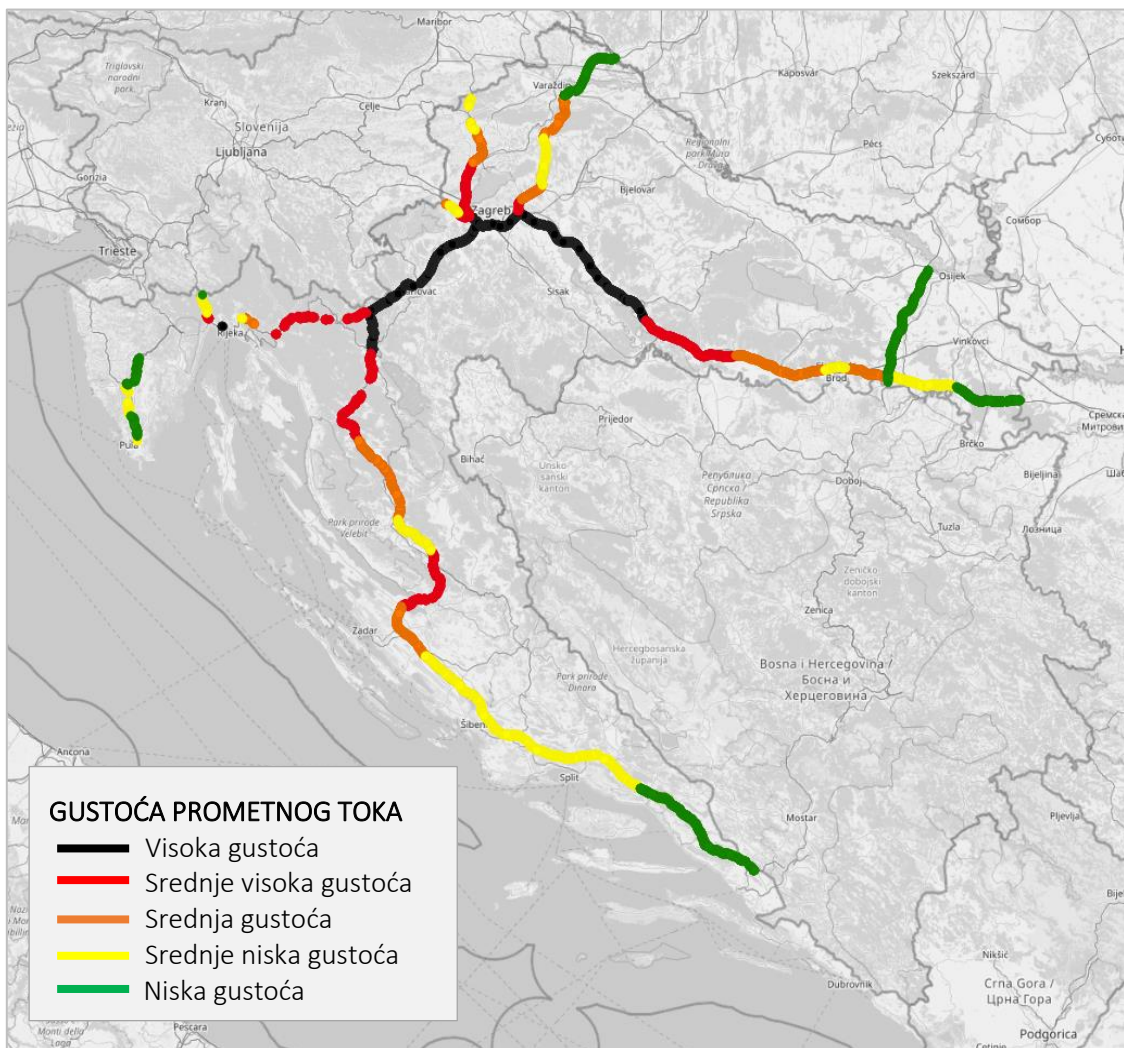
Grupirani skupovi normaliziranih vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta zatim su podijeljene na 100 jednakih intervala kako bi se konstruirale percentilne krivulje promatranih normaliziranih parametara prometnog toka. Na temelju dobivenih percentilnih krivulja normaliziranih vrijednosti gustoće i stupnja iskorištenja kapaciteta (Grafikon 1.), podskup reprezentativnih 100-metarskih segmenata promatrane cestovne mreže preostalih u integriranoj bazi podataka klasificiran je u pet kategorija.



Grafikon 1. Komparativni prikaz percentilnih krivulja normaliziranih vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta primijenjenih za klasifikaciju cestovnih segmenata u pet osnovnih percentilnih kategorija. Izvor: obrada autora u MS Excelu.



Navedena klasifikacija provedena je na temelju metode jednolike percentilne klasifikacije, odnosno tako da je prvih 20 % cestovnih segmenata za koje su utvrđene najviše vrijednosti promatranih normiziranih parametara prometnog toka svrstano u prvu kategoriju, drugih 20 % u drugu kategoriju te tako dalje redom tako da po 20 % segmenata bude pridruženo svakoj definiranoj podatkovnoj kategoriji od njih pet. Kartografski prikaz pet percentilnih kategorija cestovnih segmenata utvrđenih percentilnom analizom normaliziranih vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta dan je na Slika 3.

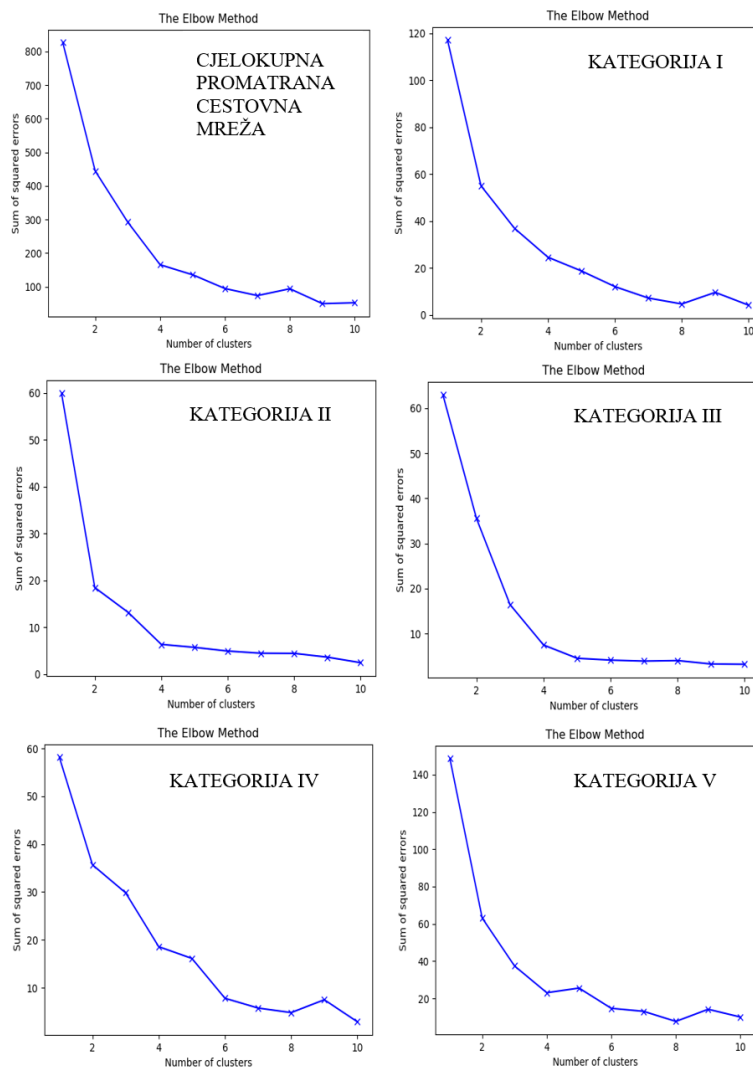


Slika 3. Kartografski prikaz pet percentilnih kategorija cestovnih segmenata utvrđenih percentilnom analizom normaliziranih vrijednosti gustoće prometnog toka, nakon eliminacije nereprezentativnih cestovnih segmenata iz ulazne baze podataka. Izvor: obrada autora u QGIS sustavu.

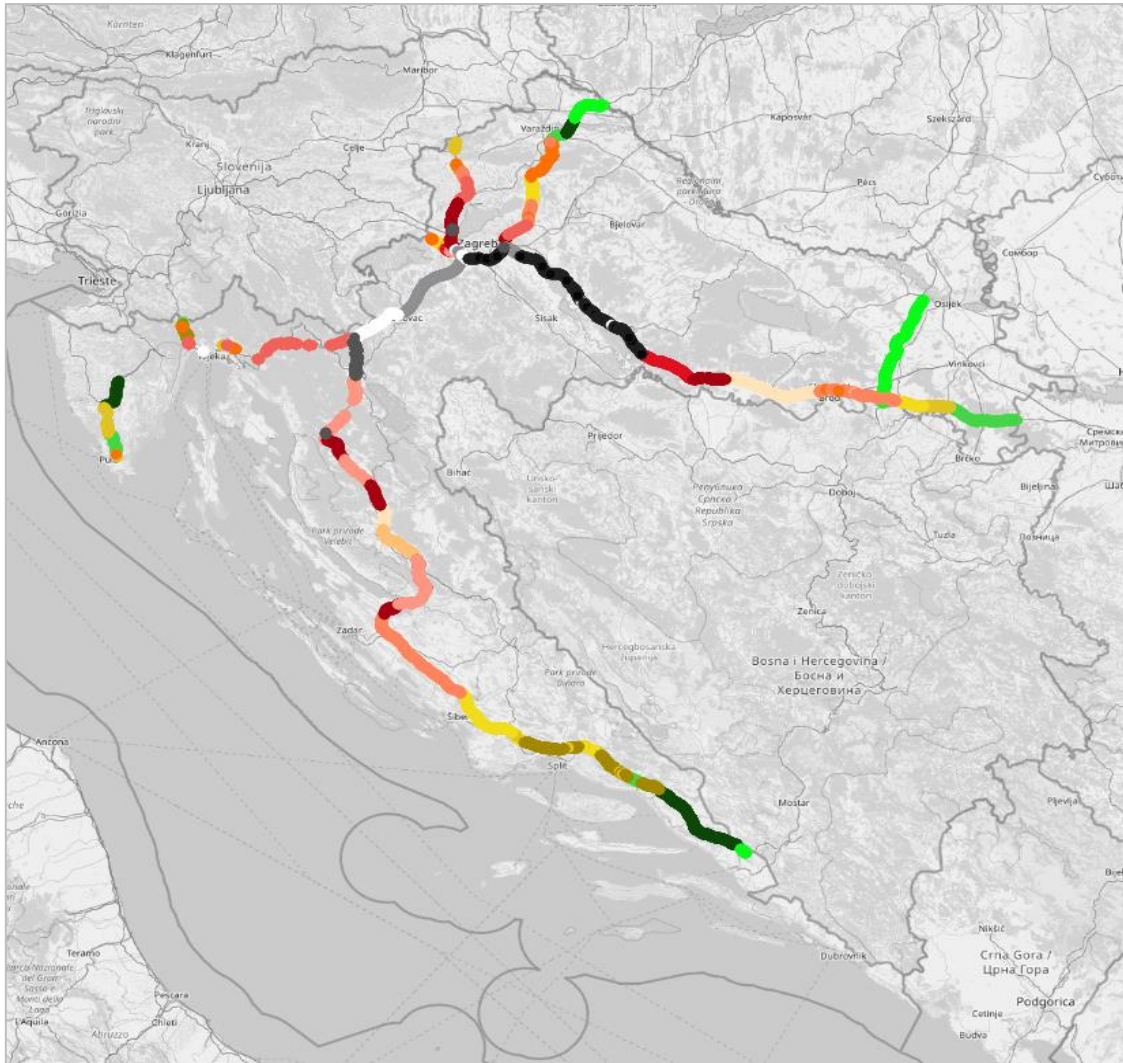
4. *Klasterizacija reprezentativnih cestovnih segmenata u potkategorije primjenom algoritma k-sredina*: Primjenom algoritma k-sredina provedena je daljnja podjela osnovnih pet kategorija reprezentativnih cestovnih segmenata na potkategorije (klustere), pri čemu su kao relevantni parametri za potrebe provedbe grupiranja cestovnih segmenata promatrane vrijednosti prometnog opterećenja i operative brzine vozila u prometnom toku. Algoritmom k-sredina identificirane su sličnosti u karakteristikama pojedinih cestovnih segmenata koje nisu bile vidljive na temelju



postupaka pripreme i filtriranja podataka provedenih u prethodnim koracima. Prije provedbe iterativnog postupka grupiranja cestovnih segmenata u klaster sličnih karakteristika, uz primjenu metode „lakta“ određen je optimalan broj klastera unutar svake promatrane kategorije. Kako bi se utvrdio optimalan broj klastera prema metodi „lakta“, proračunate su vrijednosti parametara inercije i distorzije, pri čemu se pod distorzijom podrazumijeva aritmetička sredina kvadrata odstupanja pojedinačnih opservacija od centroidnih točaka najbližih klastera podataka, a pod inercijom suma svih kvadrata odstupanja pojedinačnih opservacija od centroidnih točaka najbližih klastera. Vrijednosti parametara distorzije i inercije izračunane su iterativno, uz varijaciju vrijednosti broja klastera u cjelobrojnom intervalu od 1 do 10. Konačno, optimalan broj klastera unutar svake prethodno definirane kategorije reprezentativnih cestovnih segmenata od njih pet očitao je s grafikona kojim je prikazan odnos između izračunanih vrijednosti parametra distorzije i broja klastera, u točki lakta nakon koje se pad vrijednosti distorzije naglo smanjuje (Grafikon 2.).



Grafikon 2. Komparativni grafički prikazi funkcija sume kvadrata pogrešaka u ovisnosti o broju klastera odabranih za grupiranje segmenata promatrane mreže u potkategorije, dobivenih iterativnom primjenom algoritma k-sredina. Izvor: obrada autora u QGIS programskom modulu za atributno klasteriranje podataka [80].

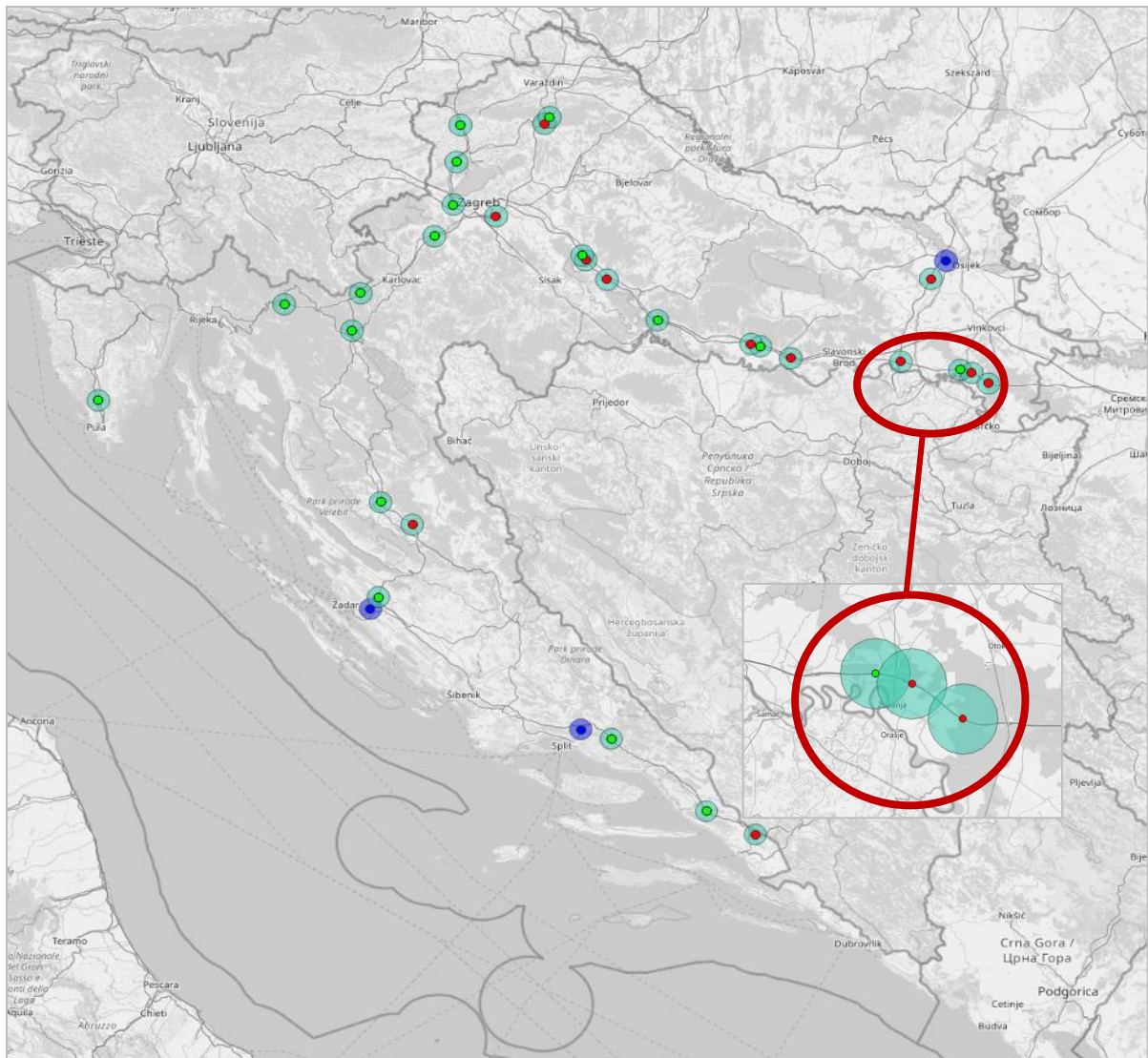


Slika 4. Kartografski prikaz potkategorija (klastera) cestovnih segmenata utvrđenih primjenom algoritma k-sredina uz primjenu veličine PGDP-a i postojećih ograničenja brzine kao relevantnih atributnih skupina za provedbu postupka grupiranja cestovnih segmenata unutar svake percentilne kategorije cestovnih segmenata od njih pet. Izvor: obrada autora u QGIS sustavu.

Nakon utvrđivanja optimalnog broja klastera, algoritam k-sredina je uz zadani broj klastera primijenjen za grupiranje cestovnih segmenata prisutnih unutar svake definirane kategorije od njih pet u odgovarajući broj potkategorija sličnih vrijednosti prometnog opterećenja i operative brzine. Primjenom algoritma k-sredina iterativno su proračunavane vrijednosti centroidnih točaka klastera sve do njihove konvergencije u konačne konstantne vrijednosti. Za primarne reprezentativne cestovne segmente svakog klastera odabrano je prvih 10 cestovnih segmenata za koje su utvrđene minimalne euklidske udaljenosti do najbližih centroidnih točaka. Radi provedbe postupka klasteriranja cestovnih segmenata u odgovarajući broj potkategorija primijenjen je softver koji omogućava primjenu algoritma k-sredina u QGIS programskom okruženju, uz specifikaciju atributnih skupina prema kojima je potrebno grupirati cestovne segmente (engl. *Attribute based clustering*). Pritom su za provedbu klasteriranja unutar svake prethodno definirane percentilne kategorije cestovnih segmenata od njih pet odabrane atributne skupine vezane uz veličinu

prosječnoga godišnjeg dnevnog prometa i postojeća ograničenja brzine na mreži prometnica visokog učinka. Prema metodi „lakta“, uz primjenu veličine prosječnoga godišnjeg dnevnog prometa i postojećih ograničenja brzine kao relevantnih atributnih skupina za provedbu postupka grupiranja cestovnih segmenata unutar svake dobivene kategorije cestovnih segmenata od njih pet, utvrđeno je da je prve četiri kategorije cestovnih segmenata optimalno podijeliti u četiri klastera (potkategorije), a petu kategoriju u tri klastera cestovnih segmenata. Rezultati metode „lakta“ dobiveni primjenom algoritma k-sredina, u slučaju kad se za potrebe grupiranja cestovnih segmenata primijene vrijednosti PGDP-a i ograničenja brzine, prikazani su na Grafikon 2. Rezultati grupiranja cestovnih segmenata u potkategorije, dobiveni primjenom algoritma k-sredina, uz promatranje vrijednosti PGDP-a i ograničenja brzine prilikom utvrđivanja međusobnih sličnosti u karakteristikama pojedinih cestovnih segmenata prikazani su na Slika 4.

5. *Odabir podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata primjenom metode stratificiranog uzorkovanja:* Nakon opisanog postupka klasterizacije cestovnih segmenata, primjenom generatora slučajnih brojeva temeljenog na uniformnoj razdiobi vjerojatnosti, unutar svake kreirane potkategorije reprezentativnih cestovnih segmenata generirani su cjelobrojni slučajni ID-brojevi koji su zatim pridruženi individualnim 100-metarskim cestovnim segmentima. Prilikom generiranja slučajnih brojeva primijenjen je i logički uvjet na temelju kojega je onemogućeno da se ista vrijednost slučajnog broja generira više puta. Time je osigurano da će svaki pojedinačni segment biti jednoznačno definiran na temelju dodijeljenog slučajnog broja te da se za potrebe prikupljanja podataka, u skladu s postojećim financijskim i vremenskim ograničenjima istraživanja, unutar svake potkategorije reprezentativnih cestovnih segmenata može odabrati podskup od prvih 10 segmenata kojima su generatorom slučajnih brojeva pridružene najviše cjelobrojne vrijednosti. Navedeni postupak slučajnog odabira cestovnih segmenata ponavljan je iterativno do trenutka kad su unutar svakog klastera odabrani podskupovi cestovnih segmenata koje uključuju sve postojeće vrijednosti ograničenja brzine. Primjenom opisanog postupka stratificiranog uzorkovanja iz filtriranog skupa cestovnih segmenata, kategoriziranog u 5 percentilnih kategorija i 19 potkategorija (klastera) odabrano je ukupno 33 podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata, pri čemu svaki podskup sadrži 10 cestovnih segmenata. Pritom je za autoceste odabrano ukupno 29, a za brze ceste 4 podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata.
6. *Odabir konačnog podskupa reprezentativnih cestovnih segmenata na temelju definiranih geoprometnih kriterija:* U ovome su koraku utvrđene središnje točke svakog podskupa slučajno odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata, nakon čega je 9 preostalih točaka sadržanih u tim podskupovima uklonjeno iz baze podataka. Kako bi se spriječila mogućnost odabira većeg broja reprezentativnih segmenata koji se nalaze na malim međusobnim udaljenostima u ovom koraku je provedena i *buffer* analiza na temelju koje su oko svakog preostalog cestovnog segmenta od njih 33 kreirane kružne zone radijusa 5 km (Slika 5.).



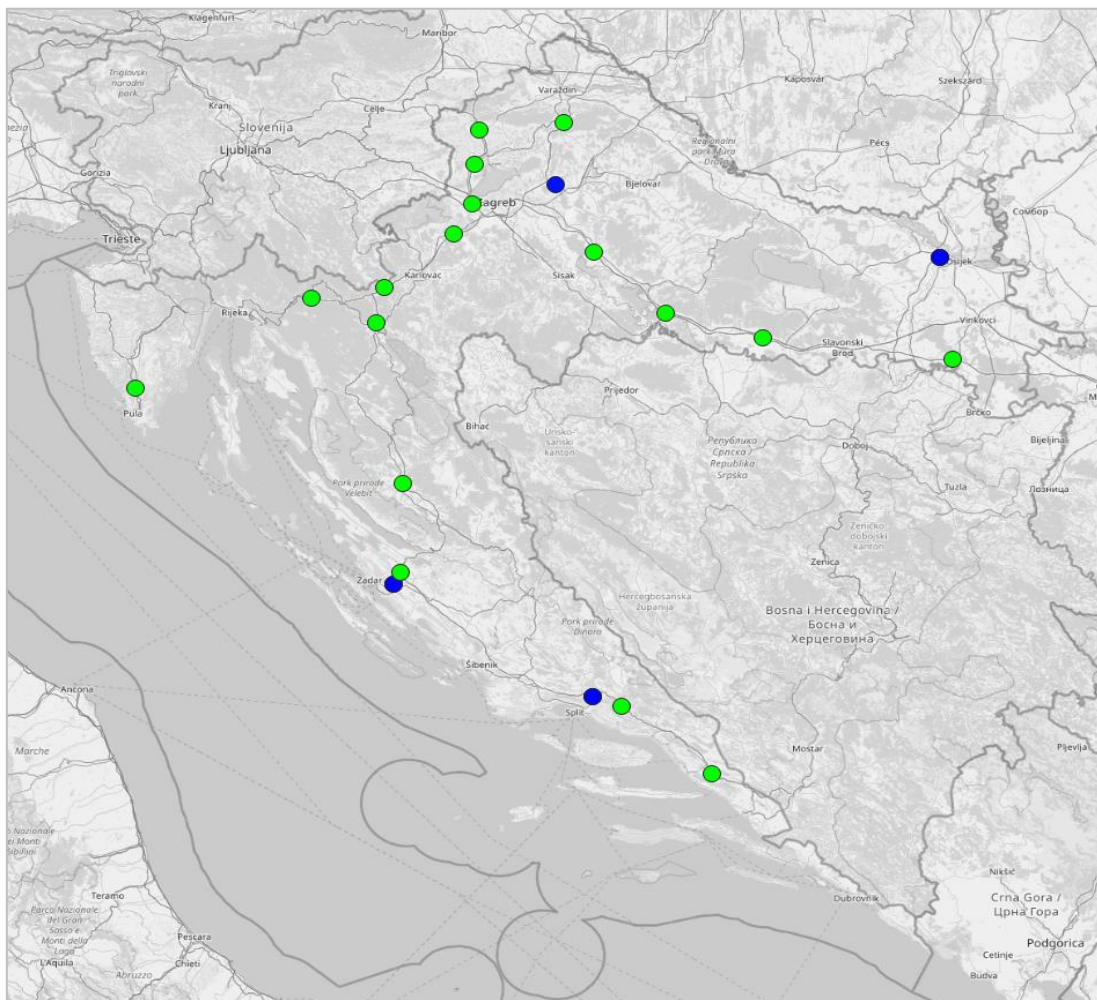
Slika 5. Kartografski prikaz kružnih zona kreiranih na temelju *buffer* analize provedene radi identifikacije parova reprezentativnih cestovnih segmenata koji se nalaze na malim međusobnim udaljenostima. Izvor: obrada autora u QGIS sustavu.

Za sve parove cestovnih segmenata iste kategorije prometnice, za koje je utvrđeno da se dobivene kružne zone međusobno preklapaju provedena je komparativna analiza relativne značajnosti potencijalnih lokacija za snimanje prometa na temelju relevantnih geoprostornih i prometnih kriterija (npr. prometno opterećenje, ograničenje brzine, prikladnost okruženja za parkiranje vozila, pripremu opreme za snimanje prometa te uzlijetanje i slijetanje besposadne letjelice) kako bi se utvrdilo koju je od te dvije lokacije potrebno zadržati, a koju eliminirati iz baze podataka. Na temelju provedene *buffer* analize eliminirano je 12 cestovnih segmenata na autocestovnoj mreži. Iz toga proizlazi da je snimanje prometnih tokova potrebno provesti na preostalim 21 cestovnim segmenata mreže prometnica visokog učinka, odnosno na 17 cestovnih segmenata autocesta i 4 segmenta brzih cesta. Međutim, uzevši u obzir činjenicu da prisutnost kamera može značajno utjecati na smanjenje brzine vozila u prometnom toku, jasno je da bi se analizom videozapisa snimljenih na cestovnim segmentima na kojima su prisutne kamere dobile nerepresentativne



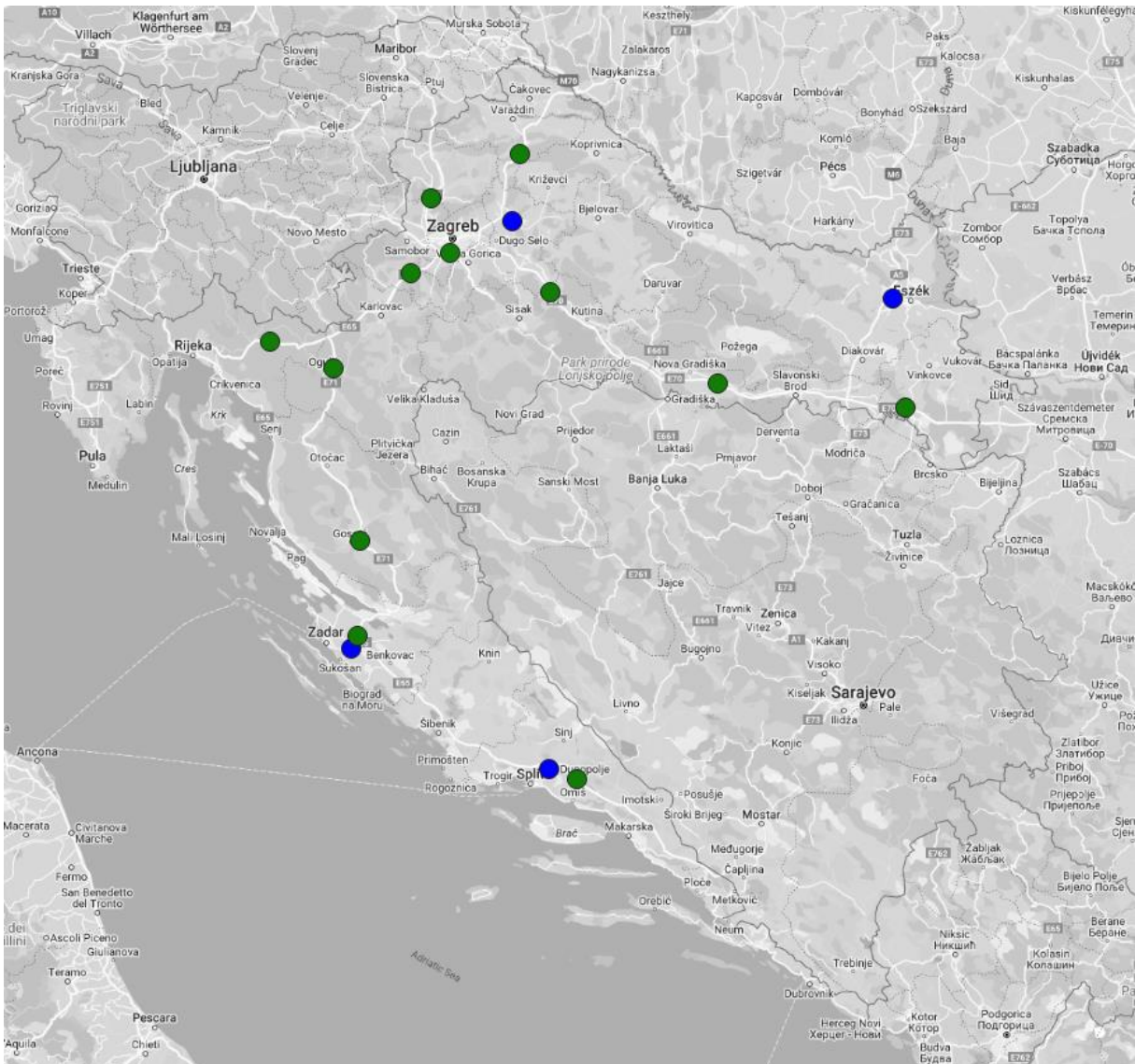
empirijske vrijednosti parametara prometnog toka. Stoga je u posljednjem koraku odabira reprezentativnih segmenata cesta visokog učinka bilo potrebno osigurati da se unutar skupa konačno odabranih cestovnih segmenata ne nalazi nijedan segment na kojemu se nalazi kamera.

Kako bi se identificirali svi cestovni segmenti koji se nalaze u blizini lokacija kamera, u QGIS sustavu provedena je *buffer* analiza na temelju koje su oko lokacije svake kamere kreirane kružne zone radijusa 2 km. Svi reprezentativni cestovni segmenti za koje je utvrđeno da se nalaze unutar dobivenih kružnih zona uklonjeni su iz skupa konačno odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata. Umjesto uklonjenih cestovnih segmenata odabrani su cestovni segmenti koji se na sortiranoj listi slučajno dodijeljenih ID brojeva, dobivenih metodom slučajnog uzorkovanja, po redoslijedu nalaze neposredno iza uklonjenih cestovnih segmenata. Podskup reprezentativnih cestovnih segmenata dobiven nakon eliminacije cestovnih segmenata koji se nalaze u blizini lokacija kamera prikazan je na Slika 6.



Slika 6. Kartografski prikaz lokacija reprezentativnih cestovnih segmenata odabranih za snimanje prometnih tokova prije provedbe postupka logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata. Izvor: obrada autora u QGIS sustavu.

S obzirom na činjenicu da su za provedbu terenskih istraživanja bila dostupna ograničena novčana sredstva koja nisu bila dostatna za provedbu snimanja prometnih tokova besposadnom letjelicom iz zraka na preostala 22 reprezentativna segmenta cesta visokog učinka, bilo je potrebno dodatno reducirati broj reprezentativnih cestovnih segmenata odabranih za snimanje prometnih tokova. U tu svrhu primijenjen je postupak logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata, na temelju kojeg je od 22 reprezentativna cestovna segmenta za snimanje izdvojeno 16 konačnih reprezentativnih segmenata mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Konačan skup odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata dobiven nakon provedbe postupka logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata prikazan je na Slika 7.



Slika 7. Kartografski prikaz lokacija konačno odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata dobiven nakon provedbe postupka logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata. Izvor: obrada autora u QGIS sustavu.

Kako bi se utvrdili mjerodavni jutarnji i popodnevni periodi vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja prikladni za provedbu snimanja prometa na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka, provedena je detaljna analiza karakteristika vremenske neravnomjernosti protoka na svakom odabranom segmentu autocesta i brzih cesta. Detaljna analiza vremenskih neravnomjernosti protoka vozila na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta provedena je na temelju podataka o satnim neravnomjernostima protoka vozila prikupljenih tijekom brojenja prometa na dionicama autocestovne mreže Republike Hrvatske u periodu od 11. 3. 2019. do 17. 3. 2019. godine, dostavljenih od strane Zavoda za prometno planiranje Fakulteta prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu. Za potrebe provođenja detaljne analize vremenske neravnomjernosti protoka vozila na odabranim reprezentativnim segmentima brzih cesta primijenjeni su i podaci dostupni u službenim publikacijama Hrvatskih cesta d. o. o.: „Brojenje prometa na cestama Republike Hrvatske godine 2021.“ [81]. U sklopu provedene analize, za svaki odabrani cestovni segment posebno su promatrane sljedeće vremenske neravnomjernosti protoka vozila:

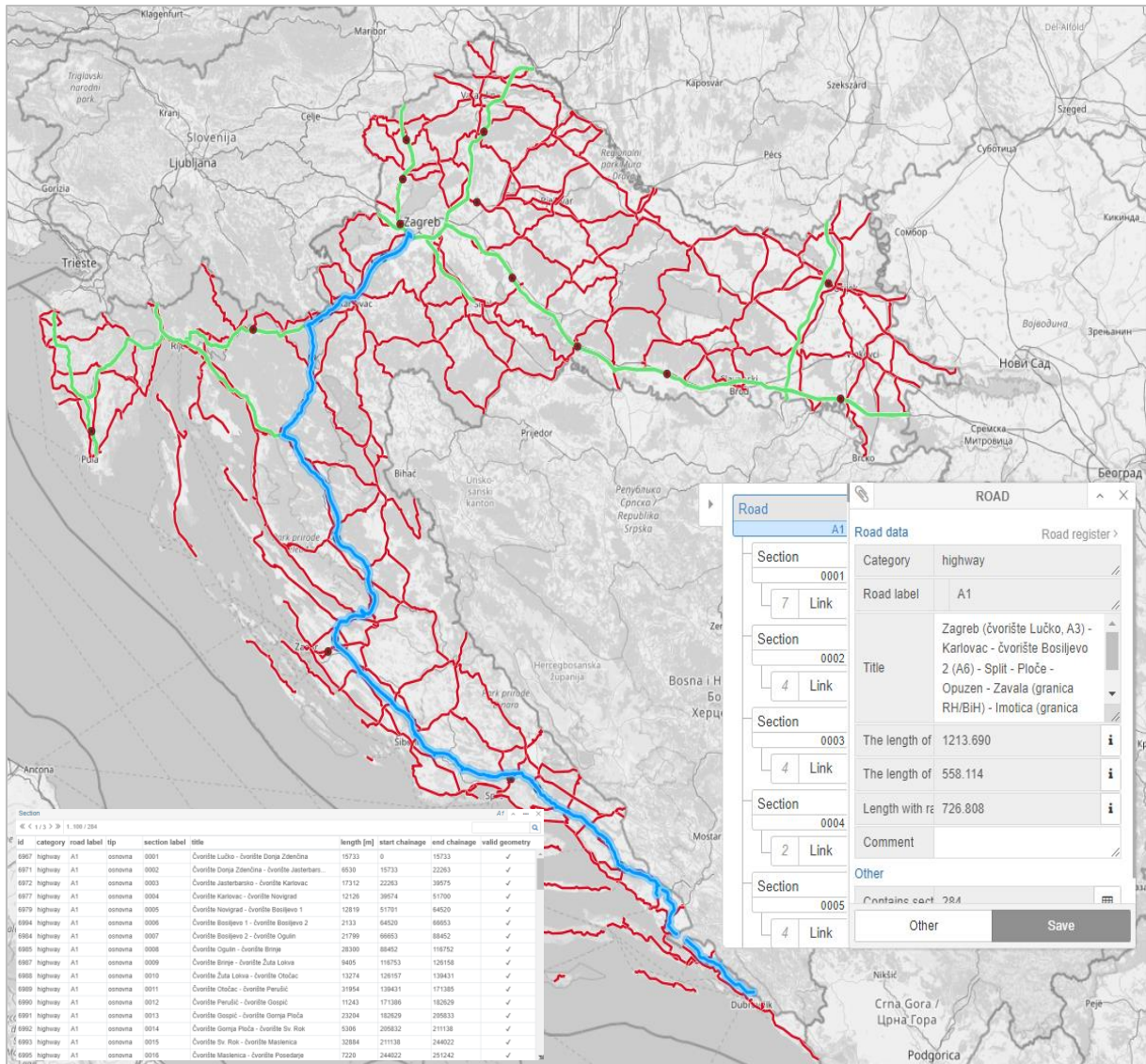
- Satne neravnomjernosti protoka tijekom radnih dana
- Satne neravnomjernosti protoka tijekom vikenda
- Satne neravnomjernosti protoka tijekom prosječnog dana u tjednu.

Mjerodavni vremenski intervali vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja, prikladni za prikupljanje reprezentativnih statističkih uzoraka na odabranim cestovnim segmentima, koji trebaju sadržavati empirijske vrijednosti parametara prometnog toka izmjerene u različitim režimima prometnog toka (slobodnom, normalnom, zasićenom i zagušenome prometnom toku), posebno su utvrđeni za svaki odabrani cestovni segment na temelju ovih koraka:

1. *Priprema baze ulaznih podataka:* Podatci o brojenjima prometa na dionicama autocestovne mreže u vlasništvu Hrvatskih autocesta d. o. o., prikupljeni u periodu od 11. 3. 2019. do 17. 3. 2019. godine, dostavljeni su u komprimiranoj (RAR) mapi naziva „brojenje\_AC.rar“. Navedena mapa sadrži 20 odvojenih datoteka XLSX formata u kojima su u tabelarnom obliku pohranjeni podaci o veličinama prosječnoga godišnjeg dnevnog prometa (PGDP-a) i prosječnoga godišnjeg ljetnog prometa (PLDP-a) te satnim neravnomjernostima protoka vozila izmjerenim tijekom uzastopnih sedam dana na dionicama autocesta A1, A3, A4, A5, A6, A7, A10 i A11, kojima upravljaju Hrvatske autoceste d. o. o. Podatci o satnim protocima vozila pritom su zabilježeni u dezagregatnom obliku odnosno posebno za svaki smjer vožnje (kolnik) i svaki prometni trak autoceste (vozni i pretjecajni trak). S druge strane, podatci o satnim neravnomjernostima protoka vozila na odabranim segmentima brzih cesta ekstrahirani su iz publikacija o brojenju prometa na cestama



Republike Hrvatske, dostupnim u PDF-u na službenim stranicama Hrvatskih autocesta d. o. o. [81]. Stoga je radi provedbe detaljne analize relevantnih karakteristika vremenske neravnomjernosti protoka na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka, prvo bilo potrebno objediniti sve dostavljene i preuzete datoteke u jedinstvenu bazu podataka. Nakon kreiranja jedinstvene baze ulaznih podataka, proveden je postupak filtriranja podataka na temelju kojega su iz baze ulaznih podataka izdvojeni relevantni podatci o satnim protocima vozila zabilježeni na svakom odabranom segmentu mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj.



Slika 8. PiP webGIS sustav primijenjen za povezivanje relevantnih podataka o dionicama promatrane cestovne mreže, sadržanim u internom vektorskom sloju sustava, s podacima o geografskim koordinatama odabranih cestovnih segmenata sadržanim u uvezenim vektorskim slojevima „Autoceste\_Odabrani\_Segmenti.shp“ i „Brze\_ceste\_Odabrani\_Segmenti.shp“ [82].

Za potrebe povezivanja podataka o geografskim koordinatama odabranih cestovnih segmenata, pohranjenih u dvije datoteke SHP formata, naziva „Autoceste\_Odabrani\_Segmenti.shp“ i „Brze\_ceste\_Odabrani\_Segmenti.shp“ s



odgovarajućim podacima o izmjerenim satnim protocima vozila sadržanim u kreiranoj jedinstvenoj bazi ulaznih podataka o brojenju prometa, SHP datoteke odabranih reprezentativnih segmenata mreže cesta visokog učinka prvo su uvezene u *pipGIS*<sup>22</sup> web aplikacijski sustav [82] u mapu eksternih vektorskih podatkovnih slojeva i pohranjene u dva odvojena točkasta vektorska sloja (Slika 8.). Podatci pohranjeni u uvezenim vektorskim slojevima zatim su uspoređeni s podacima sadržanim u internom linijskom vektorskom sloju *PiP WebGIS* sustava naziva „Roads [name]“ kako bi se svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu pridružio odgovarajući službeni identifikacijski broj pripadajuće dionice autoceste / brze ceste i ostali relevantni prateći podatci, koji u prvom redu uključuju kategoriju, naziv, ukupnu duljinu te početnu i završnu stacionažu pripadajuće dionice autoceste / brze ceste. Nakon pridruživanja navedenih podataka svakom cestovnom segmentu odabranom za snimanje prometa, podatci pohranjeni u tablicama vektorskih slojeva „Autoceste\_odabrani\_segменти.shp“ i „Brze\_ceste\_odabrani\_segmenti.shp“ preuzeti su iz *PiP WebGIS* sustava u XLSX-formatu. Podatci pridruženi odabranim cestovnim segmentima preuzeti iz *PiP webGIS* sustava primijenjeni su za odabir i izdvajanje odgovarajućih redaka podatkovne tablice ulazne baze podataka u kojima su zapisane vrijednosti satnih protoka vozila mjerodavne za provedbu analize karakteristika vremenske neravnomjernosti protoka na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka. Podatci o satnim protocima vozila zabilježeni u odabranim redcima ulazne baze podataka zatim su, zajedno s ostalim pratećim podacima o dionicama na kojima se nalaze odabrani cestovni segmenti, kopirani u datoteku naziva „Vremenska\_neravnomjernost\_protoka\_odabrani\_segmenti.xlsx“.

2. *Analiza karakteristika vremenske neravnomjernosti protoka vozila na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka:* Podatci o satnim protocima vozila izmjerenim na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta, koji su u prethodnom koraku preneseni iz ulazne baze podataka u datoteku naziva „Vremenska\_neravnomjernost\_protoka\_odabrani\_segmenti.xlsx“ zabilježeni su u restrukturiranu tablicu koja sadrži ove podatkovne stupce:

- podatkovni stupac "Datum" u kojem su zabilježeni datumi tijekom kojih je provedeno brojenje prometa
- podatkovni stupac "Sat" u kojem su navedeni promatrani satni intervali tijekom svakog dana
- podatkovne stupce "Protok\_Vozila\_Smjer\_A", "Protok\_Vozila\_Smjer\_B", "Protok\_Vozila\_Pretjecajni\_Trak\_A", "Protok\_Vozila\_Pretjecajni\_Trak\_B", "Protok\_Vozila\_Vozni\_Trak\_A" i "Protok\_Vozila\_Vozni\_Trak\_B", u kojima su

---

<sup>22</sup> *pipGIS web* aplikacijski sustav je specijalizirani geoinformacijski sustav za inspekciju cesta sa skupinom alata za kodiranje relevantnih karakteristika cestovne infrastrukture, razvijen u suradnji tvrtke Promet i Prostor d. o. o., Fakulteta prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu i Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

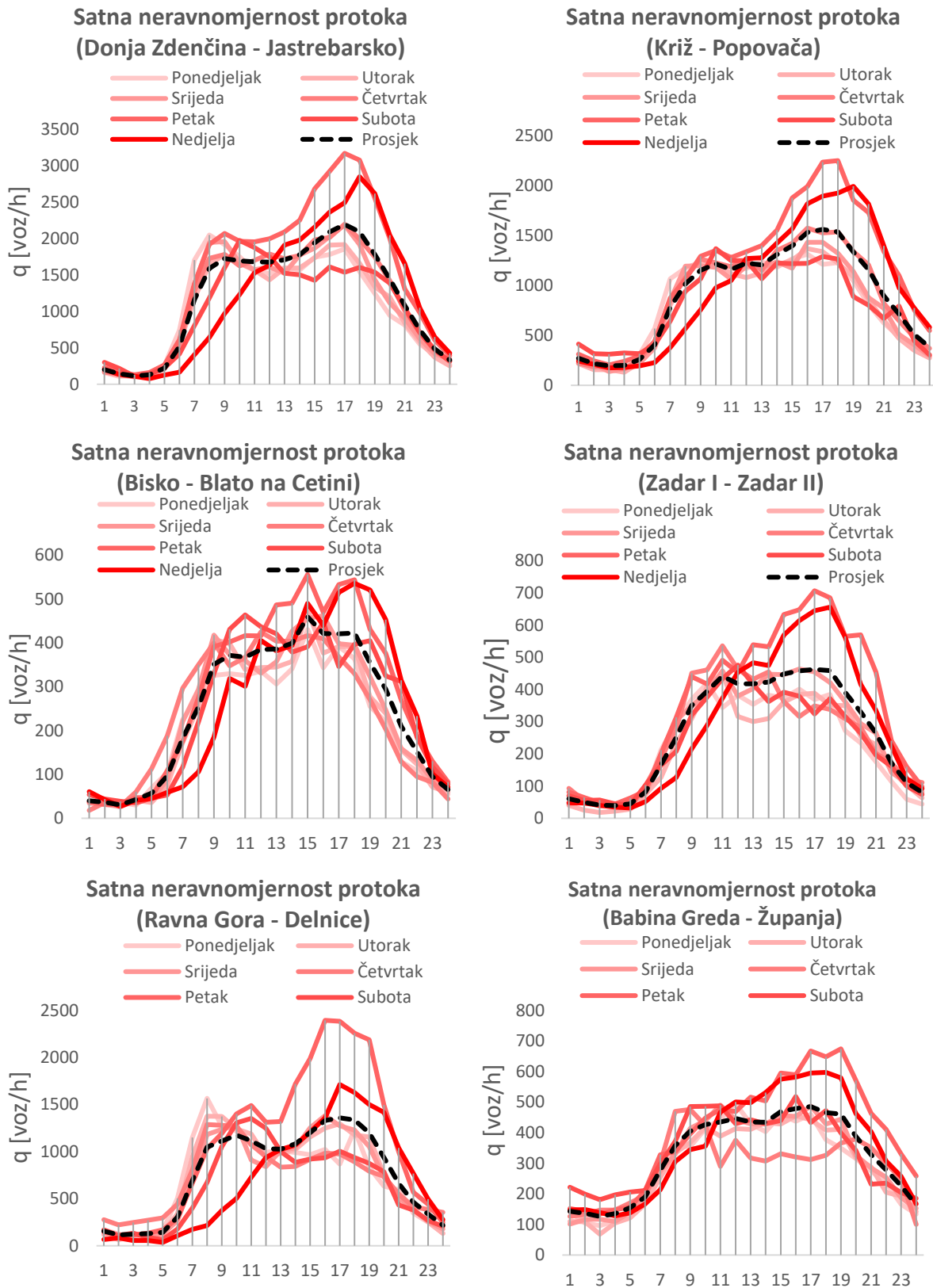
zabilježene vrijednosti protoka vozila izmjerene u pojedinim satima tijekom sedam uzastopnih dana, posebno za svaki kolnik (smjer vožnje) i pojedine prometne trakove (vozni i pretjecajni trak)

- podatkovni stupac "Ukupni protok" u kojem su zabilježene sumarne vrijednosti satnih protoka vozila utvrđene na svim prometnim trakovima (u oba smjera) promatrane dionice ceste.

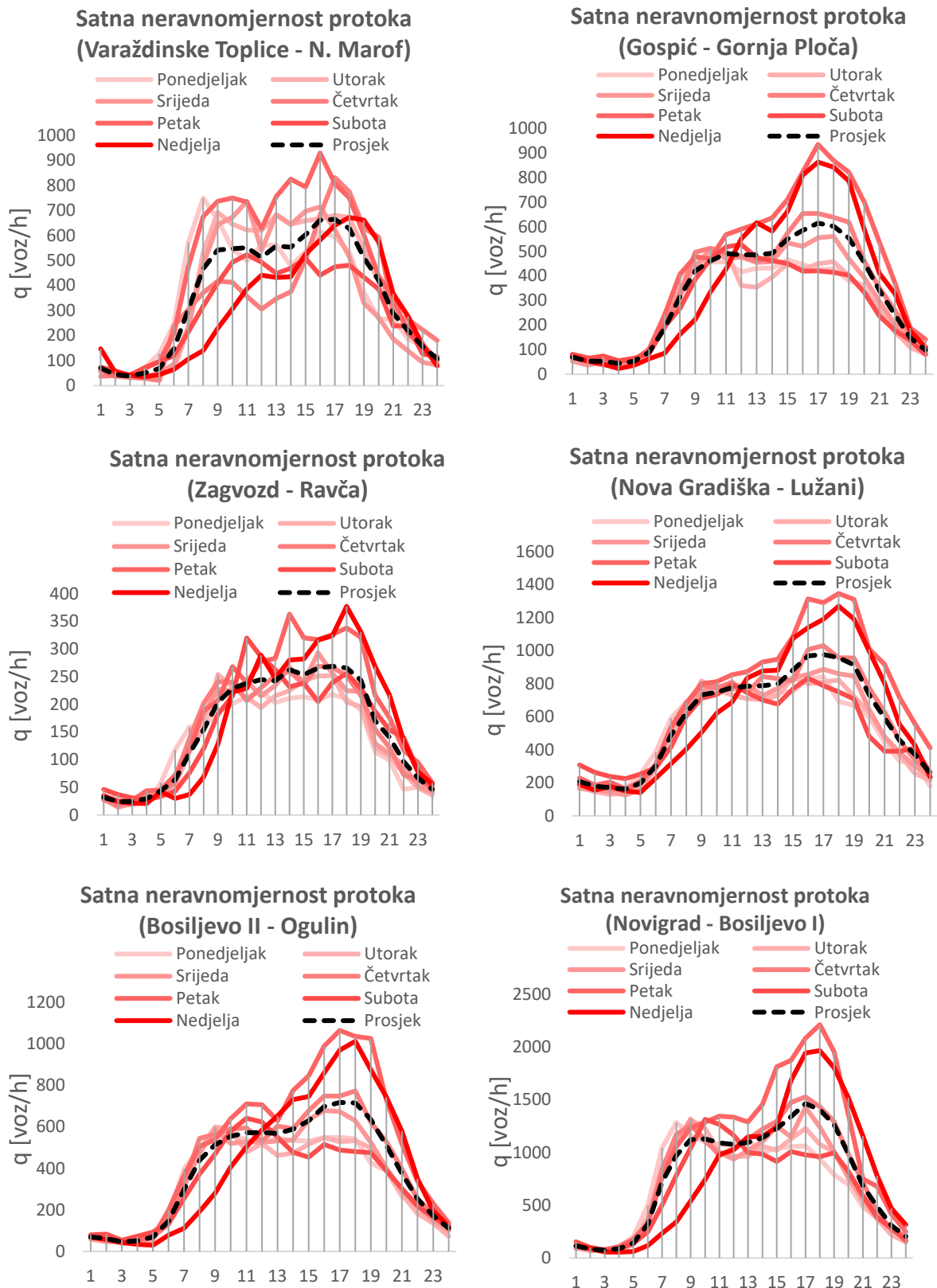
Navedena tablica zatim je primijenjena kao podloga za provedbu detaljne analize karakteristika satnih vremenskih neravnomjernosti protoka vozila na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Od Grafikon 3. do Grafikon 5. komparativno su prikazane vrijednosti satnih protoka vozila izmjerene na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima tijekom sedam uzastopnih dana (od ponedjeljka do nedjelje) u razdoblju od 11. 3. 2019. do 19. 3. 2019. godine.

Na temelju prikazanih podataka mogu se uočiti značajne razlike u periodima pojave vršnih i izvanvršnih prometnih opterećenja, ovisno o promatranome cestovnom segmentu i promatranom danu tijekom tjedna. Najveće vrijednosti vršnoga satnog protoka na svim odabranim segmentima cesta visokog učinka pojavljuju se tijekom petka i nedjelje u različitim satima popodnevnog perioda između 13 i 19 h. Nešto niže vrijednosti vršnoga satnog protoka pojavljuju se tijekom srijede i četvrtka, pri čemu su vršni sati na pojedinim cestovnim segmentima zabilježeni u jutarnjim periodima između 7 i 9 h te 10 i 12 h, a na većini ostalih cestovnih segmenata u popodnevnom periodu od 15 do 18 h. U preostalim danima tjedna zabilježene su znatno niže vrijednosti vršnih satnih protoka, pri čemu se vršni sati najčešće pojavljuju u jutarnjem periodu od 7 do 9 h te popodnevnom periodu od 15 h do 17 h, ali su na pojedinim cestovnim segmentima prisutni i tijekom neočekivanih perioda u danu, odnosno između 10 i 14 h. Vrijednosti vršnoga satnog protoka tijekom petka i nedjelje, ovisno o promatranim segmentima autocesta i brzih cesta, variraju u rasponu od 363 do 5069 voz/h.

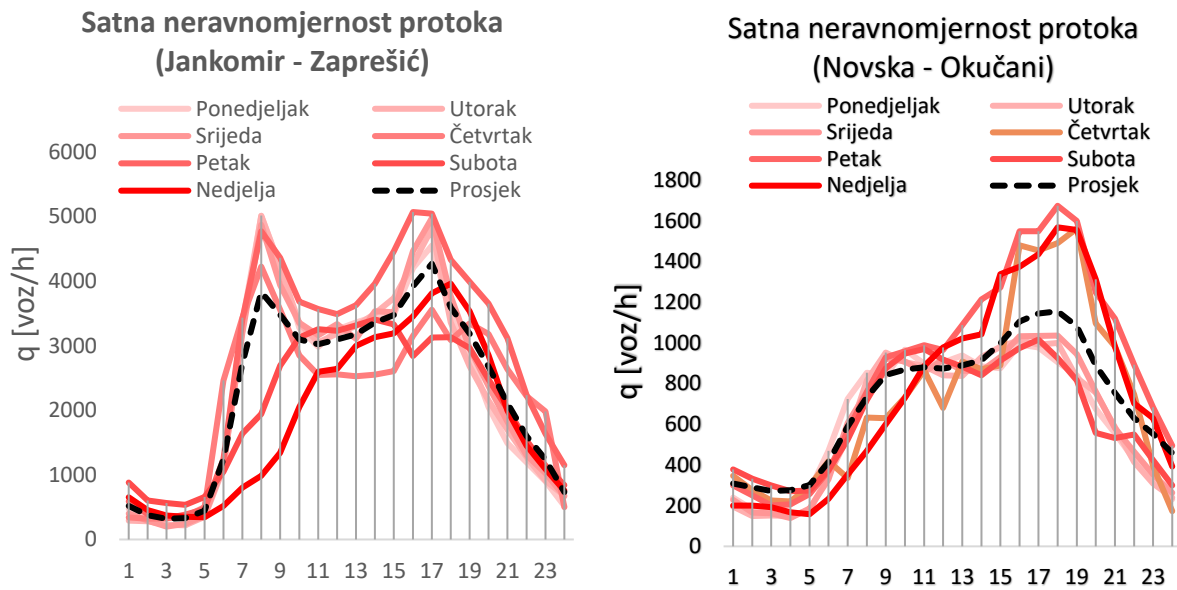
Vršni satni protoci tijekom četvrtka poprimaju u prosjeku 16 % niže vrijednosti u odnosu na vršne sate zabilježene tijekom nedjelje te 27 % niže vrijednosti u odnosu na vršne satne protoke tijekom petka. Vrijednosti vršnih satnih protoka zabilježenih srijedom još su niže te u usporedbi s vršnim satima zabilježenim tijekom nedjelje poprimaju 19 % niže vrijednosti, a u usporedbi s vršnim satima tijekom petka i do 30 % niže vrijednosti. Vršni satni protoci u ostalim danima tjedna znatno su niži te, ovisno o promatranom cestovnom segmentu, poprimaju u prosjeku od 22 % do 34 % niže vrijednosti u odnosu na vršne satne protoke zabilježene tijekom petka i nedjelje.



Grafikon 3. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojenjem prometa provedenom u periodu od 11. 3. 2019. do 17. 3. 2019. na cestovnim segmentima: a) Donja Zdenčina – Jastrebarsko; b) Križ – Popovača; c) Bisko – Blato na Cetini; d) čvor Zadar I – čvor Zadar II; e) Ravna Gora – Delnice i f) Babina Greda – Županja.



Grafikon 4. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojenjem prometa provedenom u periodu od 11. 3. 2019. do 17. 3. 2019. na cestovnim segmentima: a) Varaždinske Toplice – Novi Marof; b) Gospić – Gornja Ploča; c) Zagvozd – Ravča; d) Nova Gradiška – Lužani; e) Bosiljevo II – Ogulin i f) Novigrad – Bosiljevo I.



Grafikon 5. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojenjem prometa provedenom u periodu od 11. 3. 2019. do 17. 3. 2019. na cestovnim segmentima: a) Jankomir – Zaprešić i b) Novska – Okučani.

Navedene karakteristike vremenske neravnomjernosti satnih protoka vozila utvrđene na odabranim reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj primijenjene su radi definiranja vršnih i izvanvršnih perioda prometnih opterećenja optimalnih za provedbu snimanja prometnih tokova.

Za potrebe organizacije provođenja terenskih istraživanja, posebno su za svaki odabrani cestovni segment te za svaki dan tijekom tjedna definirani vršni i izvanvršni sati reprezentativni za snimanje zračnih videozapisa na temelju kojih se obradom mogu utvrditi uzorci empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka u različitim režimima realnoga prometnog toka (slobodnom, normalnom, zasićenom i zagušenome prometnom toku) potrebni za razvoj i validaciju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. Intervali vršnih i izvanvršnih prometnih opterećenja, prikladni za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta prikazani su u Tablica 1. i Tablica 2.

Tablica 1. Tabela popis intervala vršnih satnih opterećenja, reprezentativnih za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta.

DIONICA		MJERODAVNI VRŠNI SATI						
		Pon	Uto	Sri	Čet	Pet	Sub	Ned
A1	Donja Zdenčina – Jastrebarsko	7-8h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	9-10h	17-18h
A3	Križ – Popovača	15-16h	15-16h	16-17h	15-16h	17-18h	9-10h	18-19h
A1	Bisko – Blato na Cetini	14-15h	14-15h	15-16h	11-12h	14-15h	10-11h	17-18h
A1	Zadar I – Zadar II	9-10h	10-11h	15-16h	10-11h	16-17h	11-12h	17-18h
A9	Vodnjan sjever – Vodnjan jug	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h
A6	Ravna Gora – Delnice	7-8h	7-8h	15-16h	7-8h	15-16h	10-11h	16-17h
A3	Babina Greda – Županja	11-12h	15-16h	10-11h	8-9h	18-19h	15-16h	17-18h
A4	Varaždinske Toplice – N. Marof	7-8h	8-9h	10-11h	16-17h	15-16h	10-11h	17-18h
A1	Gospić – Gornja Ploča	8-9h	10-11h	17-18h	15-16h	16-17h	11-12h	16-17h
A1	Zagvozd – Ravča	11-12h	8-9h	15-16h	15-16h	13-14h	10-11h	17-18h
A3	Nova Gradiška – Lužani	16-17h	14-15h	16-17h	16-17h	17-18h	15-16h	17-18h
A2	Mokrice – Zaprešić	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h
A1	Bosiljevo 2 – Ogulin	9-10h	8-9h	15-16h	17-18h	16-17h	10-11h	17-18h
A1	Novigrad – Bosiljevo 1	7-8h	8-9h	16-17h	16-17h	17-18h	9-10h	17-18h
A2	Đurmanec – Krapina	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h
A2	Jankomir – Zaprešić	7-8h	7-8h	16-17h	7-8h	15-16h	13-14h	17-18h
A3	Novska – Okučani	15-16h	15-16h	17-18h	16-17h	17-18h	16-17h	17-18h
D10	Sveta Helena – Pirakovec	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h	16-17h
D424	Zadar – Zemunik Gornji	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h
D1	Klis – Dugopolje	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h
D2	Josipovac – Osijek	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h	15-16h

Izvor: obrada autora.

Tablica 2. Tabela popis intervala izvanvršnih satnih opterećenja, reprezentativnih za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta.

DIONICA		MJERODAVNI IZVANVRŠNI SATI						
		Pon	Uto	Sri	Čet	Pet	Sub	Ned
A1	Donja Zdenčina – Jastrebarsko	11-12h	11-12h	12-13h	9-10h	10-11h	14-15h	9-10h
A3	Križ – Popovača	10-11h	11-12h	10-11h	12-13h	10-11h	13-14h	9-10h
A1	Bisko – Blato na Cetini	12-13h	11-12h	11-12h	9-10h	9-10h	17-18h	9-10h
A1	Zadar I – Zadar II	11-12h	13-14h	12-13h	15-16h	9-10h	17-18h	9-10h
A9	Vodnjan sjever – Vodnjan jug	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h
A6	Ravna Gora – Delnice	12-13h	12-13h	11-12h	13-14h	12-13h	14-15h	9-10h
A3	Babina Greda – Županja	8-9h	8-9h	8-9h	11-12h	8-9h	12-13h	9-10h
A4	Varaždinske Toplice – N. Marof	10-11h	11-12h	12-13h	11-12h	11-12h	13-14h	9-10h
A1	Gospić – Gornja Ploča	12-13h	12-13h	13-14h	13-14h	9-10h	18-19h	9-10h
A1	Zagvozd – Ravča	12-13h	11-12h	11-12h	10-11h	10-11h	15-16h	9-10h
A3	Nova Gradiška – Lužani	13-14h	12-13h	12-13h	11-12h	9-10h	13-14h	9-10h
A2	Mokrice – Zaprešić	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h
A1	Bosiljevo 2 – Ogulin	11-12h	13-14h	10-11h	11-12h	12-13h	14-15h	9-10h
A1	Novigrad – Bosiljevo 1	14-15h	12-13h	11-12h	11-12h	12-13h	14-15h	9-10h
A2	Đurmanec – Krapina	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h	11-12h
A2	Jankomir – Zaprešić	11-12h	10-11h	12-13h	11-12h	11-12h	9-10h	9-10h
A3	Novska – Okučani	14-15h	12-13h	11-12h	12-13h	11-12h	13-14h	9-10h
D10	Sveta Helena – Pirakovec	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h
D424	Zadar – Zemunik Gornji	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h
D1	Klis – Dugopolje	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h
D2	Josipovac – Osijek	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h	19-20h

Izvor: obrada autora.

### 2.3. Metodologija određivanja veličine minimalnoga reprezentativnog statističkog uzorka

Minimalna reprezentativna veličina statističkog uzorka koju je potrebno prikupiti na svakom odabranom reprezentativnom cestovnom segmentu mreže prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj tijekom definiranih intervala vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja utvrđena je na temelju matematičkog izraza:

$$S_{min} = \frac{\frac{z^2 \cdot d(1-d)}{e^2}}{1 + \left(\frac{z^2 \cdot d(1-d)}{e^2 N_{pop}}\right)} \quad (5)$$

gdje je:

*S* – minimalna reprezentativna veličina statističkog uzorka koju je potrebno prikupiti na svakom odabranome reprezentativnom segmentu mreže prometnica visokog učinka

*N<sub>pop</sub>* – veličina statističke populacije

*e* – margina pogreške (interval pouzdanosti)

*z* – broj standardnih odstupanja od očekivanih srednjih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka

*d* – vrijednost standardnog odstupanja.

U kontekstu ovog istraživanja, minimalna reprezentativna veličina statističkog uzorka (S) predstavlja minimalni broj vozila za koje je obradom zračnih videozapisa, snimljenih besposadnom letjelicom na svakom odabranome reprezentativnom segmentu prometnica visokog učinka, potrebno utvrditi empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka (gustoće, brzine, protoka i intervala slijeđenja vozila), dok veličina statističke populacije (N) predstavlja ukupan broj registriranih motornih vozila (bez traktora i priključnih vozila) koja mogu koristiti prometnice visokog učinka na području Republike Hrvatske.

Margina pogreške (interval pouzdanosti) (e) predstavlja dopušteno postotno odstupanje empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenom statističkom uzorku od stvarnih populacijskih vrijednosti parametara prometnog toka. S druge strane, stupanj pouzdanosti je mjera sigurnosti koja pokazuje koliko točno statistički uzorak odražava karakteristike populacije, odnosno koja je vjerojatnost da će se empirijske vrijednosti parametara prometnog toka sadržane u prikupljenome statističkom uzorku nalaziti unutar definiranog intervala pouzdanosti (margine pogreške). Prilikom utvrđivanja minimalne veličine statističkog uzorka najčešće se upotrebljava 90-postotni, 95-postotni i 99-postotni

stupanj pouzdanosti<sup>23</sup>. Ako se, primjerice, odabere 95-postotni stupanj pouzdanosti, to znači da će se u 95 % slučajeva empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržane u prikupljenom statističkom uzorku nalaziti unutar zadanog intervala pouzdanosti. Na temelju odabranog stupnja pouzdanosti određuju se i odgovarajuće vrijednosti standardizirane varijable (z) normalne razdiobe potrebne za utvrđivanje minimalne veličine statističkog uzorka.

Prilikom utvrđivanja minimalne reprezentativne veličine statističkog uzorka (S) koji je potrebno prikupiti na svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu mreže prometnica visokog učinka, u sklopu ovih istraživanja, za ulazne parametre definirane izrazom (5) primijenjene su ove vrijednosti:

- Veličina statističke populacije (N): U kontekstu ovih istraživanja predstavlja ukupan broj registriranih motornih vozila (bez traktora i priključnih vozila) koja mogu upotrebljavati prometnice visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Prema službenim podacima Centra za vozila Hrvatske [83], utvrđeno je da je na području Republike Hrvatske tijekom protekle godine bilo ukupno 2 497 639 registriranih vozila. Ako se od tog broja oduzmu priključna vozila i traktori, tada preostaje 2 220 991 vozila koja su uzeta u obzir prilikom proračuna minimalne veličine statističkog uzorka.
- Margina pogreške (interval pouzdanosti) (e). Za marginu pogreške u sklopu ovih istraživanja primijenjena je vrijednost u iznosu od  $\pm 5$  %.
- Broj standardnih odstupanja od očekivanih srednjih vrijednosti (z): Vrijednost z-varijable očitana je iz tablica normalne razdiobe vjerojatnosti za odabrani stupanj pouzdanosti. Pri stupnju pouzdanosti u iznosu od 95 %, vrijednost z-varijable iznosi 1,96, dok se pri stupnju pouzdanosti od 99 % vrijednost varijable povećava na 2,58.
- Vrijednost standardnog odstupanja (d): Za potrebe ovih istraživanja primijenjena je vrijednost d u iznosu od 50 %, na temelju koje se dobiva najveća veličina statističkog uzorka.

Na temelju prethodno navedenih vrijednosti ulaznih parametara utvrđeno je da minimalna veličina reprezentativnoga statističkog uzorka koji je potrebno prikupiti na svakom odabranom segmentu uključuje 385 vozila uz stupanj pouzdanosti od 95 %, odnosno 664 vozila uz stupanj pouzdanosti od 99 %. To znači da je za potrebe razvoja i validacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za prometnice visokog učinka u Republici Hrvatskoj,

---

<sup>23</sup> Stupanj pouzdanosti (razina značajnosti) je razina vjerojatnosti pouzdanog zaključka, odnosno greške na kojoj se donosi odluka. Najčešće korištene razine značajnosti su razine od 1 %, 5 % i 10 %. To znači da zaključak, koji je na nekoj od ovih razina donesen, ima vjerojatnost da 1, 5 i 10 % bude pogrešan, odnosno 99 %, 95 % i 90 % pouzdan.



na 20 odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata potrebno prikupiti statistički uzorak koji uključuje minimalno 7700 vozila pri stupnju pouzdanosti od 95 %, odnosno minimalno 13 280 vozila pri stupnju pouzdanosti od 99 %.

## **2.4. Metodologija snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima promatrane cestovne mreže**

Snimanje prometnih tokova na odabranih 16 reprezentativnih segmenata cestovne mreže prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj provedeno je na temelju ovih koraka:

1. *Priprema plana provedbe terenskih istraživanja:* Prije provedbe snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim segmentima cestovne mreže prometnica visokog učinka, provedena je detaljna analiza relevantnih karakteristika svakog cestovnog segmenta odabranog za snimanje. Primjenom dostupnih *webGIS*-portala pregledane su sve postojeće satelitske snimke, fotografije i videozapisi vezani uz odabrane cestovne segmente kako bi se utvrdili i zabilježili detalji vezani uz postojeće projektno-oblikovne elemente prometnica i relevantne značajke cestovne okoline, pri čemu su posebno uzete u obzir sve prirodne i umjetne prepreke koje bi mogle ometati let bespilotne letjelice i/ili zaklanjati vidljivost vozila na zračnim videozapisima. Uz to, na temelju pregleda satelitskih fotografija i slika područja koje se nalazi u okolini odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata, utvrđene su optimalne lokacije za parkiranje vozila i slijetanje/uzlijetanje besposadne letjelice. Kako bi se osigurao neometan let bespilotne letjelice tijekom snimanja prometnih tokova i visoka razina kvalitete zračnih videozapisa, za snimanje su odabrani dani za koje su, prema vremenskoj prognozi, na lokacijama odabranim za snimanje predviđeni povoljni vremenski uvjeti (dani s umjerenom temperaturom i niskom oblačnosti, bez padalina, vjetera i magle tijekom kojih su osigurani dobri uvjeti vidljivosti). Prije provedbe terenskih istraživanja prikupljeni su i podaci o postojećem stanju na cestama, pri čemu je utvrđeno koje su dionice promatrane cestovne mreže privremeno zatvorene za promet te na kojim je dionicama uspostavljena privremena regulacija prometa zbog radova na cestama, prometnih nesreća ili drugih incidentnih situacija. Osim toga, za svaki promatrani cestovni segment utvrđeni su periodi vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja te su definirani 15-minutni intervali tijekom kojih je potrebno provesti snimanje prometa. Prikupljeni podaci o optimalnim lokacijama parkiranja vozila, lokacijama uzlijetanja i slijetanja besposadne letjelice, očekivanim vremenskim uvjetima, stanju i radovima na cestama, privremenim regulacijama prometa i odabranim 15-minutnim intervalima za snimanje prometa definiran je detaljan plan putovanja te plan leta besposadne letjelice. Planom putovanja definirani su dani, vremena i rute putovanja vozila između izvorišne lokacije u gradu Zagrebu i pojedinačnih odredišta (lokacija za parkiranje vozila) smještenih u okolini odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata, za oba smjera vožnje. Pritom su procijenjeni i ukupni troškovi

potrebni za putovanje, uključujući troškove goriva, cestarina, parkiranja i smještaja (noćenja) članova tima zaduženog za provedu terenskih istraživanja. Planom leta definirana su vremena polijetanja/slijetanja te visina, brzina i smjerovi leta besposadne letjelice tijekom snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima.

2. *Provedba probnog snimanja prometnih tokova:* Prije provedbe terenskih istraživanja prema definiranom planu putovanja, na odabranom cestovnom segmentu provedeno je testno snimanje prometa besposadnom letjelicom radi provjere ispravnosti rada besposadne letjelice, utvrđivanja optimalne visine leta te kalibracije videokamere kako bi se osiguralo da se na temelju provedenih snimanja dobiju zračni videozapisi visoke kvalitete. Testno snimanje provedeno je na dodatnome cestovnom segmentu koji se ne nalazi u originalnom skupu odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata.
3. *Provedba snimanja prometnih tokova na odabranim reprezentativnim cestovnim segmentima:* Snimanje prometa besposadnom letjelicom na odabranim cestovnim segmentima prometnica visokog učinka provedeno je prema definiranom planu putovanja i planu leta. Prilikom snimanja zračnih videozapisa, besposadna letjelica pozicionirana je tako da je na zračnim videozapisima vidljiv odsječak ceste duljine oko 110 metara<sup>24</sup>. Vremena polijetanja i slijetanja besposadne letjelice usklađena su tako da je snimanje prometnih tokova na svakom promatranome cestovnom segmentu provedeno u odabranim satima vršnoga i izvanvršnoga prometnog opterećenja, kako bi se osiguralo da prikupljeni statistički uzorak empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka u sebi sadrži dostatan broj opservacija na temelju kojih je bilo moguće pouzdano utvrditi determinističke funkcije regresije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka te relevantne stohastičke karakteristike promatranih parametara prometnog toka u različitim režimima prometnog toka, odnosno slobodnom, normalnom, nestabilnom, zasićenom i zagušenome prometnom toku. Uz to se tijekom terenskih istraživanja vodilo računa i o tome da se na temelju provedenih snimanja dobiju zračni videozapisi na kojima je besposadna letjelica tijekom središnjih 15-minutnih intervala videozapisa (isključujući početne i završne dijelove videozapisa snimljene tijekom svakog polijetanja i slijetanja besposadne letjelice) lebdjela na istoj visini iznad promatranoga cestovnog segmenta te s kojih se, unutar tog 15-minutnog intervala, kontinuirano mogu vidjeti pozicije vozila u prometnom toku. Uzevši u

---

<sup>24</sup> S obzirom na činjenicu da je prilikom testiranja softvera za automatsku obradu videozapisa utvrđeno da je broj ispravno detektiranih vozila znatno niži na zračnim videozapisima koji su snimljeni pri višim visinama leta, besposadna je letjelica prije početka snimanja na svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu podignuta na relativno nižu visinu leta (oko 85 metara), kako bi se osiguralo da se tijekom postupka automatske obrade zračnih videozapisa opisanog u poglavlju 3., sva vozila ispravno detektiraju prilikom njihova nailaska na definirane ulazne i izlazne referentne linije detekcije te istovremeno da je na snimljenim videozapisima vidljiv cestovni segment duljine oko 110 metara tako da se ulazne i izlazne linije detekcije na vidljivom dijelu ceste mogu pozicionirati tako da njihova međusobna udaljenost iznosi točno 100 metara te da se prije linija detekcije ostavi dostatna duljina ceste na kojoj se može pravovremeno uočiti nailazak vozila.

obzir da maksimalno trajanje leta besposadne letjelice iznosi 25 minuta, kako bi se zadovoljili prethodni uvjeti vezani uz dobivene zračne videozapise, na svakom odabranome reprezentativnom cestovnom segmentu bilo je potrebno izvesti dva leta besposadnom letjelicom, prvi tijekom 30-minutnog intervala unutar vršnog sata, a drugi tijekom 30-minutnog intervala unutar odabranoga izvanvršnog sata prometnog opterećenja.



Slika 9. Besposadna letjelica (dron) MAVIC PRO, primijenjena za snimanje videozapisa odabranih segmenata cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: *web*-stranica Camera Centre UK <sup>25</sup>.

Snimanje odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata mreže prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj, provedeno je na temelju bespilotne letjelice (drona) MAVIC PRO (Slika 9.), specijalno opremljene s GPS/GLONASS sustavima satelitskog pozicioniranja te senzorskim sustavima za inteligentno upravljanje, detekciju i izbjegavanje stacionarnih i pokretnih prepreka tijekom leta te potpuno stabiliziranom videokamerom koja omogućava snimanje videozapisa izuzetno visoke 4K Quad HD rezolucije od 3840x2160 piksela uz brzinu videozapisa (FPS) do 30 fotografija po sekundi te snimanje fotografija razlučivosti od 12 megapiksela. Videozapisi i fotografije pohranjeni su na mikro SD karticu kapaciteta 128 GB. Snimljeni videozapisi pritom se mogu eksportirati u MP4 i MOV izlaznim videoformatima, a fotografije u JPEG i DNG formatima. Senzorski sustav bespilotne letjelice sadrži 5 dodatnih kamera, 2 ultrasonična senzora, redundantne senzore i 24 računalne jezgre na temelju kojih se omogućava automatska detekcija i izbjegavanje prepreka u okolini. Integrirani inteligentni sustav upravljanja omogućava automatski povratni let letjelice u slučaju degradacije kvalitete ili gubitka prijenosnog signala te u slučajevima kad se razina napunjenosti baterije smanji ispod definirane donje dopuštene granične vrijednosti.

---

<sup>25</sup> URL: <https://www.cameracentreuk/dji-mavic-pro-platinum-quadcopter-drone>

Napredni sustav upravljanja omogućava stabilizaciju i lebdjenje drona na specificiranoj lokaciji, čime se otklanja problem podrhtavanja i pomicanja letjelice prilikom snimanja videozapisa. Daljinski upravljač bespilotne letjelice opremljen je suvremenim transmisijskim sustavom koji omogućava prijenos signala u polumjeru od 7 km. Maksimalna brzina i vrijeme leta bespilotne letjelice se, ovisno o modu leta te prevladavajućim vremenskim i geografskim uvjetima (brzina leta, visina leta, prijeđena udaljenost, temperatura zraka, brzina i smjer kretanja vjetra), kreću u rasponu od 36 do 65 km/h, odnosno od 21 do 35 minuta, slijedom. Maksimalno vrijeme lebdjenja drona u optimalnim vremenskim uvjetima iznosi 35 minuta. Prilikom snimanja videozapisa odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata na mreži prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj primijenjen je pozicijski mod leta (engl. *P-mode*) u kojemu bespilotna letjelica upotrebljava sustave globalnoga satelitskog pozicioniranja te horizontalne i vertikalne senzorske sustave za precizno utvrđivanje svog položaja te automatsku stabilizaciju, detekciju i izbjegavanje prepreka tijekom leta.

## 2.5. Prostorni i vremenski obuhvat istraživanja

Šira zona prostornog obuhvata istraživanja uključuje sljedeće dionice postojeće mreže autocesta i brzih cesta na području Republike Hrvatske:

1. Dionice autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), uključujući dionicu Donja Zdenčina – Jastrebarsko, duljine 6,53 km, dionicu Bosiljevo 2 – Ogulin, duljine 21,8 km, dionicu Gospić – Gornja Ploča, 23,2 km, dionicu Zadar 1 – Zadar 2, duljine 9 km i dionicu Bisko – Blato na Cetini, duljine 18,4 km
2. Dionicu autoceste A2 (Zagreb – Macelj) između čvorišta Zaprešić i Mokrice, duljine 16,47 km
3. Dionice autoceste A3 (Bregana – Bajakovo), uključujući dionicu Lučko – Buzin, duljine 8,43 km, dionicu Križ – Popovača, duljine 13,44 km, dionicu Nova Gradiška – Lužani, duljine 22,47 km i dionicu Babina Greda – Županja, duljine 12,43 km
4. Dionicu autoceste A4 (Zagreb – Goričan) između čvorišta Novi Marof i Varaždinske Toplice, duljine 8,41 km
5. Dionicu autoceste A6 (Bosiljevo – Rijeka) između čvorišta Ravna Gora i Delnice, duljine 10,92 km
6. Dionicu brze ceste BC10 (Sveta Helena – Koprivnica) između čvorišta Sveta Helena i Vrbovec, duljine 8 km
7. Dionicu brze ceste BC424 (Zadar – Zemunik Gornji) između čvorišta Tromilja i Sveti Martin, duljine 6,7 km
8. Dionicu brze ceste BC1 između čvorišta Klis-Grlo i Dugopolje, duljine 3,6 km
9. Dionicu brze ceste BC2 između čvorišta Koridor Vc – Osijek zapad, duljine 5,6 km.

Uža zona prostornog obuhvata istraživanja uključuje 16 odabranih cestovnih odsječaka na navedenim dionicama cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, specifičnih prometnih i projektno-oblikovnih elemenata:

1. *Odsječak A1-0002-ID17904*: Nalazi se na drugoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), između čvorišta Donja Zdenčina i Jastrebarsko, duljine 6,53 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 3+379 i 4+397. Odsječak ceste se nalazi na niskom nasipu u pravcu, na udaljenosti 3,41 km od čvorišta Donja Zdenčina te 3,12 km od čvorišta Jastrebarsko. Poprečni profil autoceste na ovom odsječku sadrži dva kolnika, širine 10,7 m, odvojena zelenim razdjelnim pojasom, širine 4 metra. Na svakom kolniku odvija se jednosmjerni promet. Svaki kolnik sadrži unutarnji rubni trak širine 50 cm, po dva prometna traka širine 3,75 metara, vanjski rubni trak širine 20 cm i po jedan zaustavni trak, širine 2,5 metara. Ukupna širina krune autoceste iznosi 28,4 m. Metalna zaštitna odbojna ograda je na promatranom odsječku autoceste prisutna u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od

rubu kolnika. Na udaljenosti od 5 do 10 metara uz desnu stranu sjevernog kolnika nalazi se duboki odvodni kanal iza kojeg je postavljena žičana ograda. Uz desnu stranu južnog kolnika autoceste također je prisutna žičana ograda na udaljenosti 5 do 10 metara od ruba kolnika. U cestovnoj okolini nalazi se pretežito šumsko područje. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsjeka autoceste iznose 130 km/h, dok vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u prometnom toku iznose 110 km/h i 125 km/h, slijedom. Veličina prosječnoga godišnjeg dnevnog prometa (PGDP-a) iznosi 37 527 voz/dan, pri čemu u smjeru Zagreba u prosjeku prođe 18 576 vozila dnevno, a u smjeru Dubrovnika 18 951 vozilo dnevno. Prosječni godišnji ljetni promet (PLDP) je za 84 % veći od PGDP-a te iznosi 69 122 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 24 %.

2. *Odsječak A1-0007-ID17787*: Nalazi se na sedmoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), između čvorišta Bosiljevo 2 i Ogulin, duljine 21,8 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 2+815 i 13+512. Udaljenost čvorišta Bosiljevo 2 i Ogulin od ovog odsjeka autoceste iznosi 8,31 km i 13,49 km, slijedom. Odsječak ceste nalazi se u usjeku. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda je na promatranom odsječku autoceste prisutna u razdjelnom pojasu širine 4 metra te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini nalaze se stijenski i zemljani pokosi, na udaljenosti 5 do 10 metara od desnog ruba oba kolnika. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsjeka autoceste iznose 100 km/h, dok vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u prometnom toku iznose 90 km/h i 105 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 18 412 voz/dan, pri čemu u smjeru Zagreba u prosjeku prolazi 9117 vozila dnevno, a u smjeru Dubrovnika 9295 vozila dnevno. Tijekom ljetnih mjeseci protok vozila se povećava za 152 % te iznosi 46 471 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 16 %.
3. *Odsječak A1-0013-ID17789*: Nalazi se na trinaestoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), između čvorišta Gospić i Gornja Ploča, duljine 23,2 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 0+823 i 9+653. Odsječak autoceste se nalazi na nasipu u laganom zavoju, na udaljenosti 5,73 km od čvorišta Gospić te 17,47 km od čvorišta Bosiljevo. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda je na promatranom odsječku autoceste prisutna u razdjelnom pojasu širine 4 metra te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini pretežito se nalaze neobrađeni travnjaci. Ograničenje brzine na predmetnom odsječku iznosi 100 km/h u smjeru Zagreba te 120 km/h u smjeru Dubrovnika. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 130 km/h i 150 km/h,

slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 16 106 voz/dan, pri čemu u smjeru Zagreba u prosjeku prolazi 7977 vozila dnevno, a u smjeru Dubrovnika 8129 vozila dnevno. PLDP je za 163 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 42 442 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 20 %.

4. *Odsječak A1-0018-ID17745*: Nalazi se na osamnaestoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), između čvorišta Zadar 1 i Zadar 2, duljine 9 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 0+833 i 9+018. Odsječak autoceste nalazi se na nasipu u pravcu, na udaljenosti 5,21 km od čvorišta Zadar 1 te 3,79 km od čvorišta Zadar 2. Poprečni profil autoceste na ovom je odsječku standardne širine od 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka i jednim zaustavnim trakom. Metalna zaštitna odbojna ograda je na promatranom odsječku autoceste prisutna u razdjelnom pojasu širine 4 metra te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini pretežito se nalazi neobrađeno zemljište s niskom i srednjom vegetacijom. Ograničenje brzine na predmetnom odsječku iznosi 120 km/h u smjeru Zagreba te 130 km/h u smjeru Dubrovnika. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 125 km/h i 145 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a na promatranom odsječku iznosi 13 566 voz/dan. Pritom u smjeru Zagreba u prosjeku prođe 6639 vozila dnevno, a u smjeru Dubrovnika 6927 vozila dnevno. U ljetnim mjesecima protok vozila na predmetnom odsječku autoceste povećava se za 167 % te iznosi 36 180 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 21 %.
5. *Odsječak A1-0028-ID18229*: Nalazi se na dvadeset osmoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Split – Dubrovnik), između čvorišta Bisko i Blato na Cetini, duljine 18,4 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 0+870 i 12+098. Udaljenost čvorišta Bisko i Blato na Cetini od ovog odsječka autoceste iznosi 3,03 km i 15,37 km, slijedom. Odsječak ceste nalazi se u zasjeku. Poprečni profil autoceste standardne je širine (28,4 m) te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka i jednim zaustavnim trakom. Metalna zaštitna odbojna ograda na promatranom odsječku autoceste prisutna je u razdjelnom pojasu, cijelom duljinom desne strane istočnog kolnika autoceste te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu zapadnog kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini s desne strane istočnog kolnika nalazi se litica, dok su uz desnu stranu zapadnog kolnika prisutni visoki stijenski pokosi. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 130 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u smjeru Zagreba iznose 115 km/h i 130 km/h, slijedom. Prosječna i 85-percentilna operativna brzina vozila koja se kreću u smjeru Dubrovnika veće su te iznose 120 km/h i 140 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a na odsječku iznosi 8669 voz/dan, pri čemu svakoga dana u smjeru Zagreba prođe u prosjeku 4374 vozila, a u smjeru Dubrovnika 4295 vozila. Veličina PLDP-a je za 127 % veća u odnosu na veličinu PGDP-a te iznosi 19 763 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 14 %.

6. *Odsječak A2-0006-ID18497*: Dio je šeste dionice autoceste A2 (Zagreb – Macelj), između čvorišta Zaprešić i Mokrice, duljine 16,47 km. Odsječak autoceste nalazi se u pravcu na nasipu između stacionaža 0+594 i 8+062, na udaljenosti 13,64 km od čvorišta Jankomir te 2,83 km od čvorišta Mokrice. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini nalaze se obrađene poljoprivredne površine te neobrađene površine s visokom vegetacijom. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 130 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 110 km/h i 125 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 17 073 voz/dan, pri čemu u smjeru Zagreba u prosjeku prolazi 8633 vozila dnevno, a u smjeru Macelja 8440 vozila dnevno. Veličina PLDP-a je za 69 % veća u odnosu na veličinu PGDP-a te iznosi 28 946 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 24 %.
7. *Odsječak A3-0005-ID7027*: Dio je obilaznice grada Zagreba i pete dionice autoceste A3 (Bregana – Bajakovo), između čvorišta Lučko i Buzin, duljine 8,43 km. Odsječak autoceste nalazi se u pravcu na nasipu između stacionaža 18+568 i 26+996, na udaljenosti 3,02 km od čvorišta Buzin te 5,41 km od čvorišta Lučko. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. U razdjelnom pojasu, širine 4 m, nalazi se metalna zaštitna odbojna ograda s dodatnim elementima za sprječavanje zasljepljivanja vozača. Na oba kolnika, uz desnu stranu ceste postavljena je metalna zaštitna odbojna ograda, na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. Uzduž desne strane oba kolnika, na udaljenosti 10 do 20 metara od vanjskog ruba zaustavnog traka nalaze se duboki odvodni kanali. U široj cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine. Ograničenje brzine na predmetnom odsječku iznosi 100 km/h u smjeru Bregane te 130 km/h u smjeru Bajakova. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 125 km/h i 140 km/h, slijedom. Veličina prosječnoga godišnjeg dnevnog prometa (PGDP-a) na promatranoj dionici iznosi 20 650 voz/dan. PLDP je za 90 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 39 392 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 17 %.
8. *Odsječak A3-0013-ID18828*: Dio je trinaeste dionice autoceste A3 (Bregana – Bajakovo), između čvorišta Križ i Popovača, duljine 13,44 km. Odsječak autoceste nalazi se u pravcu na nasipu između stacionaža 3+701 i 13+443, na udaljenosti 8,01 km od čvorišta Jankomir te 5,43 km od čvorišta Popovača. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. Uzduž desne strane oba kolnika, na udaljenosti 10 do 20 metara od vanjskog ruba



zaustavnog traka nalaze se duboki odvodni kanali. U široj cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 120 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u smjeru Bregane iznose 105 km/h i 120 km/h, slijedom. Prosječna i 85-percentilna operativna brzina vozila koja se kreću u smjeru Bajakova malo su veće te iznose 120 km/h i 125 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a na ovom odsječku autoceste iznosi 23 419 voz/dan, pri čemu u smjeru Bregane u prosjeku prolazi 11 582 vozila dnevno, a u smjeru Bajakova 11 837 vozila dnevno. PLDP je za 47 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 34 597 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 29 %.

9. *Odsječak A3-0019-ID18969*: Dio je devetnaeste dionice autoceste A3 (Bregana – Bajakovo), između čvorišta Nova Gradiška i Lužani, duljine 22,47 km. Odsječak autoceste nalazi se u pravcu na niskom nasipu između stacionaža 0+693 i 22+473, na udaljenosti 8,87 km od čvorišta Nova Gradiška te 13,6 km od čvorišta Popovača. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine. Ograničenje brzine na predmetnom odsječku iznosi 120 km/h u smjeru Bregane te 130 km/h u smjeru Bajakova. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 120 km/h i 140 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 15 668 voz/dan, pri čemu u smjeru Bregane u prosjeku prolazi 7712 vozila dnevno, a u smjeru Bajakova 7956 vozila dnevno. PLDP je za 58 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 24 816 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 31 %.

10. *Odsječak A3-0025-ID18843*: Dio je dvadeset i pete dionice autoceste A3 (Bregana – Bajakovo), između čvorišta Babina Greda i Županja, duljine 12,43 km. Odsječak autoceste nalazi se u pravcu na niskom nasipu između stacionaža 0+816 i 12+427, na udaljenosti 7,5 km od čvorišta Babina Greda te 4,93 km od čvorišta Županja. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine i šumska područja. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 100 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u smjeru Bregane iznose 115 km/h i 130 km/h, slijedom. Prosječna i 85-percentilna operativna brzina vozila koja se kreću u smjeru Bajakova malo su veće te iznose 120 km/h i 140 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 9948 voz/dan, pri čemu u smjeru Bregane u prosjeku prolazi 4907 vozila dnevno, a u smjeru Bajakova 5041 vozilo dnevno. Tijekom ljetnih mjeseci protok

vozila se povećava za 72 % te iznosi 17 156 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 28 %.

11. *Odsječak A4-0007-ID19254*: Nalazi se na sedmoj dionici autoceste A1 (Zagreb – Goričan), između čvorišta Novi Marof i Varaždinske Toplice, duljine 8,41 km, na cestovnom segmentu između stacionaža 7+034 i 8+405. Odsječak autoceste nalazi se na nasipu u pravcu, na udaljenosti 1,7 km od čvorišta Novi Marof te 6,71 km od čvorišta Varaždinske Toplice. Poprečni profil autoceste širok je 26,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,50 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu širine 3 metra te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini nalaze se obrađene poljoprivredne površine te neobrađene površine sa srednjom i visokom vegetacijom. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 110 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 100 km/h i 110 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 11 478 voz/dan, pri čemu u smjeru Goričana u prosjeku prolazi 5785 vozila dnevno, a u smjeru Zagreba 5693 vozila dnevno. PLDP je za 84 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 21 219 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 19 %.
12. *Odsječak A6-0003-ID19504*: Dio je treće dionice autoceste A6 (Bosiljevo – Rijeka), između čvorišta Ravna Gora i Delnice, duljine 10,92 km. Odsječak autoceste nalazi se u blagom zavoju u usjeku između stacionaža 0+654 i 10+265, na udaljenosti 1,49 km od čvorišta Ravna Gora te 9,43 km od čvorišta Delnice. Poprečni profil autoceste širok je 28,4 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,75 metara i jednim zaustavnim trakom širine 2,5 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini nalaze se stijenski i zemljani pokosi, na udaljenosti 5 do 10 metara od desnog ruba oba kolnika. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka autoceste iznose 110 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 100 km/h i 110 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 14 328 voz/dan, pri čemu u smjeru Rijeke u prosjeku prolazi 7173 vozila dnevno, a u smjeru Bosiljeva 7173 vozila dnevno. Tijekom ljetnih mjeseci protok vozila povećava se za 73 % te iznosi 24 865 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 20 %.
13. *Odsječak D10-0001*: Dio je prve dionice brze ceste D10 (Sveta Helena – Vrbovec – Križevci – Koprivnica), između čvorišta Sv. Helena i Vrbovec zapad, duljine 8 km. Odsječak brze ceste nalazi se na nasipu u blagom zavoju između stacionaža 0+000 i 7+626, na udaljenosti 3,31 km od čvorišta Sv. Helena te 5,04 km od čvorišta Vrbovec. Poprečni profil brze ceste širok je 22 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,50 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu širine 3 m te na pojedinim cestovnim segmentima i uz desnu stranu oba kolnika, a postavljena je na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika.

Uzduž desne strane oba kolnika, na udaljenosti 5 do 10 metara od vanjskog ruba kolnika nalaze se duboki odvodni kanali. U široj cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka brze ceste iznose 110 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 120 km/h i 135 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 14 268 voz/dan, pri čemu u smjeru Vrbovca u prosjeku prolazi 6585 vozila dnevno, a u smjeru Sv. Helene 7683 vozila dnevno. Tijekom ljetnih mjeseci protok vozila povećan je za oko 7 % te iznosi 15 302 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 20 %.

14. *Odsječak D424-0001*<sup>26</sup>: Dio je brze ceste D424 (Zadar – Zemunik Gornji), između čvorišta Tromilja i Sv. Martin, duljine 6,7 km. Odsječak brze ceste nalazi se na nasipu u pravcu između stacionaža 8+243 i 14+470, na udaljenosti 1,79 km od čvorišta Sv. Martin te 4,91 km od čvorišta Tromilja. Poprečni profil brze ceste širok je 19,7 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,25 metara. U razdjelnom pojasu, širine 2,5 m, te uzduž desne strane oba kolnika izvedena je metalna zaštitna odbojna ograda, na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. U cestovnoj okolini pretežito se nalaze neobrađene površine s visokom vegetacijom. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka brze ceste iznose 80 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 115 km/h i 130 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 8620 voz/dan, pri čemu u smjeru Zadra u prosjeku prolazi 4433 vozila dnevno, a u smjeru Zemunika Gornjeg 4187 vozila dnevno. PLDP je za oko 46 % veći u odnosu na PGDP te iznosi 12 548 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 14 %.
15. *Odsječak D1-0017-ID92*: Dio je sedamnaeste dionice državne (brze) ceste D1 (GP Macelj – Split), između čvorišta Klis-Grlo i Dugopolje, duljine 3,60 km. Odsječak brze ceste nalazi se u zasjeku u pravcu između stacionaža 18+031 i 20+607, na udaljenosti 900 metara od čvorišta Klis-Grlo te 2,7 km od čvorišta Dugopolje. Poprečni profil brze ceste širok je 22 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,50 metara. Metalna zaštitna odbojna ograda prisutna je u razdjelnom pojasu širine 3 m, na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. Uzduž desne strane oba kolnika prisutna je betonska zaštitna odbojna ograda (*New Jersey* ograda), na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka brze ceste iznose 100 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 100 km/h i 115 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 29 630 voz/dan, pri čemu u smjeru Splita u prosjeku prolazi 14 266 vozila dnevno, a u smjeru Dugopolja 15 364 vozila dnevno.

---

<sup>26</sup> Budući da se neposredno prije provedbe terenskih istraživanja utvrdilo da se snimanje prometa besposadnom letjelicom na segmentu brze ceste D424-0001 između čvorišta Tromilja i Sv. Martin nije moglo provesti zbog činjenice da se odabrani cestovni segment nalazi u blizini zračne luke Zadar unutar zone stroge zabrane leta, umjesto te prvotno odabrane lokacije, za snimanje prometa odabrana je zamjenska lokacija na segmentu D424-0001, između naplatne postaje Zadar – istok i čvorišta Tromilja.

Tijekom ljetnih mjeseci protok vozila povećan je za oko 32 % te iznosi 39 066 voz/dan. Prosječan udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 15 %.

16. *Odsječak D2-0011-ID1212*: Dio je obilaznice grada Osijeka i jedanaeste dionice državne (brze) ceste D2 (GP Dubrava Križovljanska – GP Ilok), između čvorišta Koridor Vc i Osijek zapad, duljine 5,6 km. Odsječak brze ceste nalazi se na niskom nasipu u pravcu između stacionaža 1+918 i 6+596, na udaljenosti 2,2 km od čvorišta Koridor Vc te 3,4 km od čvorišta Osijek zapad. Poprečni profil brze ceste širok je 22 m te sadrži dva fizički odvojena kolnika s po dva prometna traka širine 3,50 metara. U razdjelnom pojasu, širine 3 m, te uzduž desne strane oba kolnika izvedena je metalna zaštitna odbojna ograda, na udaljenosti  $\leq 1$  m od ruba kolnika. Uzduž desne strane oba kolnika, na udaljenosti 5 do 10 metara od vanjskog ruba kolnika nalaze se duboki odvodni kanali. U široj cestovnoj okolini pretežito se nalaze obrađene poljoprivredne površine. Ograničenja brzine na oba kolnika predmetnog odsječka brze ceste iznose 90 km/h. Vrijednosti prosječne i 85-percentilne operativne brzine vozila u oba smjera iznose 100 km/h i 110 km/h, slijedom. Veličina PGDP-a iznosi 23 635 voz/dan, pri čemu u smjeru Iloka u prosjeku prolazi 10 504 vozila dnevno, a u suprotnom smjeru 13 131 vozilo dnevno. PLDP je za oko 4 % manji u odnosu na PGDP te iznosi 22 637 voz/dan. Udio teških teretnih vozila u prometnom toku iznosi 13 %.

Svi odabrani cestovni segmenti na kojima je provedeno snimanje prometnog toka nalaze se u pravcu ili u blagom zavoju, na dovoljnoj udaljenosti od susjednih čvorišta. Time je osigurano da je snimanje provedeno na odsječcima cesta visokog učinka na kojima su karakteristike realnoga prometnog toka najbliže baznomu (mjerodavnomu) prometnom toku.

Empirijske vrijednosti mjerodavnih parametara prometnog toka, potrebne za provođenje daljnje statističke analize te determinaciju optimalnih oblika temeljnih vjerojatnosnih dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, utvrđene su na temelju analize videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom iz zraka na navedenim, odabranim odsječcima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, tijekom odabranih perioda vršnih i izvanvršnih prometnih opterećenja, u mjerodavnim intervalima u trajanju 20 do 30 minuta.

Snimanje prometnih tokova besposadnom letjelicom iz zraka na 12 odabranih odsječaka autocesta i 4 odabrana odsječka brzih cesta na području Republike Hrvatske provedeno je u razdoblju od 7. 7. 2023. do 8. 8. 2023. godine, u mjerodavnim vršnim i izvanvršnim satnim intervalima, odabranim na temelju analize satnih neravnomjernosti protoka vozila na reprezentativnim segmentima mreže cesta visokog učinka, čiji su rezultati opisani u potpoglavlju 2.2. Redoslijed obilaska pojedinih odsječaka i provedbe snimanja prometnih tokova tijekom mjerodavnih vršnih i izvanvršnih sati definirani su tako da se minimiziraju troškovi i vrijeme potrebno za provedbu terenskih istraživanja.

U Tablica 3. prikazani su datumi te mjerodavni vršni i izvanvršni satni intervali tijekom kojih su provedena snimanja prometnih tokova na svakom odabranome reprezentativnom segmentu mreže cesta visokog učinka.

Tablica 3. Popis datuma i mjerodavnih satnih intervala tijekom kojih su provedena snimanja prometnih tokova besposadnom letjelicom na odabranim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Odsječak	Datum snimanja	Vršni sat odabran za snimanje	Izvanvršni sat odabran za snimanje
A1-0002-ID17904	srijeda, 12.07.2023.	16:00 – 17:00 h	18:45 – 19:45 h
A1-0007-ID17787	utorak, 18.07.2023.	15:00 – 16:00 h	13:00 – 14:00 h
A1-0013-ID17789	utorak, 18.07.2023.	10:00 – 11:00 h	07:00 – 08:00 h
A1-0018-ID17745	utorak, 08.08.2023.	10:00 – 11:00 h	12:00 – 13:00 h
A1-0028-ID18229	ponedjeljak, 31.07.2023.	14:00 – 15:00 h	12:00 – 13:00 h
A2-0006-ID18497	utorak, 11.07.2023.	16:00 – 17:00 h	18:45 – 19:45 h
A3-0005-ID7027	ponedjeljak, 08.07.2019.	15:00 – 16:00 h	13:00 – 14:00 h
A3-0013-ID18828	srijeda, 12.07.2023.	08:00 – 09:00 h	06:00 – 07:00 h
A3-0019-ID18969	ponedjeljak, 24.07.2023.	11:00 – 12:00 h	13:00 – 14:00 h
A3-0025-ID18843	ponedjeljak, 24.07.2023.	16:00 – 17:00 h	18:30 – 19:30 h
A4-0007-ID19254	utorak, 11.07.2023.	09:00 – 10:00 h	07:00 – 08:00 h
A6-0003-ID19504	ponedjeljak, 17.07.2023.	17:00 – 18:00 h	18:30 – 19:30 h
D10-0001	petak, 07.07.2023.	07:00 – 08:00 h	10:00 – 11:00 h
D424-0001	utorak, 08.08.2023.	14:00 – 15:00 h	11:00 – 12:00 h
D1-0017-ID92	ponedjeljak, 31.07.2023.	09:00 – 10:00 h	10:00 – 11:00 h
D2-0011-ID1212	četvrtak, 13.07.2023.	08:00 – 09:00 h	06:00 – 07:00 h

Izvor: obrada autora.

Šira i uža zona prostornog obuhvata provedenih terenskih istraživanja, s naznačenim vremenskim periodima snimanja prometnih tokova i veličinama uzoraka prikupljenih na pojedinim odsječcima cesta visokog učinka prikazane su u Tablicama od Tablica 4. do Tablica 11.

Tablica 4. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0002-ID17904 (Donja Zdenčina – Jastrebarsko) i A1-0007-ID17787 (Bosiljevo 2 – Ogulin).

Autocesta A1		Slovenia		Croatia		Bosnia and Herzegovina		Montenegro	
Donja Zdenčina – Jastrebarsko									
Odsječak: A1-0002-ID17904									
Smjer A	Dubrovnik								
Smjer B	Zagreb								
LAT	45.66347								
LON	15.71417								
Vršni sat	16:00 – 17:00 h								
Izvanvršni sat	18:45 – 19:45 h								
Uzorak	2772 voz								
V <sub>A</sub>	130 km/h								
V <sub>B</sub>	130 km/h								
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	110 km/h								
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	110 km/h								
V <sub>A85</sub>	125 km/h								
V <sub>B85</sub>	125 km/h								
PGDP	37 527 voz/dan								
PLDP	69 122 voz/dan								
P <sub>TV</sub>	24 %								
Autocesta A1		Slovenia		Croatia		Bosnia and Herzegovina		Montenegro	
Bosiljevo 2 – Ogulin									
Odsječak: A1-0007-ID17787									
Smjer A	Dubrovnik								
Smjer B	Zagreb								
LAT	45.3346								
LON	15.27546								
Vršni sat	15:00 – 16:00 h								
Izvanvršni sat	13:00 – 14:00 h								
Uzorak	2223 voz								
V <sub>A</sub>	100 km/h								
V <sub>B</sub>	100 km/h								
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	90 km/h								
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	90 km/h								
V <sub>A85</sub>	105 km/h								
V <sub>B85</sub>	105 km/h								
PGDP	18 412 voz/dan								
PLDP	46 471 voz/dan								
P <sub>TV</sub>	16 %								

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.



Tablica 5. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0013-ID17789 (Gospić – Gornja Ploča) i A1-0018-ID17745 (Zadar 1 – Zadar 2).

<b>Autocesta A1</b>			
Gospić – Gornja Ploča			
Odsječak: A1-0013-ID17789			
Smjer A	Dubrovnik		
Smjer B	Zagreb		
LAT	44.52684		
LON	15.45318		
Vršni sat	10:00 – 11:00 h		
Izvanvršni sat	07:00 – 08:00 h		
Uzorak	1842 voz		
V <sub>A</sub>	120 km/h		
V <sub>B</sub>	100 km/h		
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	130 km/h		
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	130 km/h		
V <sub>A85</sub>	150 km/h		
V <sub>B85</sub>	150 km/h		
PGDP	16 106 voz/dan		
PLDP	42 442 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	20 %		
<b>Autocesta A1</b>			
Zadar 1 – Zadar 2			
Odsječak: A1-0018-ID17745			
Smjer A	Dubrovnik		
Smjer B	Zagreb		
LAT	44.14192		
LON	15.42021		
Vršni sat	10:00 – 11:00 h		
Izvanvršni sat	12:00 – 13:00 h		
Uzorak	2708 voz		
V <sub>A</sub>	130 km/h		
V <sub>B</sub>	120 km/h		
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	125 km/h		
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	125 km/h		
V <sub>A85</sub>	145 km/h		
V <sub>B85</sub>	145 km/h		
PGDP	13 566 voz/dan		
PLDP	36 180 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	21 %		

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.

Tablica 6. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0028-ID18229 (Bisko – Blato na Cetini) i A2-0006-ID18497 (Zaprešić – Mokrice).

Autocesta A1	
Bisko – Blato na Cetini	
Odsječak: A1-0028-ID18229	
Smjer A	Dubrovnik
Smjer B	Zagreb
LAT	43.54527
LON	16.71261
Vršni sat	14:00 – 15:00 h
Izvanvršni sat	12:00 – 13:00 h
Uzorak	2084 voz
V <sub>A</sub>	130 km/h
V <sub>B</sub>	130 km/h
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	120 km/h
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	115 km/h
V <sub>A85</sub>	140 km/h
V <sub>B85</sub>	130 km/h
PGDP	8669 voz/dan
PLDP	19 763 voz/dan
P <sub>TV</sub>	14 %
  	
Autocesta A2	
Zaprešić – Zabok	
Odsječak: A2-0006-ID18497	
Smjer A	Macelj
Smjer B	Zagreb
LAT	45.97471
LON	15.85381
Vršni sat	16:00 – 17:00 h
Izvanvršni sat	18:45 – 19:45 h
Uzorak	1226 voz
V <sub>A</sub>	130 km/h
V <sub>B</sub>	130 km/h
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	110 km/h
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	110 km/h
V <sub>A85</sub>	125 km/h
V <sub>B85</sub>	125 km/h
PGDP	17 073 voz/dan
PLDP	28 946 voz/dan
P <sub>TV</sub>	24 %
  	

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.



Tablica 7. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A3-0005-ID7027 (Lučko – Buzin) i A3-0013-ID18828 (Križ – Popovača).

<b>Autocesta A3</b>		
Lučko – Buzin		
Odsječak: A3-0005-ID7027		
Smjer A	Bregana	
Smjer B	Bajakovo	
LAT	45.75217	
LON	15.96429	
Vršni sat	15:00 – 16:00 h	
Izvanvršni sat	13:00 – 14:00 h	
Uzorak	1445 voz	
V <sub>A</sub>	100 km/h	
V <sub>B</sub>	130 km/h	
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	125 km/h	
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	125 km/h	
V <sub>A85</sub>	140 km/h	
V <sub>B85</sub>	140 km/h	
PGDP	20 650 voz/dan	
PLDP	39 392 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	17 %	
<b>Autocesta A3</b>		
Križ – Popovača		
Odsječak: A3-0013-ID18828		
Smjer A	Bregana	
Smjer B	Bajakovo	
LAT	45.59866	
LON	16.5536	
Vršni sat	08:00 – 09:00 h	
Izvanvršni sat	06:00 – 07:00 h	
Uzorak	1378 voz	
V <sub>A</sub>	130 km/h	
V <sub>B</sub>	130 km/h	
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	105 km/h	
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	120 km/h	
V <sub>A85</sub>	120 km/h	
V <sub>B85</sub>	125 km/h	
PGDP	23 419 voz/dan	
PLDP	34 597 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	29 %	

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.

Tablica 8. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A3-0019-ID18969 (Nova Gradiška – Lužani) i A3-0025-ID18843 (Babina Greda – Županja).

Autocesta A3		
Nova Gradiška – Lužani		
Odsječak: A3-0019-ID18969		
Smjer A	Bregana	
Smjer B	Bajakovo	
LAT	45.21562	
LON	17.52172	
Vršni sat	11:00 – 12:00 h	
Izvanvršni sat	13:00 – 14:00 h	
Uzorak	1360 voz	
V <sub>A</sub>	130 km/h	
V <sub>B</sub>	130 km/h	
V <sub>OA</sub>	120 km/h	
V <sub>OB</sub>	120 km/h	
V <sub>A85</sub>	140 km/h	
V <sub>B85</sub>	140 km/h	
PGDP	15 668 voz/dan	
PLDP	24 816 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	31 %	
Autocesta A3		
Babina Greda – Županja		
Odsječak: A3-0025-ID18843		
Smjer A	Bregana	
Smjer B	Bajakovo	
LAT	45.11083	
LON	18.65419	
Vršni sat	16:00 – 17:00 h	
Izvanvršni sat	18:30 – 19:30 h	
Uzorak	726 voz	
V <sub>A</sub>	100 km/h	
V <sub>B</sub>	100 km/h	
V <sub>OA</sub>	115 km/h	
V <sub>OB</sub>	120 km/h	
V <sub>A85</sub>	130 km/h	
V <sub>B85</sub>	140 km/h	
PGDP	9948 voz/dan	
PLDP	17 156 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	28 %	

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.



Tablica 9. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A4-0007-ID19254 (Novi Marof – Varaždinske Toplice) i A6-0003-ID19504 (Ravna Gora – Delnice).

<b>Autocesta A4</b>		
N. Marof – Varaždinske Toplice		
Odsječak: A4-0007-ID19254		
Smjer A	Goričan	
Smjer B	Zagreb	
LAT	46.16525	
LON	16.37548	
Vršni sat	09:00 – 10:00 h	
Izvanvršni sat	07:00 – 08:00 h	
Uzorak	1132 voz	
V <sub>A</sub>	110 km/h	
V <sub>B</sub>	110 km/h	
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	100 km/h	
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	100 km/h	
V <sub>A85</sub>	110 km/h	
V <sub>B85</sub>	110 km/h	
PGDP	11 478 voz/dan	
PLDP	21 219 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	19 %	
<b>Autocesta A6</b>		
Ravna Gora – Delnice		
Odsječak: A6-0003-ID19504		
Smjer A	Rijeka	
Smjer B	Bosiljevo	
LAT	45.38664	
LON	14.89499	
Vršni sat	17:00 – 18:00 h	
Izvanvršni sat	18:30 – 19:30 h	
Uzorak	1439 voz	
V <sub>A</sub>	110 km/h	
V <sub>B</sub>	110 km/h	
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	100 km/h	
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	100 km/h	
V <sub>A85</sub>	110 km/h	
V <sub>B85</sub>	110 km/h	
PGDP	14 328 voz/dan	
PLDP	24 865 voz/dan	
P <sub>TV</sub>	20 %	

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.

Tablica 10. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima D10-0001 (Sveta Helena – Vrbovec zapad) i D424-0001 (Tromilja – Sveti Martin).

Brza cesta BC10			
Sv. Helena – Vrbovec zapad			
Odsječak: D10-0001			
Smjer A	Vrbovec		
Smjer B	Sv. Helena		
LAT	45.8908		
LON	16.30865		
Vršni sat	07:00 – 08:00 h		
Izvanvršni sat	10:00 – 11:00		
Uzorak	1001 voz		
V <sub>A</sub>	110 km/h		
V <sub>B</sub>	110 km/h		
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	120 km/h		
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	120 km/h		
V <sub>A85</sub>	135 km/h		
V <sub>B85</sub>	135 km/h		
PGDP	14 268 voz/dan		
PLDP	15 302 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	20 %		
Brza cesta BC424			
Tromilja – Sveti Martin			
Odsječak: D424-0001			
Smjer A	Zemunik Gornji		
Smjer B	Zadar		
LAT	44.08283		
LON	15.35339		
Vršni sat	14:00 – 15:00 h		
Izvanvršni sat	11:00 – 12:00 h		
Uzorak	938 voz		
V <sub>A</sub>	80 km/h		
V <sub>B</sub>	80 km/h		
V <sub>O<sub>A</sub></sub>	115 km/h		
V <sub>O<sub>B</sub></sub>	115 km/h		
V <sub>A85</sub>	130 km/h		
V <sub>B85</sub>	130 km/h		
PGDP	8620 voz/dan		
PLDP	12 548 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	14 %		

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.



Tablica 11. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa s pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima D1-0017-ID92 (Klis-Grlo – Dugopolje) i D2-0011-ID1212 (Koridor Vc – Osijek zapad).

<b>Brza cesta BC1</b>			
Klis-Grlo – Dugopolje			
Odsječak: D1-0017-ID92			
Smjer A	Split		
Smjer B	Dugopolje		
LAT	43.57871		
LON	16.54948		
Vršni sat	09:00 – 10:00 h		
Izvanvršni sat	10:00 – 11:00 h		
Uzorak	3027 voz		
V <sub>A</sub>	100 km/h		
V <sub>B</sub>	100 km/h		
V <sub>0A</sub>	100 km/h		
V <sub>0B</sub>	100 km/h		
V <sub>A85</sub>	115 km/h		
V <sub>B85</sub>	115 km/h		
PGDP	29 630 voz/dan		
PLDP	39 066 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	15 %		
<b>Brza cesta BC2</b>			
Koridor Vc – Osijek zapad			
Odsječak: D2-0011-ID1212			
Smjer A	Osijek		
Smjer B	Koridor Vc		
LAT	45.56466		
LON	18.59188		
Vršni sat	08:00 – 09:00 h		
Izvanvršni sat	06:00 – 07:00 h		
Uzorak	529 voz		
V <sub>A</sub>	90 km/h		
V <sub>B</sub>	90 km/h		
V <sub>0A</sub>	100 km/h		
V <sub>0B</sub>	100 km/h		
V <sub>A85</sub>	110 km/h		
V <sub>B85</sub>	110 km/h		
PGDP	23 635 voz/dan		
PLDP	22 637 voz/dan		
P <sub>TV</sub>	13 %		

Izvor: karte i fotografije preuzete sa platformi Google Maps, Google Street View i Google My Maps.

### **3. METODOLOGIJA OBRADJE I ANALIZE VIDEOZAPISA SNIMLJENIH BESPOSADNOM LETJELICOM NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ**

U ovome poglavlju detaljno su opisani metodološki postupci pripreme i obrade zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, primijenjeni radi utvrđivanja empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka neophodnih za provedbu daljnjih koraka razvoja i validacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka.

Kako bi se utvrdile empirijske vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka, zračni videozapisi konvertirani su najprije u format prikladan za obradu podataka te zatim uvezeni u *Adobe Premiere Pro 2023* programsko okruženje u kojem je proveden detaljan pregled i predobrada videozapisa te analiza zračnih snimaka na temelju koje su detektirani vremenski trenutci nailaska individualnih vozila u prometnom toku na ulazne i izlazne referentne linije detekcije, definirane na svakom kolniku promatranih reprezentativnih segmenata cesta visokog učinka. Prilikom nailaska pojedinih vozila na definirane referentne linije detekcije očitana je vremenska oznaka fotografije videozapisa (engl. *timestamp*) i tip vozila koji se nalazi na liniji detekcije. Podatci očitani tijekom nailaska svakog vozila na ulazne i izlazne linije detekcije po završetku procedure obrade i obilježavanja fotografija zračnih videozapisa izvezene su iz *Adobe Premiere Pro 2023* programskog okruženja u datoteke CSV formata. Podatci sadržani u datotekama CSV formata generiranim na temelju obrade zračnih videozapisa snimljenih na pojedinim segmentima autocesta i brzih cesta zatim su povezani u jedinstvenu izlaznu atributnu tablicu. Izlazna atributna tablica, dobivena na temelju opisanog postupka obrade podataka pohranjena je u odvojenu datoteku XLSX formata prikladnog za provedbu daljnjih koraka statističke analize. Empirijske vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka zatim su izračunane na temelju analize vremenskih oznaka fotografija zračnih videozapisa zabilježenih u izlaznoj atributnoj tablici, na kojima su detektirani nailasci vozila na definirane ulazne i izlazne linije detekcije. Navedena metodologija obrade i analize zračnih videozapisa može se sažeti u četiri osnovna koraka:

1. *Priprema, pregled i obrada snimljenih zračnih videozapisa*: Podrazumijeva primjenu postupaka ekstrahiranja, filtriranja i obrade zračnih videozapisa promatranih segmenata mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, za potrebe prikupljanja reprezentativnoga statističkog uzorka na temelju kojega je

moguće determinirati temeljne relacije između vrijednosti relevantnih mikroskopskih i makroskopskih parametara prometnog toka.

2. *Kreiranje baze podataka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka:* Podatci dobiveni na temelju obrade zračnih videozapisa zabilježeni su u odgovarajuće podatkovne stupce definirane unutar izlazne atributne tablice, pohranjene u XLSX formatu. U sklopu provedenih istraživanja prikupljen je statistički uzorak koji sadrži ukupno 25 823 izmjerenih empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka.
3. *Filtriranje baze podataka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka:* Iz kreirane baze podataka uklonjene su sve nepotpune i/ili pogrešno zapisane vrijednosti empirijskih podataka koje se nisu mogle upotrijebiti za provođenje daljnje statističke analize. Dobiveni podatci su nakon toga klasificirani s obzirom na lokaciju, vremenske periode prikupljanja statističkog uzorka i promatrane režime prometnog toka, uključujući slobodni, normalni, zasićeni i zagušeni prometni tok.
4. *Proračun empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka na temelju podataka dobivenih obradom zračnih videozapisa:* Na temelju obrade zračnih videozapisa utvrđene su brzine individualnih vozila, vrijednosti intervala slijeđenja između uzastopnih vozila u prometnom toku te vrijednosti protoka vozila i gustoće prometnog toka na odabranim segmentima promatrane cestovne mreže u sukcesivnim, diskretnim intervalima vremena.

Detaljan opis koraka metodologije primijenjene za pripremu, pregled i obradu zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta dan je u potpoglavlju 3.1., dok su u potpoglavlju 3.2. pobliže objašnjeni metodološki koraci primijenjeni radi proračuna empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka na temelju podataka dobivenih obradom zračnih videozapisa.

### **3.1. Metodologija pripreme, pregleda i obrade zračnih videozapisa**

Snimanje prometnih tokova besposadnom letjelicom iz zraka na odabranim, reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka na području Republike Hrvatske provedeno je u skladu s definiranim prostorno-vremenskim obuhvatom terenskih istraživanja, redoslijedom aktivnosti koje je bilo potrebno provesti tijekom terenskih istraživanja te veličinom empirijskog uzorka koji je bilo potrebno prikupiti u vršnim i izvanvršnim periodima prometnog opterećenja. Osnovni metapodatci zračnih videozapisa snimljenih tijekom provedbe terenskih istraživanja prikazani su u Tablica 12.

Tablica 12. Popis osnovnih metapodataka videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj tijekom terenskih istraživanja.

Odsječak	Naziv videozapisa	Period snimanja	Početak snimanja	Trajanje [hh:mm:ss]	FPS [frames/s]	Veličina videozapisa
<b>A1-0002-ID17904</b>	DJI_0391.MOV	Izvanvršni	19:13:16	00:28:01	25	25,8 GB
	DJI_0385.MOV	Vršni	16:27:51	00:27:58	25	25,7 GB
<b>A1-0007-ID17787</b>	DJI_0306.MP4	Izvanvršni	13:30:29	00:29:25	25	27,1 GB
	DJI_0316.MP4	Vršni	15:28:38	00:28:15	25	26,0 GB
<b>A1-0013-ID17789</b>	DJI_0304.MP4	Izvanvršni	07:28:51	00:28:35	25	26,3 GB
	DJI_0305.MP4	Vršni	10:28:23	00:27:49	25	25,6 GB
<b>A1-0018-ID17745</b>	DJI_0207.MOV	Izvanvršni	12:28:09	00:27:02	25	19,2 GB
	DJI_0192.MOV	Vršni	10:31:40	00:30:01	25	21,3 GB
<b>A1-0028-ID18229</b>	DJI_0157.MOV	Izvanvršni	12:30:58	00:30:02	25	27,6 GB
	DJI_0158.MOV	Vršni	14:30:41	00:30:02	25	27,6 GB
<b>A2-0006-ID18497</b>	DJI_0361.MOV	Izvanvršni	19:14:22	00:28:02	25	25,8 GB
	DJI_0354.MOV	Vršni	16:28:13	00:27:24	25	25,2 GB
<b>A3-0005-ID7027</b>	DJI_0022.MP4	Izvanvršni	15:00:00	00:09:11	23.97	310 KB
	DJI_0023.MP4	Vršni	13:00:00	00:09:11	23.97	313 KB
<b>A3-0013-ID18828</b>	DJI_0362.MOV	Izvanvršni	06:31:51	00:30:01	25	27,6 GB
	DJI_0374.MOV	Vršni	08:26:05	00:30:01	25	27,6 GB
<b>A3-0019-ID18969</b>	DJI_0836.MOV	Izvanvršni	13:29:59	00:29:15	25	26,9 GB
	DJI_0835.MOV	Vršni	11:30:25	00:29:45	25	27,4 GB
<b>A3-0025-ID18843</b>	DJI_0854.MOV	Izvanvršni	19:00:36	00:30:02	25	27,6 GB
	DJI_0837.MOV	Vršni	16:26:42	00:27:06	25	24,9 GB
<b>A4-0007-ID19254</b>	DJI_0352.MOV	Izvanvršni	07:30:42	00:30:02	25	27,6 GB
	DJI_0353.MOV	Vršni	09:30:07	00:29:22	25	27,0 GB
<b>A6-0003-ID19504</b>	DJI_0294.MP4	Izvanvršni	18:59:32	00:28:06	25	25,8 GB
	DJI_0293.MP4	Vršni	17:29:30	00:28:02	25	25,8 GB
<b>D10-0001</b>	DJI_0254.MOV	Izvanvršni	10:32:41	00:30:01	25	27,6 GB
	DJI_0241.MOV	Vršni	07:32:24	00:25:01	25	23,0 GB
<b>D424-0001</b>	DJI_0206.MOV	Izvanvršni	11:29:46	00:28:01	25	19,9 GB
	DJI_0208.MOV	Vršni	14:29:03	00:28:02	25	19,9 GB
<b>D1-0017-ID92</b>	DJI_0144.MOV	Izvanvršni	10:30:54	00:30:04	25	27,7 GB
	DJI_0128.MOV	Vršni	09:30:37	00:29:42	25	27,3 GB
<b>D2-0011-ID1212</b>	DJI_0334.MOV	Izvanvršni	06:27:02	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0335.MOV	Izvanvršni	06:32:30	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0336.MOV	Izvanvršni	06:37:57	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0337.MOV	Izvanvršni	06:43:25	00:00:43	25	523 MB
	DJI_0338.MOV	Vršni	08:00:35	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0339.MOV	Vršni	08:06:03	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0340.MOV	Vršni	08:11:30	00:05:27	25	3,81 GB
	DJI_0341.MOV	Vršni	08:16:57	00:00:39	25	477 MB
<b>UKUPNO:</b>				<b>13 h 20 min 12 s</b>		<b>741,28 GB</b>

Izvor: obrada autora.



U sklopu provedenih terenskih istraživanja snimljen je videomaterijal u ukupnom trajanju od 13 h i 20 min. Na svakom od 16 odabranih segmenata mreže cesta visokog učinka snimljena su po dva zračna videozapisa u trajanju od 25 do 30 minuta<sup>27</sup>, ovisno o prevladavajućim vremenskim uvjetima i brzini potrošnje baterije besposadne letjelice na svakoj lokaciji. Videozapisi su snimljeni u MOV i MP4 formatu u izuzetno visokoj 4K Quad HD rezoluciji od 3840x2160 piksela uz brzinu videozapisa (FPS) od 25 fotografija po sekundi. Veličina snimljenih videozapisa kreće se u rasponu od 310 KB do 27,7 GB. Nakon završetka terenskih istraživanja, zračni videozapisi snimljeni dronom, pohranjeni na micro SD kartici u MOV i MP4 formatu, premješteni su na osobno računalo te zatim pohranjeni na *OneDrive* – *SharePoint* mapu radi omogućavanja brzog i jednostavnog dijeljenja, obrade i detaljnog pregleda videozapisa.

Za potrebe pohrane zračnih videozapisa i fotografija snimljenih besposadnom letjelicom pripremljena je *OneDrive* mapa naziva „Terenska istraživanja – Videodokumentacija i fotodokumentacija“ u kojoj su kreirane dvije hijerarhijske razine mapa za pohranu podataka. Tijekom provedbe terenskih istraživanja, zračni videozapisi snimljeni na pojedinim segmentima autocesta i brzih cesta odmah su po završetku snimanja premješteni sa SD kartice na prijenosno računalo te zatim uvezeni u pripremljenu *OneDrive* – *SharePoint* mapu. Unutar glavne mape kreirane su zasebne mape za svaku odabranu lokaciju snimanja, pri čemu su nazivi tih mapa definirani na temelju jedinstvenog identifikacijskog broja i slova grupe promatranih segmenata autocesta i brzih cesta. U svakoj kreiranoj mapi prve hijerarhijske razine kreirane su po tri podmape naziva „fotografije“, „izvanvršno“ i „vršno“. U podmapu „fotografije“ pohranjene su zračne fotografije promatranih reprezentativnih cestovnih segmenata u JPG i DNG formatu, snimljene prilikom polijetanja besposadne letjelice pod različitim kutovima i pri visinama leta do oko 100 metara, s kojih su vidljive karakteristike postojeće cestovne infrastrukture i značajke cestovne okoline. U preostale dvije podmape naziva „izvanvršno“ i „vršno“ pohranjeni su zračni videozapisi u MOV formatu pri 4K rezoluciji od 3840x2160 piksela, snimljeni tijekom odabranih satnih intervala izvanvršnih i vršnih prometnih opterećenja, slijedom. Obradom zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na

---

<sup>27</sup> Iznimno od navedenog, zračni videozapisi snimljeni na odsječku D2-0011-ID1212 tijekom odabranoga vršnog i izvanvršnog sata podijeljeni su na četiri kraća videozapisa, od kojih su prva tri u trajanju od 5 minuta i 27 sekundi, a posljednji videozapis traje kraće od minute. Zračni videozapisi snimljeni na odsječku A3-0005-ID7027 traju 9 minuta i 11 sekundi.

odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, utvrđene su empirijske vrijednosti za sljedeće parametre prometnog toka:

- *Interval slijeđenja vozila*<sup>28</sup>: predstavlja vrijeme između prolaska referentnih točaka (prednjeg ili stražnjeg branika) dva uzastopna vozila u prometnom toku kroz promatrani presjek ceste, izraženo u sekundama. Sastoji se od zbroja vremena zauzeća (engl. *occupancy time*) i vremenske praznine (engl. *time gap*).
- *Razmak slijeđenja vozila*<sup>29</sup>: Predstavlja udaljenost između referentnih točaka (prednjeg ili stražnjeg branika) dva uzastopna vozila u prometnom toku, a izražava se u metrima. Sastoji se od zbroja duljine vozila i razmaka između dva uzastopna vozila u prometnom toku.
- *Protok vozila*: Predstavlja broj vozila koja u promatranoj jedinici vremena prođu kroz promatrani presjek prometnice. Najčešće se izražava u broju vozila po satu.
- *Gustoća prometnog toka*: Predstavlja broj vozila koja se u promatranom vremenskom trenutku nalaze na jediničnoj duljini cestovnog segmenta. Najčešće se izražava u broju vozila po kilometru prometnice.
- *Srednja vremenska brzina*: Predstavlja aritmetičku sredinu trenutnih brzina individualnih vozila izmjerenih na promatranom presjeku ceste.
- *Srednja prostorna brzina*: Predstavlja harmonijsku brzinu trenutnih brzina individualnih vozila izmjerenih na promatranom odsječku ceste.
- *Vrijeme putovanja (prolaska vozila)*: predstavlja vrijeme koje je potrebno svakom pojedinačnom vozilu za prolazak kroz promatrani cestovni segment. Uključuje i vrijeme čekanja svakog vozila uzrokovano zastojsima na promatranom segmentu.

Kako bi se izračunale empirijske vrijednosti parametara prometnog toka potrebne za razvoj i validaciju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj, proveden je detaljan pregled i obrada zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom, prema ovim koracima:

1. *Prethodna obrada videozapisa*: Zračni videozapisi, pohranjeni u MOV i MP4 formatu prikladnom za obradu podataka učitani su u *Adobe Premiere Pro 2023*

---

<sup>28</sup> U slučaju kad se promatra vrijeme proteklo između prolaska dva uzastopna vozila s prednjim branikom na promatranu referentnu liniju, dobivena vremena izražena u sekundama nazivaju se vremenskim intervalom slijeđenja vozila (engl. *time headway*). S druge strane, ako se prilikom mjerenja vremenskog intervala slijeđenja vozila, umjesto prednjeg odbojnika promatra stražnji odbojnik vozila, tada se u engleskom govornom području dobivene vrijednosti nazivaju *time tailway*.

<sup>29</sup> Ako se promatra udaljenost između prednjeg branika vozila koje se trenutno nalazi na referentnoj liniji i prednjeg branika prvog sljedećeg vozila u prometnom toku, tada se dobivene vrijednosti izražene u metrima nazivaju razmakom slijeđenja (engl. *space headway*). S druge strane, ako se prilikom mjerenja umjesto prednjeg odbojnika promatra stražnji odbojnik vozila, tada se u engleskom govornom području dobivene vrijednosti nazivaju *space tailway*.

aplikaciju. Nakon uvoza svake MOV i MP4 datoteke provedena je prva iteracija pregleda sadržaja videozapisa tijekom koje su identificirani svi početni i krajnji dijelovi videozapisa koji se nisu mogli iskoristiti za daljnju obradu podataka. Pritom su za daljnje korake izračuna i analize empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka primijenjeni samo središnji dijelovi zračnih videozapisa na kojima nije bilo kretanja besposadne letjelice tijekom snimanja. Početni dijelovi videozapisa koji uključuju polijetanje te krajnji dijelovi videozapisa koji uključuju slijetanje besposadne letjelice izrezani su iz videozapisa, nakon čega su preostali dijelovi videozapisa, prikladni za daljnju obradu podataka, konvertirani u nove datoteke MP4 formata.

2. *Definiranje pozicija ulaznih i izlaznih referentnih linija za detekciju nailaska vozila:* Konvertirani videozapisi, pohranjeni u MP4 formatu, zatim su učitani u projekte pripremljene za daljnju obradu videozapisa. Za svaki projekt kreiran u *Adobe Premiere Pro 2023* programskom okruženju definirane su pozicije ulaznih i izlaznih referentnih linije za detekciju nailaska vozila.
3. *Utvrđivanje udaljenosti između definiranih ulaznih i izlaznih linija za detekciju vozila na temelju analize metapodataka zračnih videozapisa i telemetrijskih podataka prikupljenih besposadnom letjelicom tijekom snimanja prometnih tokova:* Kako bi se utvrdila brzina prolaska individualnih vozila kroz promatrani odsječak ceste, osim izračuna vremena kretanja vozila između definirane ulazne i izlazne linije detekcije, bilo je potrebno utvrditi i duljinu promatranog odsječka ( $L$ ), odnosno udaljenost između linija na kojima su očitavani vremenski trenutci nailaska vozila. Radi preciznog utvrđivanja udaljenosti između ulazne i izlazne linije detekcije na svakom promatranom odsječku cesta visokog učinka, provedena je analiza telemetrijskih podataka prikupljenih besposadnom letjelicom tijekom snimanja prometnih tokova i metapodataka zračnih videozapisa snimljenih tijekom terenskih istraživanja. Na temelju analize telemetrijskih podataka besposadne letjelice i metapodataka videozapisa utvrđena je prostorna veličina slikovnog elementa (engl. *GSD – Ground Sampling Distance*), odnosno jedinična udaljenost između središnjih točaka susjednih piksela fotografija videozapisa snimljenih iznad svakog promatranog odsječka autocesta i brzih cesta. Metodološki postupak primijenjen za utvrđivanje GSD udaljenosti proveden je na temelju ovih koraka:
  - *Sinkronizacija telemetrijskih podataka prikupljenih besposadnom letjelicom tijekom terenskih istraživanja s mobilnim uređajem te njihov prijenos u AirData platformu*<sup>30</sup>. Primjenom *AirData* aplikacije instalirane na mobilnom uređaju

---

<sup>30</sup> *AirData* je web bazirana platforma namijenjena za praćenje i analizu letova besposadnih letjelica koja korisnicima omogućava praćenje, analizu i preuzimanje podataka o relevantnim parametrima leta, uključujući u prvome redu, vrijeme trajanja leta, putanju leta, prijedenu udaljenost tijekom leta, brzinu kretanja besposadne letjelice, visinu leta i potrošnju baterije letjelice. Osim toga, *AirData* platforma također sadrži i alate za automatsku provjeru podataka pohranjenih na memorijskoj microSD kartici besposadne letjelice, na temelju kojih se mogu identificirati potencijalni problemi i pogreške u prikupljenim podacima, softveru i/ili hardveru besposadne letjelice.

proveden je postupak sinkronizacije podataka, pri čemu su podatci prikupljeni tijekom svih letova besposadne letjelice automatski pohranjeni na internetskoj stranici *AirData* platforme (Slika 10.).

The screenshot displays the AirData U.A.V. web interface. At the top, there is a navigation bar with 'HOME', 'MY LOGS', 'EQUIPMENT', 'MANAGE', 'MEDIA', and 'HELP'. Below this, a secondary bar contains 'UPLOAD', 'FLIGHTS', 'MY BADGE', and 'REPORTS'. The main content area is divided into several sections:

- Left Sidebar:** A list of flight logs with checkboxes. The selected flight is 'Aug 8th, 2023 12:00PM'.
- Overview Panel:** Displays flight details for 'Aug 8th, 2023 12:00PM (+02:00)'. It includes fields for 'Plane Name' (DJI Mavic 3 - Ivan), 'Flight Air Time' (28m 12s), 'Takeoff Battery' (96% 17.2v), and 'Landing Battery' (13% 14.7v). The aircraft model is identified as 'Mavic3 DJI Fly 1.10.0'.
- Map:** A satellite view map showing the flight path in yellow. It includes a 'Download' section with options for KML, GPX (?), CSV, and Original.
- Summary Statistics:** A list of key metrics: Total Kilometrage (366 m), Max Distance (125 m), Max Altitude (111.5 m), Max Speed (14.98 m/s), Max Bat Temp (53.10°C), Tips (16), and Warnings (15).
- Media Manager:** A section for managing flight photos. It shows a 'Media Upload' area with a photo preview of a road. Key statistics include: Flight time (28m 12s), Total Mileage (366 m), Max Height (111.5 m), Minutes Per Battery (34.71), and Kilometers Per Battery (5.44). Weather information is also displayed: Temperature (25.0°C), Wind Speed (2.5 m/s), Wind Direction (305°), Visibility (Excellent 10 km), and Humidity (34%).

Slika 10. Pregled podataka o letovima besposadne letjelice u sučelju *AirData* platforme. Izvor: obrada autora na temelju fotografija preuzetih s *AirData* platforme.

- *Pregled metapodataka zračnih videozapisa radi utvrđivanja datuma i vremena nastanka svakog videozapisa i identifikacije odgovarajućih log datoteka koje sadrže telemetrijske podatke prikupljene besposadnom letjelicom: Pregled*

metapodataka zračnih videozapisa proveden je na temelju alata *Exif Tool*<sup>31</sup>. Na temelju pregleda matapodataka videozapisa utvrđeni su datumi i vremena pohrane svakog zračnog videozapisa te je na temelju tih podataka na *AirData* platformi provedena pretraga podataka o letovima besposadne letjelice tijekom kojih je provedeno snimanje tih videozapisa. Budući da se vrijeme nastanka videozapisa, utvrđeno *Exif* alatom odnosi na trenutak u kojem je snimanje prekinuto, odnosno na trenutak kada je videodatoteka pohranjena te da podatci o letu besposadne letjelice učitani na *AirData* platformi uključuju telemetrijske podatke prikupljene tijekom trajanja cijelog leta, a ne samo tijekom trajanja snimanja prometnih tokova, za potrebe identifikacije i filtracije podataka o letu besposadne letjelice prikupljenih tijekom vremenskog perioda snimanja videozapisa na svakom promatranom odsječku cesta visokog učinka, prvo je bilo potrebno utvrditi vremenske trenutke početka snimanja videozapisa. Radi toga je od vremena pohrane svakog videozapisa oduzeto vrijeme trajanja videozapisa. Utvrđena vremena početka snimanja videozapisa zatim su uspoređena s nazivima log datoteka dostupnim na *AirData* platformi kako bi se identificirao i preuzeo skup datoteka generiranih tijekom letova besposadne letjelice provedenih na promatranim odsječcima cesta visokog učinka.

- *Preuzimanje odgovarajućih log datoteka u CSV i KML formatu s AirData platforme na računalo:* Nakon što su identificirane odgovarajuće log datoteke koje sadrže telemetrijske podatke prikupljene besposadnom letjelicom tijekom snimanja prometnih tokova na odabranim odsječcima cesta visokog učinka, te su datoteke preuzete s *AirData* aplikacije u CSV i KML formatu. Datoteke preuzete s *AirData* platforme u CSV formatu sadrže matrični zapis podataka zabilježenih tijekom leta besposadne letjelice, odnosno vrijednosti izmjerene za 52 parametra leta. Datoteke preuzete u KML formatu sadrže podatke o lokaciji uzlijetanja i slijetanja besposadne letjelice, putanju leta letjelice s visinskim profilom odnosno podatke o visinama leta, prijeđenoj udaljenosti i nagibu na svakoj točki uzduž putanje leta.
- *Utvrđivanje vrijednosti relevantnih parametara videokamere besposadne letjelice:* Za potrebe proračuna GSD udaljenosti prvo je bilo potrebno identificirati model videokamere korištene tijekom snimanja te zatim utvrditi širinu senzora kamere i žarišnu udaljenost videokamere. Radi toga je provedena pretraga pix4d baze podataka pohranjenih u icmdb.xml datoteci.
- *Izračun visine leta besposadne letjelice tijekom snimanja odabranih odsječaka cesta visokog učinka:* Visina leta besposadne letjelice tijekom snimanja utvrđena je na temelju analize podataka zapisanih u log datotekama leta pohranjenih u CSV formatu. Kako bi se odredila mjerodavna visina leta besposadne letjelice za izračun GSD udaljenosti, podatci o trenutnim visinama iznad površine zemlje

---

<sup>31</sup> *Exif Tool* je softverski alat otvorenoga koda namijenjen za očitavanje, zapis i uređivanje metapodataka datoteka pohranjenih u velikom broju različitih formata.

zabilježeni u matrici telemetrijskih podataka prvo su konvertirani iz stopa u metre te zatim filtrirani tako da se eliminiraju sve vrijednosti visine izmjerene prije početka i nakon završetka snimanja promatranog odsječka ceste.

Filtriranje podataka provedeno je na temelju vrijednosti zabilježenih u podatkovnom stupcu "isVideo", pri čemu su iz promatranoga podatkovnog skupa isključene sve ćelije koje sadrže vrijednost 0. Preostale ćelije koje sadrže vrijednost 1, uzete su u obzir u daljnjim koracima analize budući da je u tim trenucima videokamera besposadne letjelice bila uključena. Budući da je visina leta besposadne letjelice u određenoj mjeri varirala tijekom snimanja prometnih tokova, izračun GSD udaljenosti te širine i visine proveden je za sve intervale tijekom kojih je zabilježena visina leta. GSD udaljenost te širina i visina fotografije videozapisa na površini zemlje izračunani su na temelju podataka o širini senzora videokamere ( $S_w$ ), žarišnoj udaljenosti videokamere ( $Fr$ ), visini leta besposadne letjelice ( $H$ ) te širini ( $imW$ ) i visini ( $imH$ ) fotografije zračnog videozapisa, prema sljedećim izrazima:

$$GSD = \frac{S_w \cdot H \cdot 100}{Fr \cdot imW} \left[ \frac{cm}{pikselu} \right] \quad (6)$$

$$D_w = \frac{GSD \cdot imW}{100} [m] \quad (7)$$

$$D_H = \frac{GSD \cdot imH}{100} [m] \quad (8)$$

gdje je:

*GSD – prostorna veličina slikovnog elementa, odnosno jedinična udaljenost između središnjih točaka susjednih piksela fotografija videozapisa snimljenih iznad svakog promatranog odsječka autocesta i brzih cesta [cm/pikselu]*

*$S_w$  – širina senzora videokamere [mm]*

*$H$  – visina leta besposadne letjelice tijekom snimanja prometnih tokova [m]*

*$Fr$  – žarišna udaljenost videokamere [mm]*

*$imW$  – broj piksela fotografije videozapisa po širini [piksela]*

*$imH$  – broj piksela fotografije videozapisa po visini [piksela]*

*$D_w$  – širina promatrane fotografije videozapisa na površini zemlje [m]*

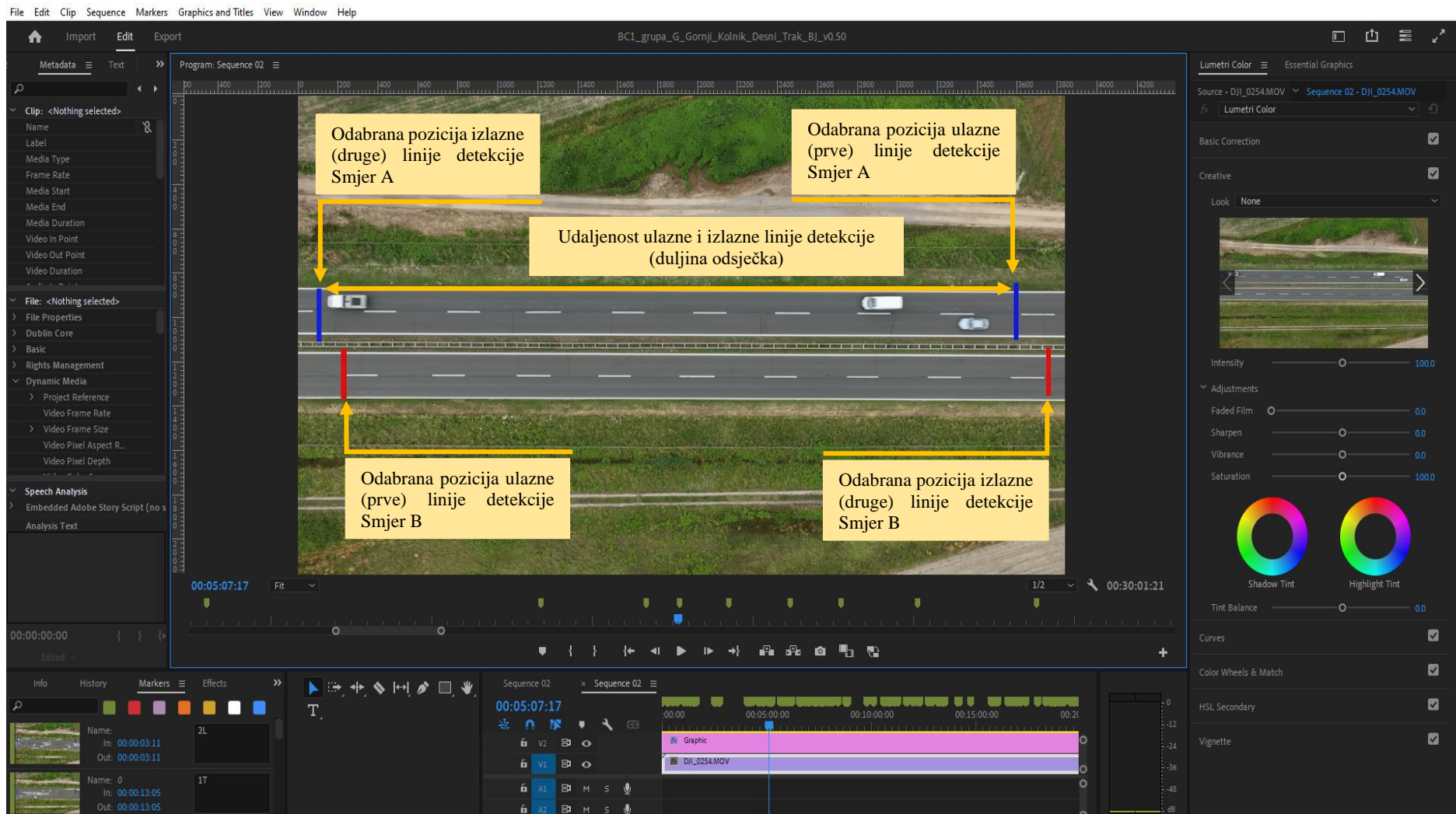
*$D_H$  – visina promatrane fotografije videozapisa na površini zemlje [m].*

Nakon utvrđivanja GSD udaljenosti, identificirani su granični pikseli fotografija na kojima se nalaze ulazna i izlazna linija detekcije te je zatim utvrđen ukupni broj piksela koji se u horizontalnom redu piksela na fotografiji nalazi između identificiranih graničnih piksela. Konačno, duljina promatranih odsječaka utvrđena je na temelju umnoška broja piksela prisutnih između definiranih pozicija ulazne i izlazne linije detekcije i jedinične udaljenosti između središnjih točaka piksela fotografija zračnih videozapisa.

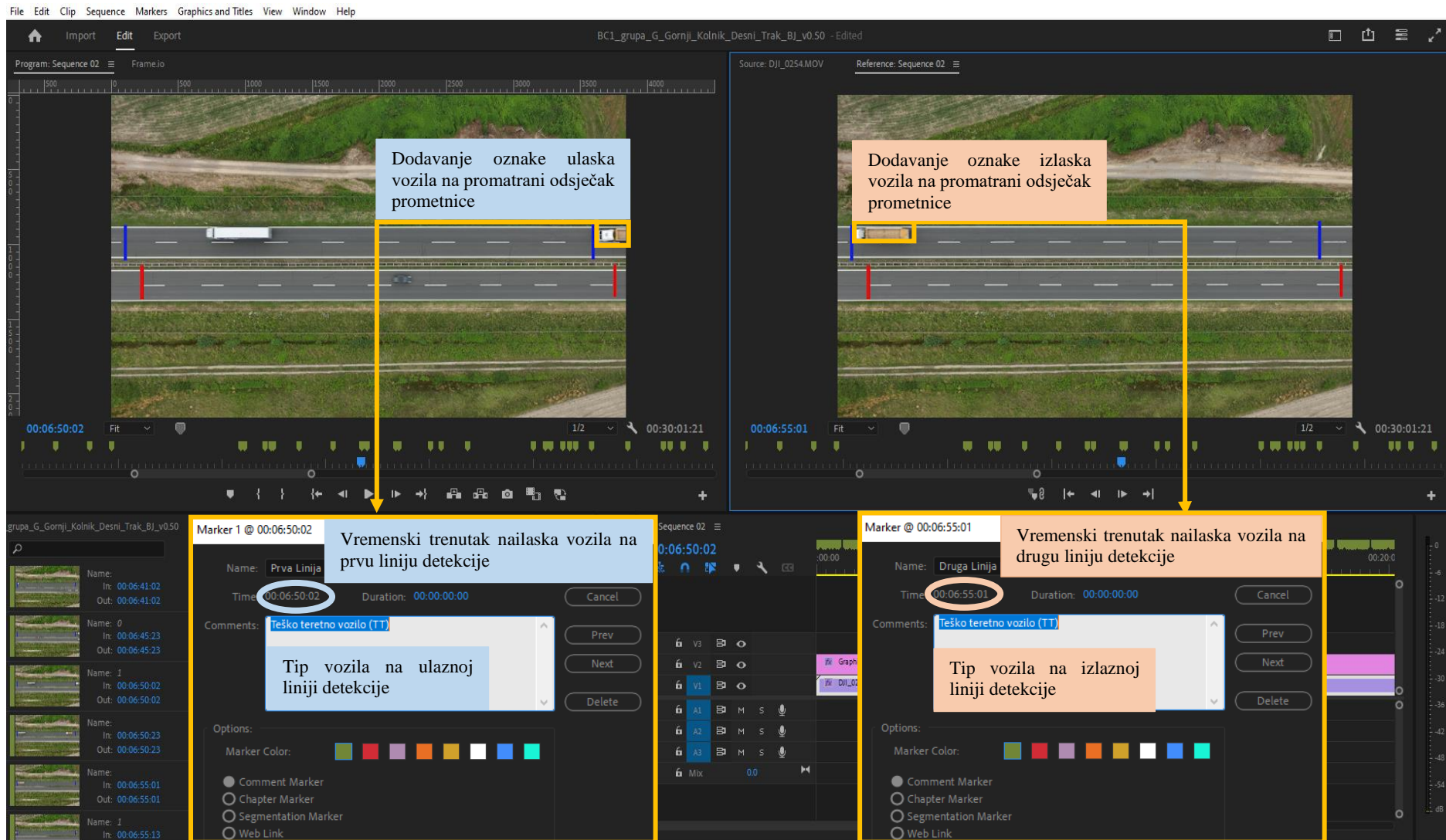
4. *Detekcija nailazaka individualnih vozila na definirane ulazne i izlazne referentne linije:* U drugoj iteraciji detaljnog pregleda zračnih videozapisa provedenoj u *Adobe Premiere Pro 2023* programskom okruženju identificirane su i obilježene sve fotografije videozapisa na kojima su se individualna vozila u promatranome prometnom toku nalazila s prednjim odbojnikom na pozicijama definiranih ulaznih i izlaznih referentnih linija (Slika 11.). Radi obilježavanja fotografija videozapisa na kojima su se vozila nalazila na definiranim linijama za detekciju vozila, na vremenskoj traci videozapisa kreirane su oznake (engl. *Markers*) s komentarima (Slika 12.).
5. *Detekcija tipova vozila na ulaznim i izlaznim referentnim linijama:* Tijekom pregleda videozapisa zabilježeni su i podatci o tipovima vozila detektiranim na ulaznim i izlaznim referentnim linijama. Nakon dodavanja oznaka, uz svaku obilježenu fotografiju videozapisa zapisan je tip vozila koji se u tom trenutku nalazio na jednoj od promatranih linija detekcije. Pritom su za potrebe jednostavnog označavanja različitih tipova vozila prisutnih u prometnom toku primijenjene ove slovne oznake: (1) Slovna oznaka A za osobna vozila; (2) Slovna oznaka B za autobuse; (3) Slovna oznaka M za motocikle i mopede; (4) Slovna oznaka LT za laka teretna vozila i (5) Slovna oznaka TT za teška teretna vozila.
6. *Detekcija trenutnog broja vozila prisutnih na odsječku između promatrane ulazne i izlazne referentne linije:* Tijekom analize zračnih videozapisa, prilikom detekcije individualnih vozila na ulaznim i izlaznim referentnim linijama promatranih cestovnih segmenata, očitavan je i trenutni broj vozila koja su se u tim trenucima nalazila između ulazne i izlazne referentne linije detekcije.
7. *Izvoz, filtriranje, restrukturiranje i integracija podataka zabilježenih tijekom pregleda zračnih videozapisa:* Nakon završetka pregleda svakog zračnog videozapisa, sve oznake s komentarima dodane na vremensku traku izvezene su iz *Adobe Premiere Pro 2023* programskog okruženja u datoteke CSV formata (Slika 13.). Radi kreiranja jedinstvene baze podataka koja je poslužila kao temelj za provođenje daljnjih koraka proračuna i statističke analize empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka, proveden je postupak filtriranja, restrukturiranja i integracije podataka zapisanih u izvezenim CSV datotekama. Pritom su vremenske oznake obilježenih fotografija videozapisa zapisane u formatu "HH:MM:SS:FF" (engl. timestamps), na kojima je detektirana prisutnost vozila na ulaznoj i izlaznoj referentnoj liniji za detekciju na svakom prometnom traku razvrstane u četiri ulazna podatkovna stupca naziva "frame\_ulaz\_A1", "frame\_ulaz\_A2", "frame\_ulaz\_B1" i "frame\_ulaz\_B2" te četiri izlazna podatkovna stupca "frame\_izlaz\_A1", "frame\_izlaz\_A2", "frame\_izlaz\_B1" i "frame\_izlaz\_B2", slijedom. Pritom su oznake A1 i A2 primijenjene za označavanje prvog i drugog prometnog traka na kolniku A smjera, a oznake B1 i B2 za označavanje prvog i drugog prometnog traka na kolniku B smjera promatranoga cestovnog segmenta. Podatci o tipovima vozila detektiranih na ulaznim i izlaznim referentnim linijama za detekciju, pohranjeni u izvezenim CSV datotekama također su razvrstani u četiri podatkovna stupca naziva "Tip\_vozila\_ulaz\_A1",

"Tip\_vozila\_ulaz\_A2", "Tip\_vozila\_izlaz\_B1", "Tip\_vozila\_izlaz\_B2", pri čemu su oznake A1, A2, B1 i B2 imale prethodno definirano značenje. Broj vozila detektiranih između ulazne i izlazne referentne linije u diskretnim vremenskim intervalima (na različitim fotografijama videozapisa) zabilježen je posebno za svaki prometni trak na promatranim cestovnim segmentima u ulazne i izlazne podatkovne stupce naziva "Nul\_ij" i "Nizl\_ij", pri čemu je indeks i primijenjen za označavanje promatranog kolnika, a indeks j za označavanje prometnog traka na svakom kolniku promatranoga segmenta ceste visokog učinka. Navedeni restrukturirani podatci integrirani su u jedinstvenu bazu podataka koja je pohranjena u datoteku XLSX formata.





Slika 11. Definiranje pozicija ulaznih i izlaznih referentnih linija za detekciju nailaska vozila na zračnom videozapisu u *Adobe Premiere Pro 2023* programskom okruženju. Izvor: obrada autora na temelju snimke zaslona u *Adobe Premiere Pro 2023* programskom okruženju.



Slika 12. Obilježavanje vremenskih trenutaka nailaska individualnih vozila u prometnom toku na definirane ulazne i izlazne linije za detekciju na temelju dodavanja oznaka s komentarima na vremensku traku videozapisa u *Adobe Premiere Pro 2023* programskom okruženju.

The screenshot shows the Adobe Premiere Pro 2023 interface. On the left, the 'Markers' panel displays a list of markers with their names and time ranges. The 'Export Markers' dialog box is open, showing the file type as 'Comma Separated Values (\*.csv)', the output destination as 'E:\ADOBE\_PREMIERE\_PRO\_PROJEKTI', and the output file name as 'Markers\_Export'. The 'File' menu is open, with 'Export' and 'Markers...' options highlighted. A table on the right displays the exported marker data.

	B	C	D	E
1	TIP	LINIJA_ULAZ	LINIJA_IZLAZ	GUSTOĆA
2	A	00:00:00:04	00:00:02:07	0
3	A	00:00:17:22	00:00:20:05	0
4	A	00:00:18:22	00:00:21:05	1
5	A	00:00:23:19	00:00:26:06	0
6	A	00:00:27:11	00:00:29:17	0
7	A	00:00:28:14	00:00:30:20	1
8	A	00:00:41:12	00:00:43:23	0
9	A	00:00:46:04	00:00:48:12	0
10	A	00:00:59:23	00:01:02:04	0
11	A	00:01:23:17	00:01:26:07	0
12	A	00:01:24:09	00:01:26:07	1
13	A	00:01:33:03	00:01:35:09	0
14	A	00:01:55:01	00:01:57:12	0
15	A	00:01:56:03	00:01:58:12	1
16	A	00:01:59:21	00:02:02:06	0
17	A	00:02:02:06	00:02:04:20	0
18	A	00:02:03:22	00:02:06:06	1
19	A	00:02:04:20	00:02:07:04	2
20	A	00:02:21:17	00:02:24:03	0
21	A	00:02:31:17	00:02:33:24	0
22	A	00:02:40:04	00:02:42:17	0
23	A	00:02:46:20	00:02:49:04	0
24	A	00:02:52:00	00:02:54:06	0
25	A	00:03:02:04	00:03:04:19	0
26	A	00:03:02:13	00:03:04:24	1
27	A	00:03:05:01	00:03:07:15	0
28	A	00:03:05:20	00:03:08:09	1
29	A	00:03:09:14	00:03:12:00	0
30	A	00:03:17:21	00:03:20:03	0

Slika 13. Izvoz oznaka s komentarima zabilježenim tijekom pregleda videozapisa iz *Adobe Premiere Pro 2023* programskog okruženja u *MS Excel* bazu podataka.

### 3.2. Metodologija proračuna empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka na temelju podataka dobivenih obradom zračnih videozapisa

U ovom potpoglavlju navedeni su matematički izrazi primijenjeni tijekom pregleda i obrade videozapisa za proračun empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnoga toka, uključujući vrijeme prolaska vozila kroz promatrane odsječke cesta visokog učinka, intervale slijeda vozila na ulaznom i izlaznom presjeku svakog promatranog odsječka ceste, brzine individualnih vozila u prometnom toku, srednju prostornu brzinu (harmonijsku sredinu brzina) vozila u prometnom toku te agregatne vrijednosti protoka vozila i gustoće prometnog toka.

Vremena prolaska vozila kroz referentne linije (presjeke) detekcije zabilježena u HH:MM:SS:FF formatu, konvertirana su u parametre vremenskog trenutka nailaska vozila na ulazni/izlazni referentni presjek promatranih odsječaka autoceste na temelju ovih izraza:

$$t_{Ui} = 3600 \cdot HH_{Ui} + 60 \cdot MM_{Ui} + SS_{Ui} + \frac{FF_{Ui}}{FPS} [s] \quad (9)$$

$$t_{Ii} = 3600 \cdot HH_{Ii} + 60 \cdot MM_{Ii} + SS_{Ii} + \frac{FF_{Ii}}{FPS} [s] \quad (10)$$

gdje je:

$t_{Ui}$  – vremenski trenutak nailaska  $i$ -tog vozila na ulazni referentni presjek odsječka [s]

$t_{Ii}$  – vremenski trenutak nailaska  $i$ -tog vozila na izlazni referentni presjek odsječka [s]

HH:MM:SS:FF – trenutni sat, minuta, sekunda i fotografija promatranog videozapisa zabilježeni prilikom nailaska vozila na ulazni/izlazni referentni presjek odsječka autoceste (indeksi  $U_i$  i  $I_i$  odnose se na trenutak nailaska  $i$ -tog vozila na ulazni i izlazni referentni presjek, slijedom)

FPS – broj fotografija po sekundi promatranog videozapisa [frame/s].

Vrijeme prolaska svakog vozila kroz promatrane odsječke autoceste nakon toga je izračunano na temelju izraza:

$$\Delta t_i = t_{Ui} - t_{Ii} [s] \quad (11)$$

gdje je:

$\Delta t$  – vrijeme prolaska  $i$ -tog vozila kroz promatrani odsječak autoceste [s]

$t_{Ui}$  – vremenski trenutak nailaska  $i$ -tog vozila na ulazni referentni presjek odsječka [s]

$t_{Ii}$  – vremenski trenutak nailaska  $i$ -tog vozila na izlazni referentni presjek odsječka [s].

Intervali slijeda između uzastopnih vozila u prometnom toku na ulaznom i izlaznom referentnom presjeku svakog promatranog odsječka autoceste utvrđeni su na temelju razlike između vremenskih trenutaka nailazaka vozila  $t_i$  i  $t_{i+1}$ , prema izrazima:

$$th_{Ui} = t_{Ui+1} - t_{Ui} \text{ [s]} \quad (12)$$

$$th_{Ii} = t_{Ii+1} - t_{Ii} \text{ [s]} \quad (13)$$

gdje je:

$th_{Ui}$ ,  $th_{Ii}$  – interval slijeda između dva uzastopna vozila u prometnom toku na ulaznom i izlaznom referentnom presjeku promatranog odsječka autoceste, slijedom [s]

$t_{Ui}$ ,  $t_{Ii}$  – vremenski trenutak nailaska  $i$ -tog vozila (prvog u slijedu) na ulazni i izlazni referentni presjek promatranog odsječka autoceste, slijedom [s]

$t_{Ui+1}$ ,  $t_{Ii+1}$  – vremenski trenutak nailaska prvog sljedećeg vozila iza  $i$ -tog vozila na ulazni i izlazni referentni presjek promatranog odsječka autoceste, slijedom [s].

Brzina individualnih vozila u prometnom toku utvrđena je na temelju podataka o duljini promatranih odsječaka autoceste i izračunanih vremena prolazaka kroz svaki odsječak, prema izrazu:

$$V_i = 3,6 \cdot v_i = 3,6 \cdot \frac{L_o}{\Delta t_i} = 3,6 \cdot \frac{L_o}{(t_{Ui} - t_{Ii})} \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] \quad (14)$$

gdje je:

$V_i$  – brzina  $i$ -tog vozila u prometnom toku na promatranom odsječku autoceste [km/h]

$v_i$  – brzina  $i$ -tog vozila u prometnom toku na promatranom odsječku autoceste [m/s]

$L_o$  – duljina promatranog odsječka autoceste [m].

Budući da je za potrebe razvoja fundamentalnih dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ potrebno provesti vremensku agregaciju empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, vrijednosti brzine pojedinačnih vozila dobivene prema prethodnom izrazu primijenjene su za proračun srednje prostorne brzine prometnog toka. Pritom je srednja prostorna brzina (harmonijska sredina) prometnog toka izračunana na temelju izraza:



$$V_{sai} = \frac{N(T)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{V_i}\right)} = \frac{N(T)}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{(t_{yi} - t_{li})}{3,6 \cdot L_o}\right]} \left[\frac{km}{h}\right] \quad (15)$$

gdje je:

$V_{sai}$  – srednja prostorna (harmonijska sredina) brzina prometnog toka [km/h]  
 $V_i$  – brzina  $i$ -tog vozila u prometnom toku na promatranom odsječku autoceste [km/h]  
 $N$  – broj vozila koja su, tijekom promatranoga jediničnog vremenskog intervala primijenjenog za agregaciju podataka, prošla kroz promatrani odsječak ceste visokog učinka  
 $T$  – jedinični vremenski interval primijenjen za agregaciju podataka.

Agregatne vrijednosti protoka vozila utvrđene su prebrojavanjem vozila, koja su tijekom svakog promatranoga jediničnog vremenskog intervala primijenjenog za agregaciju podataka, prošla preko ulazne (prve) linije detekcije na promatranom odsječku ceste visokog učinka. Vremenska agregacija protoka vozila provedena je na temelju izraza:

$$q_{ai} = \frac{N(T)}{T} \left[\frac{voz}{T}\right] \quad (16)$$

gdje je:

$q_{ai}$  – agregatna vrijednost protoka vozila [voz/T]  
 $N$  – broj vozila koja su tijekom svakog promatranoga jediničnog vremenskog intervala primijenjenog za agregaciju podataka, prošla preko ulazne (prve) linije detekcije  
 $T$  – jedinični vremenski interval primijenjen za agregaciju podataka.

Agregatne vrijednosti gustoće prometnog toka zatim su dobivene primjenom osnovne jednadžbe prometnog toka, prema kojoj se protok može utvrditi na temelju umnoška brzine i gustoće ( $q = V \cdot g$ ) prometnog toka. Iz toga slijedi da se agregatna vrijednost gustoće može izračunati na temelju izraza:

$$g_{ai} = \frac{q_{ai}}{V_{sai}} = \frac{\frac{N}{T}}{\frac{N(T)}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{(t_{yi} - t_{li})}{3,6 \cdot L_o}\right]}} = \frac{N \sum_{i=1}^n \left[\frac{(t_{yi} - t_{li})}{3,6 \cdot L_o}\right]}{N(T) \cdot T} \left[\frac{voz}{km}\right] \quad (17)$$

gdje je:

$g_{ai}$  – agregatna vrijednost gustoće prometnog toka [voz/km]  
 $q_{ai}$  – agregatna vrijednost protoka vozila [voz/T]  
 $V_{sai}$  – srednja prostorna (harmonijska sredina) brzina prometnog toka [km/h].

Ulazni podatci dobiveni obradom videozapisa bilježeni su u bazu podataka kreiranu unutar *MS Excel* programskog okruženja. Integrirana baza podataka u koje su pohranjeni podatci prikupljeni tijekom terenskih istraživanja sastoji se od 22 podatkovna stupca:

- Podatkovni stupac 'Kategorija' – sadrži podatak o kategoriji cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj na kojima se nalaze reprezentativni cestovni segmenti odabrani za snimanje prometnih tokova. Ovisno o kategoriji prometnice u njega je zapisan podatak 'Autocesta' ili 'Brza cesta'.
- Podatkovni stupac 'Prometnica' – sadrži oznake cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj na kojima se nalaze reprezentativni cestovni segmenti odabrani za snimanje prometnih tokova, odnosno oznake A1, A2, A3, A4, A6, za autoceste i oznake BC1, BC2, BC10 i BC424 za brze ceste.
- Podatkovni stupac 'Dionica' – sadrži nazive dionica cesta visokog učinka na kojima se nalaze odsječci odabrani za snimanje prometnih tokova. Uključuje ove dionice cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj: (1) Babina Greda – Županja; (2) Bisko – Blato na Cetini; (3) Bosiljevo 2 – Ogulin; (4) Buzin – Lučko; (5) Delnice – Ravna Gora; (6) Donja Zdenčina – Jastrebarsko; (7) Dugopolje – Klis-Grlo; (8) Gornja Ploča – Gospić; (9) Koridor Vc – Osijek zapad; (10) Križ – Popovača; (11) Lužani – Nova Gradiška; (12) Novi Marof – Varaždinske Toplice; (13) Vrbovec – Sveta Helena; (14) Zabok – Zaprešić i (15) Zadar centar – Zadar istok.
- Podatkovni stupac 'Odsječak' – sadrži jedinstvene identifikacijske alfanumeričke kôdne brojeve reprezentativnih odsječaka cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, odabranih za snimanje prometnih tokova. Alfanumerički kodni brojevi dobiveni su povezivanjem jedinstvenih identifikacijskih oznaka za kategorije, dionice i poddionice javnih cesta, koje Hrvatske ceste d. o. o. službeno primjenjuju radi kategorizacije mreže javnih cesta u Republici Hrvatskoj.
- Podatkovni stupac 'Grupa' – sadrži jedinstvene identifikacijske nazive grupa (skupina) odsječaka, definiranih prilikom organizacije provedbe terenskih istraživanja, radi određivanja optimalnog redosljeda obilazaka reprezentativnih segmenata cesta visokog učinka, odabranih za snimanje prometnih tokova.
- Podatkovni stupci 'Lat' i 'Lon' – sadrže geografsku širinu i duljinu središnje točke svakog reprezentativnog odsječaka cesta visokog učinka, odabranog za snimanje prometnih tokova.
- Podatkovni stupac 'URL\_Lokacije' – sadrži internetske poveznice na kartografski prikaz reprezentativnih odsječaka mreže cesta visokog učinka na kojima su provedena snimanja prometnih tokova.
- Podatkovni stupac 'URL\_Videozapis' – sadrži internetske poveznice na odgovarajuće mape u *OneDrive* – *SharePoint* mapi naziva "Terenska

Istraživanja – Videodokumentacija i fotodokumentacija", u kojima su pohranjeni zračni videozapisi snimljeni na reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u odabranim vršnim i izvanvršnim satima.

- Podatkovni stupci 'Datum snimanja', 'Dan snimanja' i 'Vrijeme snimanja' – sadrže podatke o datumu, danu i satnom intervalu provedbe snimanja prometnih tokova za svaki odabrani reprezentativni odsječak cesta visokog učinka u RH.
- Podatkovni stupac 'Ograničenje brzine' – sadrži podatke o ograničenjima brzine na promatranim odsječcima cesta visokog učinka. Ovisno o promatranom odsječku ceste, ograničenje brzine nalazi se u rasponu od 90 do 130 km/h.
- Podatkovni stupac 'Vremenski interval' – sadrži podatak o tome je li snimanje prometnih tokova provedeno tijekom vršnog ili izvanvršnog perioda prometnog opterećenja.
- Podatkovni stupac 'Kolnik' – Ovisno o promatranom kolniku odnosno smjeru kretanja prometnih tokova na odsječku ceste visokog učinka, može poprimiti vrijednost 'A' ili 'B'.
- Podatkovni stupac 'Trak' – Ovisno o promatranom prometnom traku na odsječku ceste visokog učinka može poprimiti vrijednost 'Desni' ili 'Lijevi'.
- Podatkovni stupac 'Videozapis' – sadrži nazive zračnih videozapisa snimljenih na odabranim odsječcima cesta visokog učinka.
- Podatkovni stupac 'ID\_Vozila' – sadrži popis jedinstvenih identifikacijskih brojeva vozila koja su se tijekom snimanja prometnih tokova nalazila na promatranim odsječcima cesta visokog učinka.
- Podatkovni stupac 'Tip Vozila' – sadrži podatak o tipovima vozila koja su tijekom snimanja prometnih tokova naišla na ulaznu (prvu) liniju detekcije na svakom promatranom odsječku cesta visokog učinka. Podatci o tipu vozila zabilježeni su u obliku slovnih oznaka (A – osobni automobil, M – motocikl i moped, B – autobus, LT – lako teretno vozilo i TT – teško teretno vozilo).
- Podatkovni stupac 'Linija\_ulaz' – sadrži listu vremenskih oznaka, zabilježenih u HH:MM:SS:FF formatu, tijekom obrade zračnih videozapisa u trenucima nailaska prednjeg odbojnika svakog pojedinačnog vozila na definiranu ulaznu (prvu) liniju detekcije na promatranom odsječku ceste visokog učinka.
- Podatkovni stupac 'Linija\_izlaz' – sadrži listu vremenskih oznaka, zabilježenih u HH:MM:SS:FF formatu, tijekom obrade zračnih videozapisa u trenucima nailaska prednjeg odbojnika svakog pojedinačnog vozila na definiranu izlaznu (drugu) liniju detekcije na promatranom odsječku ceste visokog učinka.
- Podatkovni stupac 'Broj\_vozila' – sadrži podatak o broju vozila, koja su se u trenucima nailaska prednjeg odbojnika svakog pojedinačnog vozila na definiranu ulaznu (prvu) liniju detekcije promatranog odsječka, nalazila između ulazne (prve) i izlazne (druge) linije detekcije.



#### **4. REZULTATI DESKRIPTIVNE STATISTIČKE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA**

U ovome poglavlju prikazani su rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka utvrđenih obradom zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Deskriptivna statistička analiza empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka provedena je radi stjecanja uvida u osnovne karakteristike realnoga prometnog toka na otvorenim dionicama autocesta i brzih cesta, relevantne za razvoj temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokog učinka.

Za potrebe provedbe te analize, empirijske vrijednosti parametara prometnog toka sadržane u statističkim uzorcima prikupljenim na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta prvo su agregirane i grupirane u odgovarajući broj statističkih razreda. Broj i širina statističkih razreda su, za svaki promatrani parametar prometnog toka, utvrđeni primjenom Sturgerova pravila. Nakon grupiranja podataka sadržanih u prikupljenim statističkim uzorcima, izračunane su potpune i položajne srednje vrijednosti parametara prometnog toka, uključujući aritmetičku i harmonijsku sredinu, mod i medijan te vrijednosti mjera raspršenja parametara prometnog toka, uključujući raspon varijacije, varijancu, standardnu devijaciju, interkvartilni raspon i odabrane percentilne raspone, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije i koeficijent spljoštenosti. Osim toga, na temelju analize apsolutnog broja te relativnog i kumulativnog udjela opservacija u svakom statističkom razredu utvrđene su apsolutne, relativne i kumulativne empirijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka.

Rezultati dobiveni provedbom deskriptivne statističke analize opisane u ovom poglavlju primijenjeni su kao podloga za: (1) provedbu korelacijske i regresijske analize opisane u poglavlju 5., na temelju koje su utvrđeni optimalni oblici regresijskih funkcija kojima se može najpreciznije opisati odnos između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka u realnome prometnom toku na cestama visokog učinka; (2) provedbu inferencijalne i vjerojatnosne analize opisane u poglavlju 6., s kojom su identificirani najprikladniji oblici teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih je moguće najpreciznije opisati pojavu slučajnih fluktuacija u vrijednostima brzine i protoka vozila u različitim režimima prometnog toka na cestama visokog učinka; (3) definiranje i validaciju

konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Osnovni koraci provedene deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka opisani su u potpoglavlju 4.1. Detaljni prikazi rezultata deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti intervala slijeda, brzine, protoka i gustoće prometnog toka utvrđenih na odabranim reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj dani su u potpoglavljima od 4.2. do 4.5., dok su u potpoglavlju 4.6. prezentirani rezultati komparativne analize vrijednosti parametara deskriptivne statistike utvrđenih za promatrane parametre prometnog toka.

#### 4.1. Metodologija provedbe deskriptivne statističke analize

Deskriptivna statistička analiza prikupljenoga empirijskog uzorka vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka provedena je u programskim okruženjima *OriginPro* i *MS Excel*. Empirijske vrijednosti promatranih mikroskopskih i makroskopskih parametara prometnog toka, prikupljene na temelju analize zračnih videozapisa snimljenih specijalno opremljenom besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj pohranjene su u bazu podataka u XLSX formatu. Kreirana baza podataka zatim je učitana u *OriginPro* programsko okruženje u kojemu su, nad formiranim podatkovnim skupom, provedeni daljnji postupci filtriranja, grupiranja, obrade i analize prikupljenoga statističkog uzorka.

U postupku filtriranja originalne baze podataka, provedena je separacija baze podataka u parcijalne podatkovne skupine vezane uz promatrane parametre prometnog toka, unutar kojih su identificirani i uklonjeni svi pogrešni, nepotpuni, nelogični i nekonzistentni podatci. Pritom je za potrebe postupka filtriranja podataka unutar svake podatkovne skupine, izračunana gornja dopuštena granična vrijednost svakog promatranog parametra prometnog toka, prema izrazu:

$$G_{maxi} = Q_{3i} + 1,5 \cdot IK_i = Q_{3i} + 1,5 \cdot (Q_{3i} - Q_{1i}) \quad (18)$$

gdje je:

$G_{maxi}$  – gornja dopuštena granična vrijednost promatranog parametra prometnog toka  
 $IK_i$  – interkvartilni raspon empirijskih vrijednosti  $i$ -tog promatranog parametra prometnog toka

$Q_1$  – vrijednost donjeg kvartila, pri čemu 25 % izmjerenih vrijednosti u statističkom uzorku ima vrijednost manju od vrijednosti donjeg kvartila ili njoj jednaku

$Q_3$  – vrijednost gornjeg kvartila, pri čemu 75 % izmjerenih vrijednosti u statističkom uzorku ima vrijednost manju od vrijednosti gornjeg kvartila ili njoj jednaku.

Na temelju utvrđenih gornjih dopuštenih graničnih vrijednosti parametara prometnog toka, unutar svakog podatkovnog skupa  $O_i$  izdvojen je podskup  $\varphi_i$  realnih vrijednosti prometnih parametara, prema izrazima:

$$\varphi = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \forall x \leq G_{maxi}\} \subset O = \{\chi_1, \chi_2, \chi_3, \dots, \chi_n\} \quad (19)$$

gdje je:

$O_i$  – podatkovni skup svih izmjerenih empirijskih vrijednosti  $i$ -tog promatranog parametra prometnog toka

$\varphi_i$  – podatkovni podskup realnih vrijednosti  $i$ -tog promatranog parametra prometnog toka

$\chi_i$  – empirijske opservacije sadržane u originalnome statističkom uzorku

$x_i$  – empirijske opservacije sadržane u filtriranome statističkom uzorku nakon eliminacije ekstremnih vrijednosti parametara prometnog toka

$G_{maxi}$  – gornja dopuštena granična vrijednost  $i$ -tog promatranog parametra prometnog toka.

Preostali pročišćeni podatkovni skup, koji uključuje 25 634 empirijskih vrijednosti svakog od promatranih parametara prometnog toka zatim je integriran u zajedničku bazu podataka. Empirijske vrijednosti parametara prometnog toka zabilježene u filtriranoj bazi podataka zatim su grupirane u statističke razrede, pri čemu su broj  $i$  i širina pojedinih statističkih razreda za svaki promatrani parametar prometnog toka određeni na temelju Sturgerova pravila, prema izrazima:

$$k = 1 + 3,3 \log(N); \quad w = \frac{x_{max} - x_{min}}{k} \quad (20)$$

gdje je:

$k$  – broj statističkih razreda promatranog parametra prometnog toka

$w$  – širina statističkog razreda promatranog parametra prometnog toka

$N$  – broj prikupljenih empirijskih vrijednosti parametra prometnog toka

$x_{max}$  – najveća numerička vrijednost promatranog parametra prometnog toka

$x_{min}$  – najmanja numerička vrijednost promatranog parametra prometnog toka.

U sklopu statističke analize filtrirane baze podataka prikupljenih empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, izračunane su vrijednosti sljedećih indikatora deskriptivne statistike:

1. Apsolutna učestalost (frekvencija): predstavlja apsolutni broj vozila za koje je utvrđeno da se vrijednosti promatranih prometnih parametara nalaze unutar definiranih kvantitativnih intervalnih vrijednosti statističkih razreda;
2. Relativna učestalost (frekvencija): predstavlja relativni broj (udio) vozila za koje je utvrđeno da se vrijednosti promatranih prometnih parametara nalaze unutar definiranih kvantitativnih intervalnih vrijednosti statističkih razreda. Izračunava se kao količnik apsolutne učestalosti (frekvencije) i ukupnog broja vozila u promatranome statističkom uzorku, prema izrazu:

$$f_r = \frac{f_a}{n} \cdot 100 [\%] \quad (21)$$

gdje je:

*f<sub>r</sub>* – relativna učestalost (frekvencija) odnosno empirijska vjerojatnost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka  
*f<sub>a</sub>* – apsolutna učestalost (frekvencija)  
*n* – veličina prikupljenog uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka.

3. Kumulativna učestalost (frekvencija): predstavlja sukcesivni niz parcijalnih zbrojeva relativnih učestalosti (frekvencija) empirijskih vrijednosti parametra prometnog toka, utvrđenih u definiranim statističkim razredima. Na temelju kumulativnih frekvencija utvrđene su kumulativne empirijske razdiobe izmjerenih vrijednosti parametra prometnog toka.

$$f_{ci} = \sum_{i=1}^m f_{ri} \quad (22)$$

gdje je:

*f<sub>ci</sub>* – kumulativna učestalost (frekvencija), odnosno kumulativna empirijska vjerojatnost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u prvih *i* definiranih statističkih razreda  
*f<sub>ri</sub>* – relativna učestalost (frekvencija), odnosno empirijska vjerojatnost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka u *i*-tom statističkom razredu  
*m* – broj statističkih razreda.

4. Aritmetička sredina (prvi statistički moment): predstavlja prosječnu (srednju očekivanu) empirijsku vrijednost promatranog parametra prometnog toka, a izračunava se kao količnik između sume svih izmjerenih vrijednosti prometnog parametra i ukupnog broja pojedinačnih opservacija dostupnih u prikupljenom statističkom uzorku, prema izrazu:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (23)$$

gdje je:

$\mu$  – aritmetička sredina (srednja empirijska očekivana vrijednost) promatranog parametra prometnog toka

$x_i$  – apsolutna izmjerena vrijednost promatranog parametra prometnog toka za  $i$ -to vozilo

$n$  – veličina prikupljenog uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka.

5. Ponderirana aritmetička sredina: uzima u obzir učestalost (frekvenciju) pojave empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka u definiranim statističkim razredima, tako da statistički razredi u kojima je utvrđena veća apsolutna frekvencija imaju veći doprinos rezultirajućoj vrijednosti aritmetičke sredine u odnosu na statističke razrede s nižom frekvencijom. Ponderirana aritmetička sredina izračunana je prema izrazu:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (24)$$

gdje je:

$\bar{\mu}$  – ponderirana aritmetička sredina promatranog parametra prometnog toka u prikupljenom statističkom uzorku

$x_i$  – apsolutna izmjerena vrijednost promatranog parametra prometnog toka za  $i$ -to vozilo

$f_i$  – vrijednosti težinskog koeficijenta (pondera) utvrđene na temelju apsolutnih frekvencija utvrđenih u definiranim statističkim razredima promatranog parametra prometnog toka.

6. Raspon varijacije: predstavlja razliku između maksimalne i minimalne vrijednosti promatranog parametra prometnog toka u prikupljenome statističkom uzorku, odnosno duljinu numeričkog intervala unutar kojega su smještene sve vrijednosti parametra sadržane u statističkom uzorku. Raspon varijacije izračunan je prema izrazu:

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (25)$$

gdje je:

*R* – raspon varijacije prikupljenoga statističkog uzorka

*x<sub>max</sub>* – maksimalna vrijednost promatranog parametra prometnog toka

*x<sub>min</sub>* – minimalna vrijednost promatranog parametra prometnog toka.

7. Percentilne vrijednosti statističkog uzorka: predstavljaju karakteristične vrijednosti promatranih parametara prometnog toka koje dijele grupirani statistički uzorak empirijskih vrijednosti na 100 jednakih dijelova. U sklopu provedene percentilne analize utvrđene su i vrijednosti medijana, donjeg i gornjeg kvartila te 85-percentilna vrijednost promatranih numeričkih, empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka.
8. Interkvartilni raspon: predstavlja raspon unutar kojega se nalazi središnjih 50 % izmjerenih vrijednosti promatranog parametra prometnog toka, a izračunava se na temelju razlike gornjeg i donjeg kvartila prikupljenoga statističkog uzorka, prema izrazu:

$$IK = Q_3 - Q_1 \quad (26)$$

gdje je:

*IK* – interkvartilni raspon empirijskih vrijednosti promatranog parametra prometnog toka

*Q<sub>1</sub>* – vrijednost donjeg kvartila, pri čemu 25 % izmjerenih vrijednosti u statističkom uzorku ima vrijednost manju od vrijednosti donjeg kvartila ili njoj jednaku

*Q<sub>3</sub>* – vrijednost gornjeg kvartila, pri čemu 75 % izmjerenih vrijednosti u statističkom uzorku ima vrijednost manju od vrijednosti gornjeg kvartila ili njoj jednaku.

9. Varijanca (drugi statistički moment): predstavlja prosječno kvadratno odstupanje od srednje vrijednosti statističkog uzorka, odnosno mjeru disperzije (intenzitet rasipanja) pojedinačno izmjerenih vrijednosti promatranog parametra prometnog toka oko njihove aritmetičke sredine. Izračunava se na temelju sume svih pojedinačnih (apsolutnih) odstupanja empirijskih vrijednosti od srednje očekivane vrijednosti parametra u prikupljenom statističkom uzorku, prema izrazima:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 \quad (27)$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (28).$$

10. Standardna devijacija: predstavlja korijen prosječnog kvadratnog odstupanja od srednje vrijednosti statističkog uzorka odnosno apsolutnu vrijednost intenziteta

raspršenja izmjerenih vrijednosti parametara prometnog toka od njihove aritmetičke sredine u istoj dimenziji. Standardna devijacija izračunana je prema izrazima:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2} \quad (29)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}} \quad (30)$$

gdje je:

$s^2$  – nepristrana vrijednost varijance prikupljenoga statističkog uzorka

$s$  – nepristrana vrijednost standardne devijacije prikupljenoga statističkog uzorka

$\bar{x}$  – ponderirana aritmetička sredina promatranog parametra prometnog toka u prikupljenome statističkom uzorku

$x_i$  – apsolutna izmjerena vrijednost promatranog parametra prometnog toka za  $i$ -to vozilo

$f_i$  – vrijednosti težinskog koeficijenta (pondera) utvrđene na temelju apsolutnih frekvencija utvrđenih u definiranim statističkim razredima promatranog parametra prometnog toka

$n$  – veličina prikupljenog uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka.

11. Koeficijent varijacije: predstavlja normaliziranu, bezdimenzionalnu mjeru disperzije koja može biti izražena u postotcima, a izračunana je kao omjer nepristrane vrijednosti standardne devijacije i aritmetičke sredine prikupljenog statističkog uzorka, prema izrazu:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 [\%] \quad (31)$$

gdje je:

$CV$  – koeficijent varijacije vrijednosti u prikupljenome statističkom uzorku

$s$  – nepristrana vrijednost standardne devijacije prikupljenoga statističkog uzorka

$x_i$  – apsolutna izmjerena vrijednost promatranog parametra prometnog toka za  $i$ -to vozilo.

12. Koeficijent asimetrije (treći statistički moment): pokazuje razinu asimetričnosti oblika empirijske distribucije vrijednosti promatranog parametra prometnog toka, utvrđene na temelju podataka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. U slučaju potpuno simetrične razdiobe, koeficijent asimetrije jednak je nuli. Kod pozitivnih vrijednosti koeficijenta asimetrije, statistička distribucija vrijednosti promatranog parametra prometnog toka poprima pozitivno asimetričan oblik, koji

pretpostavlja da se većina izmjerenih empirijskih vrijednosti grupira ispod aritmetičke sredine promatranoga statističkog uzorka. S druge strane, kod negativnih vrijednosti koeficijenta asimetrije odnosno negativne asimetričnosti empirijske distribucije, većina izmjerenih vrijednosti promatranog parametra prometnog toka nalazi se iznad vrijednosti aritmetičke sredine statističkog uzorka. Vrijednost koeficijenta asimetrije izračunana je na temelju izraza:

$$\alpha = \frac{M_3}{s^3} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (32)$$

gdje je:

$\alpha$  – koeficijent asimetrije

$M_3$  – centralni moment trećeg reda

$s$  – nepristrana vrijednost standardne devijacije prikupljenoga statističkog uzorka.

13. Koeficijent spljoštenosti (četvrti statistički moment): predstavlja mjeru spljoštenosti empirijske distribucije vrijednosti parametara prometnog toka. Razina spljoštenosti definirana je u odnosu na spljoštenost standardne normalne (Gaussove) razdiobe za koju je utvrđena vrijednost koeficijenta spljoštenosti 3. Pritom sve empirijske distribucije s koeficijentom spljoštenosti većim od tri poprimaju šiljastiji oblik od standardne normalne razdiobe, dok empirijske distribucije s koeficijentom spljoštenosti manjim od 3, poprimaju spljoštenije oblike. Koeficijent spljoštenosti izračunan je na temelju izraza:

$$\gamma = \frac{M_4}{s^4} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 \right)^2} \quad (33)$$

gdje je:

$\gamma$  – koeficijent spljoštenosti

$M_4$  – centralni moment četvrtog reda

$s$  – nepristrana vrijednost standardne devijacije prikupljenoga statističkog uzorka.



#### **4.2. Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku**

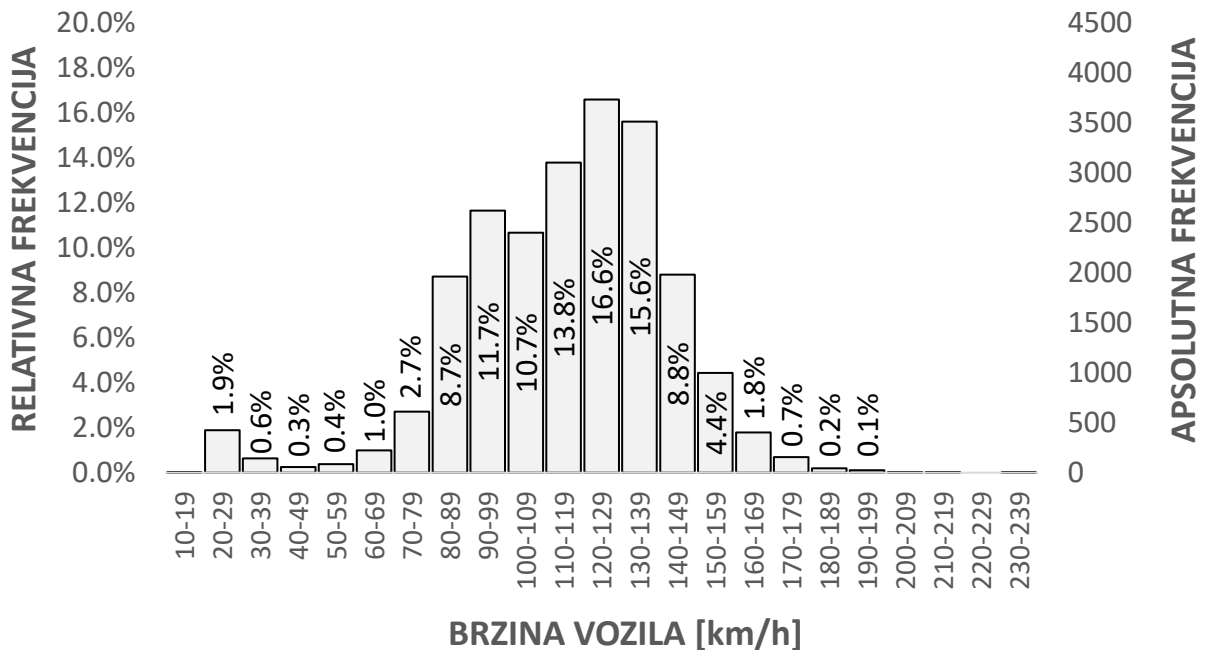
U ovome potpoglavlju prikazani su rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj. U sklopu navedene analize promatran je prethodno pripremljeni empirijski uzorak, filtriran prema metodološkom postupku opisanom u potpoglavlju 4.1., koji sadrži ukupno 25 634 izmjerenih vrijednosti brzina vozila na odabranim odsječcima cesta visokog učinka, od kojih je 78,7 % (20 179) izmjereno na odabranim odsječcima autocesta, a preostalih 21,3 % (5455) na odabranim odsječcima brzih cesta.

U prvom koraku deskriptivne statističke analize provedeno je grupiranje izmjerenih vrijednosti brzina vozila u 23 statistička razreda raspona od 10 km/h, unutar intervala od 10 do 240 km/h. Nakon grupiranja izmjerenih vrijednosti brzina vozila, za svaki statistički razred izračunane su vrijednosti apsolutnih, relativnih i kumulativnih učestalosti (frekvencija). Dobiveni histogram apsolutnih i relativnih frekvencija brzina vozila izmjerenih u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka prikazan je na Grafikon 6.

Na temelju prikazanih podataka vidljivo je da se gotovo trećina izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila (32,2 %) nalazi u rasponu od 120 do 139 km/h. Više od polovine izmjerenih vrijednosti brzina (56,7 %) sadržanih u promatranom empirijskom uzorku nalazi se u intervalu od 100 do 139 km/h, više od dvije trećine izmjerenih vrijednosti (68,4 %) u intervalu od 90 do 139 km/h te više od tri četvrtine vrijednosti (77,1 %) u rasponu od 80 do 139 km/h. Udio vozila koja se kreću brzinama većim od 139 km/h iznosi 16,6 %, dok su za preostalih 6,9 % vozila izmjerene brzine niže od 80 km/h.

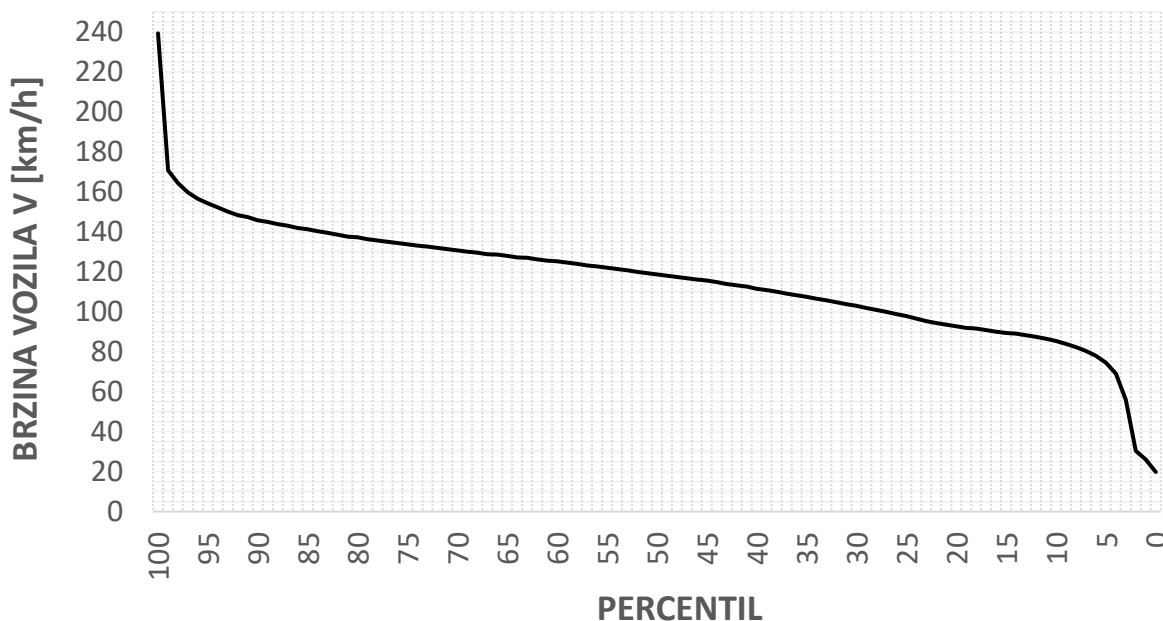
Na Grafikon 7. prikazana je percentilna krivulja brzina vozila izmjerenih na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Na temelju dobivene percentilne krivulje, moguće je pored ostalih percentilnih vrijednosti brzina, u prvome redu očitati vrijednosti medijalne i 85-percentilne operativne brzine prometnog toka.

### HISTOGRAM APSOLUTNIH I RELATIVNIH FREKVENCIJA BRZINA VOZILA U PROMETNOM TOKU IZMJERENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA



Grafikon 6. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

### PERCENTILNA KRIVULJA BRZINA INDIVIDUALNIH VOZILA U PROMETNOM TOKU IZMJERENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA

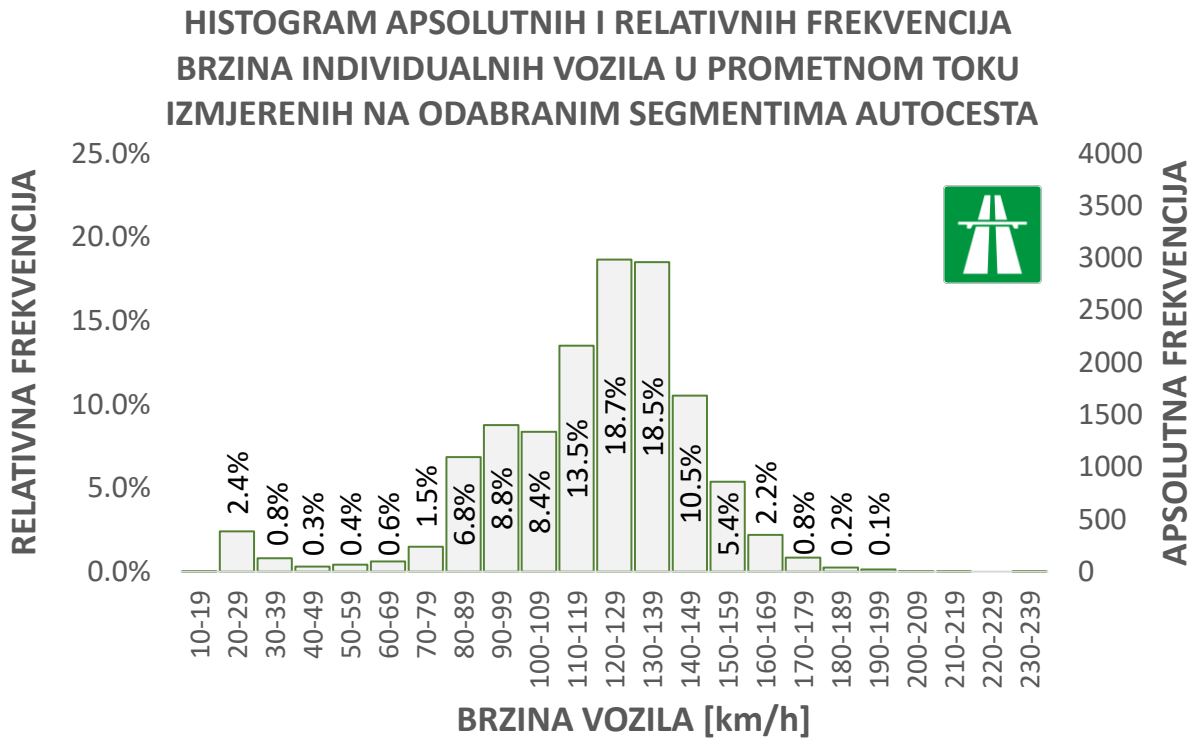


Grafikon 7. Percentilna krivulja izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.

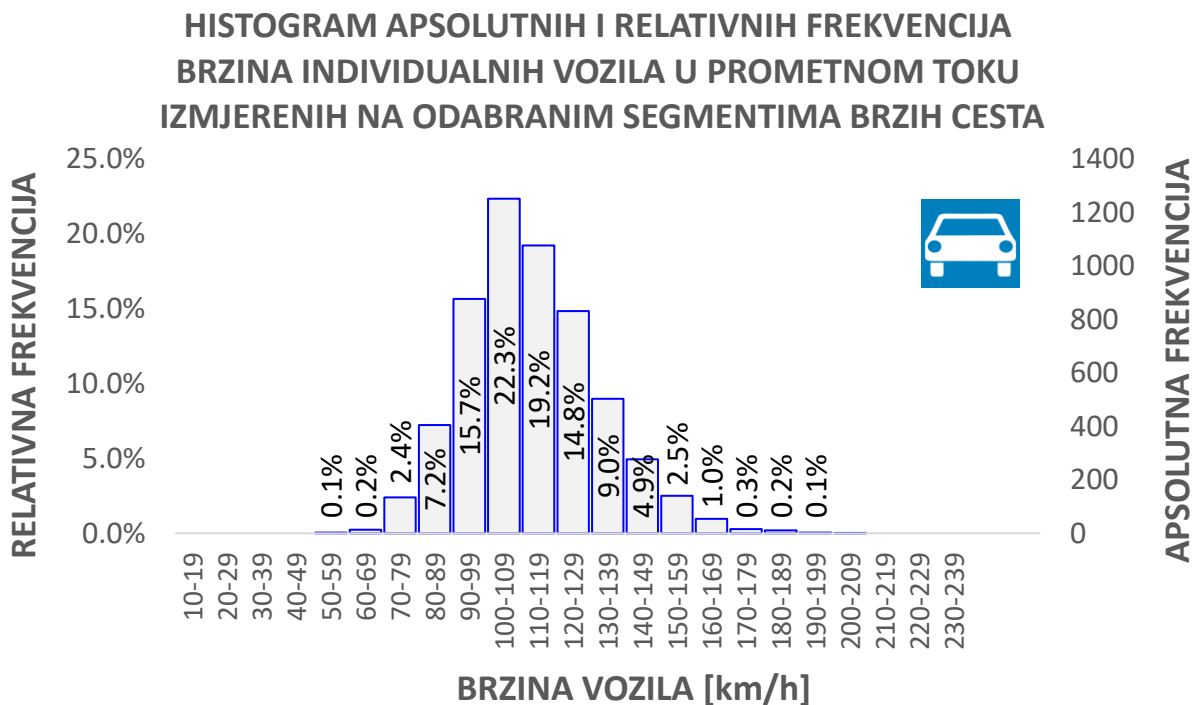
Provedenom statističkom analizom utvrđeno je da vrijednosti medijalne i 85-percentilne operativne brzine prometnog toka na odabranim odsječcima cesta visokog učinka iznose 118,7 km/h i 141,3 km/h, slijedom.

Radi dobivanja dubljeg uvida u razlike između razdioba vrijednosti brzina vozila prisutnih u prometnom toku na autocestama i brzim cestama, promatrani empirijski uzorak podijeljen je na dva parcijalna uzorka na temelju vrijednosti sadržanih u podatkovnom stupcu 'Kategorija', pri čemu su u prvi parcijalni uzorak uključene sve vrijednosti brzina izmjerene na odsječcima autocesta, dok su drugom parcijalnom uzorku pridružene sve vrijednosti brzina izmjerene na odsječcima brzih cesta. Histogrami apsolutnih i relativnih frekvencija brzina vozila izmjerenih u prometnom toku na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta, dobiveni na temelju analize navedenih parcijalnih uzoraka prikazani su na Grafikon 8. i Grafikon 9. Na temelju podataka prikazanih na tim grafikonima vidljivo je da razdiobe vrijednosti brzina vozila izmjerenih na autocestama i brzim cestama poprimaju značajno različite oblike. Dok razdiobe apsolutnih i relativnih frekvencija brzina izmjerenih na autocestama pokazuju blago lijevostrano asimetričan oblik (negativnu asimetriju), razdiobe apsolutnih i relativnih frekvencija izmjerenih na brzim cestama poprimaju približno simetričan oblik. Negativno asimetričan oblik razdiobe izmjerenih brzina vozila na promatranim odsječcima autocesta ukazuje na činjenicu da se na autocestama relativno veći postotak vozila u prometnom toku kreće brzinama većim od srednje prostorne brzine prometnog toka.

Komparativnom analizom podataka prikazanih na Grafikon 8. i Grafikon 9., utvrđeno je da se više od trećine vozila u prometnom toku na autocestama (37,2 %) kreće brzinama od 120 km/h do 139 km/h, dok se u prometnom toku na brzim cestama tim brzinama kreće manje od četvrtine vozila (23,8 %). Približno polovina izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila na promatranim odsječcima autocesta (50,7 %) nalazi se u intervalu od 110 do 139 km/h. Na brzim cestama unutar tog raspona vrijednosti brzina kreće se relativno manji udio vozila (43 %). Malo više od dvije trećine vozila u prometnom toku na autocestama (69,6 %) i brzim cestama (70,2 %) kreće se brzinama u rasponu od 100 km/h do 149 km/h. Više od tri četvrtine vozila na autocestama (78,4 %) kreće se brzinama unutar intervala od 90 km/h do 149 km/h, dok je na brzim cestama udio vozila koji se kreću tim brzinama znatno veći (85,9 %). Postotak vozila koja se u prometnom toku na promatranim odsječcima autocesta kreću brzinama većim od 150 km/h iznosi 8,8 %, a udio vozila koja se kreću brzinama manjim od 90 km/h iznosi 12,9 %. Postotak vozila koja se kreću brzinama većim od 150 km/h i nižim od 90 km/h na brzim cestama iznosi 1,6 % i 25,6 %, slijedom.

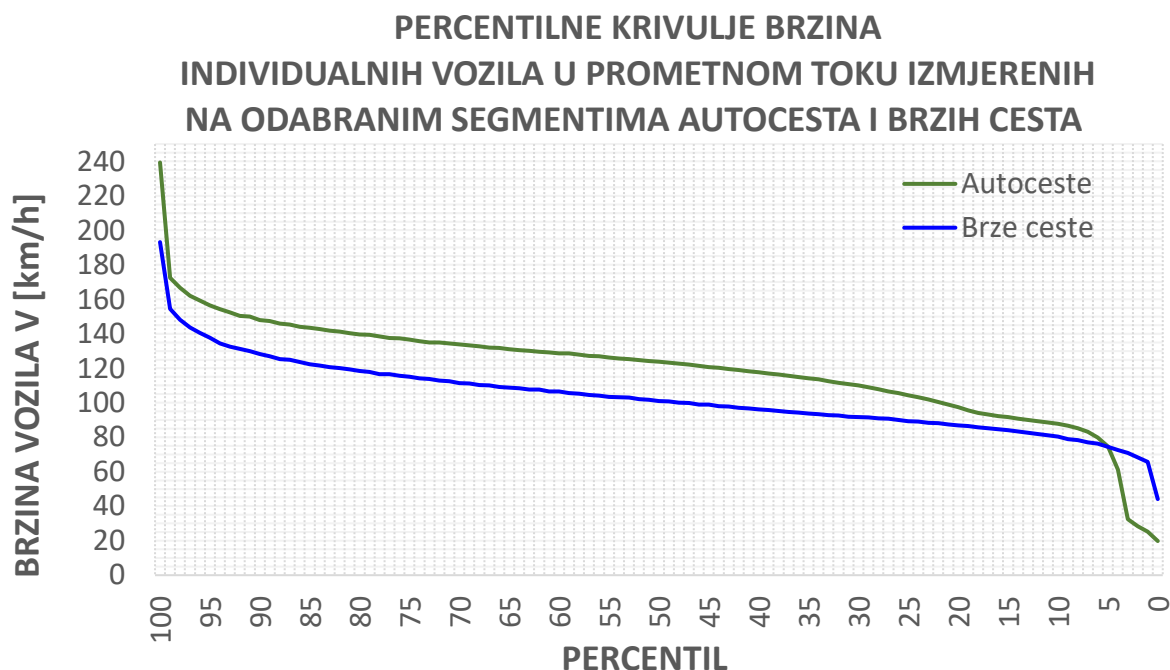


Grafikon 8. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima autocesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 9. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima brzih cesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

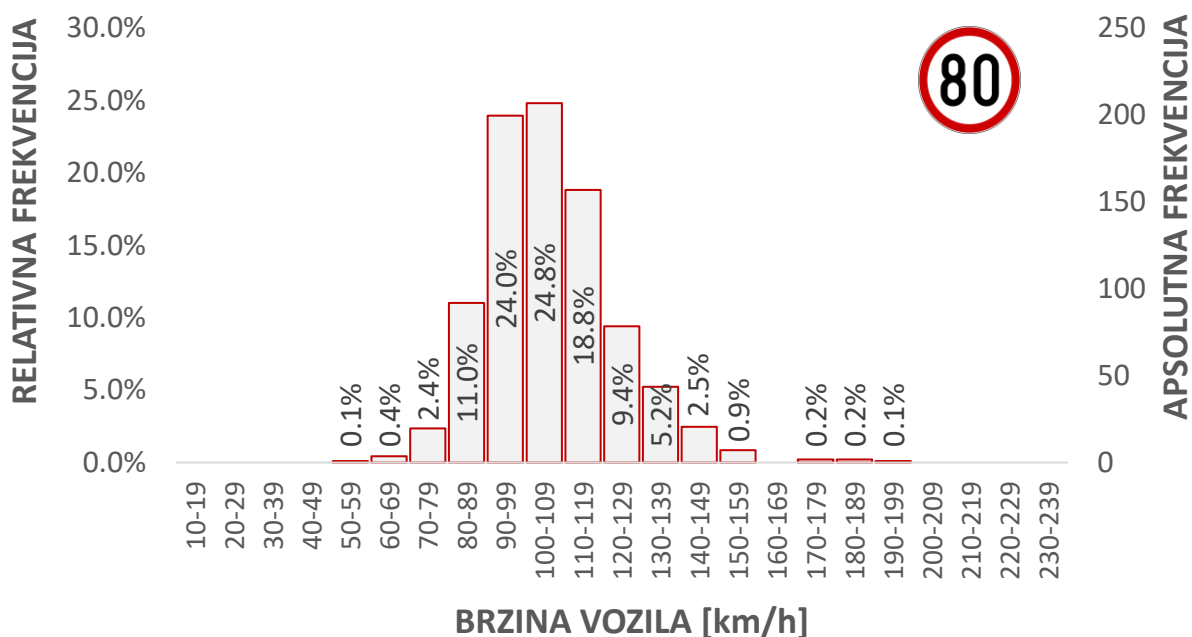
Na Grafikon 10. komparativno su prikazane percentilne krivulje brzina vozila izmjerenih na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu, evidentno je da su sve percentilne vrijednosti brzina vozila iznad 5. percentila utvrđene za autoceste, veće od percentilnih vrijednosti brzina vozila na brzim cestama. Komparativnom analizom dobivenih percentilnih vrijednosti brzina utvrđeno je da su percentilne brzine vozila na autocestama od 5 % do 24 % veće od percentilnih brzina vozila na autocestama. U intervalu od nultog do 5. percentila, vrijednosti percentilnih brzina vozila utvrđenih za autoceste značajno su niže (od 16 % do 55 %) od vrijednosti utvrđenih za brze ceste.



Grafikon 10. Percentilne krivulje izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.

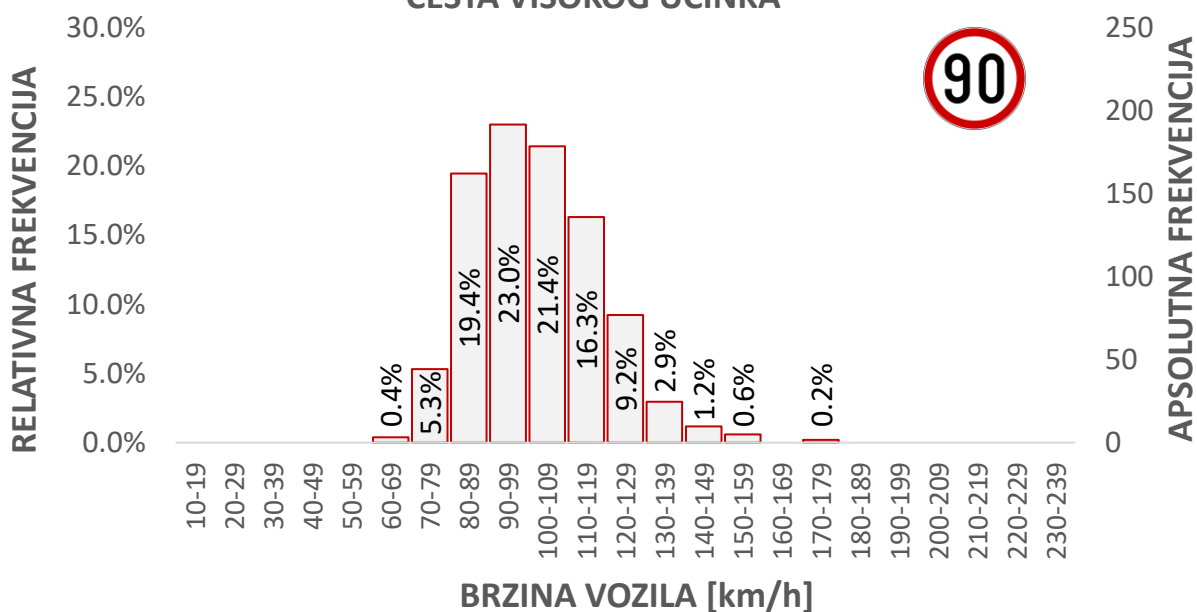
Kako bi se dobio dublji uvid u razlike između razdioba izmjerenih vrijednosti brzina vozila prisutnih u prometnom toku na cestama visokog učinka pri različitim ograničenjima brzine, prikupljeni empirijski uzorak izmjerenih vrijednosti brzina podijeljen je na šest parcijalnih uzoraka na temelju vrijednosti sadržanih u podatkovnom stupcu 'Ograničenje brzine', tako da prvi parcijalni uzorak sadrži sve vrijednosti brzina vozila izmjerene na svim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem od 80 km/h, drugi parcijalni uzorak sve vrijednosti brzina izmjerene na svim segmentima s ograničenjem od 90 km/h, treći parcijalni uzorak brzine izmjerene na segmentima s ograničenjem od 100 km/h te četvrti, peti i šesti parcijalni uzorak sve brzine vozila izmjerene na segmentima s ograničenjem od 110 km/h, 120 km/h i 130 km/h, slijedom.

**HISTOGRAM APSOLUTNIH I RELATIVNIH FREKVENCIJA  
BRZINA VOZILA IZMJERENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA  
CESTA VISOKOG UČINKA**

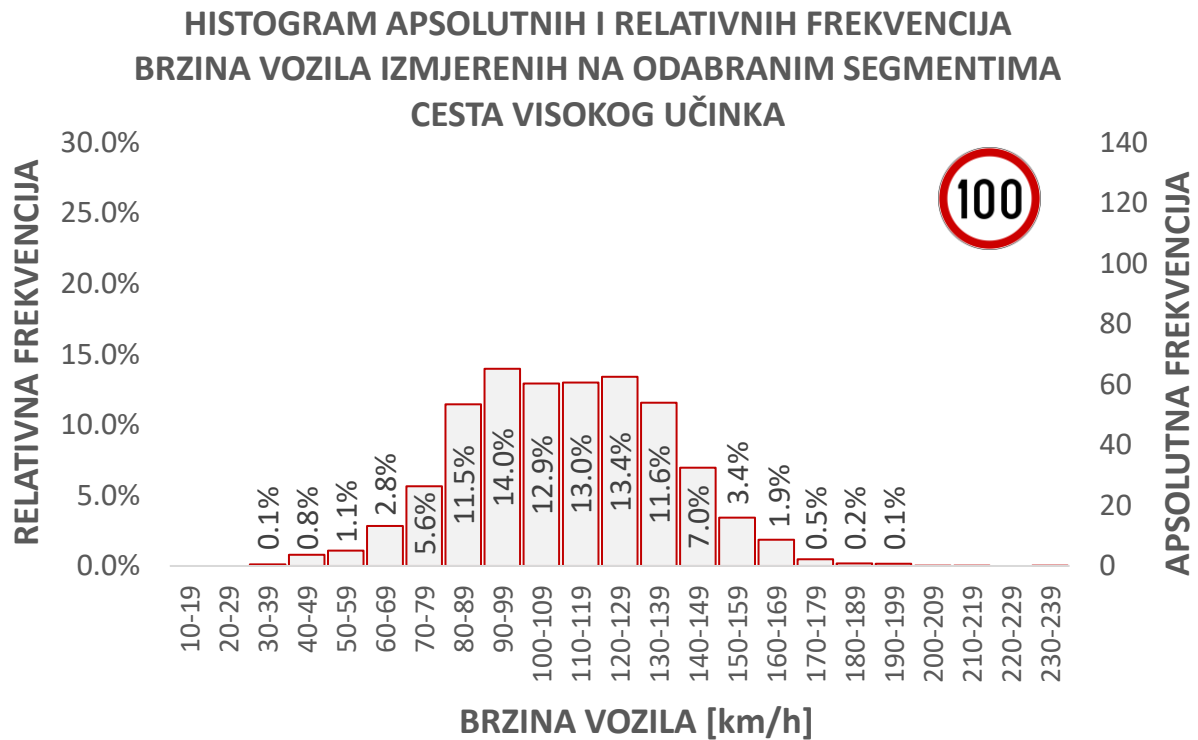


Grafikon 11. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 80 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

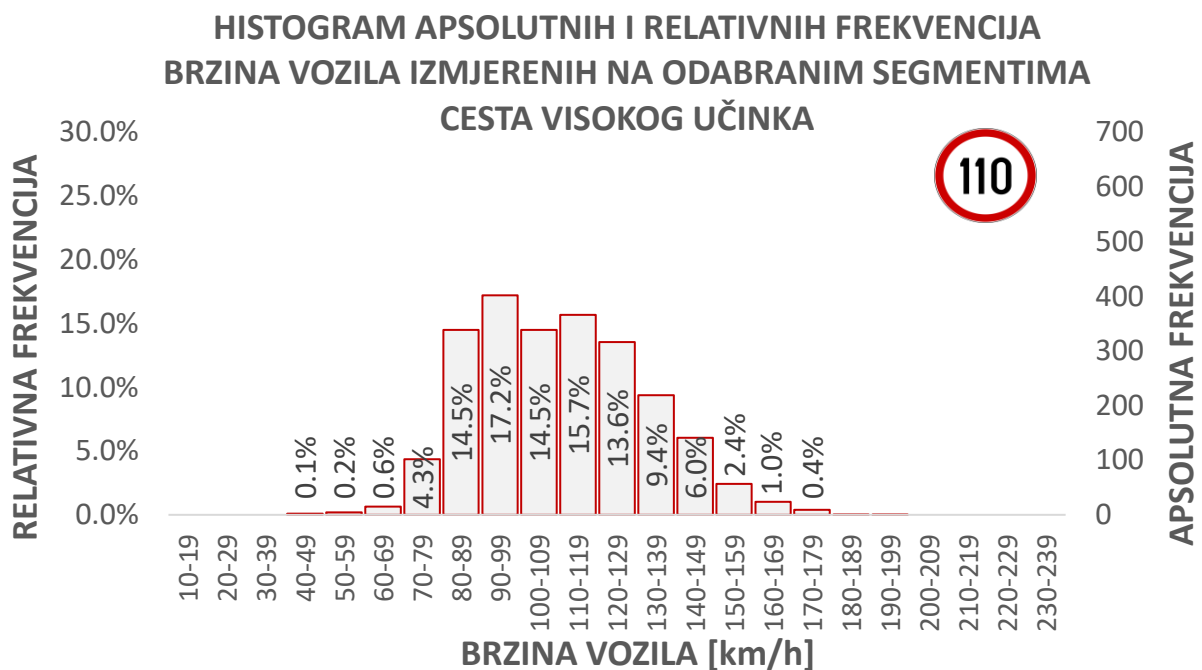
**HISTOGRAM APSOLUTNIH I RELATIVNIH FREKVENCIJA  
BRZINA VOZILA IZMJERENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA  
CESTA VISOKOG UČINKA**



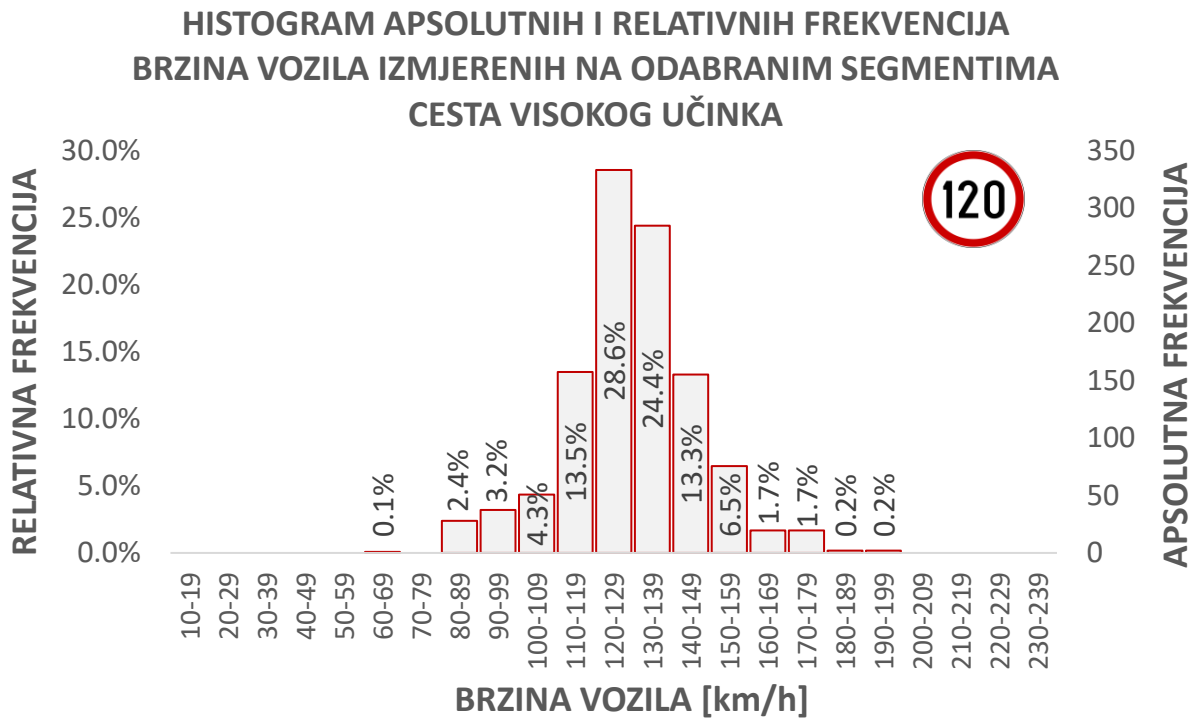
Grafikon 12. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 90 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



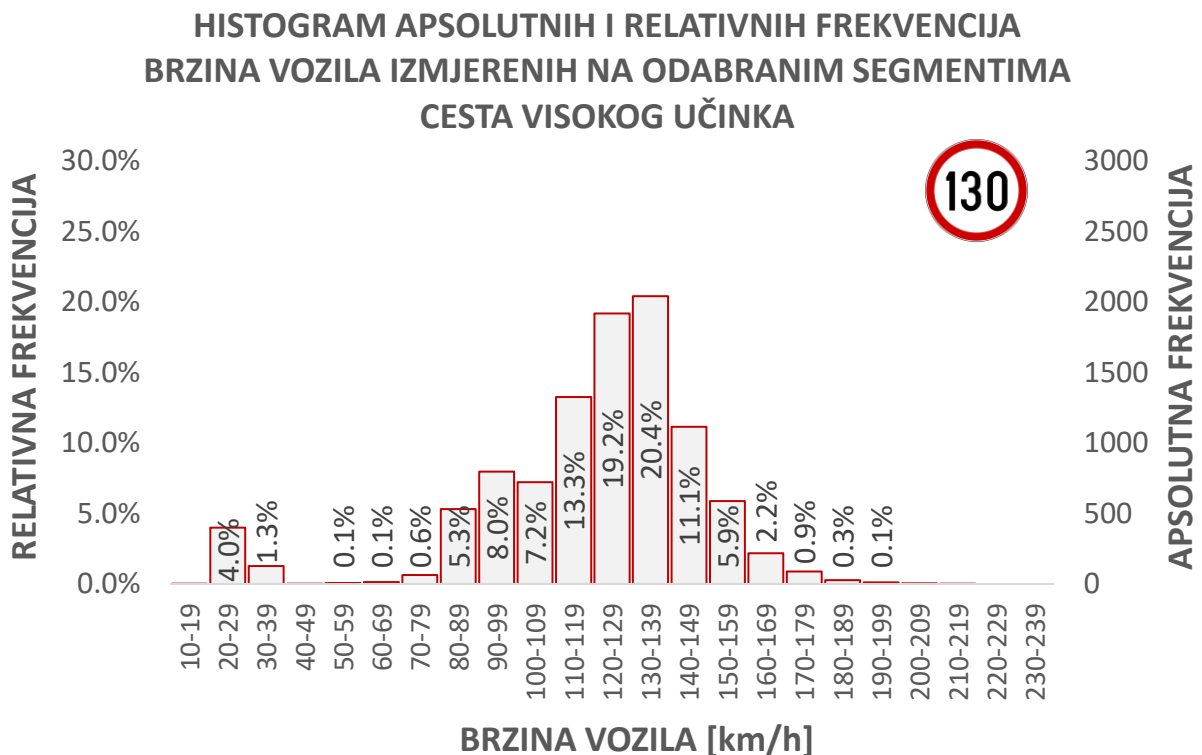
Grafikon 13. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 100 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 14. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 110 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

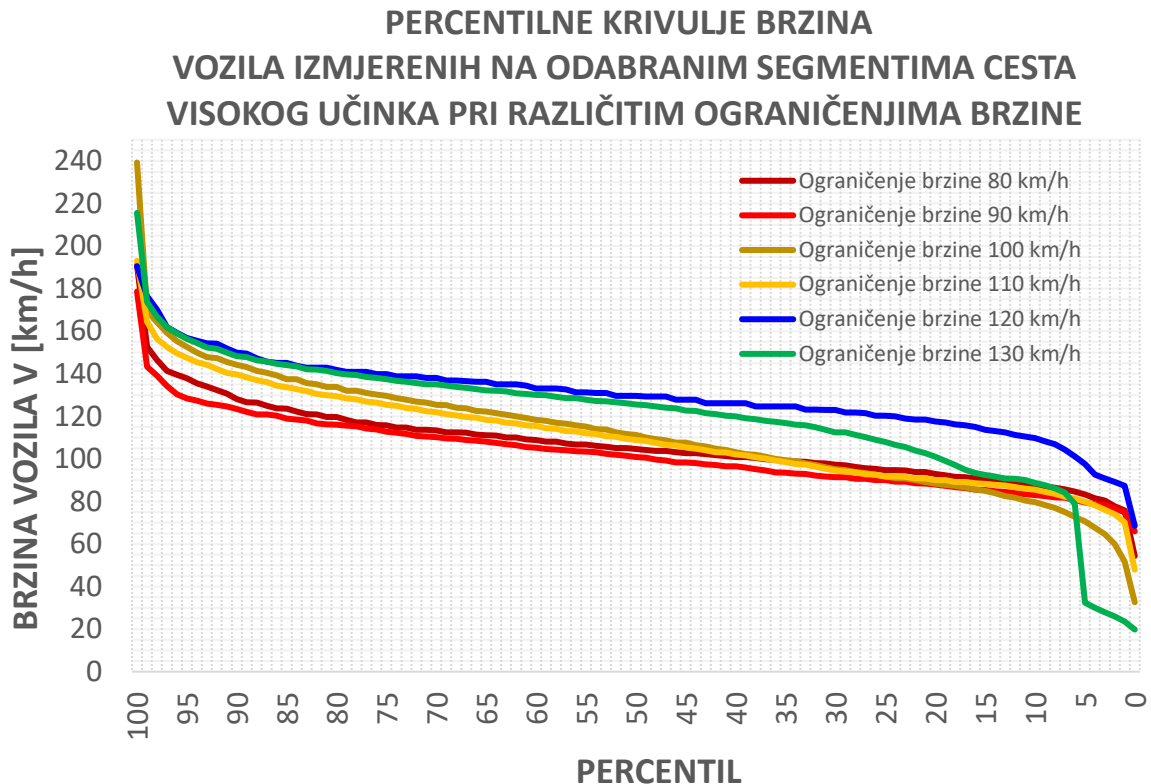


Grafikon 15. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 120 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 16. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 130 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.





Grafikon 17. Percentilne krivulje izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora.

Histogrami apsolutnih i relativnih frekvencija brzina vozila izmjerenih u prometnom toku na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjima brzine od 80 do 130 km/h, dobiveni na temelju analize navedenih parcijalnih uzoraka prikazani su na Grafikon 11. Grafikon 17. Na temelju komparativne analize razdioba brzina vozila utvrđenih za segmente cesta visokog učinka s različitim ograničenjima brzine, utvrđeno je da se oblik raspodjele izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila oko njihove aritmetičke sredine mijenja ovisno o ograničenju brzine. Pri ograničenju brzine od 80 km/h utvrđen je blago asimetričan i leptokurtičan oblik razdiobe brzina vozila, pri čemu se gotovo polovina izmjerenih vrijednosti brzina vozila (48,8 %) nalazi u intervalu od 90 do 109 km/h, a više od tri četvrtine vozila kreće se brzinama od 80 km/h do 119 km/h. Na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem od 90 km/h, utvrđen je sličan oblik razdiobe brzina, pri čemu se malo manje od polovine izmjerenih vrijednosti brzina (44,4 %) nalazi u rasponu od 90 do 109 km/h, a više od četiri petine vozila (80,1 %) kreće se brzinama od 80 km/h do 119 km/h. Pri ograničenju brzine od 100 km/h utvrđena je značajna promjena u obliku razdiobe brzina vozila, u odnosu na oblike razdioba utvrđene pri ograničenjima od 80 i 90 km/h. Na segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem od 100 km/h spljoštenost i simetričnost razdiobe brzina vozila znatno je veća,

više od polovine vozila (53,3 %) kreće se brzinama u rasponu od 90 do 129 km/h, a više od tri četvrtine vozila (76,4 %) brzinama u rasponu od 80 do 139 km/h. Na segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 110 km/h, javlja se platokurtičan, blago asimetrični oblik razdiobe brzina vozila, pri čemu se gotovo polovina vozila u prometnom toku (47,4 %) kreće brzinama u intervalu od 90 do 119 km/h, a približno četvrtina vozila (75,5 %) brzinama od 80 do 129 km/h. Pri ograničenju brzine od 120 km/h, javlja se izrazito leptokurtičan oblik razdiobe brzina vozila, pri čemu se više od polovine vozila u prometnom toku (53 %) kreće brzinama od 120 do 139 km/h, a približno četiri od pet vozila (79,8 %) brzinama između 110 i 149 km/h. Na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 130 km/h, utvrđen je blago negativno asimetričan oblik razdiobe izmjerenih brzina vozila, pri čemu se malo više od polovine vozila (52,9 %) u prometnom toku kreće brzinama od 110 do 139 km/h, gotovo trećina vozila (64 %) kreće se brzinama između 110 i 149 km/h, a više od tri četvrtine vozila (77,1 %) brzinama od 100 do 159 km/h.

Na temelju komparativne analize percentilnih krivulja brzina vozila utvrđenih za odabrane segmente cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h (Grafikon 17.), utvrđene su značajne razlike u percentilnim vrijednostima brzine vozila pri različitim ograničenjima brzine. Vrijednosti medijalne operativne brzine vozila u prometnom toku, ovisno o ograničenju brzine, kreće se u rasponu od 100,86 km/h do 126,21 km/h, a vrijednost 85-percentilne operativne brzine od 118,92 km/h do 144,64 km/h.

### **4.3. Rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti protoka vozila**

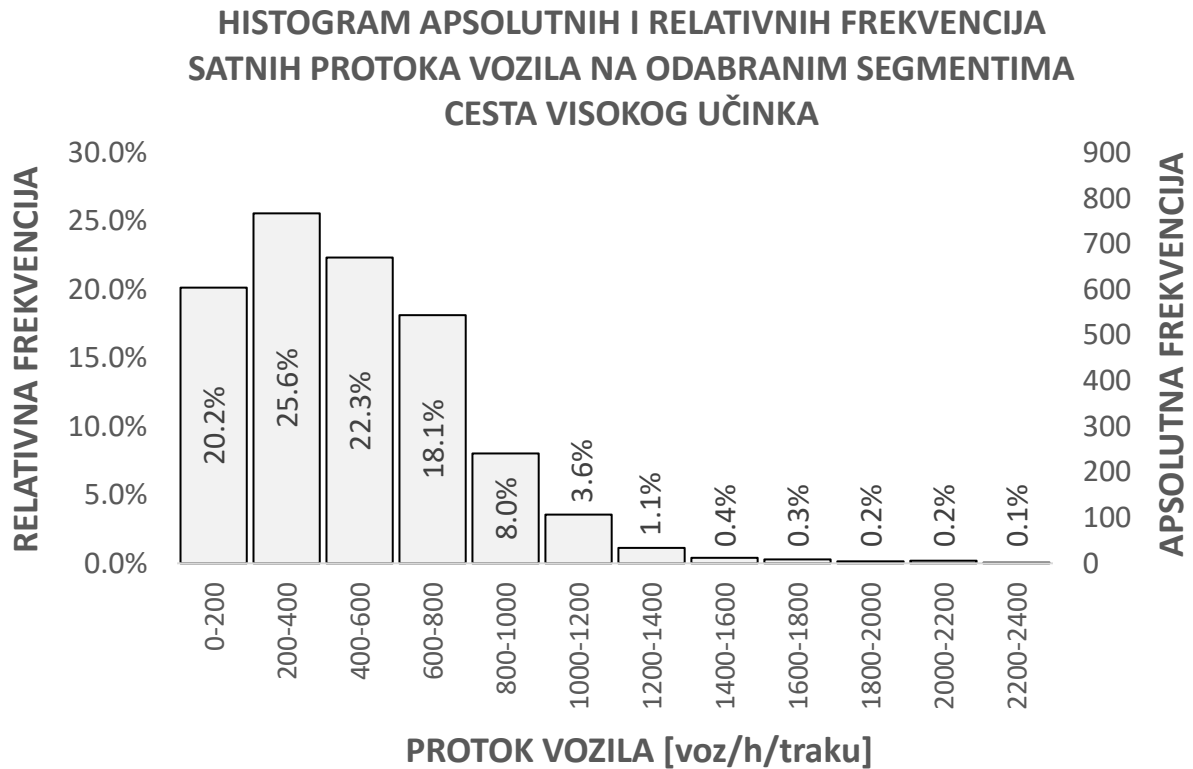
U ovome potpoglavlju prikazani su rezultati deskriptivne statističke analize empirijskih vrijednosti protoka vozila izmjerenih na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Za potrebe utvrđivanja apsolutnih, relativnih i kumulativnih razdioba empirijskih vrijednosti protoka vozila, u prvom koraku deskriptivne statističke analize, provedena je konverzija vremena nailazaka individualnih vozila na ulaznu liniju detekcije promatranog odsječka ceste, zabilježenih u integriranoj bazi podataka u HH:MM:SS:FF formatu u decimalne sekunde, na temelju kojih su izračunane vrijednosti kumulativnog vremena proteklog od početka videozapisa do nailaska n-tog vozila u prometnom toku. Dobivene vrijednosti kumulativnog vremena nailaska vozila, izražene u decimalnim sekundama, zatim su podijeljene sa 60 sekundi te zaokružene na nižu cjelobrojnu vrijednost

kako bi se utvrdilo tijekom kojega je minutnog intervala svako vozilo u prometnom toku prošlo kroz promatranu ulaznu liniju detekcije. Konačno, kako bi se izračunali minutni protoci vozila, utvrđen je ukupan broj vozila koja su naišla na ulaznu liniju detekcije tijekom svakog minutnog intervala. Minutni protoci vozila zatim su ekspanzirani u ekvivalentne satne protoke. Na temelju navedene analize utvrđeno je ukupno 3250 agregatnih vrijednosti satnih protoka vozila koje su grupirane u 12 statističkih razreda širine od 200 voz/h, u rasponu od 0 do 2400 vozila po satu po prometnom traku.

Dobiveni histogram apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) pojave definiranih raspona vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka prikazan je na Grafikon 18. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu, vidljivo je da razdioba satnih protoka vozila na promatranim odsječcima cesta visokog učinka pokazuje izrazit desnostrano asimetričan oblik (pozitivnu asimetriju) što ukazuje na činjenicu da se na promatranim prometnicama najčešće javljaju niske vrijednosti protoka vozila odnosno vrijednosti satnih protoka niže od 1000 voz/h/traku, što odgovara vrijednostima minutnih protoka vozila nižim od 17 voz/min/traku. Gotovo polovina utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila (47,9 %) nalazi se u intervalu od 200 do 600 voz/h/traku. Satni protoci vozila niži od 600 voz/h/traku pojavljuju se u više od dvije trećine slučajeva (68,1 %), a satni protoci niži od 800 voz/h/traku u čak 86,2 % slučajeva. Vrijednosti satnih protoka veće od 800 voz/h/traku pojavljuju se u 13,8 % slučajeva, a satni protoci veći od 1000 voz/h/traku u samo 5,8 % slučajeva.

Na Grafikon 19. prikazana je percentilna krivulja satnih protoka vozila utvrđenih na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Na temelju dobivene percentilne krivulje, moguće je pored ostalih percentilnih vrijednosti protoka vozila, u prvome redu očitati vrijednosti medijalne i 85-percentilne vrijednosti satnog protoka.

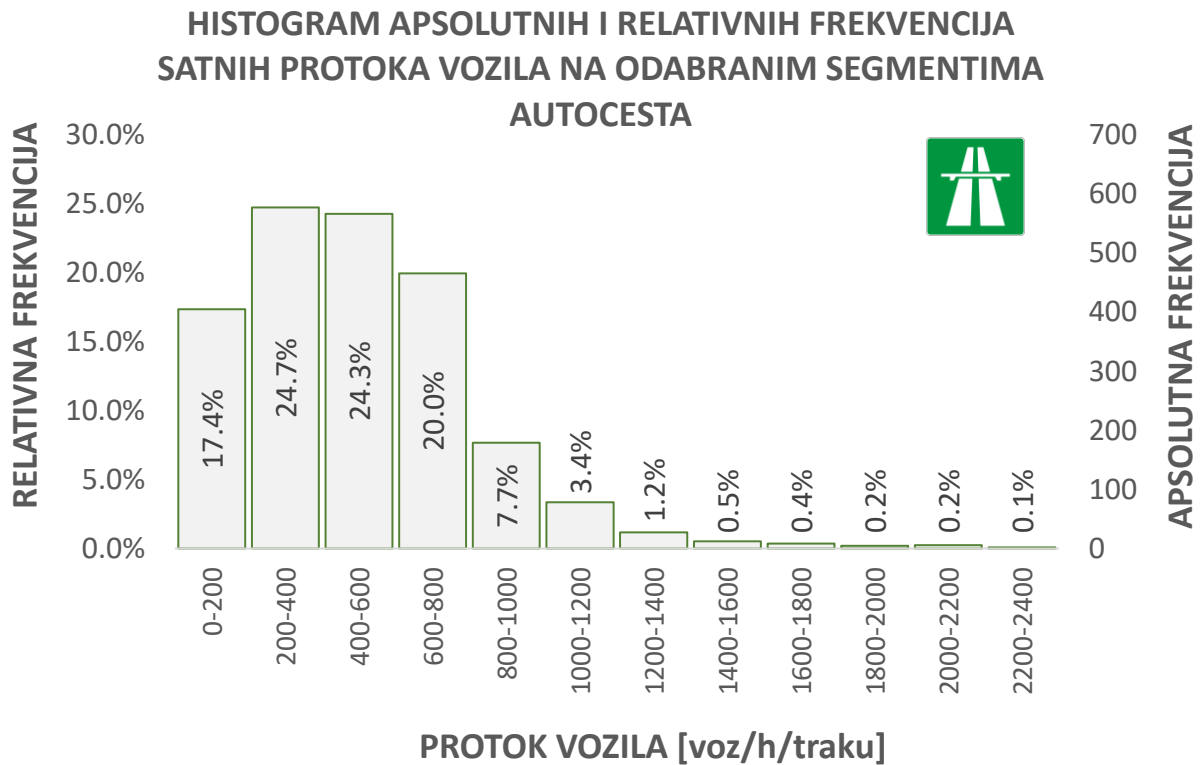
Kako bi se dobio detaljan uvid u razlike između razdioba vrijednosti protoka vozila prisutnih u prometnom toku na autocestama i brzim cestama, promatrani empirijski uzorak podijeljen je na dva parcijalna uzorka na temelju vrijednosti sadržanih u podatkovnom stupcu 'Kategorija' integrirane baze podataka, pri čemu su u prvi parcijalni uzorak uključene sve vrijednosti ekspanziranih satnih protoka utvrđene na odsječcima autocesta, dok su drugom parcijalnom uzorku pridružene sve vrijednosti ekspanziranih satnih protoka utvrđene na odsječcima brzih cesta. Histogrami apsolutnih i relativnih frekvencija ekspanziranih satnih protoka vozila utvrđenih na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta, dobiveni na temelju analize navedenih parcijalnih uzoraka prikazani su na Grafikon 20. i Grafikon 21.



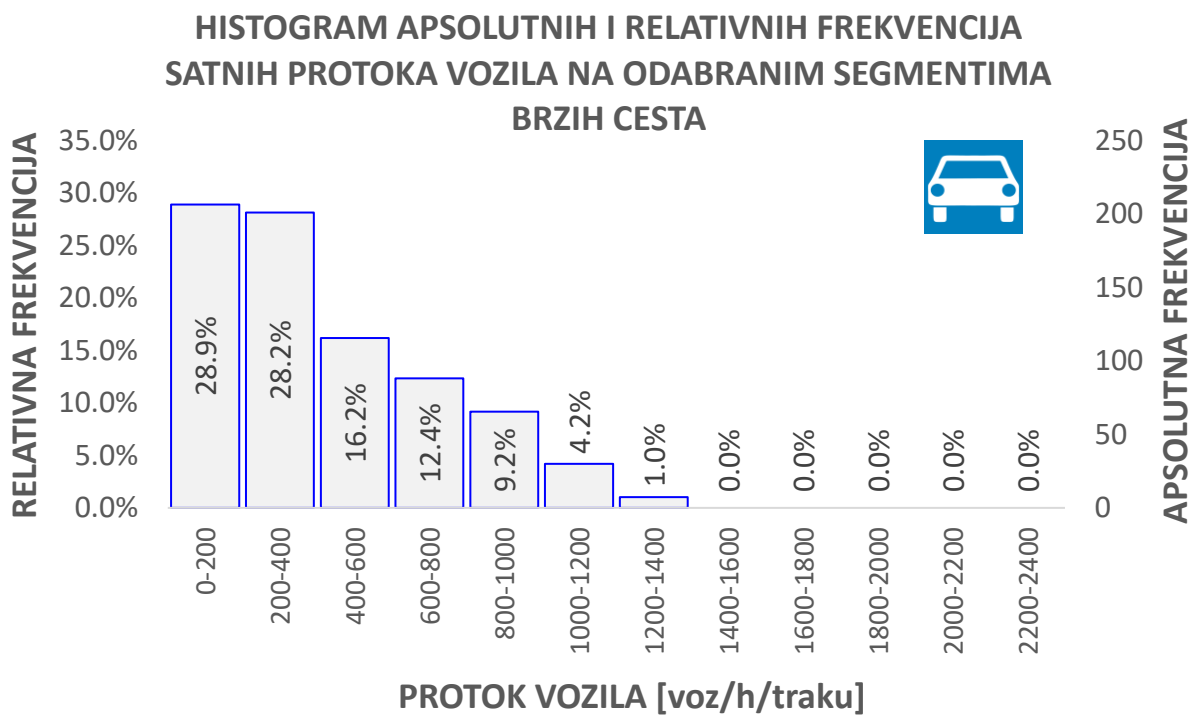
Grafikon 18. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) ekspanziranih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 19. Percentilna krivulja vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.



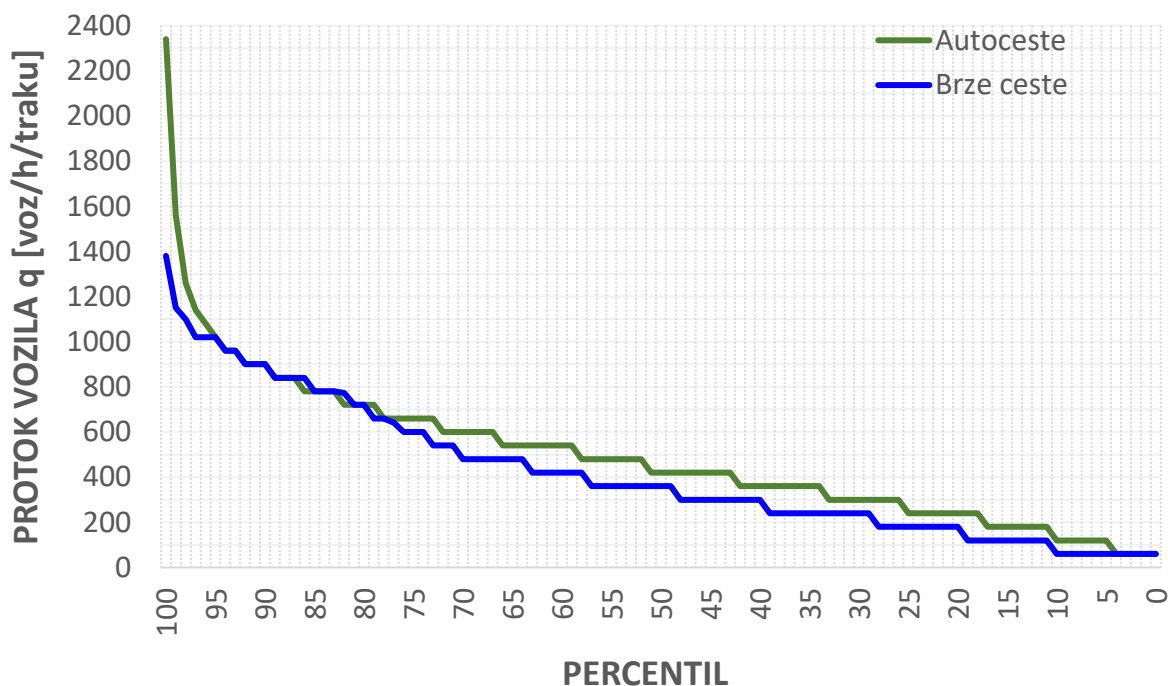
Grafikon 20. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima autocesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 21. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima brzih cesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

Komparativnom analizom podataka prikazanih na Grafikon 20. i Grafikon 21. utvrđeno je da je desnostrano asimetričan oblik razdiobe satnih protoka vozila prisutan kod obje promatrane kategorije cesta visokog učinka. Brze ceste, u usporedbi s autocestama, pokazuju još izraženiju pozitivnu asimetriju razdiobe, pri čemu se više od polovine vrijednosti (57,1 %) satnih protoka vozila utvrđenih na promatranim odsječcima brzih cesta nalazi u intervalu od 0 do 400 voz/h/traku, dok se na promatranim odsječcima autocesta u tom intervalu nalazi komparativno manji udio (42,1 %) vrijednosti satnih protoka vozila. Oko dvije trećine vrijednosti satnih protoka vozila (66,4 %) utvrđenih na autocestama te gotovo tri četvrtine (73,3 %) vrijednosti satnih protoka utvrđenih na brzim cestama niže su od 600 voz/h/traku. Satni protoci vozila između 600 voz/h/traku i 1000 voz/h/traku pojavljuju se u 27,7 % slučajeva na autocestama te u 21,6 % slučajeva na brzim cestama. Vrijednosti satnih protoka vozila više od 1000 voz/h/traku pojavljuju se u svega 6 % slučajeva na autocestama te u 5,2 % slučajeva na brzim cestama.

#### PERCENTILNE KRIVULJE SATNIH PROTOKA VOZILA UTVRĐENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA AUTOCESTA I BRZIH CESTA



Grafikon 22. Percentilna krivulja vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.

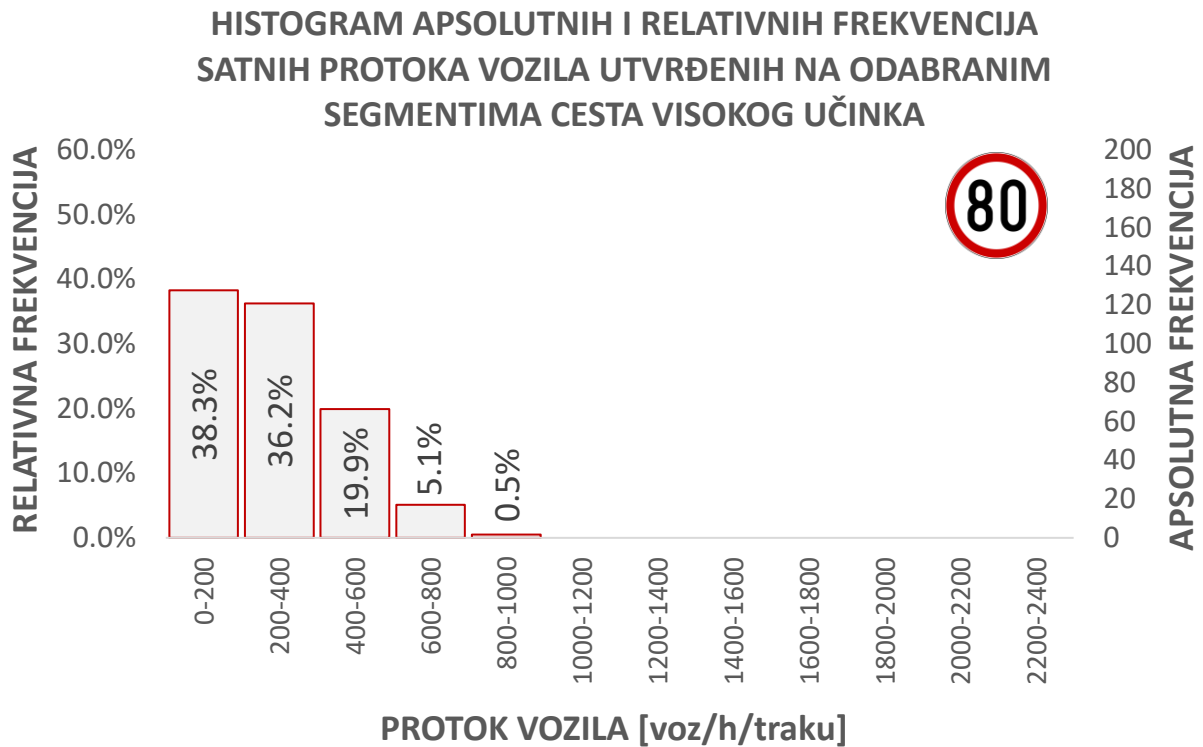
Grafikon 22. daje komparativan prikaz percentilnih krivulja satnih protoka vozila utvrđenih analizom empirijskih uzoraka prikupljenih na promatranim odsječcima autocesta i

brzih cesta. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu vidljivo je da vrijednosti od 5. do 75. percentila satnog protoka vozila utvrđene na autocestama imaju relativno više vrijednosti od percentilnih vrijednosti utvrđenih na brzim cestama. Komparativnom analizom utvrđenih percentilnih vrijednosti utvrđeno je da su u tom intervalu percentilne vrijednosti satnog protoka na autocestama u prosjeku za 173 voz/h/traku veće u odnosu na percentilne vrijednosti satnog protoka na brzim cestama. U intervalu od 75. do 95. percentila ta se razlika smanjuje na 154 voz/h/traku, dok se u intervalu od 95. do 100. percentila navedena razlika značajno povećava, sa 154 voz/h/traku na 960 voz/h/traku.

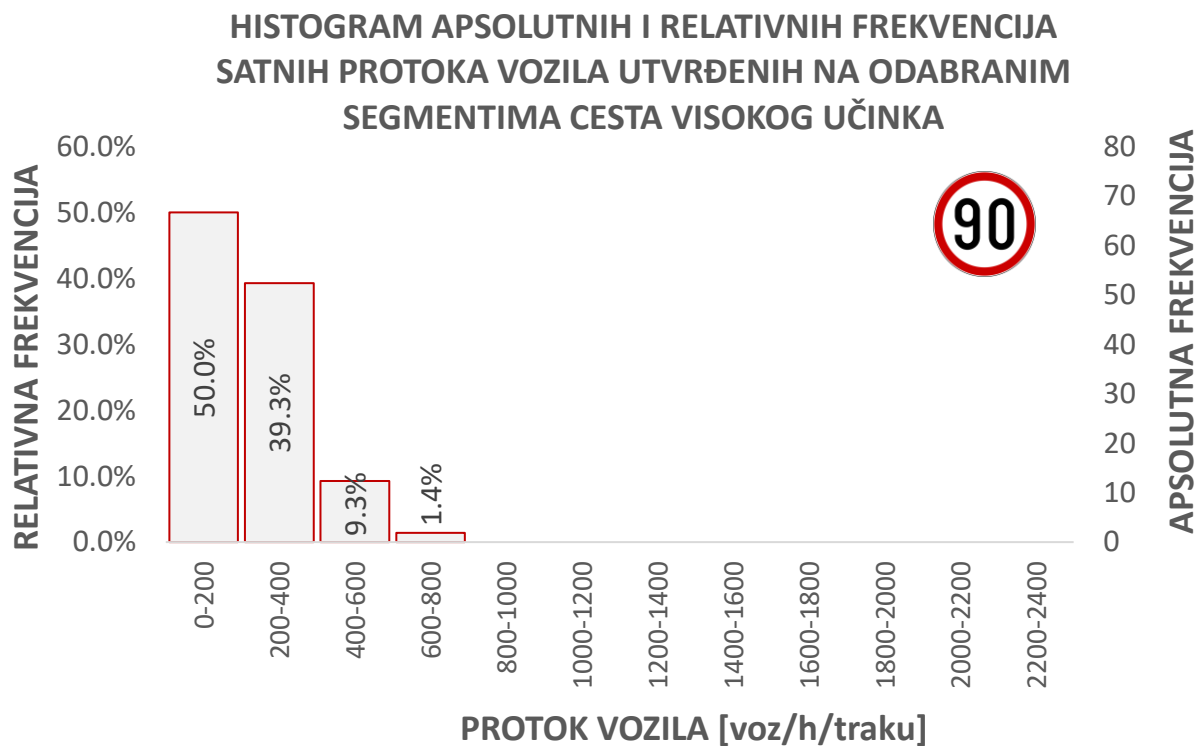
Kako bi se utvrdilo postoje li razlike između oblika razdioba satnih protoka vozila pri različitim ograničenjima brzine na promatranim odsječcima cesta visokog učinka, empirijski uzorak utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila podijeljen je na šest parcijalnih uzoraka na temelju vrijednosti sadržanih u podatkovnom stupcu 'Ograničenje brzine', tako da prvi parcijalni uzorak sadrži satne protoke vozila utvrđene na svim odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem od 80 km/h, drugi parcijalni uzorak satne protoke vozila utvrđene na svim odsječcima s ograničenjem od 90 km/h te treći, četvrti, peti i šesti parcijalni uzorci sve satne protoke vozila utvrđene na odsječcima s ograničenjem od 100 km/h, 110 km/h, 120 km/h i 130 km/h, slijedom.

Histogrami apsolutnih i relativnih frekvencija satnih protoka vozila utvrđenih u prometnom toku na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjima brzine od 80 do 130 km/h, dobiveni na temelju analize navedenih parcijalnih uzoraka prikazani su na Grafikonima od Grafikon 23. do Grafikon 28. Na temelju prikazanih podataka može se uočiti da se oblik razdiobe utvrđenih vrijednosti satnih protoka znatno mijenja pri promjeni ograničenja brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Pri ograničenju brzine od 80 km/h razdioba satnih protoka ima desnostrano asimetričan oblik (pozitivnu asimetričnost), što znači da se pri tom ograničenju brzine najčešće pojavljuju niske vrijednosti protoka vozila. U gotovo tri četvrtine slučajeva (74,5 %) utvrđene vrijednosti satnih protoka niže su od 400 voz/h/traku, a u 94,4 % slučajeva veličina satnog protoka vozila ne prelazi vrijednost od 600 voz/h/traku.

Na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem od 90 km/h razdioba vrijednosti satnih protoka vozila poprima još više izražen desnostrano asimetričan oblik što odražava činjenicu da se pri ovom ograničenju brzine još učestalije javljaju izrazito niske vrijednosti protoka vozila. Pritom je polovina utvrđenih vrijednosti satnih protoka niža od 200 voz/h/traku, a u 89,3 % slučajeva vrijednosti satnih protoka manje su od 400 voz/h/traku. Kod ograničenja brzine od 100 km/h, razdioba satnih protoka vozila poprima znatno drugačiji oblik.

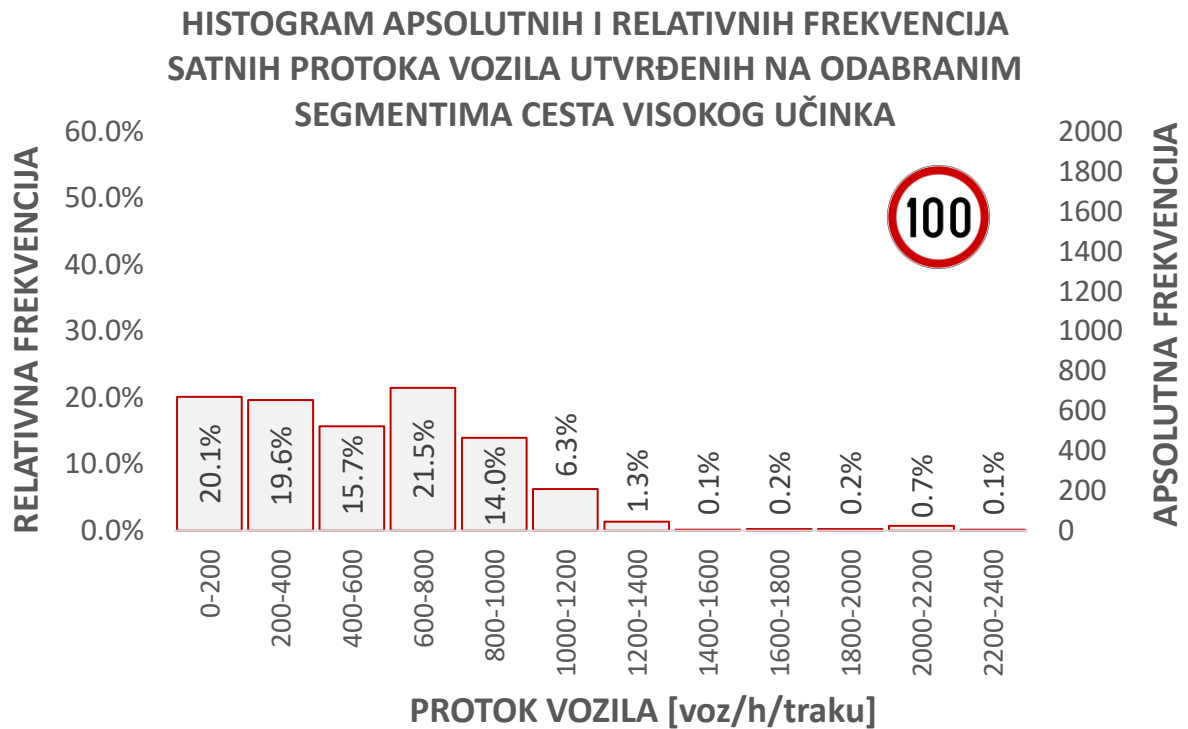


Grafikon 23. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 80 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

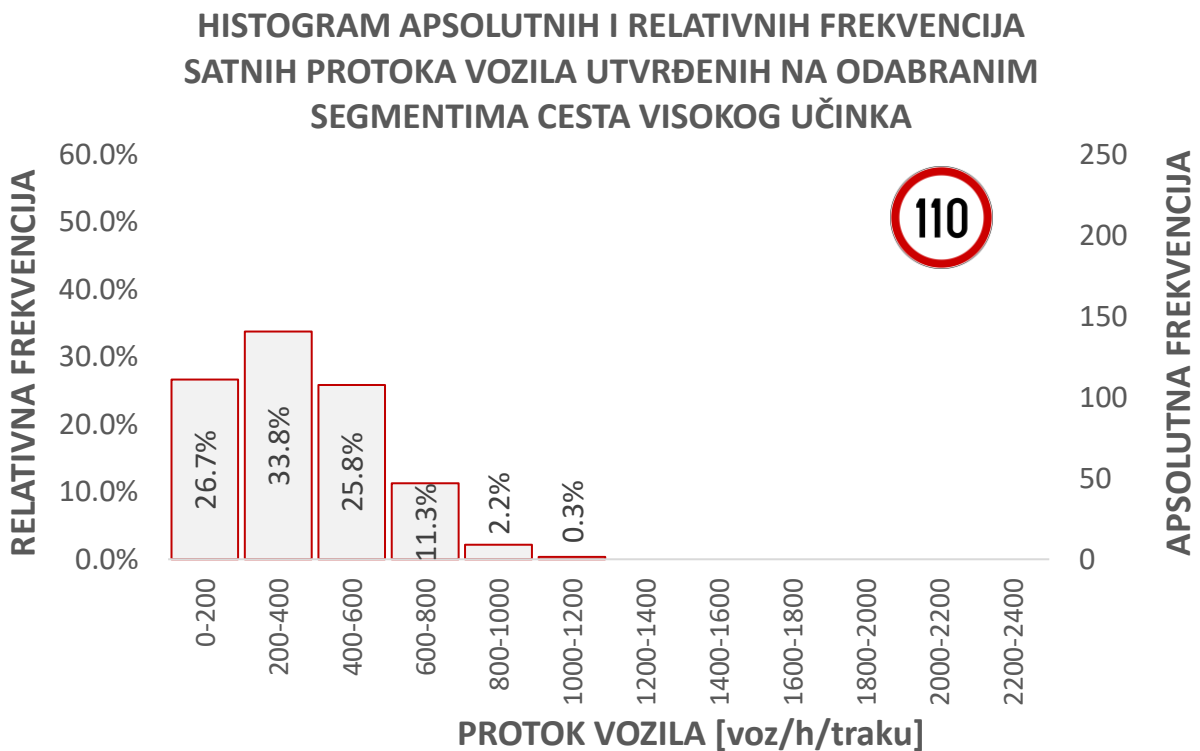


Grafikon 24. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 90 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

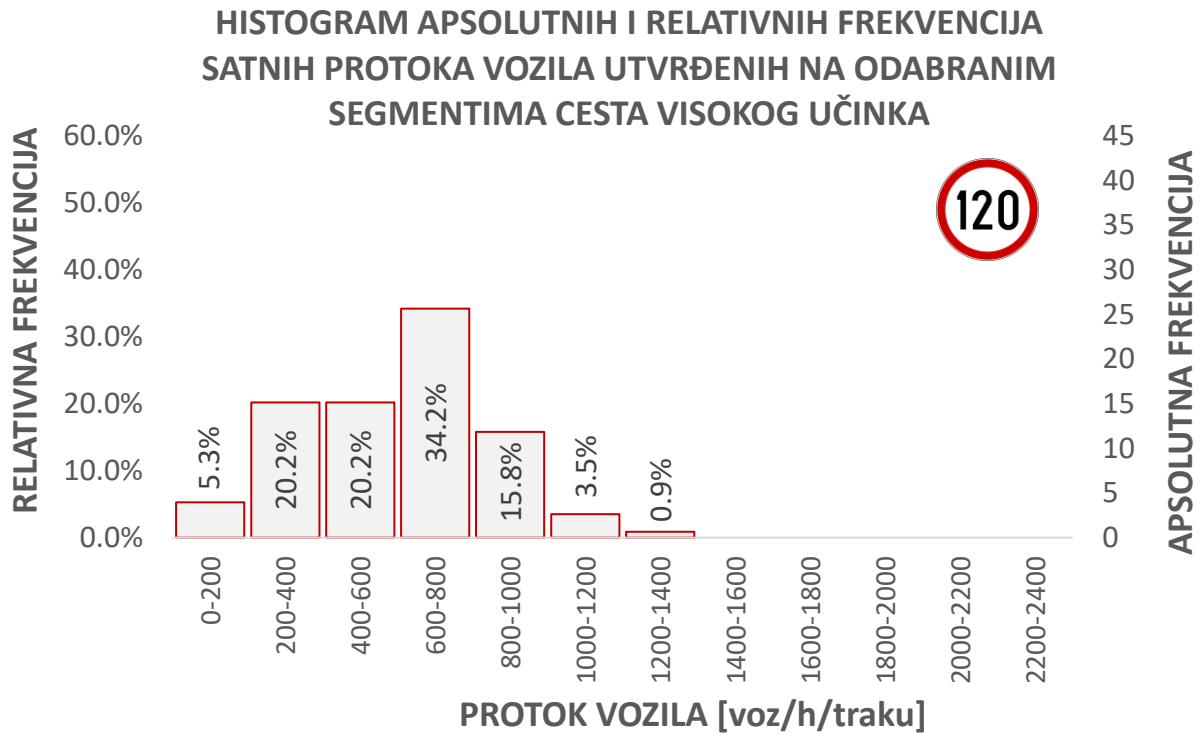




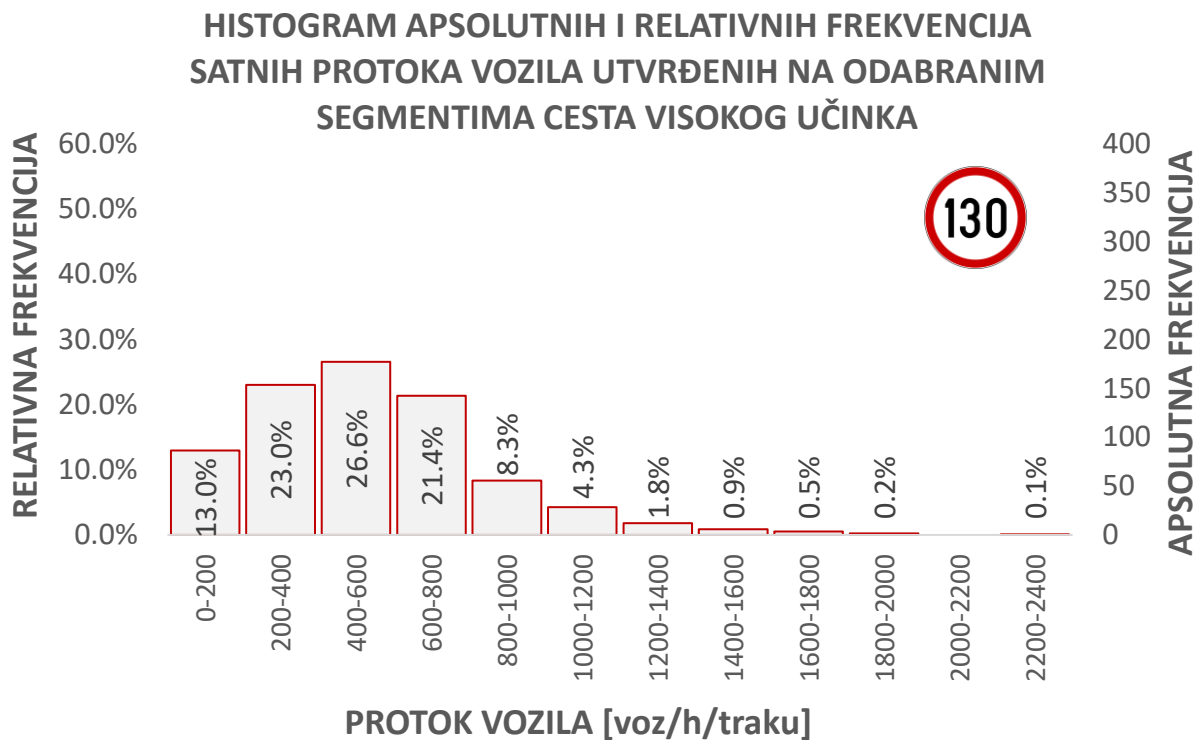
Grafikon 25. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 100 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 26. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 110 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.



Grafikon 27. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 120 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

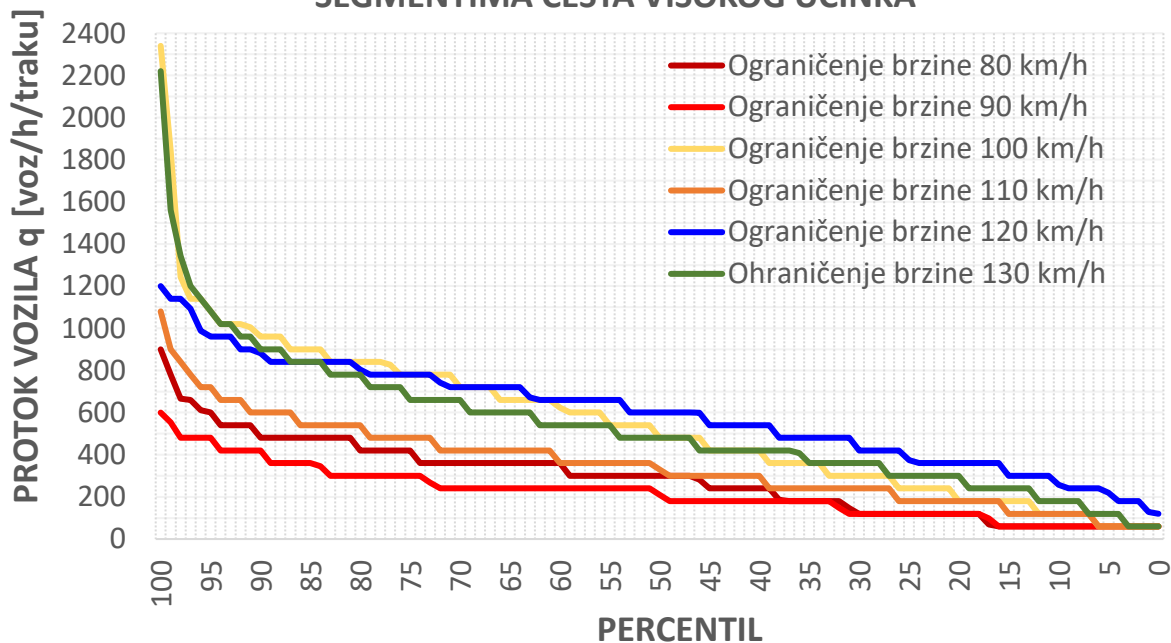


Grafikon 28. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 130 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora.

Utvrđene vrijednosti satnih protoka približno su ravnomjerno raspoređene u rasponu od 0 do 800 voz/h/traku, dok je udio satnih protoka većih od 800 voz/h/traku zabilježen u relativno manjem broju slučajeva. Pritom je više od polovine utvrđenih vrijednosti protoka vozila (55,4 %) niže od 600 voz/h/traku, više od tri četvrtine vrijednosti (76,9 %) niže je od 800 voz/h/traku, a oko 90 % vrijednosti satnih protoka vozila nalazi se ispod 1000 voz/h/traku. Preostalih 10 % utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila nalazi se u intervalu od 1000 do 2400 voz/h/traku.

Pri ograničenju brzine od 110 km/h, razdioba satnih protoka vozila ponovo poprima pozitivno asimetričan oblik, ali s komparativno većim udjelom vrijednosti protoka vozila višim od 400 voz/h/traku, u odnosu na razdiobe utvrđene pri ograničenjima brzine od 80 km/h i 90 km/h. Pritom još uvijek više od polovine utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila (60,5 %) ima vrijednost nižu od 400 voz/h/traku, oko četvrtina utvrđenih vrijednosti satnih protoka (25,8 %) veličine je između 400 voz/h/traku i 600 voz/h/traku, 11,3 % vrijednosti satnih protoka nalazi se u rasponu od 600 do 800 voz/h, a protoci vozila veći od 1000 voz/h/traku zabilježeni su u samo 2,5 % slučajeva.

### PERCENTILNA KRIVULJA SATNIH PROTOKA VOZILA UTVRĐENIH NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA



Grafikon 29. Percentilne krivulje utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora.

Na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 120 km/h, razdioba satnih protoka vozila pokazuje značajno viši postotak vrijednosti protoka većih od 600 voz/h/traku u odnosu na odsječke cesta visokog učinka s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 110 km/h. Pri ograničenju od 120 km/h manje od polovine utvrđenih vrijednosti satnih protoka (45,7 %) niže je od 600 voz/h/traku, pola utvrđenih vrijednosti protoka vozila nalazi se u intervalu od 600 do 1000 voz/h/traku, a preostalih 4,4 % vrijednosti protoka veće je od 1000 voz/h/traku.

Pri ograničenju brzine od 130 km/h, razdioba satnih protoka vozila pokazuje desnostrano asimetričan oblik, pri čemu je malo više od trećine utvrđenih vrijednosti satnog protoka (36 %) niže od 400 voz/h/traku, više od polovine utvrđenih vrijednosti protoka (56,3 %) nalazi se u intervalu od 400 do 1000 voz/h, a preostalih 7,7 % vrijednosti satnih protoka veće je od 1000 voz/h/traku.

Na temelju komparativne analize percentilnih krivulja satnih protoka vozila utvrđenih za odabrane segmente cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h (Grafikon 29.), utvrđene su značajne razlike u percentilnim vrijednostima satnih protoka vozila pri različitim ograničenjima brzine. Medijalna vrijednost satnog protoka vozila, ovisno o ograničenju brzine, kreće se u rasponu od 240 voz/h/traku do 600 voz/h/traku, a vrijednost 85-percentila satnog protoka vozila od 360 voz/h/traku do 900 voz/h/traku.

#### **4.4. Rezultati komparativne analize vrijednosti parametara deskriptivne statistike utvrđenih za promatrane parametre prometnog toka**

Kako bi se dobio detaljniji uvid u prostorno-vremenske značajke prometnog toka na promatranim odsječcima cesta visokog učinka, odnosno utvrdile odgovarajuće matematičke relacije između parova vrijednosti mjerodavnih makroskopskih parametara, za svaki promatrani parametar prometnog toka, utvrđene su vrijednosti mjerodavnih statističkih indikatora. Komparativni prikazi vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike utvrđenih za pojedine parametre prometnog toka na temelju analize cjelokupnoga statističkog uzorka i parcijalnih uzoraka prikupljenih na odsječcima autocesta i brzih cesta, dani su u Tablicama od Tablica 13. do Tablica 15. Kako bi se utvrdile značajke fluktuacija u izmjeranim vrijednostima parametara prometnog toka, bilo je potrebno ispitati varijacije vrijednosti aritmetičke sredine, medijana te percentilnih vrijednosti parametara prometnog toka. Iz podataka navedenih u Tablica 13 od 13. do 15., vidljivo je da se utvrđene vrijednosti brzine prometnog toka, protoka vozila i gustoće prometnog toka u prikupljenom statističkom uzorku

kreću u intervalima  $V \in [21,7, 239,3 \text{ km/h}]$ ,  $q \in [60, 2340 \text{ voz/h/traku}]$  i  $g \in [0, 66,13 \text{ voz/km/traku}]$ . Vrijednosti 85-percentilne vrijednosti brzine prometnog toka, protoka vozila i gustoće iznose 141,4 km/h, 780 voz/h/traku i 6,88 voz/km/traku, slijedom.

Utvrđene vrijednosti indikatora disperzije pokazuju najveću razinu raspršenosti podataka oko aritmetičke sredine za utvrđene vrijednosti protoka vozila, pri čemu standardna devijacija empirijskih vrijednosti protoka na prometnicama visokog učinka iznosi 306,4 voz/h/traku, dok vrijednosti interkvartilnog raspona i raspona varijacije utvrđenih vrijednosti satnih protoka iznose 420 voz/h/traku i 2280 voz/h/traku, slijedom. Izmjerene vrijednosti brzine vozila u prometnom toku na promatranim odsječcima cesta visokog učinka pokazuju znatno manje oscilacije oko aritmetičke sredine, nego što je to slučaj kod satnih protoka vozila. Utvrđena vrijednost standardne devijacije brzina vozila izmjerenih na promatranim cestama visokog učinka iznosi 22,1 km/h. Vrijednosti interkvartilnog raspona i raspona varijacije izmjerenih brzina iznose 29,3 km/h i 217,6 km/h, slijedom. Razina varijabilnosti utvrđenih vrijednosti gustoće prometnog toka oko aritmetičke sredine još je manja, nego što je to slučaj kod izmjerenih vrijednosti brzina, pri čemu vrijednost standardne devijacije gustoće iznosi 5,12 voz/km/traku, dok vrijednosti interkvartilnog raspona i raspona varijacije utvrđenih vrijednosti gustoće iznose 3,54 voz/km/traku i 65,88 voz/km/traku, slijedom.

Dobivene vrijednosti koeficijenta asimetričnosti pokazuju blago negativno asimetričan oblik za empirijsku distribuciju izmjerenih brzina vozila, blago pozitivnu asimetričnost empirijske distribucije satnih protoka vozila i izrazito pozitivnu asimetričnost empirijske distribucije gustoće prometnog toka. S druge strane, utvrđene vrijednosti koeficijenta spljoštenosti pokazuju da su empirijske razdiobe izmjerenih brzina vozila i satnih protoka vozila oblikom spljoštenije od krivulje normalne razdiobe (blago platikurtične razdiobe), dok empirijska razdioba gustoće prometnog toka ima znatno šiljastiji oblik u odnosu na normalnu krivulju – Gaussovu razdiobu (izrazito leptokurtična razdioba).

Tablica 13. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke izmjerenih vrijednosti brzine prometnog toka prikupljene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora.

PARAMETAR	BRZINA PROMETNOG TOKA [km/h]			
	UKUPNO	AUTOCESTE ( $V_{AC}$ )	BRZE CESTE ( $V_{BC}$ )	$\left(\frac{V_{AC}}{V_{BC}} - 1\right) \cdot 100$ [%]
Minimum	21,7	21,7	69,7	-68,8 %
I. kvartil	106,0	113,6	97,0	17,1 %
Harmonijska sredina	113,7	116,3	106,0	9,8 %
Medijan	121,3	125,3	106,1	18,1 %
Aritmetička sredina	120,2	123,9	108,7	14,0 %
III. kvartil	135,3	137,7	119,0	15,7 %
85. percentil	141,4	143,7	127,5	12,8 %
Maksimum	239,3	239,3	180,0	33,0 %
Mod	159,2	159,2	139,7	14,0 %
Raspon varijacije	217,6	217,6	110,3	97,3 %
Interkvartilni raspon	29,3	24,1	22,0	9,5 %
Varijanca	489,0	492,5	301,7	63,3 %
Standardna devijacija	22,1	22,2	17,4	27,8 %
Koeficijent varijacije	0,2	0,2	0,2	12,0 %
Koeficijent asimetrije	-0,7	-1,1	0,5	-299,2 %
Koeficijent spljoštenosti	2,5	4,2	0,2	2229,4 %

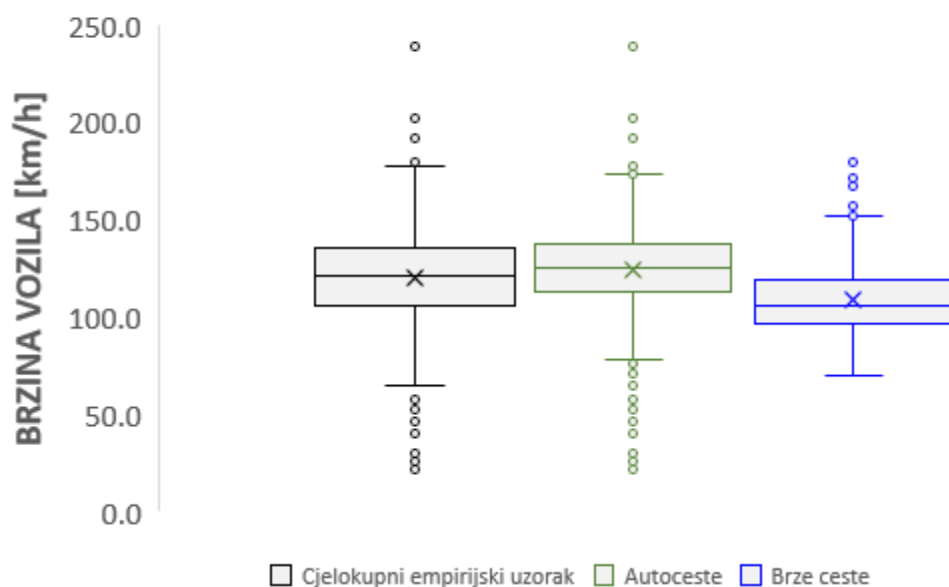
Tablica 14. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke vrijednosti protoka vozila prikupljene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora.

PARAMETAR	PROTOK VOZILA [voz/h/traku]			
	UKUPNO	AUTOCESTE ( $q_{AC}$ )	BRZE CESTE ( $q_{BC}$ )	$\left(\frac{q_{AC}}{q_{BC}} - 1\right) \cdot 100$ [%]
Minimum	60,0	60,0	60,0	0 %
I. kvartil	240,0	240,0	180,0	33,3 %
Harmonijska sredina	268,8	293,0	213,6	37,2 %
Medijan	420,0	420,0	360,0	16,7 %
Aritmetička sredina	473,2	491,2	416,9	17,8 %
III. kvartil	660,0	660,0	600,0	10,0 %
85. percentil	780,0	780,0	780,0	0,0 %
Maksimum	2340,0	2340,0	1380,0	69,6 %
Mod	420,0	420,0	60,0	600,0 %
Raspon varijacije	2280,0	2280,0	1320,0	72,7 %
Interkvartilni raspon	420,0	420,0	420,0	0,0 %
Varijanca	93857,9	94677,6	87217,2	8,6 %
Standardna devijacija	306,4	307,7	295,3	4,2 %
Koeficijent varijacije	0,6	0,6	0,7	-11,6 %
Koeficijent asimetrije	1,2	1,4	0,8	63,4 %
Koeficijent spljoštenosti	2,8	3,5	-0,2	-1767,5 %

Tablica 15. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke vrijednosti gustoće prometnog toka utvrđene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora.

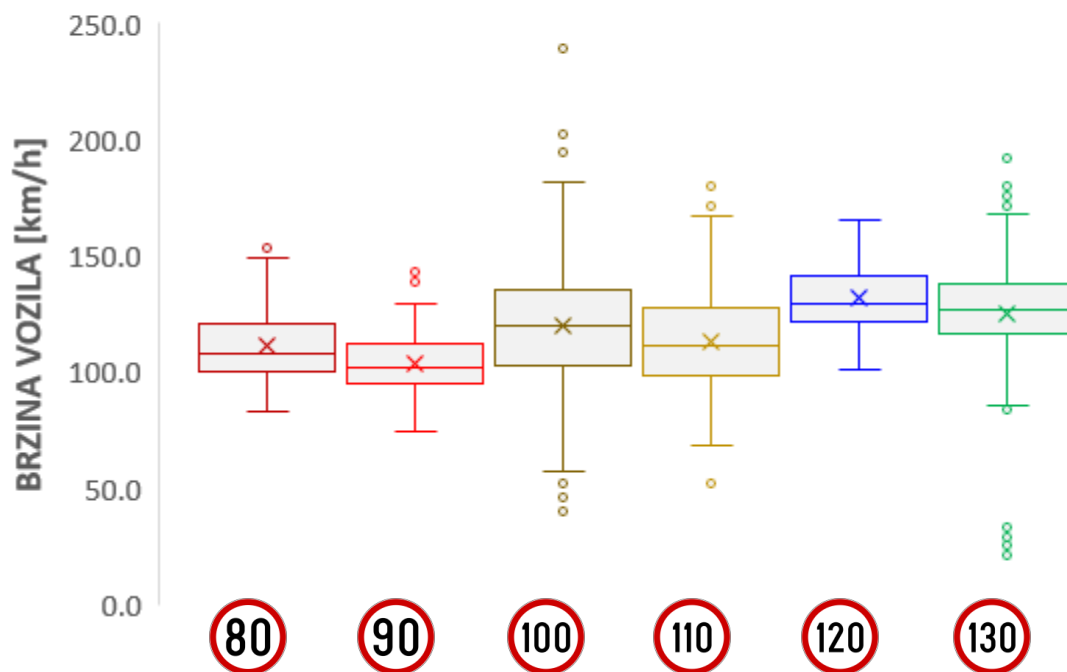
PARAMETAR	GUSTOĆA PROMETNOG TOKA [voz/km/traku]			
	UKUPNO	AUTOCESTE (g <sub>AC</sub> )	BRZE CESTE (g <sub>BC</sub> )	$\left(\frac{g_{AC}}{g_{BC}} - 1\right) \cdot 100$ [%]
Minimum	0	0	0	0 %
I. kvartil	1,99	2,08	1,60	30,1 %
Harmonijska sredina	2,13	2,24	1,84	21,7 %
Medijan	3,53	3,60	3,18	13,0 %
Aritmetička sredina	4,48	4,59	4,14	10,7 %
III. kvartil	5,52	5,51	5,66	-2,6 %
85. percentil	6,88	6,68	8,31	-19,7 %
Maksimum	66,13	66,13	16,35	304,4 %
Mod	0,38	0,38	0,43	-12,3 %
Raspon varijacije	65,88	65,88	16,02	311,2 %
Interkvartilni raspon	3,54	3,43	4,06	-15,6 %
Varijanca	26,19	31,02	10,87	185,5 %
Standardna devijacija	5,12	5,57	3,30	69,0 %
Koeficijent varijacije	1,14	1,21	0,80	52,6 %
Koeficijent asimetrije	6,11	6,14	1,07	474,6 %
Koeficijent spljoštenosti	51,18	47,34	0,35	13585,2 %

KUTIJASTI DIJAGRAM IZMJERENIH VRIJEDNOSTI BRZINE VOZILA U PROMETNOM TOKU NA ODABRANIM ODSJEČCIMA CESTA VISOKOG UČINKA



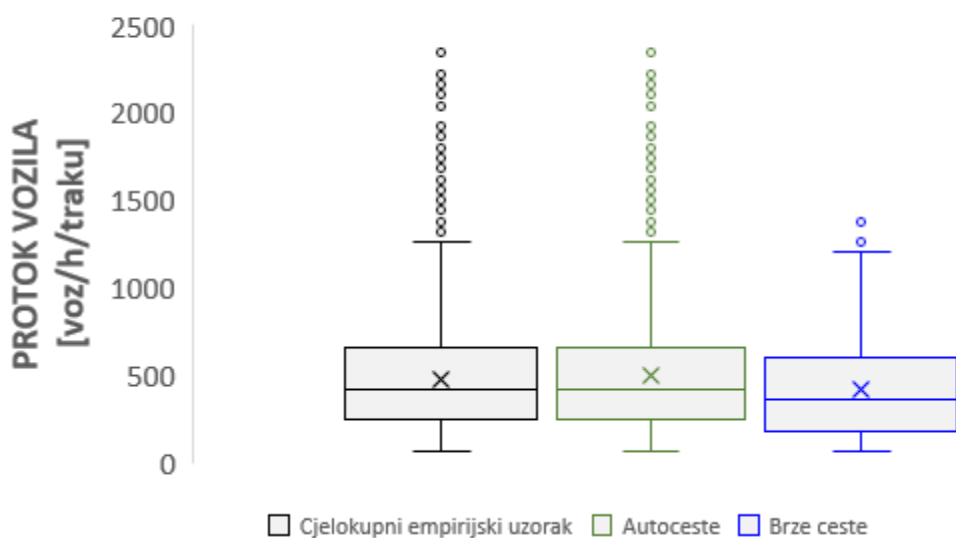
Grafikon 30. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti brzina vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.

**KUTIJASTI DIJAGRAM IZMJERENIH VRIJEDNOSTI BRZINE VOZILA NA  
ODABRANIM ODSJEČCIMA CESTA VISOKOG UČINKA S  
OGRANIČENJIMA BRZINE U RASPONU OD 80 DO 130 km/h**



Grafikon 31. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti brzina vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora.

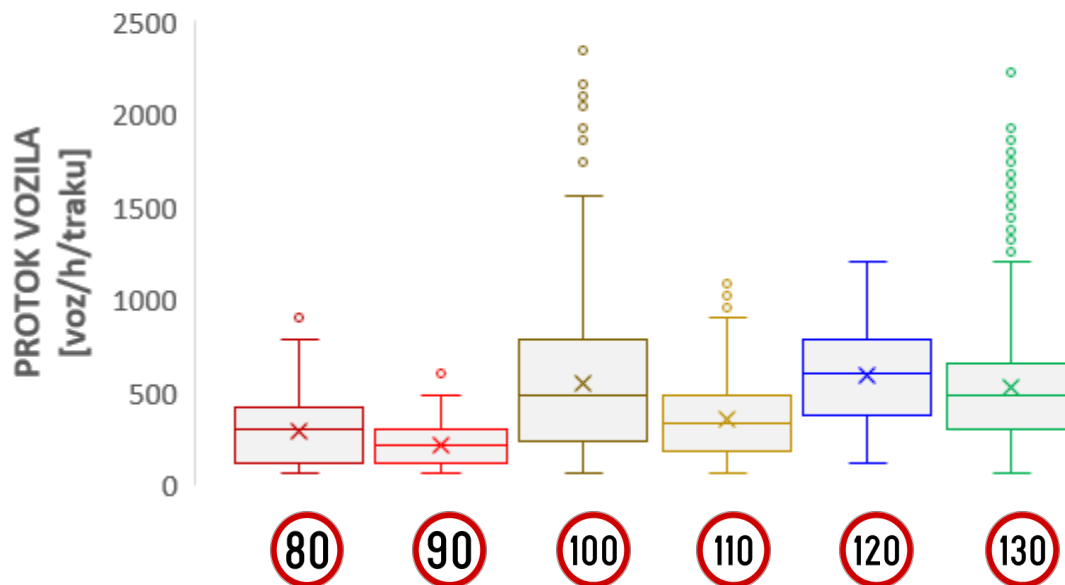
**KUTIJASTI DIJAGRAM UTVRĐENIH VRIJEDNOSTI  
SATNIH PROTOKA VOZILA NA ODABRANIM ODSJEČCIMA  
CESTA VISOKOG UČINKA**



Grafikon 32. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.

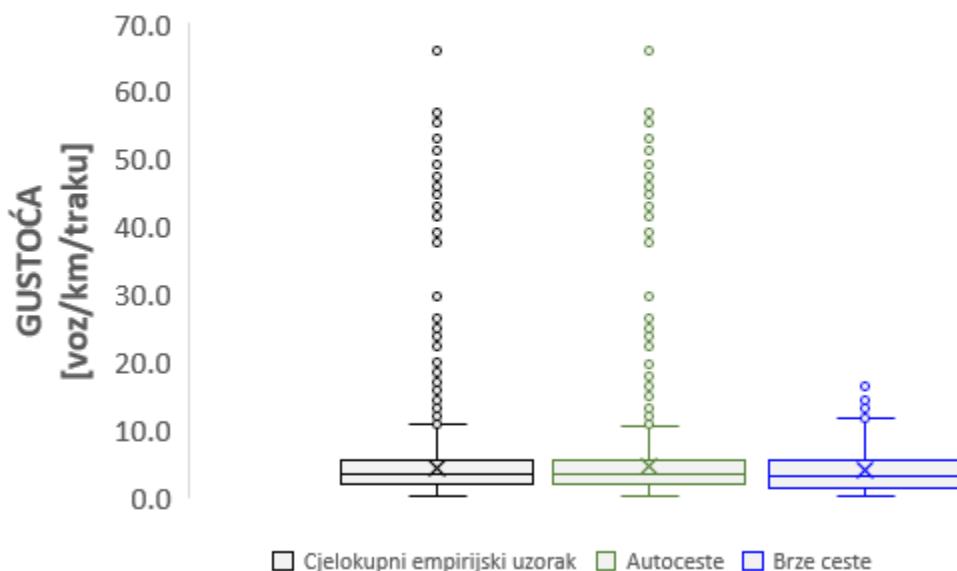


### KUTIJASTI DIJAGRAM IZMJERENIH VRIJEDNOSTI PROTOKA VOZILA NA ODABRANIM ODSJEČCIMA CESTA VISOKOG UČINKA S OGRANIČENJIMA BRZINE U RASPONU OD 80 DO 130 km/h

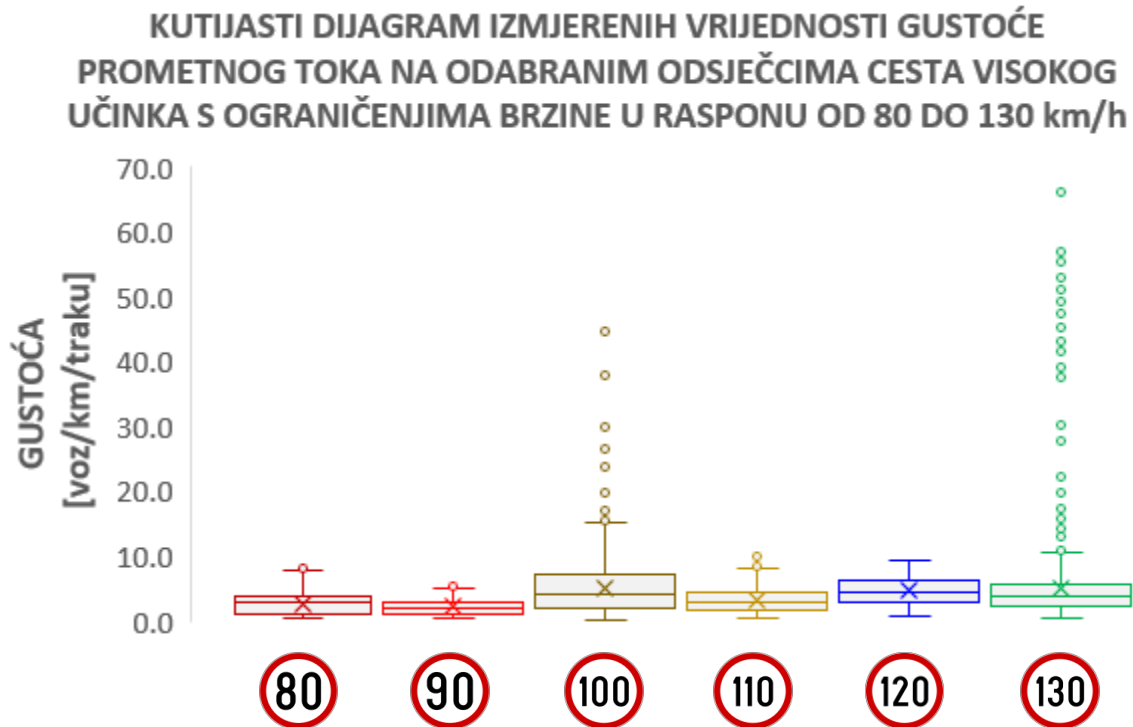


Grafikon 33. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora.

### KUTIJASTI DIJAGRAM UTVRĐENIH VRIJEDNOSTI GUSTOĆE PROMETNOG TOKA NA ODABRANIM ODSJEČCIMA CESTA VISOKOG UČINKA



Grafikon 34. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema utvrđenih vrijednosti gustoće prometnog toka na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora.



Grafikon 35. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti gustoće prometnog toka na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h.  
Izvor: obrada autora.

Od Grafikon 31. do Grafikon 35. dani su komparativni prikazi raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema vrijednosti brzina vozila, satnih protoka vozila i gustoće prometnog toka dobiveni na temelju analize cjelokupnoga empirijskog uzorka te parcijalnih uzoraka koji uključuju empirijske vrijednosti makroskopskih parametara prometnog toka utvrđene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj te odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h.

Ako se kompariraju vrijednosti brzine vozila izmjerene na odsječcima autocesta s vrijednostima brzina izmjerenim na odsječcima brzih cesta, tada se može uočiti da vozila u prometnom toku na promatranim odsječcima autocesta imaju za oko 18 % veću prosječnu te za oko 14 % veću medijalnu operativnu brzinu vozila u prometnom toku u odnosu na prosječnu i medijalnu operativnu brzinu vozila utvrđenu u prometnom toku na odsječcima brzih cesta. Širina interkvartilnog raspona izmjerenih vrijednosti brzina vozila podjednaka je na obje promatrane kategorije cesta visokog učinka te iznosi 24,1 km/h za autoceste i 22 km/h za brze ceste. Vrijednosti 25. i 75. percentila izmjerenih brzina vozila značajno se razlikuju ovisno o promatranjoj kategoriji ceste visokog učinka te iznose 113,6 km/h i 137,7 km/h na autocestama

te 97 km/h i 119 km/h na brzim cestama, slijedom. Vrijednost 25-percentilne brzine pritom je za oko 17 % veća, a vrijednost 75-percentilne brzine za oko 15,7 % veća na autocestama nego na brzim cestama. Osim toga, na temelju podataka prikazanih na Grafikon 30., evidentno je da empirijski uzorak prikupljen na odsječcima autocesta sadrži znatno veći broj ekstremnih vrijednosti brzina (engl. *outliers*), u odnosu na empirijski uzorak prikupljen na odsječcima brzih cesta. Utvrđeno je, također, da vrijednosti medijalne i prosječne brzine vozila, uz manje varijacije, pokazuju tendenciju rasta s porastom ograničenja brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. S druge strane, širine interkvartilnih raspona i raspona varijacije mijenjaju se nelinearno s povećanjem ograničenja brzine te dosežu svoj maksimum pri ograničenju brzine od 100 km/h, nakon čega s daljnjim povećanjem ograničenja brzine do 130 km/h dolazi do sužavanja njihovih širina (Grafikon 31.).

Na temelju komparativne analize vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odsječcima autocesta s vrijednostima satnih protoka utvrđenim na odsječcima brzih cesta, otkriveno je da autoceste imaju za 16,7 % veću vrijednost aritmetičke sredine te za 17,7 % veću medijalnu vrijednost satnog protoka vozila od brzih cesta. Širina interkvartilnog raspona utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila jednaka je na obje promatrane kategorije cesta visokog učinka te iznosi 420 voz/h/traku. Vrijednost 25-percentilnog protoka vozila dobivena analizom empirijskih vrijednosti protoka vozila utvrđenih na odsječcima autocesta veća je za 33 % od 25-percentilnog protoka utvrđenog na odsječcima brzih cesta. Razlika između 75-percentilnog protoka vozila utvrđenog za autoceste i brze ceste znatno je manja te iznosi 10 %. Na temelju podataka prikazanih na Grafikon 32., jasno je da je na promatranim odsječcima autocesta zabilježen puno veći broj ekstremnih vrijednosti protoka nego na brzim cestama. Osim toga, na temelju komparativne analize vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odsječcima autocesta s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h ustanovljeno je da postoje značajne varijacije u aritmetičkoj sredini i medijalnoj vrijednosti satnog protoka vozila te razlike u širini raspona varijacije i interkvartilnog raspona pri različitim ograničenjima brzine (Grafikon 33.). Najviše prosječne i medijalne vrijednosti satnih protoka vozila utvrđene su na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjima brzine od 100, 120 i 130 km/h, dok je najveća razina raspršenosti vrijednosti protoka oko srednjih vrijednosti prisutna pri ograničenju brzine od 100 km/h.

Usporedbom vrijednosti gustoće prometnog toka utvrđenih na odsječcima autocesta s vrijednostima gustoće na odsječcima brzih cesta, ustanovljene su približno jednake vrijednosti aritmetičke sredine, medijana i interkvartilnog raspona gustoće za obje promatrane kategorije

cesta visokog učinka (Grafikon 34.). Međutim, empirijski uzorak na temelju kojega su utvrđene vrijednosti gustoće prometnog toka na promatranim odsječcima autocesta sadrži znatno veći broj ekstremnih vrijednosti gustoće od empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima brzih cesta. Većina utvrđenih vrijednosti gustoće prometnog toka se, neovisno o promatranjoj kategoriji ceste visokog učinka, nalazi u uskom intervalu, od 0 do približno 10 voz/km/traku. Preostale vrijednosti gustoće nalaze se u intervalu od 10 do 70 voz/km/traku.

Na temelju komparativne analize vrijednosti gustoće prometnog toka utvrđenih na odsječcima cesta visokog učinka s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h (Grafikon 35.), ustanovljeno je da se vrijednosti aritmetičke sredine i medijana gustoće gotovo ne mijenjaju s promjenom ograničenja brzine. Relativno veće razlike u širinama raspona varijacije i interkvartilnog raspona prisutne su samo pri ograničenjima brzine od 100 i 130 km/h.

## 5. REZULTATI KORELACIJSKE I REGRESIJSKE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA

Radi identifikacije optimalnih teorijskih matematičkih formulacija odnosa između prosječnih vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i brzine prometnog toka i protoka vozila kao ovisnih varijabli, bilo je potrebno provesti korelacijsku i regresijsku analizu između empirijskih vrijednosti gustoće i brzine te gustoće i protoka, utvrđenih obradom zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Dok je korelacijskom analizom utvrđena jačina i smjer korelacije između empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, na temelju regresijske analize utvrđeni su optimalni oblici regresijskih funkcija na temelju kojih je moguće, uz minimalnu vrijednost sume kvadrata odstupanja, opisati odnose između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće u realnome prometnom toku na otvorenim dionicama autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj.

Za potrebe identifikacije optimalnog oblika regresijskih funkcija na temelju kojih se mogu najpreciznije opisati relacije između prosječnih vrijednosti navedenih parametara prometnog toka primijenjeno je pet različitih metoda regresijske analize, uključujući metodu linearne, nelinearne, ponderirane, kvantilne i multivarijantne (eng. *spline*) adaptivne regresijske analize. Optimalni oblici funkcija regresije identificirani su na temelju komparativne analize vrijednosti koeficijenta korelacije ( $r$ ) i determinacije ( $r^2$ ) te razine statističke signifikantnosti ( $p$ -vrijednosti) utvrđenih za modele regresije dobivene primjenom različitih metoda regresijske analize.

Rezultati provedene korelacijske i regresijske analize odnosa između empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka prikazani su u nastavku ovog poglavlja. Potpoglavlje 5.1. daje opis pet različitih metoda regresijske analize primijenjenih u sklopu ovih istraživanja. Rezultati provedene korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka utvrđenih na reprezentativnim segmentima mreže prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj prikazani su u potpoglavljima 5.2. i 5.3, a rezultati provedene komparativne analize modela regresije razvijenih za autoceste i brze ceste u potpoglavlju 5.4.

## 5.1. Primijenjene metode korelacijske i regresijske analize

Radi pronalaska optimalne funkcije regresije na temelju koje se, uz najmanju pogrešku mogu opisati matematičke relacije između prosječnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, u sklopu ovoga istraživanja primijenit će se ove metode korelacijske i regresijske analize<sup>32</sup>:

1. *Metoda linearne regresije*: Prema metodi linearne regresije pretpostavlja se da se relacije između gustoće prometnog toka kao neovisne varijable te brzine vozila kao ovisne varijabli mogu opisati na temelju različitih oblika linearnih funkcija, odnosno pravaca čiji je nagib definiran odnosom između promatranih parova empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka. Osnovna prednost metode linearne regresije nalazi se u jednostavnosti njezine primjene i mogućnosti jednostavne interpretacije rezultata dobivenih njezinom primjenom. S druge strane, njezini osnovni nedostaci proizlaze iz ograničene mogućnosti njezine primjene, budući da se linearna regresija može upotrebljavati samo u slučajevima postojanja linearne veze između neovisne varijable te zadovoljenja uvjeta homoskedastičnosti i prisutnosti normalne raspodjele rezidualnih vrijednosti regresije. U slučaju kad se promatraju dvije neovisne varijable ili više njih, tad je radi potvrde primjenjivosti linearne regresije potrebno provjeriti i zadovoljavanje uvjeta multikolinearnosti i multivarijatne normalnosti.
2. *Metode nelinearne regresije*: U ovu se skupinu ubrajaju konvencionalne metode nelinearne regresije uključujući logaritamsku, eksponencijalnu i polinomnu metodu regresijske analize. Te metode regresije omogućavaju modeliranje nelinearnih ovisnosti između prosječnih empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. Osnovna prednost ovih metoda regresije proizlazi iz činjenice da se one mogu, za razliku od linearnih modela učinkovito primijeniti u slučajevima kad nije zadovoljen uvjet homoskedastičnosti. Pritom su parametarske metode nelinearne regresije poput eksponencijalne, logaritamske i polinomne regresije korisne za modeliranje funkcija specifičnih nelinearnih oblika. Osnovni nedostatak parametarskih metoda nelinearne regresije leži u činjenici da se one temelje na pretpostavkama o funkcionalnom obliku veze između neovisnih i ovisnih varijabli te se zbog toga ne mogu toliko učinkovito primijeniti u slučajevima kad između neovisnih i ovisnih varijabli postoje kompleksniji odnosi koji se ne mogu opisati elementarnim matematičkim funkcijama. Osim toga, navedene parametarske metode nelinearne regresije znatno su osjetljivije na prisutnost ekstremnih vrijednosti u statističkom uzorku u odnosu na neparametarske metode regresije.

---

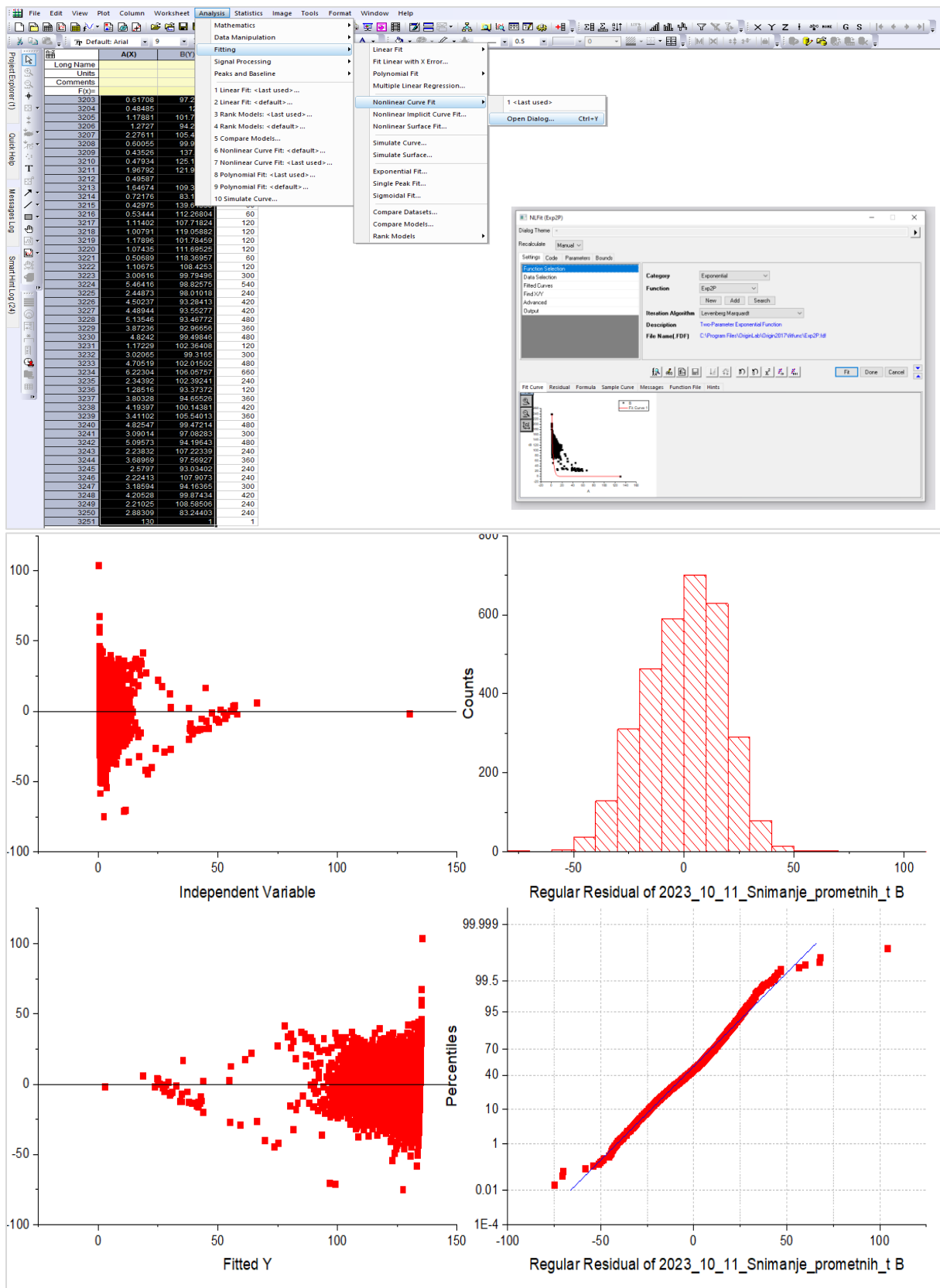
<sup>32</sup> Dok se na temelju korelacije utvrđuje samo povezanost ili odsutnost odnosa između promatranih varijabli, regresijskom analizom utvrđuje se na koji način promjene u vrijednostima neovisne varijable (ili varijabli) utječu na vrijednosti ovisne varijable.

## 5.2. Rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka

U ovome potpoglavlju prikazani su rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka utvrđenih obradom zračnih videozapisa snimljenih na reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Na temelju provedene korelacijske i regresijske analize utvrđena je jačina povezanosti između empirijske vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i brzine prometnog toka kao ovisne varijable te su identificirani optimalni oblici regresijskih funkcija prikladni za opis relacija između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka na svakom od odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata te kumulativni oblici regresijskih modela „brzina-gustoća“ prikladni za opis relacija između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće na autocestama i brzim cestama u Republici Hrvatskoj.

Prilikom utvrđivanja optimalnih oblika funkcija regresije primijenjene su metode linearne i nelinearne regresije, opisane u potpoglavlju 5.1. Postupak prilagodbe linearnih i nelinearnih regresijskih funkcija parovima empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka utvrđenih na odabranim odsječcima prometnica visokog učinka u Republici Hrvatskoj proveden je u *OriginLab OriginPro* softveru za statističku obradu podataka. Postupak prilagodbe linearnih funkcija pokrenut je u analitičkom modulu za linearnu prilagodbu (engl. *Linear Fit*), a postupak prilagodbe nelinearnih funkcija u modulu za nelinearno prilagođavanje krivulja (engl. *Nonlinear Curve Fit*) (Slika 14.).

Prije provedbe postupka prilagodbe linearnih i nelinearnih funkcija regresije iz integrirane baze podataka pohranjene u XLSX formatu izdvojeni su podatkovni stupci koji sadrže agregatne vrijednosti gustoće, brzine prometnog toka i protoka vozila te podatke o kategoriji ceste visokog učinka, postojećim ograničenjima brzine i prometnim trakovima na kojima su izmjerene empirijske vrijednosti parametara prometnog toka. Izdvojeni podatkovni stupci pohranjeni su u zasebnu datoteku XLSX formata, pod nazivom "regresijska\_analiza\_ulazni\_podatci", koja je zatim uvezena u *OriginLab OriginPro* softver. Nakon uvoza navedenih podataka, u *OriginLab OriginPro* softveru primjenom navedenih analitičkih modula ispitana je mogućnost prilagodbe više od 200 različitih linearnih i nelinearnih funkcija na prikupljeni empirijski uzorak. Za potrebe pronalaska optimalne pozicije i nagiba pravca regresije primijenjena je metoda najmanjih kvadrata, dok je za potrebe prilagodbe nelinearnih regresijskih funkcija primijenjen Levenberg-Marquardt algoritam.



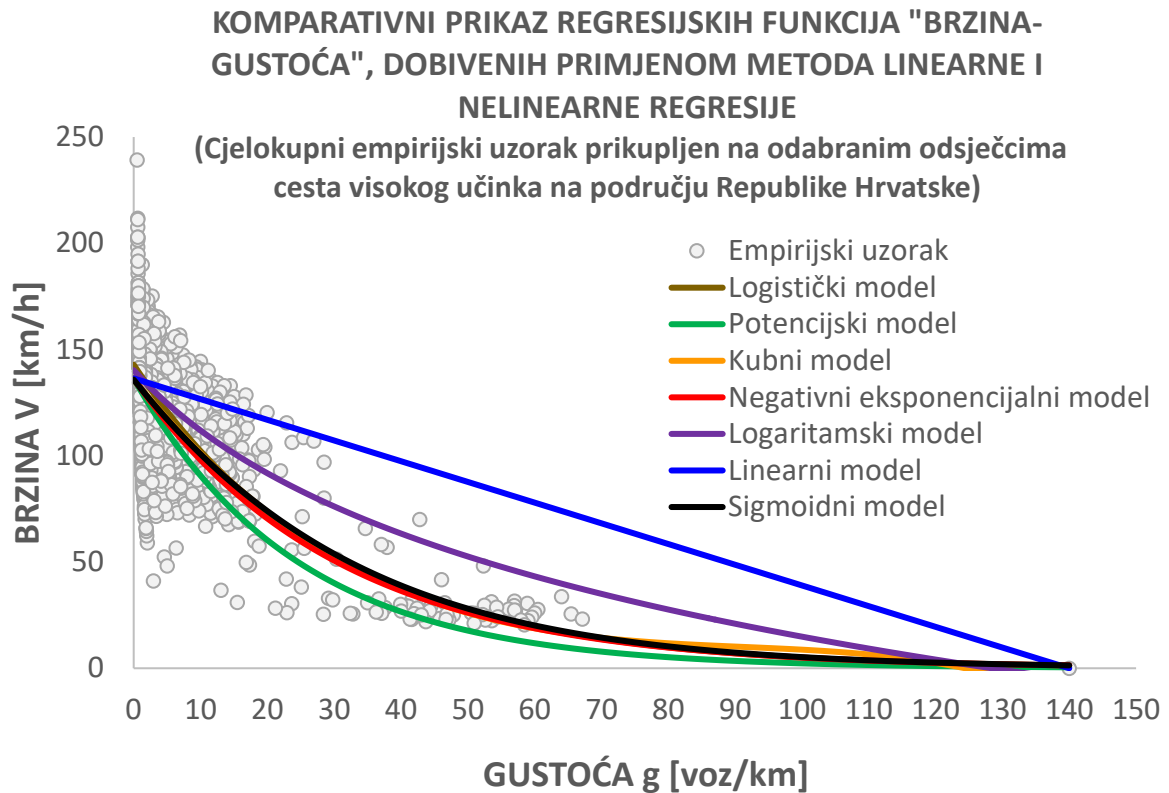
Slika 14. Primjer rezultata dobivenih provedbom postupaka linearne i nelinearne regresijske analize u *OriginLab OriginPro* softveru za statističku obradu podataka. Izvor: preuzeto iz *OriginLab OriginPro* softvera za statističku obradu podataka.



Na temelju navedene korelacijske i regresijske analize provedene u *OriginLab OriginPro* softveru, identificirani su najprikladniji oblici determinističke funkcije regresije  $V(g)$ , za koje su utvrđene najmanje sume kvadrata odstupanja svih pojedinačnih empirijskih parova vrijednosti  $(V_{ei}, g_{ei})$  od vrijednosti dobivenih funkcijom  $V(g)$ . Pritom je za daljnju komparativnu statističku analizu odabrano sedam funkcija regresije (osnovna linearna funkcija i šest nelinearnih funkcija), za koje je utvrđeno da najpreciznije opisuju odnos između empirijskih vrijednosti gustoće i brzine prometnog toka na promatranim odsječcima cesta visokog učinka.

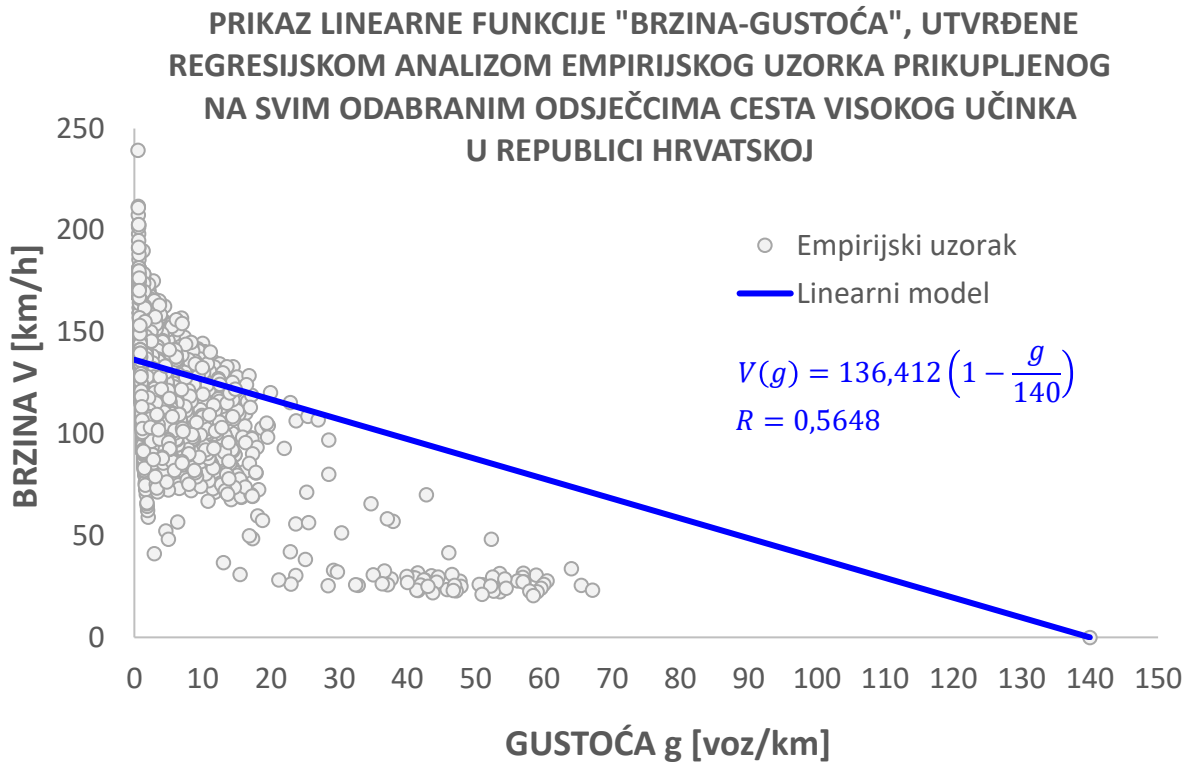
Konačno, kako bi se identificirala optimalna funkcija regresije za opis matematičke relacije između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka na prometnicama visokog učinka u Republici Hrvatskoj, za svaku od sedam odabranih funkcija regresije utvrđene su vrijednosti osam kvantitativnih i dva kvalitativna pokazatelja performansi modela regresije, uključujući: (1) Akaike informacijski kriterij (AIC); (2) Bayesov informacijski kriterij (BIC); (3) F-statistiku; (4) Koeficijent korelacije ( $r$ ); (5) Koeficijent determinacije ( $r^2$ ); (6) Srednju kvadratnu pogrešku (engl. *MSE – Mean Squared Error*); (7) Korijen srednje kvadratne pogreške (engl. *RMSE – Root Mean Squared Error*); (8) Srednju apsolutnu pogrešku (engl. *MAE – Mean Absolute Error*); (9) Broj parametara modela (složenost modela) ( $k$ ) i (10) Interpretabilnost modela ( $I$ ). Komparativnom analizom utvrđenih vrijednosti navedenih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi modela, identificiran je regresijski model koji u najboljem omjeru zadovoljava kriterij preciznosti opisa empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, jednostavnosti matematičke formulacije i mogućnosti jasnog tumačenja rezultata dobivenih primjenom modela.

Parovi empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka  $(V_{ei}, g_{ei})$  sadržani u statističkim uzorcima dobivenim obradom zračnih videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim reprezentativnim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj prikazane su točkama na dijagramima rasprostiranja. Uz svaki dijagram rasprostiranja prikazane su i jednadžbe utvrđenih regresijskih funkcija, zajedno s izračunanim vrijednostima koeficijenta regresije ( $r$ ). Rezultati provedene korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka prikazani su na Grafikonima od Grafikon 36. do Grafikon 43. Komparativni prikaz sedam funkcija regresije koje su odabrane na temelju provedenih postupaka prilagodbe linearnih i nelinearnih funkcija u *OriginLab OriginPro* softveru za obradu statističkih podataka dan je na Grafikon 36.

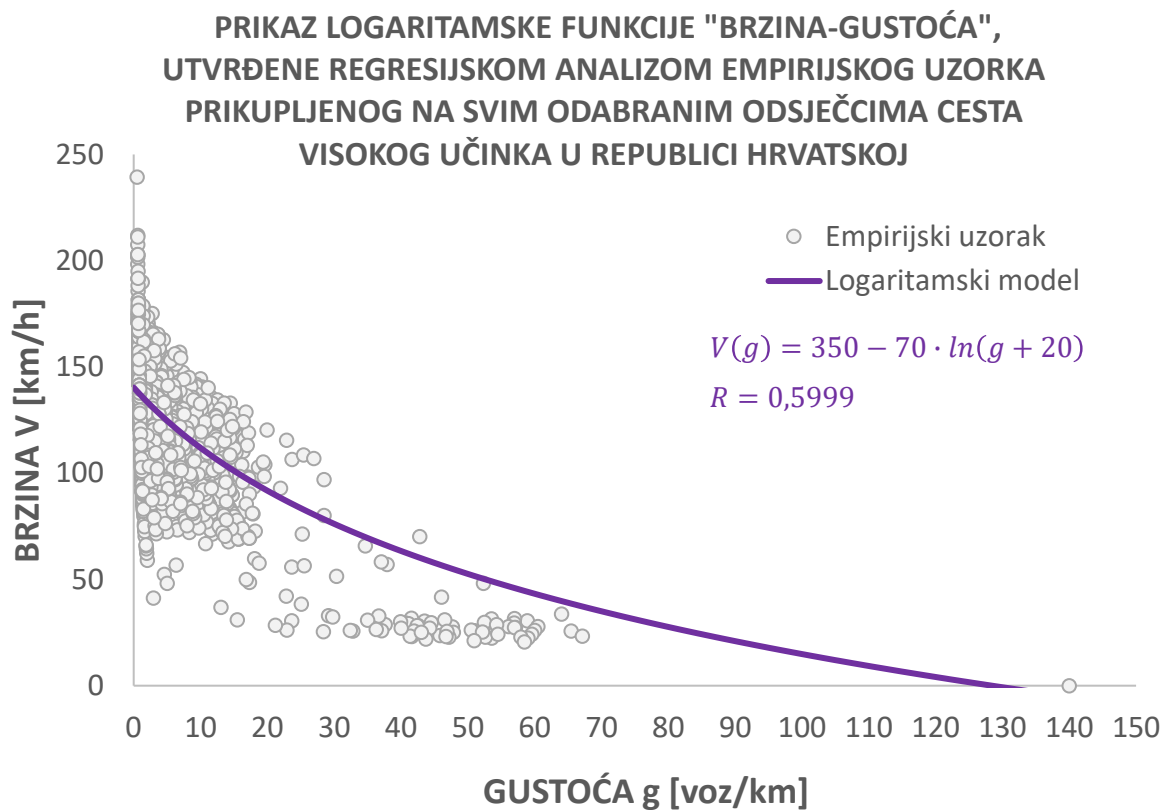


Grafikon 36. Komparativni prikaz regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ utvrđenih analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.

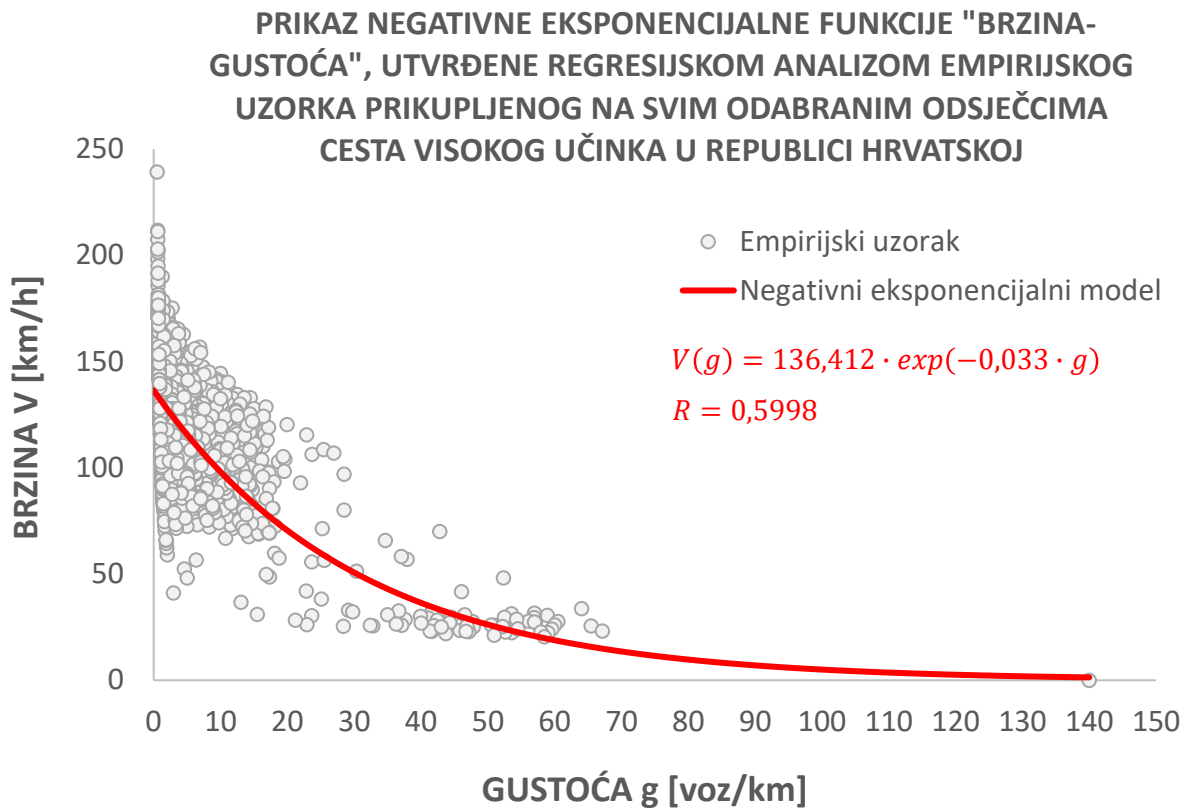
Na temelju podataka prikazanih na Grafikon 36., vidljiva je prisutnost negativne nelinearne korelacije između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Na dijagramu rasprostiranja „brzina-gustoća“, empirijske vrijednosti brzine u najvećoj su mjeri koncentrirane u intervalu vrijednosti gustoće od 0 do 20 voz/km/traku. U ovom području prisutna je i visoka disperzija izmjerenih vrijednosti brzine prometnog toka oko srednje prostorne brzine prometnog toka definirane promatranim regresijskim funkcijama „brzina-gustoća“. U intervalu vrijednosti gustoće od 20 do 40 voz/km/traku, dolazi do značajnog smanjenja broja te daljnjeg povećanja raspršenosti empirijskih vrijednosti brzine prometnog toka, dok je pri vrijednostima gustoće u rasponu od 40 do 70 voz/km/traku zabilježen relativno manji broj empirijskih vrijednosti brzina, koje su koncentrirane u uskom rasponu od 20 do 30 km/h. Pri vrijednostima gustoće prometnog toka većim od 70 voz/km, empirijske vrijednosti brzine prometnog toka nisu utvrđene budući da tijekom perioda snimanja prometnih tokova na odabranim odsječcima cesta visokog učinka nisu bili prisutni uvjeti zagušenoga prometnog toka. Prikazi pojedinačnih regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ dobivenih na temelju analize cjelokupnog empirijskog uzorka u *OriginLab OriginPro* softveru za obradu statističkih podataka dani su na Grafikonima od Grafikon 37. do Grafikon 43.



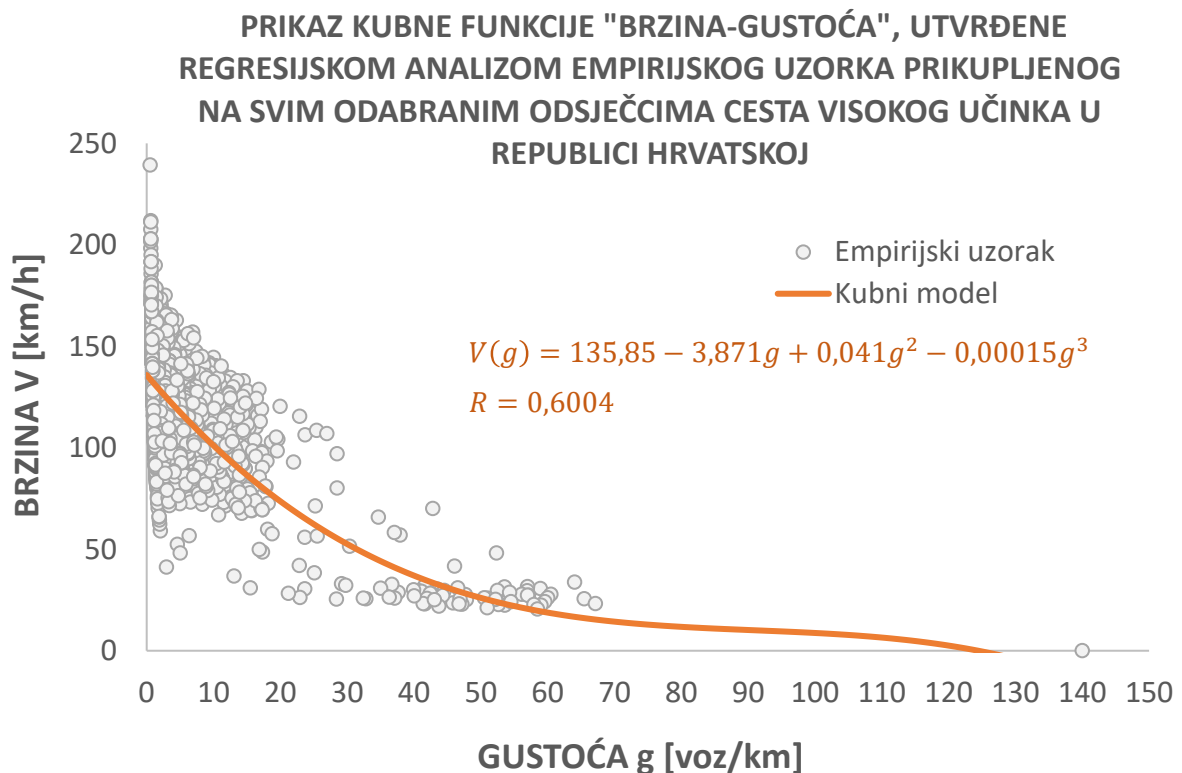
Grafikon 37. Prikaz linearne regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



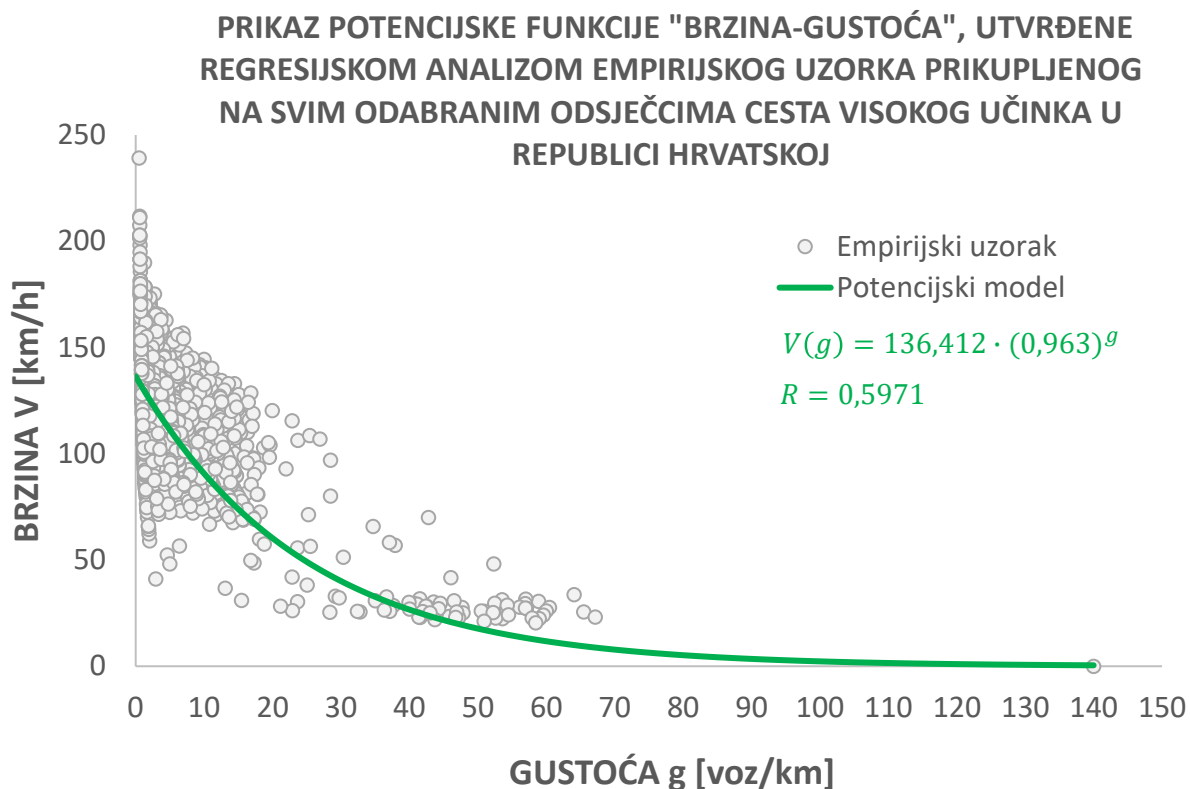
Grafikon 38. Prikaz logaritamske regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



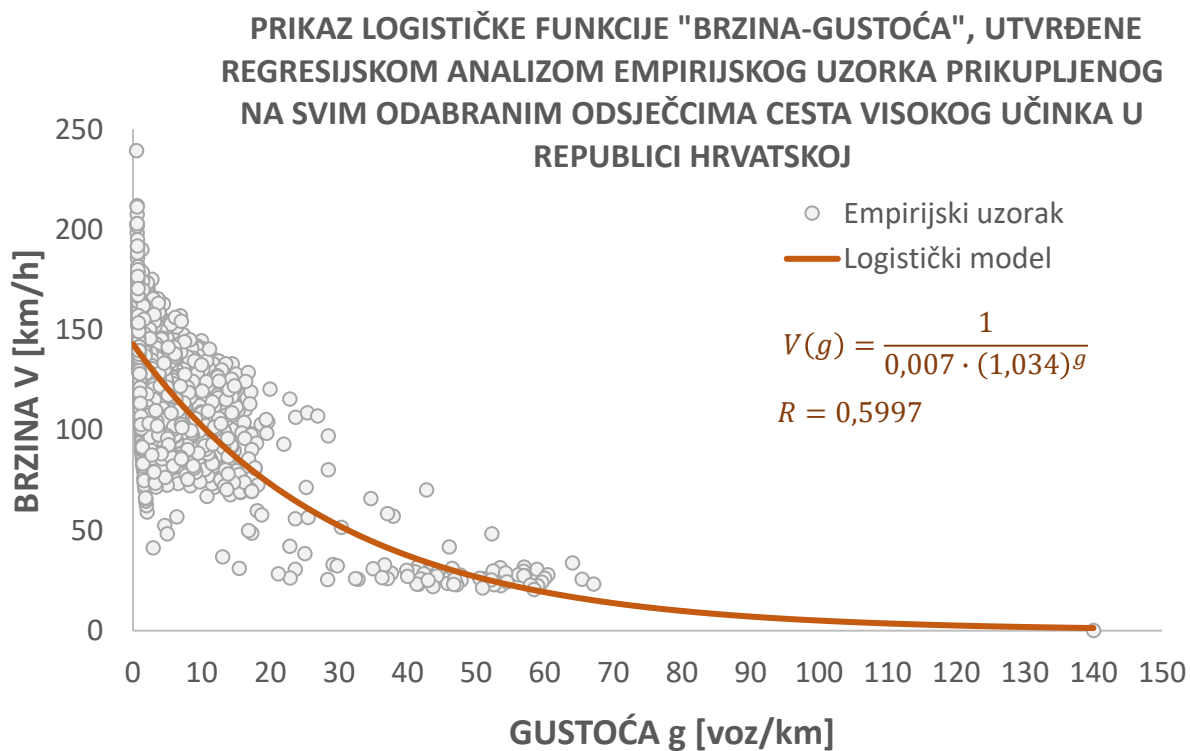
Grafikon 39. Prikaz eksponencijalne regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



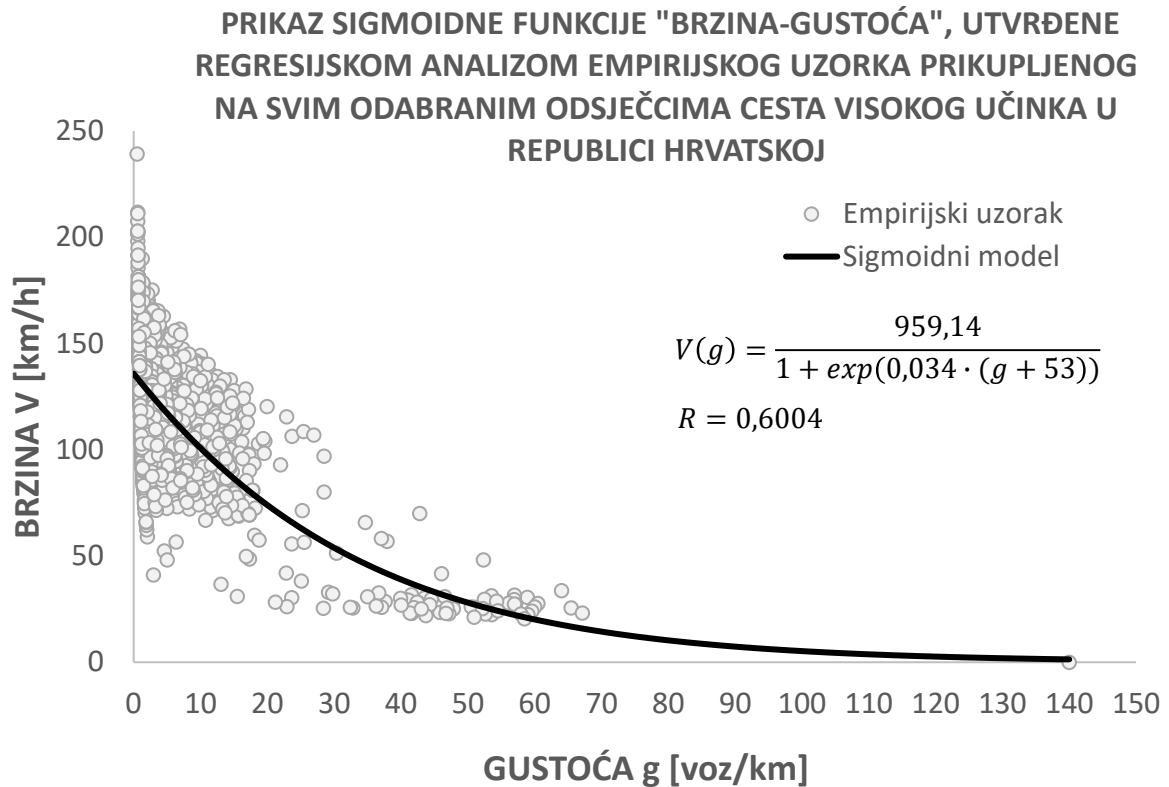
Grafikon 40. Prikaz kubne regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 41. Prikaz potencijske regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 42. Prikaz logističke regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 43. Prikaz sigmoidne regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.

Vrijednosti kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi utvrđenih za sedam promatranih regresijskih modela komparativno su prikazani u Tablica 16. Na temelju podataka prikazanih u tablici, vidljivo je da su za sve nelinearne modele dobivene podjednake vrijednosti kvantitativnih pokazatelja performansi modela. S obzirom na utvrđene vrijednosti AIC kriterija, utvrđeno je da se odnos između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka na prometnicama visokog učinka može najpreciznije opisati na temelju sigmoidnog i kubnog modela regresije. Logaritamski, eksponencijalni, logistički i potencijalni model pokazuju neznatno manju razinu preciznosti. Značajno veća vrijednost AIC kriterija utvrđena je samo za linearni model regresije. Utvrđene vrijednosti BIC kriterija podjednake su vrijednostima AIC kriterija te je njihovom komparativnom analizom utvrđen identičan redoslijed prikladnosti primjene promatranih funkcija regresije.

Vrijednosti srednje kvadratne pogreške (MSE) promatranih modela regresije kreću se u rasponu od 315,26 do 335,67, pri čemu su, isto kao i na temelju prva dva kriterija, sigmoidni i kubni model ocijenjeni kao najprikladniji za opis relacije između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće, dok je za linearni model očekivano utvrđena najveća pogreška između empirijskih i modeliranih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. Prema dobivenim

vrijednostima korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE), koje iznose od 17,76 do 18,32, sigmoidni i kubni model opet su ocijenjeni kao najbolji, negativni eksponencijalni, logistički i logaritamski model pokazuju neznatno veće pogreške u opisivanju empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, dok su potencijanski i linearni model pokazali najlošije performanse. Utvrđene vrijednosti srednje apsolutne pogreške (MAE) nalaze se u intervalu od 14,41 od 14,72. Sigmoidni i kubni model su i prema ovome pokazatelju ocijenjeni kao najprikladniji za opis odnosa između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Neznatno više vrijednosti srednje apsolutne pogreške utvrđene su za logistički, logaritamski i negativni eksponencijalni model. Potencijanski model pokazuje nešto lošije performanse, ali još uvijek omogućava precizan opis relacije između promatranih parametara prometnog toka, dok je linearni model i prema ovom pokazatelju ocijenjen kao najlošiji. Identičan redoslijed promatranih modela prema prikladnosti njihove primjene za opis odnosa između vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka utvrđen je i na temelju dobivenih vrijednosti F-statistike, koje se kreću u rasponu od 1523,65 do 1832,88.

Dobivene vrijednosti koeficijenta korelacije (R) i determinacije (R<sup>2</sup>) nalaze se u rasponima od 0,5648 do 0,6004 i od 0,3192 do 0,3606, slijedom. Pritom su za gotovo sve promatrane modele, osim linearnog modela, utvrđene približno jednake vrijednosti oba koeficijenta. Utvrđene vrijednosti koeficijenta korelacije ukazuju na prisutnost srednje jačine korelacije između empirijskih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka, a dobivene vrijednosti koeficijenta determinacije pokazuju da se na temelju promatranih regresijskih modela „brzina-gustoća“ može objasniti oko trećina ukupne varijance izmjerenih vrijednosti brzina. Analizom vrijednosti kvalitativnog pokazatelja matematičke složenosti modela, utvrđeno je da linearni, negativni eksponencijalni i potencijanski model imaju najjednostavniju matematičku formulaciju. Za logaritamski, logistički i sigmoidni model utvrđena je srednja razina složenosti, dok je kubni model ocijenjen kao najsloženiji te time i kao najlošiji model prema ovom pokazatelju.

Kako bi se utvrdilo koja je od predloženih regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ najbolja s obzirom na mogućnost njezine primjene za opis varijabilnosti prisutnih u izmjerenim vrijednostima brzina vozila sadržanih u prikupljenome empirijskom uzorku, pored komparativne analize vrijednosti prethodno navedenih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi modela, provedena je i analiza rezidualnih vrijednosti predloženih modela regresije. Osnovni cilj analize reziduala bio je utvrditi jesu li u rezidualnim vrijednostima predloženih regresijskih modela „brzina-gustoća“ vidljivi specifični uzorci koji pokazuju da su

narušene polazne pretpostavke regresije. Posebno je ispitana prisutnost heteroskedastičnosti varijance reziduala, odnosno prisutnost specifičnih oblika linearnih ili nelinearnih raspšenja rezidualnih vrijednosti na dijagramu rasprostiranja koje pokazuju da predloženi model ne uzima u obzir određene karakteristike prisutne u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka i prisutnost ekstremnih vrijednosti u empirijskom uzorku koje mogu negativno utjecati na oblik regresijske funkcije „brzina-gustoća“ te je provjereno zadovoljenje uvjeta normalnosti razdiobe rezidualnih vrijednosti predloženih modela regresije. U sklopu provedene rezidualne analize posebno su promatrani odnosi između:

- Standardiziranih rezidualnih vrijednosti i predviđenih vrijednosti ovisne varijable (brzine prometnog toka) dobivenih primjenom predloženih modela regresije
- Standardiziranih rezidualnih vrijednosti predloženih modela regresije i empirijskih vrijednosti neovisne varijable (gustoće prometnog toka)
- Razdiobe rezidualnih vrijednosti predloženih modela regresije.

Standardizirane rezidualne vrijednosti brzine prometnog toka pritom su izračunane na temelju izraza:

$$e_i = \frac{y_i - \hat{y}_i}{\sqrt{\text{Var}(e_i)}} \quad (34)$$

gdje je:

$e_i$  – vrijednost  $i$ -tog reziduala između modelirane i empirijske vrijednosti promatranog parametra prometnog toka

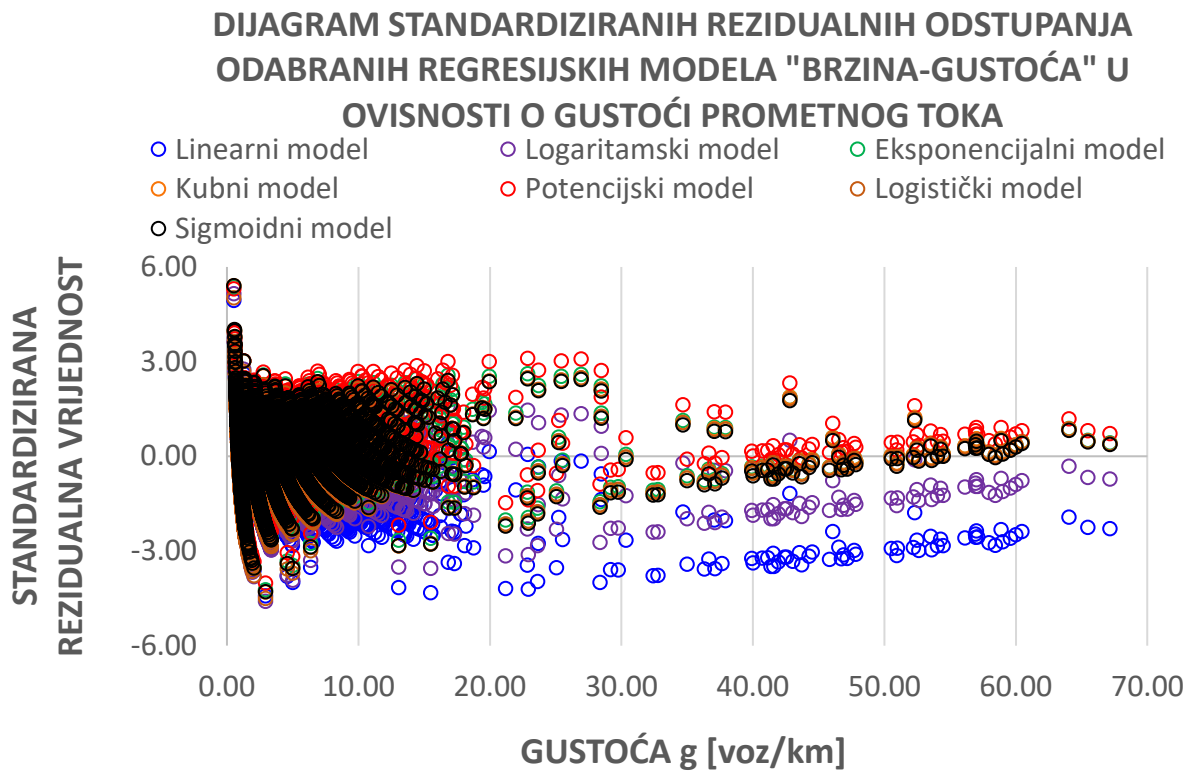
$y_i$  – empirijska vrijednost promatranog parametra prometnog toka utvrđena za  $i$ -tu opservaciju sadržanu u prikupljenome empirijskom uzorku

$\hat{y}_i$  –  $i$ -ta modelirana vrijednost promatranog parametra prometnog toka dobivena primjenom funkcije regresije predloženih modela prometnog toka

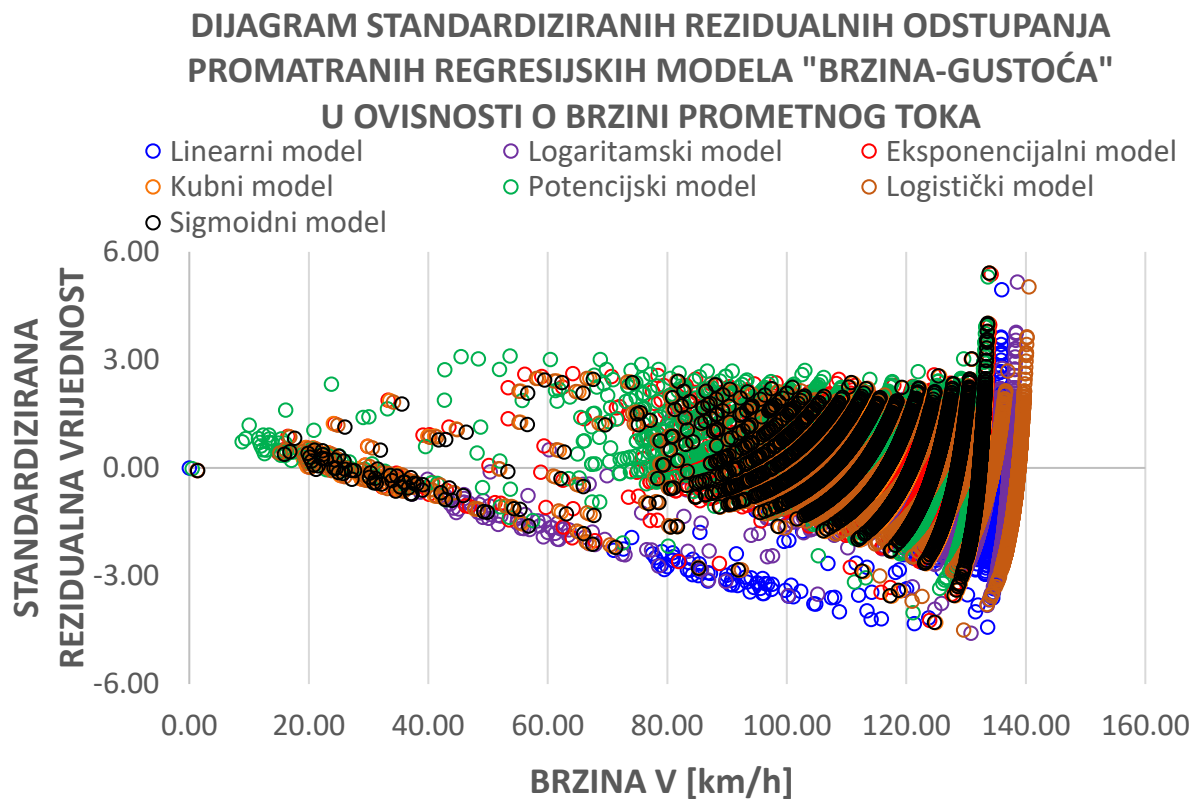
$\text{Var}(e_i)$  – varijanca  $i$ -tog reziduala.

Rezultati komparativne analize rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela prikazani su na Grafikon 44. i Grafikon 45. Na temelju podataka prikazanih na dijagramima standardiziranih rezidualnih odstupanja odabranih regresijskih modela „brzina-gustoća“ u ovisnosti o gustoći prometnog toka, vidljiva je prisutnost nejednolike razdiobe reziduala pri različitim vrijednostima gustoće. Pri gustoćama nižim od 20 voz/km/traku većina standardiziranih vrijednosti reziduala promatranih modela koncentrirana je u intervalu [-3, 3]. U ovome se području standardizirane vrijednosti reziduala različitih modela regresije u najvećoj mjeri međusobno poklapaju.





Grafikon 44. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela „brzina-gustoća“ i gustoće prometnog toka. Izvor: obrada autora.



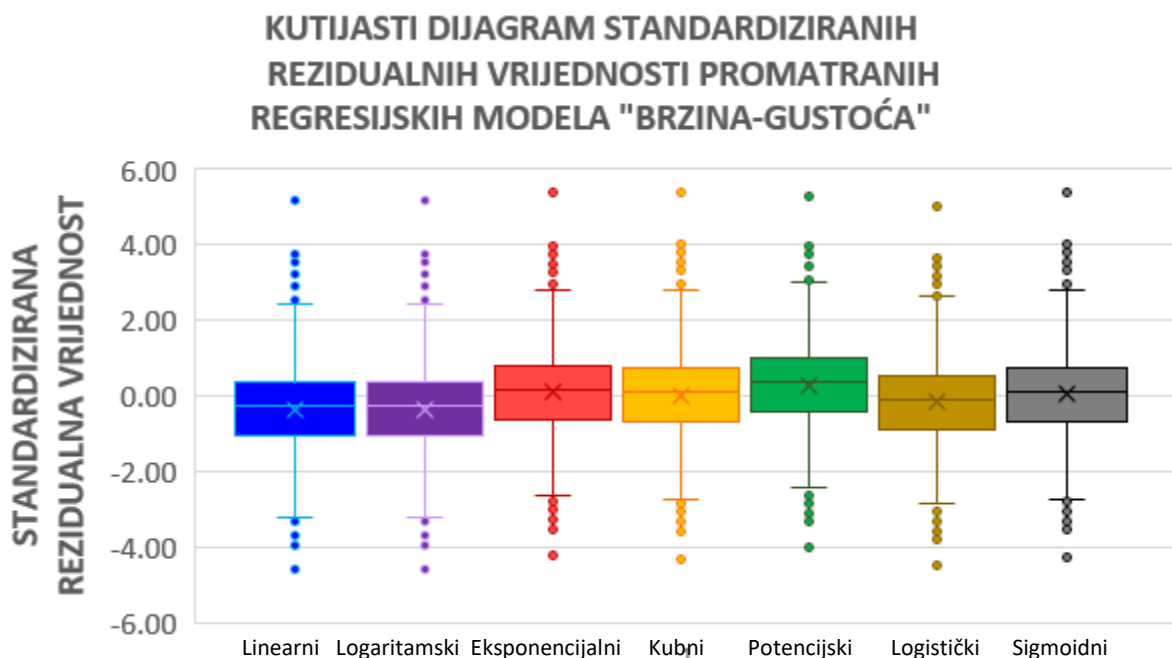
Grafikon 45. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela „brzina-gustoća“ i brzine prometnog toka. Izvor: obrada autora.

Komparativnom analizom standardiziranih vrijednosti reziduala dobivenih za svaki od sedam promatranih modela „brzina-gustoća“ utvrđeno je da pri ovim vrijednostima gustoće, sigmoidni, logaritamski, negativni eksponencijalni, kubni i logistički model generiraju podjednaka, a ujedno i najmanja odstupanja između stvarnih i modeliranih vrijednosti brzine prometnog toka.

Linearni model, u istom intervalu vrijednosti gustoće, pokazuje komparativno niže, a potencijski model komparativno više standardizirane vrijednosti reziduala. To ukazuje na činjenicu da linearni model sustavno precjenjuje, a potencijski model sustavno podcjenjuje stvarne vrijednosti brzina vozila u uvjetima slobodnog toka. U rasponu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 30 voz/km/traku javljaju se maksimalna odstupanja između stvarnih i modeliranih vrijednosti brzina (vrijednosti standardiziranih reziduala veće od  $\pm 3$  standardnih odstupanja). Razina podudaranja standardiziranih rezidualnih vrijednosti utvrđenih za pojedine modele pri ovim se vrijednostima gustoće značajno smanjuje u odnosu na podudarnost zabilježenu pri nižim gustoćama prometnog toka, a rezidualne su vrijednosti bez određenoga karakterističnog oblika ravnomjerno raspršene u rasponu od [-4, 3] standardnih odstupanja. U intervalu vrijednosti gustoće od 30 do 70 voz/km/traku javljaju se značajne razlike između vrijednosti standardiziranih rezidualnih odstupanja utvrđenih za promatrane regresijske modele. Osim toga, u ovome području vidljiva je i grupacija većine reziduala u klastere linearnog oblika, smještene na različitim udaljenostima, paralelno u odnosu na os gustoće. To ukazuje na činjenicu da postoje određene pravilnosti u karakteristikama realnoga prometnog toka na prometnicama visokog učinka koje nisu u potpunosti opisane s nijednim od promatranih regresijskih modela. Pri ovim vrijednostima gustoće za sigmoidni, negativni eksponencijalni, kubni i logistički model utvrđene su podjednake te istovremeno i najniže vrijednosti odstupanja između stvarnih i modeliranih vrijednosti brzina. S druge strane, logaritamski i osobito linearni model značajno precjenjuju, a potencijalni model značajno podcjenjuje vrijednosti brzine u ovom intervalu gustoće.

Na temelju podataka prikazanih na dijagramu standardiziranih rezidualnih odstupanja promatranih regresijskih modela „brzina-gustoća“ u ovisnosti o predviđenim vrijednostima brzine prometnog toka (Grafikon 45.) također je evidentno da se pri visokim brzinama, u intervalu od 90 do 140 km/h, standardizirane vrijednosti reziduala između stvarnih i predviđenih vrijednosti brzine grupiraju u paralelne klastere specifičnoga nelineanog oblika što opet ukazuje na činjenicu da predloženi modeli regresije ne mogu u potpunosti opisati sve pravilnosti prisutne u karakteristikama realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka.

Grupiranje rezidualnih vrijednosti u klasterne ovakvog oblika može ukazivati i na činjenicu da brzina prometnog toka (ovisna varijabla) ne ovisi samo o vrijednosti gustoće prometnog toka, već i o prisutnosti sekundarnih utjecajnih čimbenika u prometnom toku. Osim navedenih klastera nelinearnog oblika, na Grafikon 45. je unutar raspona vrijednosti brzine od 10 do 120 km/h jasno vidljiva prisutnost izdvojenog klastera linearnoga izduženog oblika. Prisutnost navedenog klastera ukazuje na činjenicu da promatrani regresijski modeli sustavno precjenjuju stvarne vrijednosti brzine, osobito u intervalu vrijednosti brzina između 60 i 80 km/h, u kojem se relativno mali broj točaka standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih modela nalazi na osi gustoće. Na temelju podataka prikazanih na kutijastom dijagramu standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela „brzina-gustoća (Grafikon 46.), vidljivo je da je vrijednost aritmetičke sredine standardiziranih reziduala negativnoga eksponencijalnog, kubnog i sigmoidnog modela najbliža nuli te da su rezidualne vrijednosti tih modela približno simetrično raspoređene oko aritmetičke sredine. Aritmetičke sredine standardiziranih rezidualnih vrijednosti linearnog, logaritamskog i logističkog modela nalaze se u intervalu  $[0, -1]$ , što ukazuje na činjenicu da ti modeli u određenoj mjeri precjenjuju stvarne vrijednosti brzine prometnog toka, dok aritmetička sredina standardiziranih reziduala potencijskog modela iznosi 0,58, što znači da se njegovom primjenom dobivaju blago podcijenjene vrijednosti brzine prometnog toka.



Grafikon 46. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela „brzina-gustoća“. Izvor: obrada autora.

Slijedom toga, može se zaključiti da rezultati provedene analize standardiziranih rezidualnih vrijednosti ukazuju na prisutnost heteroskedastičnosti podataka, odnosno prisutnosti varijabilnosti u veličini rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela utvrđenih pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka. Prisutnost heteroskedastičnosti u empirijskim vrijednostima brzina je očekivana, s obzirom na činjenicu da su uvjeti kretanja individualnih vozila bitno različiti u režimima slobodnog, normalnog, zasićenog i zagušenoga prometnog toka. Budući da u uvjetima slobodnog toka, vozači mogu slobodno odabrati kojom će se brzinom kretati, intuitivno je jasno da će se u takvim uvjetima javljati intenzivnije varijacije u brzinama kretanja individualnih vozila oko srednje prostorne brzine prometnog toka.

S druge strane, u uvjetima zagušenoga prometnog toka, vozači su zbog maloga međusobnog razmaka između vozila u prometnom toku prisiljeni kretati se brzinom koja je približno jednaka brzinama ostalih vozila te su zbog toga varijacije u vrijednostima brzina individualnih vozila znatno manje u odnosu na uvjete slobodnoga prometnog toka. Iz toga slijedi da je prisutnost heteroskedastičnosti u rezidualnim vrijednostima promatranih modela prihvatljiva, s obzirom na poznate zakonitosti realnoga prometnog toka.

Grupiranje vrijednosti standardiziranih reziduala u klastere specifičnih oblika ukazuje na činjenicu da promatrani regresijski modeli „brzina-gustoća“ ne mogu u potpunosti opisati pravilnosti prisutne u karakteristikama realnih prometnih tokova na cestama visokog učinka te da vrijednost brzine prometnog toka, pored gustoće kao neovisne varijable, ovisi i o sekundarnim utjecajnim čimbenicima koje je potrebno identificirati u sklopu budućih istraživanja.

Budući da su prilikom utvrđivanja razine prikladnosti primjene promatranih regresijskih modela „brzina-gustoća“, promatrane vrijednosti sedam kvantitativnih i dva kvalitativna pokazatelja performansi modela, kao i rezultati utvrđeni na temelju provedene rezidualne analize, radi utvrđivanja konačne kumulativne ocjene performansi modela, za svaki su model prvo izračunane normalizirane vrijednosti pokazatelja performansi. Normalizacija vrijednosti pokazatelja performansi čije snižene vrijednosti ukazuju na veću razinu prikladnosti primjene modela, uključujući u prvom redu broj parametara modela, AIC i BIC kriterije, srednju kvadratnu pogrešku, korijen srednje kvadratne pogreške i srednju apsolutnu pogrešku modela, provedena je na temelju izraza:

$$P_{iLNorm} = 1 - \frac{P_{Li} - \min(P)}{\max(P) - \min(P)} \quad (35)$$

gdje je:

*P<sub>iLNorm</sub>* – normalizirana vrijednost *i*-tog promatranog pokazatelja performanse koja poprima vrijednosti u rasponu [0, 1], pri čemu 0 predstavlja najvišu, a 1 najnižu vrijednost sadržanu u promatranoj bazi podataka

*P<sub>Li</sub>* – pokazatelji performansi kod kojih niže vrijednosti ukazuju na veću prikladnost primjene modela (*k*, AIC, BIC, MSE, RMSE, MSA)

*min(P)* – minimalna vrijednost promatranog pokazatelja performanse, sadržana u bazi podataka *P*

*max(P)* – maksimalna vrijednost promatranog pokazatelja performanse, sadržana u bazi podataka *P*.

Pokazatelji performanse čije povišene vrijednosti ukazuju na veću prikladnost primjene modela regresije, uključujući u prvome redu vrijednost F-statistike, koeficijent korelacije (*R*) i koeficijent determinacije (*R*<sup>2</sup>) normalizirani su u rasponu [0, 1] na temelju izraza:

$$P_{iHNorm} = \frac{P_{Hi} - \min(P)}{\max(P) - \min(P)} \quad (36)$$

gdje je:

*P<sub>iHNorm</sub>* – normalizirana vrijednost *i*-tog promatranog pokazatelja performanse koja poprima vrijednosti u rasponu [0, 1], pri čemu 0 predstavlja najnižu, a 1 najvišu vrijednost sadržanu u promatranoj bazi podataka

*P<sub>Hi</sub>* – pokazatelji performansi kod kojih više vrijednosti ukazuju na veću prikladnost primjene modela (*F*-statistika, *R*, *R*<sup>2</sup>)

*min(P)* – minimalna vrijednost promatranog pokazatelja performanse, sadržana u bazi podataka *P*

*max(P)* – maksimalna vrijednost promatranog pokazatelja performanse, sadržana u bazi podataka *P*.

Interpretabilnost modela, koja odražava mogućnost jednostavnog razumijevanja i tumačenja rezultata dobivenih primjenom modela te podrazumijeva da je matematička formulacija modela jasno definirana, odnosno da su parametri modela direktno povezani s graničnim vrijednostima parametra prometnog toka (brzinom slobodnog toka, srednjom prostornom brzinom, kapacitetom, gustoćom zasićenja i gustoćom zagušenja), normizirana je tako da su sve kvalitativne vrijednosti „NE“ pretvorene u 0, a sve vrijednosti „DA“ u 1.

Konačna kumulativna ocjena performansi promatranih modela izračunana je na temelju zbroja pojedinačnih normaliziranih vrijednosti pojedinih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi, prema izrazima:

$$OP_i = \sum_{i=1}^n P_{iLNorm} + \sum_{i=1}^n P_{iHNorm} \quad (37)$$

$$OP_i = \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{P_{Li} - \min(P)}{\max(P) - \min(P)} \right) + \sum_{j=1}^m \left( \frac{P_{Hj} - \min(P)}{\max(P) - \min(P)} \right) \quad (38)$$

gdje je:

*OP* – kumulativna ocjena performansi *i*-tog regresijskog modela „brzina-gustoća“

*n* – broj pokazatelja performansi kod kojih niže vrijednosti ukazuju na veću prikladnost primjene modela

*m* – broj pokazatelja performansi kod kojih više vrijednosti ukazuju na veću prikladnost primjene modela.

Na temelju komparativne analize kumulativnih ocjena modela dobivenih zbrojem normaliziranih vrijednosti osam kvantitativnih i dva kvalitativna pokazatelja performansi modela, utvrđeno je da negativni eksponencijalni model „brzina-gustoća“ pokazuje najbolji odnos između mogućnosti točnog opisa matematičke relacije između empirijskih vrijednosti parametara brzine i gustoće prometnog toka, jednostavnosti matematičke formulacije modela te mogućnosti jednostavnog razumijevanja i tumačenja rezultata dobivenih primjenom modela (Tablica 16.).

Slijedom toga, negativni eksponencijalni model odabran je kao najprikladniji model za opis determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, kojom se opisuje odnos između prosječne vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Međutim, ovdje je važno istaknuti da negativni eksponencijalni regresijski model „brzina-gustoća“ prikazan u sklopu ovog poglavlja, ne predstavlja konačan oblik funkcije kojim je definirana deterministička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela, već samo njezin osnovni oblik koji je poslužio kao temelj za daljnju razradu i definiranje konačne matematičke formulacije modela koja je detaljno opisana u poglavlju 7. pod naslovom „Formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“.

Tablica 16. Komparativni prikaz apsolutnih i normaliziranih vrijednosti promatranih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi razvijenih regresijskih modela „brzina-gustoća“ te utvrđenih kumulativnih ocjena performansi i razina prikladnosti primjene modela.

Model	Matematička formulacija	I	K	AIC	BIC	MSE	RMSE	MAE	F-Stat	R <sup>2</sup>	R	
Linearni	$V(g) = 136,412 \left(1 - \frac{g}{140}\right)$	DA	3	28140,12	28158,38	335,67	18,32	14,72	1523,65	0,3192	0,5648	
Logaritamski	$V(g) = 350 - 70 \cdot \ln(g + 20)$	NE	4	27938,75	27957,01	315,50	17,76	14,43	1828,62	0,3601	0,5999	
Negativni Eksponecijalni	$V(g) = 136,412 \cdot \exp(-0,033 \cdot g)$	DA	3	27939,57	27957,83	315,58	17,77	14,42	1827,34	0,3599	0,5998	
Kubni	$V(g) = 135,85 - 3,871g + 0,041g^2 - 0,00015g^3$	DA	7	27936,02	27954,28	315,24	17,76	14,41	1832,88	0,3606	0,6004	
Potencijski	$V(g) = 136,412 \cdot (0,963)^g$	DA	3	27955,71	27973,97	317,16	17,81	14,482	1802,19	0,3568	0,5971	
Logistički	$V(g) = \frac{1}{0,007 \cdot (1,034)^g}$	NE	4	27940,17	27958,43	315,64	17,77	14,43	1826,40	0,3599	0,5997	
Sigmoidni	$V(g) = \frac{959,14}{1 + \exp(0,034 \cdot (g + 53))}$	NE	4	27936,27	27954,53	315,26	17,76	14,41	1832,49	0,3606	0,6004	
	<b>Prikladnost primjene modela</b>	<b>Kumulativna ocjena performansi modela</b>		<b>Normalizirane vrijednosti pokazatelja performansi modela</b>								
Linearni	7	2,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
Logaritamski	5	8,58	0,75	0,99	0,99	0,99	0,99	0,93	0,99	0,99	0,99	0,00
Negativni eksponecijalni	1	9,83	1,00	0,98	0,98	0,98	0,98	0,95	0,98	0,98	0,98	1,00
Kubni	3	9,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Potencijski	2	9,09	1,00	0,90	0,90	0,91	0,90	0,77	0,90	0,91	0,91	1,00
Logistički	6	8,55	0,75	0,98	0,98	0,98	0,98	0,95	0,98	0,98	0,98	0,00
Sigmoidni	4	8,73	0,75	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00

Izvor: obrada autora.

### 5.3. Rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka

U ovome potpoglavlju prikazani su rezultati korelacijske i regresijske analize između empirijskih vrijednosti gustoće i protoka vozila sadržanih u uzorku prikupljenom na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. U sklopu navedene analize ispitana je mogućnost opisa matematičke relacije između empirijskih vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i protoka vozila kao ovisne varijable na temelju krivulja dobivenih umnoškom vrijednosti gustoće prometnog toka i regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ koje su na temelju regresijske analize u *Origin Lab Origin Pro* softveru identificirane kao najprikladnije za opis odnosa između vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka.

Komparativni prikaz sedam promatranih regresijskih modela „protok-gustoća“ dan je na Grafikon 47. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu, vidljivo je da u režimu slobodnoga prometnog toka empirijske vrijednosti protoka vozila formiraju klaster linearnog oblika koji se postupno širi u intervalu vrijednosti gustoće između 0 i 20 voz/km/traku. Postupno proširenje klastera empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka ukazuje na činjenicu da se s porastom gustoće povećava i varijacija empirijskih vrijednosti protoka vozila oko srednje vrijednosti protoka definirane promatranim krivuljama „protok-gustoća“. U rasponu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 70 voz/km/traku, značajno se povećava disperzija empirijskih vrijednosti protoka vozila, pri čemu se klaster točaka na dijagramu rasprostiranja dijeli na dvije grane smještene pod različitim kutovima u odnosu na os gustoće.

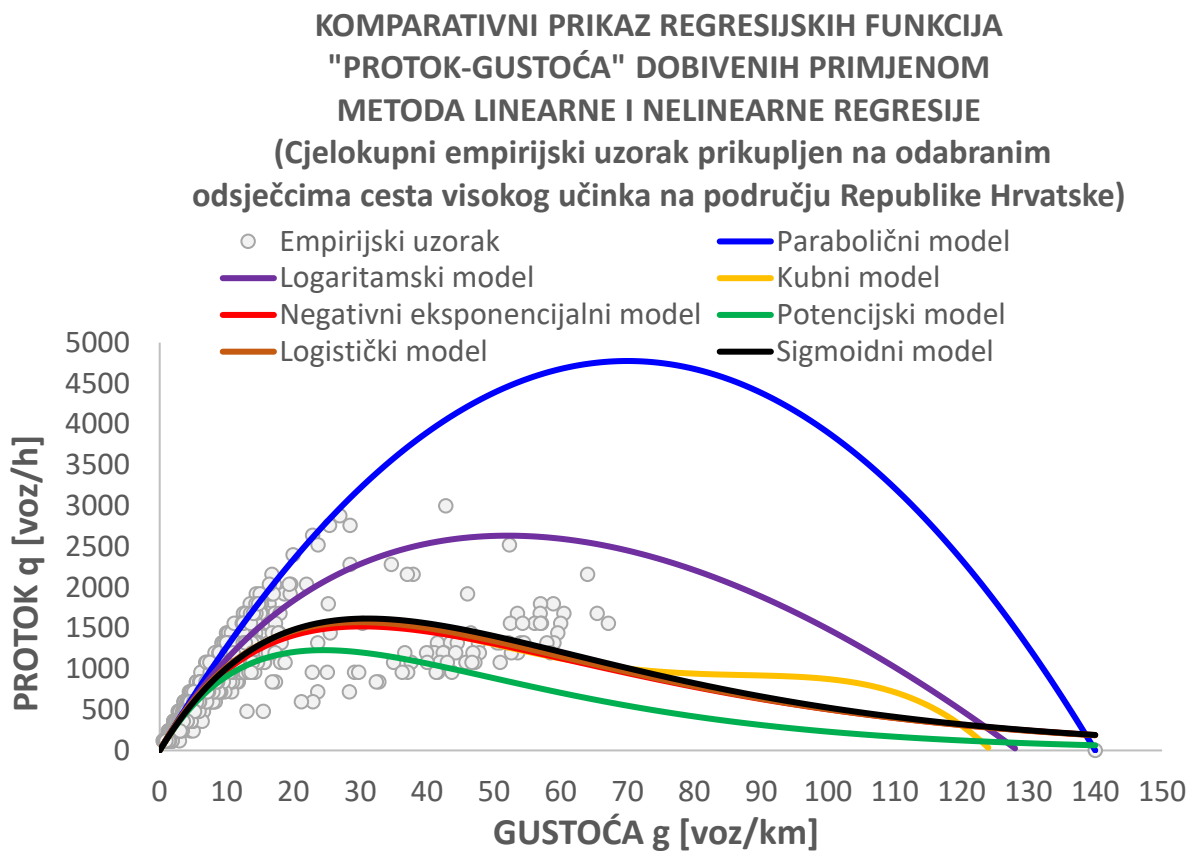
Na temelju komparativne analize prikazanih krivulja „protok-gustoća“ utvrđeno je da se vrijednost praktične propusne moći (kapaciteta) cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, nalazi u intervalu između 1300 i 2600 voz/h/traku<sup>33</sup>. Osim toga, prema prikazanim krivuljama „protok-gustoća“, vidljivo je da se vrijednost gustoće zasićenja, pri kojoj se postiže vrijednost praktične moći cesta visokog učinka, nalazi u rasponu od 23 do 55 voz/km/traku, dok se

---

<sup>33</sup> Navedeni interval vrijednosti praktične propusne moći cesta visokog učinka temelji se na komparativnoj analizi šest predloženih krivulja „protok-gustoća“ razvijenih na temelju nelinearnih oblika regresijskih modela „brzina-gustoća“. Idealni parabolični oblik razvijen na temelju linearnog modela „brzina-gustoća“ (koji se na temelju dobivene p-vrijednosti linearne regresije pokazao kao statistički nesignifikantan) u ovom je slučaju zanemaren, budući da premašuje teorijski moguću maksimalnu vrijednost propusne moći prometnica.

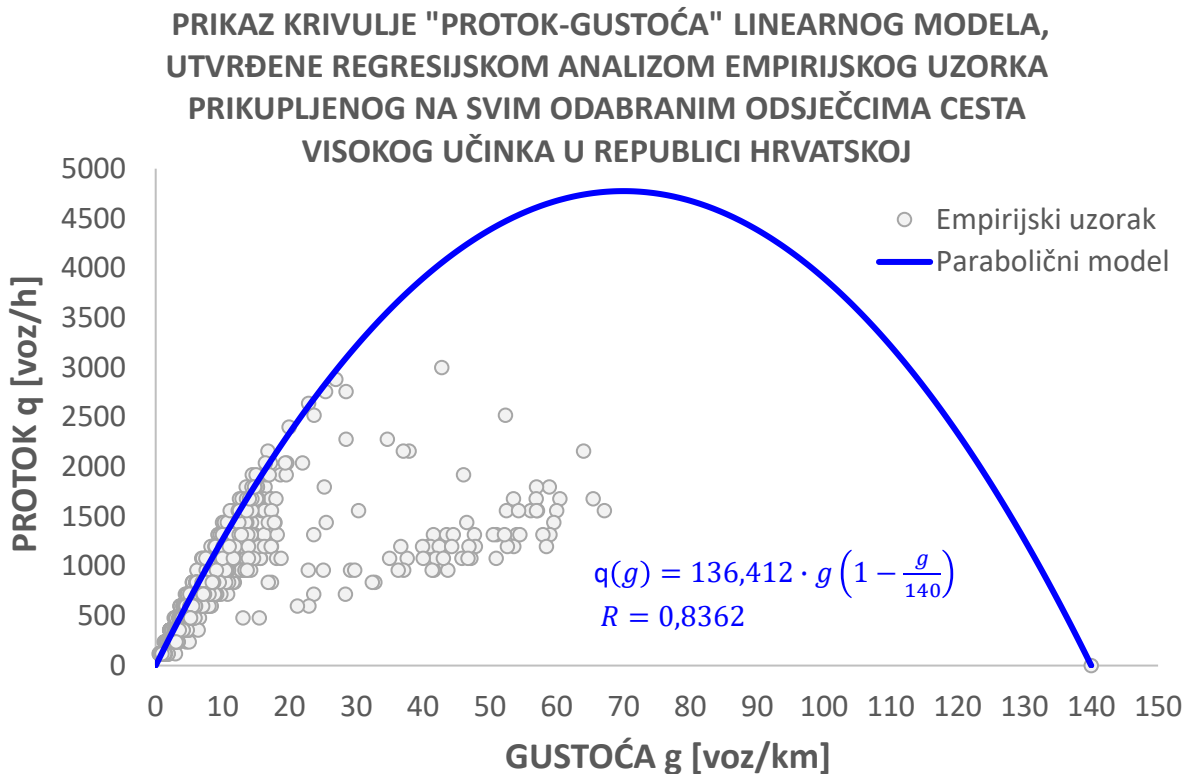


vrijednost gustoće zagušenja, pri kojoj dolazi do potpunog zagušenja prometnog toka nalazi unutar intervala od 125 do 140 voz/km/traku. Utvrđeno je, također, da se, ovisno o promatranoj krivulji „protok-gustoća“, brzina zasićenja prometnog toka pri kojoj se postiže praktična propusna moć nalazi u intervalu od 47 do 56 km/h. Na Grafikonima od Grafikon 48. do Grafikon 54., pojedinačno su prikazane promatrane krivulje „protok-gustoća“ utvrđene na temelju sedam regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ prikazanih u potpoglavlju 5.2. Uz krivulje „protok-gustoća“, na grafikonima je naznačena i jednačba funkcije  $q(g)$ , zajedno s izračunanim vrijednostima koeficijenta regresije ( $r$ ) i koeficijenta determinacije ( $r^2$ ).

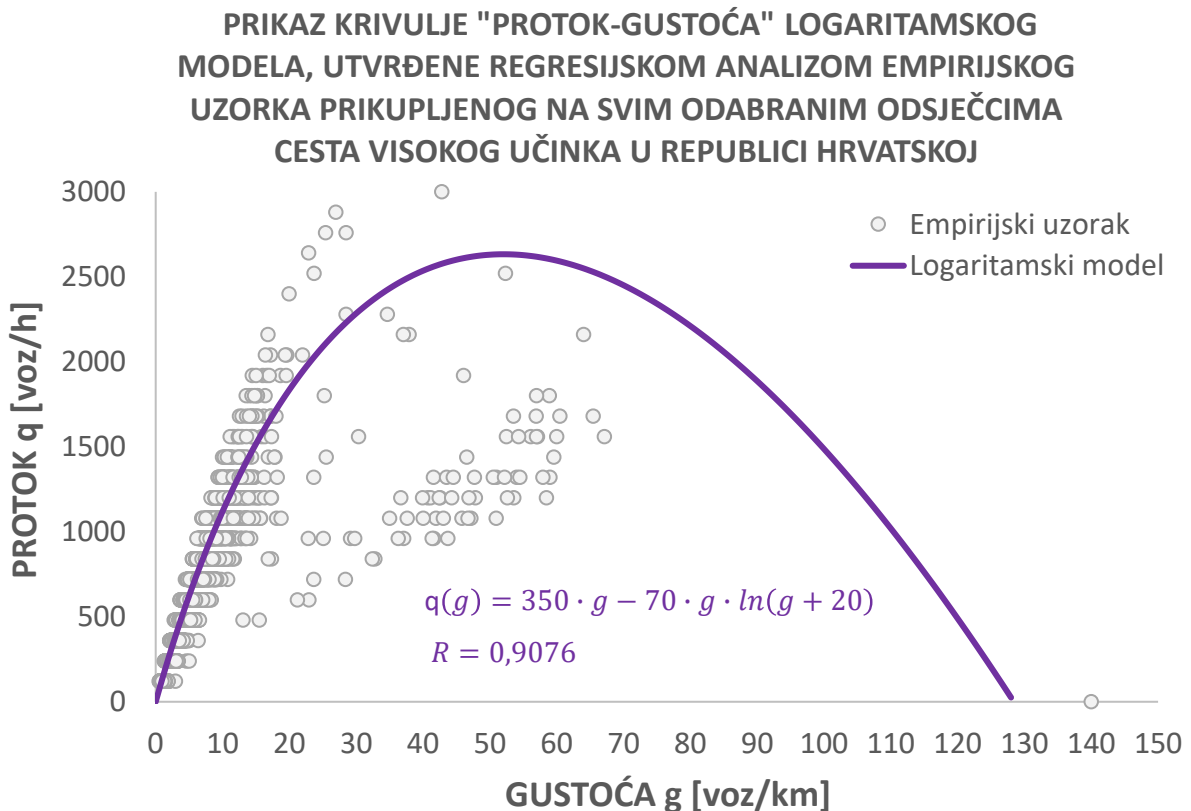


Grafikon 47. Komparativni prikaz krivulja „protok-gustoća“ utvrđenih analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.

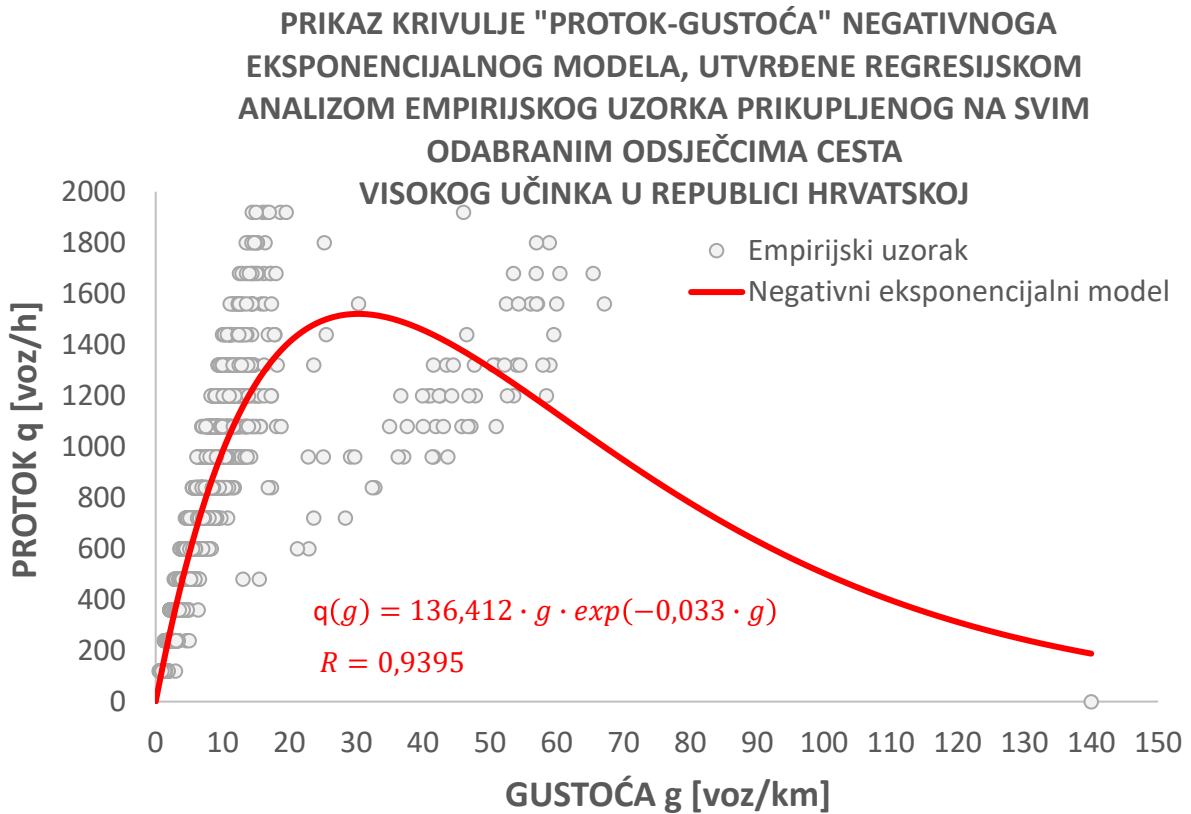
Kako bi se dobio potpuniji uvid u komparativne prednosti i nedostatke promatranih krivulja „protok-gustoća“ te utvrdila optimalna matematička formulacija odnosa između prosječnih vrijednosti gustoće prometnog toka i prosječnoga satnog protoka vozila na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj, pored vrijednosti koeficijenata korelacije i determinacije, za svaki promatrani model utvrđene su i uspoređene vrijednosti osam kvalitativnih i dva kvantitativna pokazatelja performansi modela, koji su prethodno navedeni u potpoglavlju 5.2.



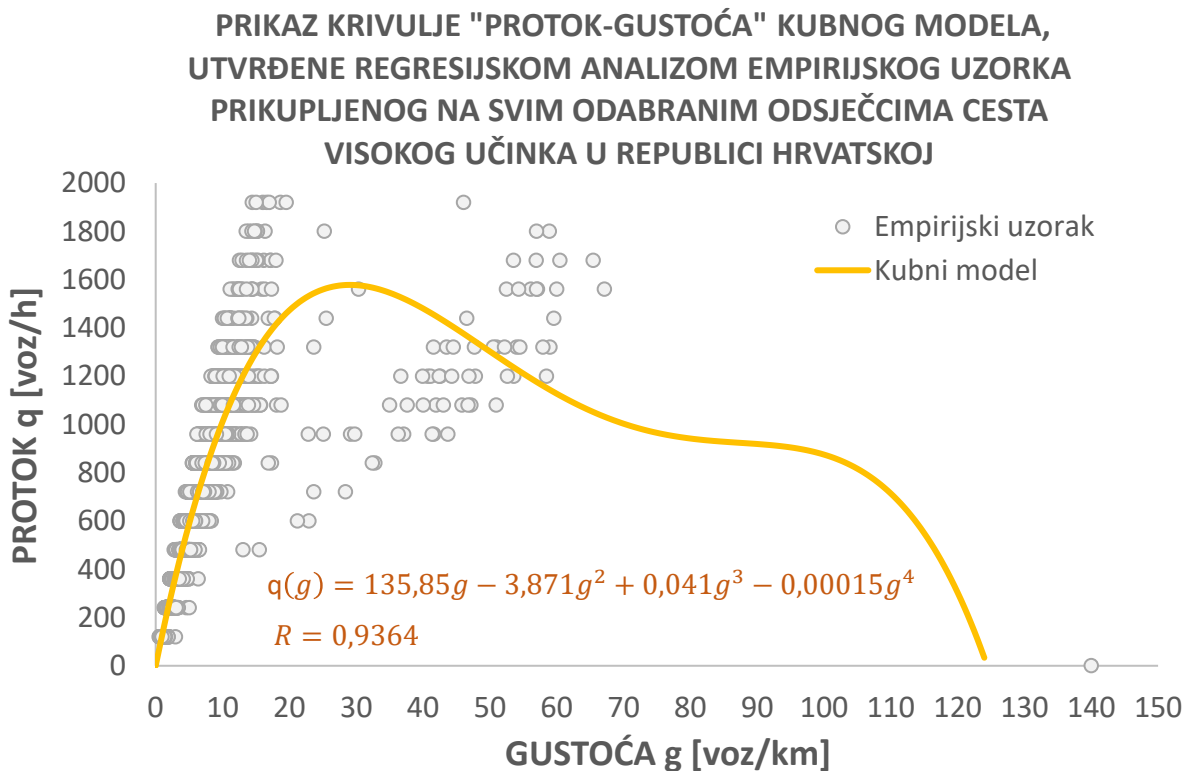
Grafikon 48. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ linearnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



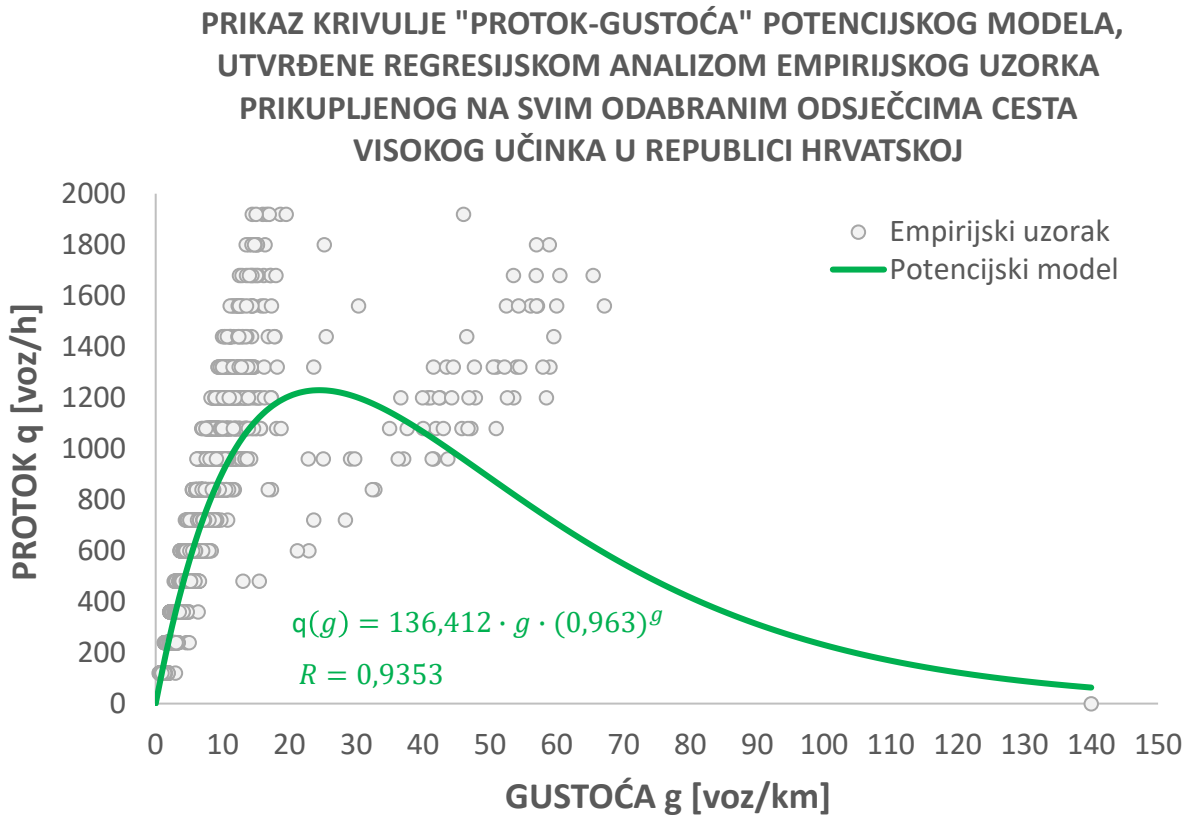
Grafikon 49. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ logaritamskog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



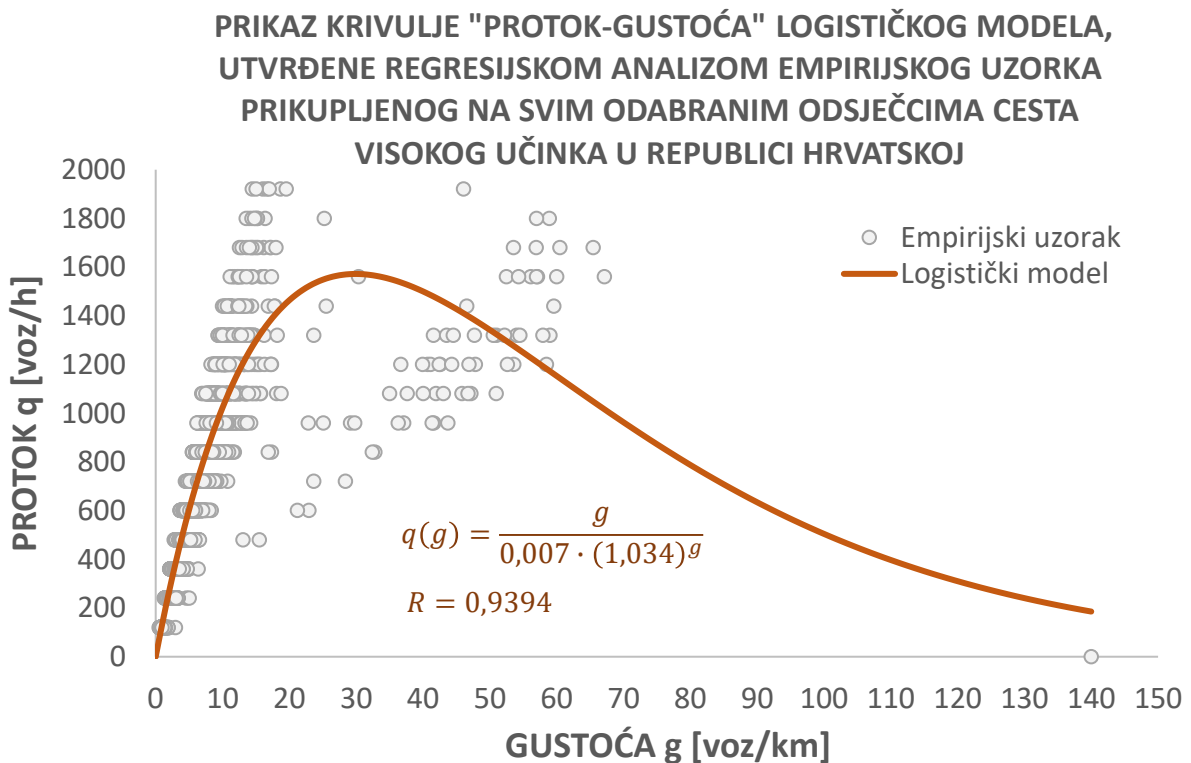
Grafikon 50. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ eksponencijalnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



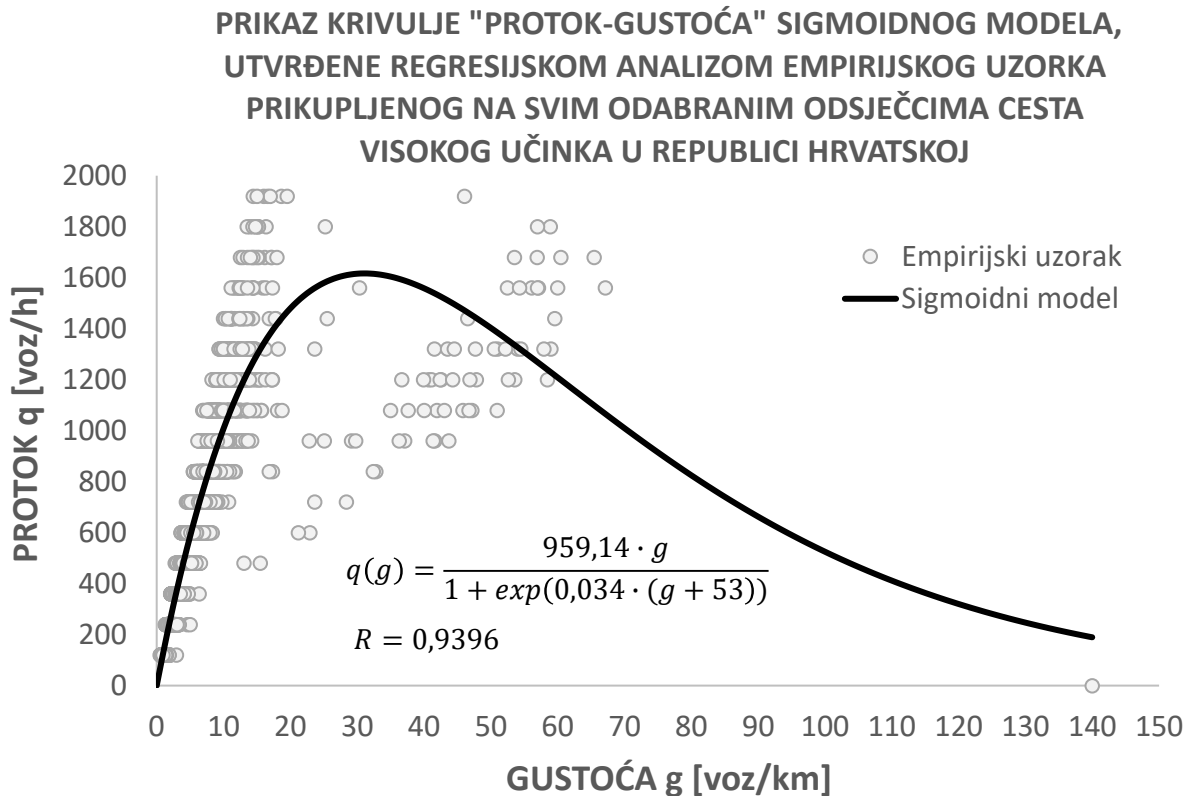
Grafikon 51. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ kubnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 52. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ potencijskog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 53. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ logističkog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.



Grafikon 54. Prikaz krivulje „protok-gustoća“ sigmoidnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora.

Utvrđene vrijednosti kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performanse promatranih modela „protok-gustoća“ komparativno su prikazane u Tablica 17. S obzirom na utvrđene vrijednosti AIC kriterija, utvrđeno je da se odnos između prosječnih vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka može najpreciznije opisati na temelju sigmoidnog i logističkog modela regresije. Negativni eksponencijalni i kubni model pokazuju neznatno manju razinu preciznosti. Potencijski model pokazuje relativno manju preciznost u odnosu na prva četiri navedena modela, dok su za logaritamski i linearni model utvrđene značajno veće vrijednosti AIC kriterija te su stoga prema ovom pokazatelju ocijenjeni najlošijima. Utvrđene vrijednosti BIC kriterija podjednake su vrijednostima AIC kriterija te je na temelju njih utvrđen identičan redoslijed prikladnosti primjene promatranih funkcija regresije. Vrijednosti srednje kvadratne pogreške (MSE) promatranih modela regresije kreću se u rasponu od 13 658,2 do 109 722,1, pri čemu su, isto kao i na temelju prva dva kriterija, sigmoidni i logistički model ocijenjeni kao najprikladniji za opis relacije između empirijskih vrijednosti protoka i gustoće, dok su za logaritamski i linearni model očekivano utvrđene najveće pogreške između empirijskih i modeliranih vrijednosti protoka vozila. Prema dobivenim vrijednostima korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE), koje iznose od 116,9

do 331,2, sigmoidni i logistički model opet su ocijenjeni najboljima, negativni eksponencijalni, kubni i potencijski model pokazuju neznatno veće pogreške u opisivanju empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, logaritamski model pokazuje malo veću razinu pogreške u odnosu na negativni eksponencijalni, kubni i potencijski model, dok su za linearni model utvrđene najlošije performanse. Utvrđene vrijednosti srednje apsolutne pogreške (MAE) nalaze se u rasponu od 70,08 do 116,3. Prema tom pokazatelju, logistički, sigmoidni i kubni model ocijenjeni su najprikladnijima za opis odnosa između empirijskih vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka. Neznatno više vrijednosti srednje apsolutne pogreške utvrđene su za negativni eksponencijalni model. Potencijski model i logaritamski model pokazuju nešto lošije performanse, ali još uvijek omogućavaju precizan opis relacija između promatranih parametara prometnog toka, dok je linearni model i prema ovom pokazatelju ocijenjen najlošijim. Idući redoslijed promatranih modela po prikladnosti njihove primjene za opis odnosa između vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka utvrđen je i na temelju dobivenih vrijednosti F-statistike, koje se kreću u intervalu od 115,5 do 21 996,3.

Dobivene vrijednosti koeficijenta korelacije ( $R$ ) i determinacije ( $R^2$ ) nalaze se u rasponima od 0,8362 do 0,9396 i od 0,6992 do 0,8829, slijedom. Pritom su za gotovo sve promatrane modele, osim linearnog modela, utvrđene slične vrijednosti oba koeficijenta. Utvrđene vrijednosti koeficijenta korelacije ukazuju na prisutnost visoke korelacije između empirijskih vrijednosti protoka vozila i gustoće prometnog toka, a dobivene vrijednosti koeficijenta determinacije pokazuju da se na temelju promatranih regresijskih modela „protok-gustoća“ može objasniti od oko 70 % do 88 % ukupne varijance izmjerenih vrijednosti protoka. Analizom vrijednosti kvalitativnog pokazatelja matematičke složenosti modela, isto kao i kod komparativne analize regresijskih modela „brzina-gustoća“, utvrđeno je da linearni, negativni eksponencijalni i potencijski model imaju najjednostavniju matematičku formulaciju. Za logaritamski, logistički i sigmoidni model utvrđena je srednja razina složenosti, dok je kubni model ocijenjen najsloženijim te time i najlošijim modelom prema tom pokazatelju.

Na temelju podataka prikazanih na dijagramu standardiziranih rezidualnih odstupanja odabranih modela „protok-gustoća“ u ovisnosti o gustoći prometnog toka, kod svih promatranih modela jasno je vidljiva prisutnost heteroskedastičnosti, odnosno povećanje varijabilnosti u empirijskim vrijednostima protoka vozila prilikom povećanja gustoće (Grafikon 55.). Pritom se može uočiti da je u režimu slobodnog toka (pri gustoćama manjim od 10 voz/km/traku) većina standardiziranih reziduala koncentrirana u relativno uskom rasponu, između -3 i 3 standardne devijacije. Pri vrijednostima gustoće između 10 i 20 voz/km/traku dolazi do

proširenja klastera točaka standardiziranih rezidualnih vrijednosti, pri čemu se većina reziduala promatranih modela nalazi unutar intervala od -3 do 6 standardnih devijacija reziduala. Prisutnost većeg broja pozitivnih rezidualnih vrijednosti u ovom području ukazuje na činjenicu da promatrani modeli pri ovim vrijednostima gustoće imaju tendenciju podcjenjivanja stvarnih empirijskih vrijednosti protoka vozila. U intervalu vrijednosti gustoće od 20 do 30 voz/km/traku dolazi do značajnog smanjenja broja točaka standardiziranih rezidualnih vrijednosti te istovremeno do povećanja njihove raspršenosti. Standardizirane rezidualne vrijednosti u ovom su intervalu vrijednosti gustoće ravnomjerno raspršene oko g-osi, a nalaze se većinom unutar raspona od -9 do 9 standardnih devijacija reziduala. Pri vrijednostima gustoće od 30 do 40 voz/km/traku također je vidljiva veća raspršenost standardiziranih rezidualnih vrijednosti, pri čemu se većina točaka na grafikonu nalazi ispod g-osi. To odražava činjenicu da u ovom intervalu vrijednosti gustoće, promatrani modeli većinom precjenjuju stvarne empirijske vrijednosti protoka vozila. Pri gustoći od 40 voz/km/traku, točke standardiziranih rezidualnih vrijednosti počinju formirati dva klastera koji se protežu u rasponu od 40 do 60 voz/km/traku. Prvi klaster većinom sačinjavaju pozitivne rezidualne vrijednosti koje su koncentrirane u rasponu između nule i 3 standardne devijacije rezultata, dok je drugi klaster formiran isključivo od negativnih rezidualnih vrijednosti, koncentriranih u rasponu od -10 do -5 standardnih devijacija reziduala. Standardne vrijednosti reziduala koje pripadaju prvom klasteru dobivene su primjenom sigmoidnog, logističkog, negativnog eksponencijalnog, kubnog i potencijskog modela, dok drugom klasteru pripadaju vrijednosti dobivene primjenom linearnog i logaritamskog modela. Pri vrijednostima gustoće prometnog toka većim od 60 voz/km/traku prisutan je mali broj rezidualnih vrijednosti koje su raspršene u intervalu širine  $\pm 11$  standardnih devijacija reziduala.

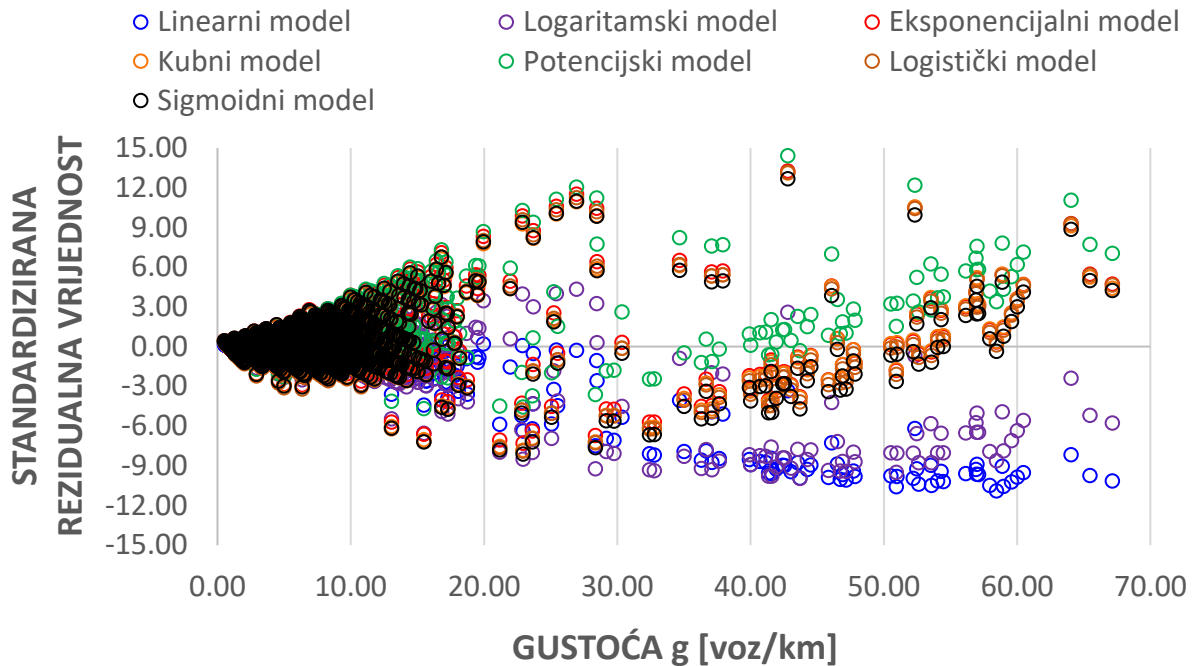
Na temelju toga može se zaključiti da se s povećanjem gustoće prometnog toka, u režimu slobodnoga i normalnoga prometnog toka proporcionalno povećava i varijabilnost empirijskih vrijednosti protoka oko njihove aritmetičke sredine definirane regresijskom funkcijom „brzina-gustoća“. Navedeni proporcionalni odnos između standardnih rezidualnih vrijednosti i gustoće u uvjetima slobodnoga prometnog toka utvrđen je za sve promatrane modele „brzina-gustoća“. Pri vrijednostima gustoće od 20 do 40 voz/km/traku, značajno se povećava disperzija empirijskih vrijednosti protoka, što ukazuje na činjenicu da prometni tok prelazi iz stabilnog u metastabilno stanje u kojemu se javljaju učestalije i kompleksnije interakcije između individualnih vozila u prometnom toku. Promatrani modeli su i u ovom intervalu vrijednosti gustoće pokazali podjednake vrijednosti standardiziranih reziduala. Pri

vrijednostima gustoće većim od 40 voz/km, najveću preciznost u opisu empirijskih vrijednosti brzine prometnog toka pokazuje potencijalni model. Za negativni eksponencijalni, kubni, logistički i sigmoidni model utvrđene su malo niže vrijednosti standardiziranih reziduala, dok su najveća odstupanja brzina procijenjenih modelom od stvarnih vrijednosti brzina, a time i najlošije performanse modela utvrđene za linearni i logaritamski model. Osim toga, ovdje je važno naglasiti da negativni eksponencijalni, kubni, logistički i sigmoidni model precjenjuju stvarne vrijednosti brzine prometnog toka u intervalu od 30 do 50 voz/km/traku, dok pri gustoćama većim od 60 voz/km/traku navedeni modeli podcjenjuju empirijske vrijednosti brzine. S druge strane, linearni i logaritamski model u ovom intervalu znatno precjenjuju stvarne vrijednosti brzine prometnog toka.

Prema podacima prikazanim na Grafikon 56., vidljivo je da standardizirane rezidualne vrijednosti izračunane na temelju omjera razlike između empirijskih i modeliranih vrijednosti protoka vozila i standardne devijacije uzorka svih rezidualnih vrijednosti protoka, već u području oko ishodišta dijagrama formiraju klaster čija se širina postupno povećava u intervalu vrijednosti protoka od 0 do 1300 voz/h/traku. Može se, također, uočiti da u režimu slobodnoga prometnog toka dolazi do gotovo potpunog preklapanja standardiziranih rezidualnih vrijednosti utvrđenih za gotovo sve promatrane modele „protok-gustoća“, izuzev potencijalnog modela koji pokazuje značajno raspršenje rezidualnih vrijednosti već pri protoku od oko 800 voz/h/traku. U intervalu do 1000 voz/h/traku, raspon u kojem se nalaze standardizirane rezidualne vrijednosti postupno se povećava iz raspona širine od  $\pm 0,5$  standardnih devijacija reziduala u prošireni interval od  $[-2,5, 4,5]$  standardnih devijacija reziduala. U intervalu vrijednosti protoka od 1300 do 1500 voz/h/traku, dolazi do naglog raspršenja reziduala negativnoga eksponencijalnog, kubnog, logističkog i sigmoidnog modela „protok-gustoća“. Standardizirane rezidualne vrijednosti navedenih modela pritom se rasipaju u intervalu od  $[-9, 12]$  standardnih devijacija reziduala. Pri vrijednostima protoka vozila većim od 1500 voz/h/traku na dijagramu standardiziranih rezidualnih odstupanja vidljive su samo vrijednosti reziduala linearnog i logaritamskog modela. U rasponu vrijednosti protoka od 1500 do 2000 voz/h/traku ova dva modela, za razliku od ostalih promatranih modela, imaju znatno manje rezidualne vrijednosti koje se nalaze unutar intervala širine  $\pm 3$  standardnih devijacija reziduala. Međutim, pri vrijednostima protoka većim od 2000 voz/h/traku, isti modeli predviđaju nerealistično visoke vrijednosti protoka vozila što se na dijagramu standardiziranih rezidualnih odstupanja očituje u obliku prisutnosti velikog broja točaka koje se u intervalu od 2000 do 5000 voz/h nalaze na sve većoj udaljenosti u odnosu na os protoka.

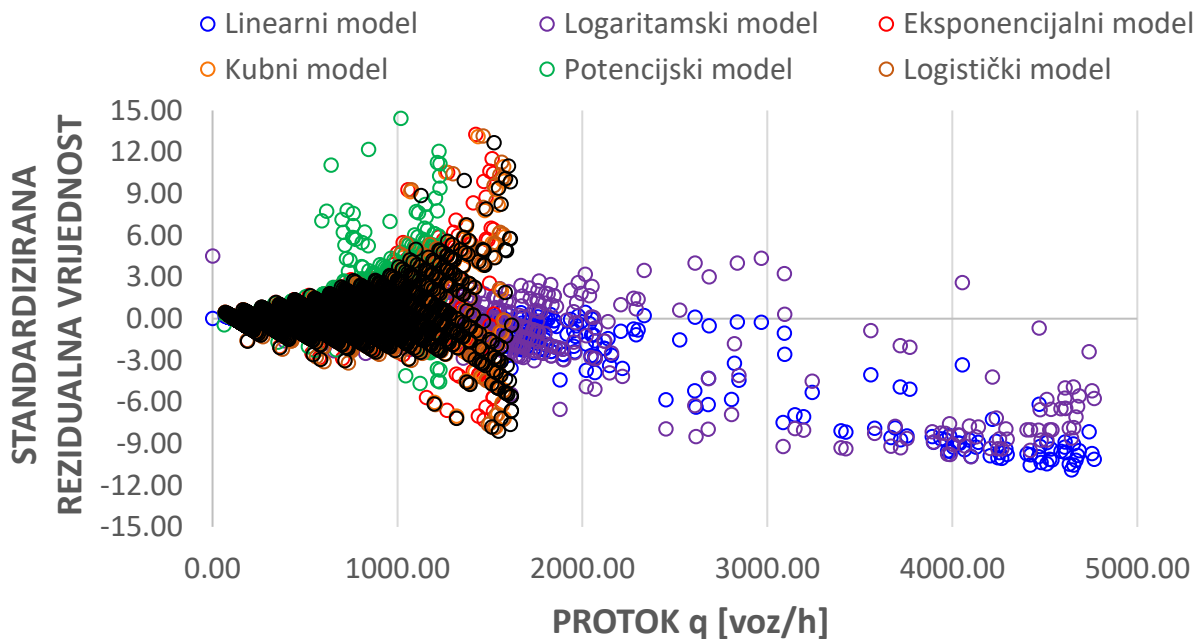


### DIJAGRAM STANDARDIZIRANIH REZIDUALNIH ODPSTUPANJA ODABRANIH REGRESIJSKIH MODELA "PROTOK-GUSTOĆA" U OVISNOSTI O GUSTOĆI PROMETNOG TOKA



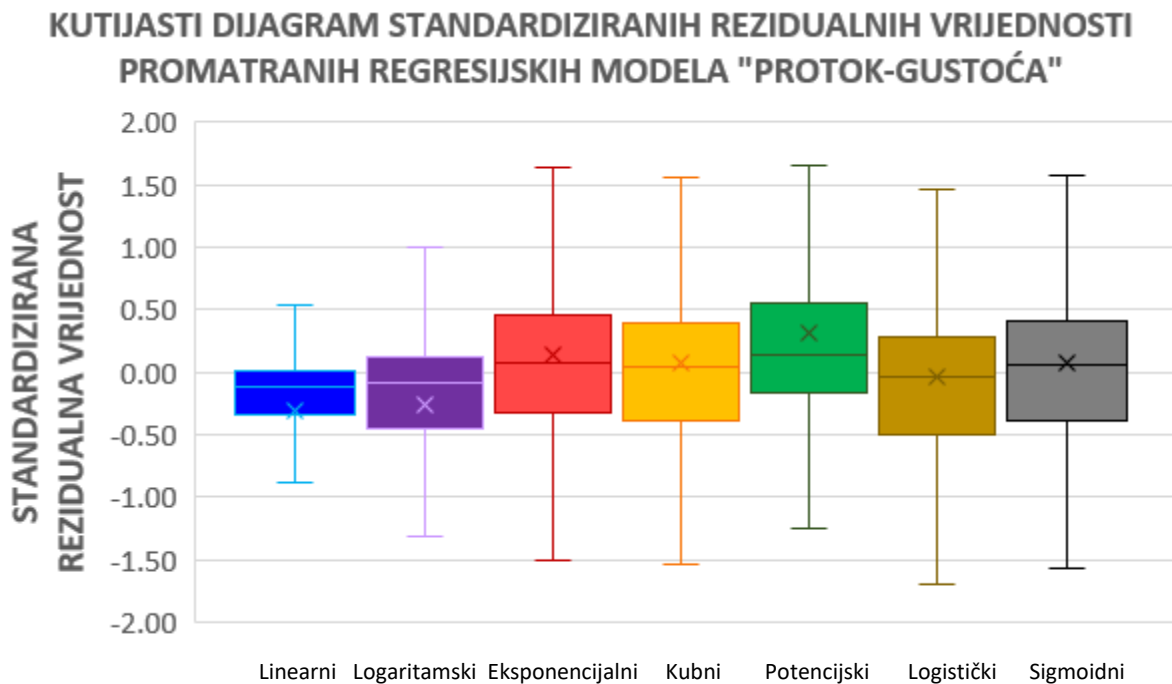
Grafikon 55. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela „protok-gustoća“ i gustoće prometnog toka. Izvor: obrada autora.

### DIJAGRAM STANDARDIZIRANIH REZIDUALNIH ODPSTUPANJA PROMATRANIH REGRESIJSKIH MODELA "PROTOK-GUSTOĆA" U OVISNOSTI O PREDVIĐENIM VRIJEDNOSTIMA PROTOKA



Grafikon 56. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela „protok-gustoća“ i predviđenih vrijednosti protoka vozila. Izvor: obrada autora.

Slijedom toga, ako se zanemare ekstremno visoke, nerealistične vrijednosti protoka dobivene primjenom linearnog i logaritamskog modela, zaključuje se da se s povećanjem protoka u intervalu od 1300 voz/h/traku, proporcionalno povećava i varijabilnost empirijskih vrijednosti protoka vozila. Vidljivo je, također, da se u rasponu vrijednosti protoka od 1300 do 1500 voz/h/traku, kad se protok približava svojoj maksimalnoj vrijednosti, odnosno praktičnoj propusnoj moći ceste, pojavljuje najšire rasipanje točaka standardiziranih rezidualnih vrijednosti protoka. To znači da se najintenzivnije oscilacije u empirijskim vrijednostima protoka vozila pojavljuju u uvjetima zasićenoga prometnog toka.



Grafikon 57. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela „protok-gustoća“. Izvor: obrada autora.

Na Grafikon 57. komparativno su prikazani rasponi varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela „protok-gustoća“. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu evidentno je da su standardizirane rezidualne vrijednosti utvrđene za negativni eksponencijalni, kubni, logistički i sigmoidni model najravnomjernije distribuirane oko nulte osi. Aritmetička sredina vrijednosti standardiziranih reziduala za te modele približno je jednaka nuli. Ti modeli ujedno pokazuju najšire vrijednosti raspona varijacije i interkvartilnih raspona, ali isto tako i najvišu razinu simetričnosti razdiobe standardiziranih rezidualnih vrijednosti oko nulte osi.

Ako se zanemare ekstremne rezidualne vrijednosti, linearni i logaritamski model pokazuju komparativno najniže vrijednosti aritmetičke sredine te najuže raspone varijacije i interkvartilne raspone standardiziranih rezidualnih vrijednosti u odnosu na ostale promatrane modele „protok-gustoća“, kao i višu razinu asimetričnosti utvrđenih standardiziranih rezidualnih vrijednosti oko nulte osi. Negativna vrijednost aritmetičke sredine linearnog i logaritamskog modela ukazuje na činjenicu da se primjenom tih modela u većini slučajeva dobivaju negativne rezidualne vrijednosti što znači da ta dva modela precjenjuju stvarne vrijednosti protoka vozila. S druge strane, potencijalski model s pozitivnom vrijednosti aritmetičke sredine standardiziranih rezidualnih vrijednosti predviđa vrijednosti protoka koje su niže u odnosu na stvarne vrijednosti protoka sadržane u prikupljenome empirijskom uzorku.

Na temelju usporedbe kumulativnih ocjena modela dobivenih zbrojem normaliziranih vrijednosti osam kvantitativnih i dva kvalitativna pokazatelja performansi modela, utvrđeno je da negativni eksponencijalni model „brzina-gustoća“ pokazuje najbolji odnos između mogućnosti točnog opisa matematičke relacije između empirijskih vrijednosti parametara protoka vozila i gustoće prometnog toka, jednostavnosti matematičke formulacije modela te mogućnosti jednostavnog razumijevanja i tumačenja rezultata dobivenih primjenom modela (Tablica 17.).

Slijedom toga, negativni eksponencijalni model odabran je kao najprikladniji model za opis determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“, kojom se opisuje odnos između prosječne vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka. Međutim, ovdje je važno istaknuti da negativni eksponencijalni regresijski model „protok-gustoća“ prikazan u sklopu ovog poglavlja, ne predstavlja konačan oblik funkcije kojim je definirana deterministička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela, već samo njezin osnovni oblik koji je poslužio kao temelj za daljnju razradu i definiranje konačne matematičke formulacije modela koja je detaljno opisana u poglavlju 7. pod naslovom „Formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj“.

Tablica 17. Komparativni prikaz apsolutnih i normaliziranih vrijednosti promatranih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi razvijenih regresijskih modela „protok-gustoća“ te utvrđenih kumulativnih ocjena performansi i razina prikladnosti primjene modela.

Model	Matematička formulacija	I	k	AIC	BIC	MSE	RMSE	MAE	F-Stat	R <sup>2</sup>	R
Linearni	$q(g) = 136,412 \left( g - \frac{g^2}{140} \right)$	DA	3	69568,6	69582,0	109722,1	331,2	116,3	115,5	0,6992	0,8362
Logaritamski	$q(g) = g \cdot (350 - 70) \cdot \ln(g + 20)$	NE	4	61483,9	61497,3	28478,7	168,8	81,1	8990,6	0,8238	0,9076
Negativni eksponencijalni	$q(g) = 136,412 \cdot g \cdot \exp(-0,033 \cdot g)$	DA	3	57403,2	57416,6	14416,2	120,1	72,3	20682,7	0,8827	0,9395
Kubni	$q(g) = 135,85g - 3,871g^2 + 0,041g^3 - 0,00015g^4$	DA	7	57363,3	57376,7	14320,6	119,7	71,2	20840,7	0,8769	0,9364
Potencijski	$q(g) = 136,412 \cdot g \cdot (0,963)^g$	DA	3	58637,0	58650,4	17711,1	133,1	76,7	16277,7	0,8749	0,9353
Logistički	$q(g) = \frac{g}{0,007 \cdot (1,034)^g}$	NE	4	57090,0	57103,4	13682,3	117,0	70,8	21952,8	0,8824	0,9394
Sigmoidni	$q(g) = \frac{959,14 \cdot g}{1 + \exp(0,034 \cdot (g + 53))}$	NE	4	57079,6	57093,0	13658,5	116,9	71,1	21996,3	0,8829	0,9396

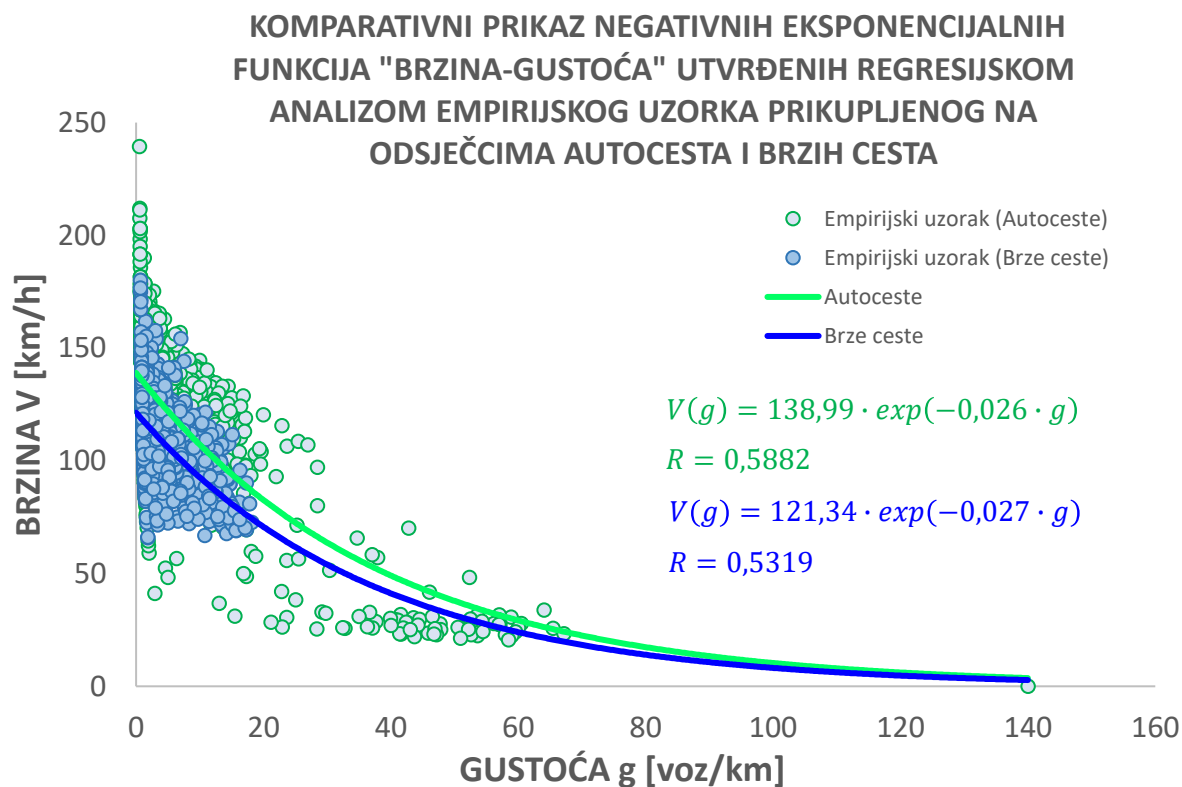
  

	Prikladnost primjene modela	Kumulativna ocjena performansi modela	Normalizirane vrijednosti pokazatelja performansi modela										
Linearni	7	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Logaritamski	6	7,19	0,75	0,99	0,64	0,64	0,84	0,75	0,77	0,40	0,67	0,69	
Negativni eksponencijalni	1	9,81	1,00	0,98	0,97	0,97	0,99	0,98	0,96	0,94	0,99	0,99	
Kubni	5	8,81	0,00	1,00	0,97	0,97	0,99	0,98	0,99	0,94	0,96	0,96	
Potencijski	4	9,06	1,00	0,90	0,87	0,87	0,95	0,92	0,87	0,73	0,95	0,95	
Logistički	3	9,72	0,75	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	
Sigmoidni	2	9,74	0,75	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	

Izvor: obrada autora.

#### 5.4. Komparativna analiza specifičnih oblika odabranog modela regresije prikladnih za opis relacija između parametara prometnog toka na autocestama i brzim cestama

U ovom potpoglavlju komparirani su specifični oblici dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, razvijeni prilagodbom funkcija  $V(g)$  i  $q(g)$  negativnoga eksponencijalnog modela regresije, koji je u potpoglavljima 5.2. i 5.3. ocijenjen najprikladnijim, empirijskim vrijednostima promatranih parametara prometnog toka sadržanih u dva parcijalna statistička uzorka, od kojih prvi uključuje skup empirijskih vrijednosti brzine, protoka i gustoće utvrđenih na odsječcima autocesta, a drugi skup empirijskih vrijednosti brzine, protoka i gustoće utvrđenih na odsječcima brzih cesta u Republici Hrvatskoj.



Grafikon 58. Komparativni prikaz specifičnih oblika eksponencijalne regresijske funkcije „brzina-gustoća“ utvrđene analizom parcijalnih empirijskih uzoraka prikupljenih na odsječcima autocesta i brzih cesta u RH. Izvor: obrada autora.

Komparativna analiza specifičnih oblika regresijskih funkcija na temelju kojih se mogu opisati relacije između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka provedena je radi provjere mogućnosti definiranja faktora prilagodbe ovisnog o kategoriji ceste visokog učinka, s kojim bi se regresijske funkcije „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“,

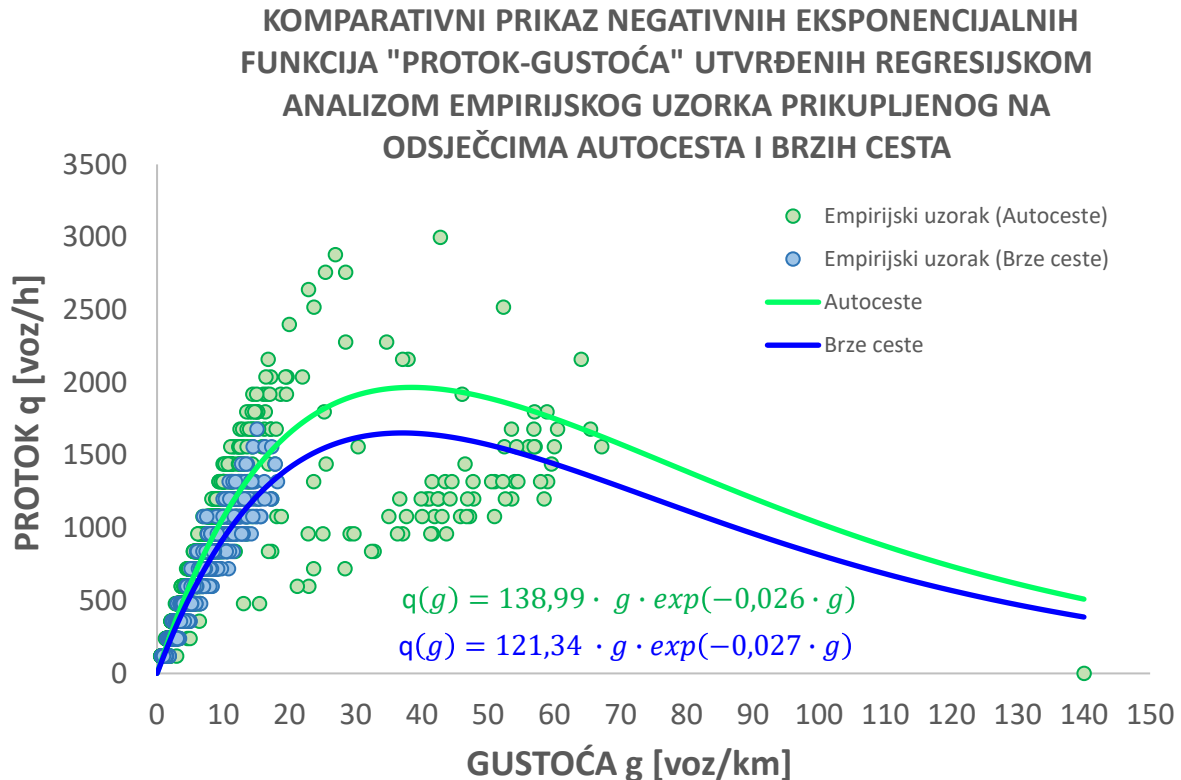
koje predstavljaju determinističku komponentu temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, mogle preciznije prilagoditi uvjetima koji prevladavaju u realnome prometnom toku na autocestama i brzim cestama.

Na temelju podataka prikazanih na Grafikon 58., vidljivo je da je najveća apsolutna razlika između negativnih eksponencijalnih regresijskih funkcija „brzina-gustoća“, prilagođenih parcijalnim uzorcima prikupljenim na autocestama i brzim cestama prisutna u području slobodnog toka, što je očito i iz dobivenih matematičkih izraza, prema kojima brzina slobodnog toka na odsječcima autocesta i brzih cesta iznosi oko 139 km/h i 121 km/h, slijedom. To znači da se u uvjetima slobodnoga prometnog toka na autocestama javljaju u prosjeku oko 15 % veće vrijednosti brzine slobodnog toka u odnosu na brzinu prometnog toka na brzim cestama. Razlika između prosječne brzine prometnog toka na autocestama i brzim cestama postupno se smanjuje s povećanjem gustoće prometnog toka, tako da u uvjetima zagušenoga prometnog toka više gotovo nema nikakve apsolutne razlike između brzine prometnog toka na promatranim kategorijama cesta visokog učinka. Na temelju dobivenih matematičkih izraza također se može uočiti da promatrane regresijske funkcije pokazuju gotovo identičnu stopu smanjenja brzine prometnog toka pri porastu vrijednosti gustoće prometnog toka.

Ako se usporede empirijski parovi vrijednosti „brzina-gustoća“ prikazani točkama na grafikonu, jasno je vidljivo da su na autocestama u režimu slobodnoga prometnog toka prisutne veće varijacije u brzinama vozila, nego što je to slučaj na brzim cestama. Komparativne razlike u varijabilnosti brzine prometnog toka na autocestama i brzim cestama u ostalim režimima prometnog toka (normalnome, zasićenome i zagušenome prometnom toku) ne mogu se odrediti budući da statistički uzorak koji je prikupljen na brzim cestama ne sadrži empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka koje su utvrđene pri vrijednostima gustoće većim od 20 voz/km/traku.

Komparativnom analizom pozitivno asimetričnih krivulja drugog reda (Grafikon 59.), razvijenih na temelju prethodno prikazanih negativnih eksponencijalnih funkcija „brzina-gustoća“, utvrđeno je da teorijska propusna moć autocesta iznosi 1966 voz/h/traku, a teorijska propusna moć brzih cesta 1653 voz/h/traku. Osim toga, utvrđeno je i da se navedene vrijednosti teorijske propusne moći javljaju pri približno istim vrijednostima gustoće prometnog toka, odnosno pri 38 voz/km/traku na autocestama te pri 36 voz/km/traku na brzim cestama. Vrijednost gustoće zagušenja se prema obje promatrane regresijske funkcije procjenjuje na oko 140 voz/km/traku. Na temelju navedenih teorijskih vrijednosti propusne moći i gustoće

zasićenja izračunane su i vrijednosti brzine zasićenja. Pritom brzina zasićenja na autocestama iznosi 51,7 km/h, a na brzim cestama 45,9 km/h.



Grafikon 59. Komparativni prikaz specifičnih oblika krivulja „protok-gustoća“ negativnoga eksponencijalnog modela utvrđenih analizom parcijalnih empirijskih uzoraka prikupljenih na odsječcima autocesta i brzih cesta u RH. Izvor: obrada autora.

Kako bi se utvrdile vrijednosti faktora prilagodbe oblika funkcija „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, čije bi vrijednosti varirale ovisno o tipu ceste visokog učinka te na temelju kojeg bi se osnovni izraz negativne eksponencijalne funkcije „brzina-gustoća“ mogao prilagoditi na izvedene oblike, prikladnije za opis specifičnih karakteristika prometnog toka na autocestama i brzim cestama, izračunani su omjeri između vrijednosti konstanti prisutnih u tri promatrana matematička izraza negativnoga eksponencijalnog regresijskog modela. Navedeni faktori prilagodbe mogu se prikazati na temelju izraza:

$$f_{sl}(AC) = \frac{V_{sl}(AC)}{V_{sl}(CVU)}; \quad f_{sl}(BC) = \frac{V_{sl}(BC)}{V_{sl}(CVU)}; \quad (39)$$

$$f_{\alpha}(AC) = \frac{\alpha(AC)}{\alpha(CVU)}; \quad f_{\alpha}(BC) = \frac{\alpha(BC)}{\alpha(CVU)}; \quad (40)$$

$$f_{sl}(\tau) = \frac{\alpha(\tau)}{\alpha(CVU)}; \quad f_{\alpha}(\tau) = \frac{\alpha(\tau)}{\alpha(CVU)}; \quad (41).$$

Nakon uvođenja faktora prilagodbe ovisnih o tipu (kategoriji) prometnica visokog učinka, općeniti izraz negativnoga eksponencijalnog modela „brzina-gustoća“ može se prikazati u proširenom obliku:

$$V(g, \tau, f_{sl}, f_{\alpha}) = 136,412 \cdot f_{sl}(\tau) \cdot \exp(-0,033 \cdot f_{\alpha}(\tau) \cdot g) \quad (42)$$

gdje je:

$V(g, \tau, f_{sl}, f_{\alpha})$  – vrijednost srednje prostorne brzine prometnog toka utvrđena na temelju prilagođenog oblika negativnoga eksponencijalnog modela „brzina-gustoća“, dobivenog primjenom faktora prilagodbe  $f_{sl}(\tau)$  i  $f_{\alpha}(\tau)$ , ovisnih o tipu prometnice visokog učinka

$\tau$  – oznaka tipa prometnice visokog učinka (AC za autoceste i BC za brze ceste i CVU za obje kategorije cesta visokog učinka)

$f_{sl}(\tau)$  – vrijednost faktora prilagodbe brzine slobodnoga prometnog toka, ovisna o promatranoj kategoriji prometnica visokog učinka

$f_{\alpha}(\tau)$  – vrijednost faktora prilagodbe potencije negativne eksponencijalne funkcije, ovisna o promatranoj kategoriji prometnica visokog učinka

$\alpha(\tau)$  – numerička vrijednost prisutna u potenciji negativnoga eksponencijalnog modela „brzina-gustoća“.

Konačno, konkretne vrijednosti faktora prilagodbe brzine slobodnog toka  $f_{sl}(\tau)$  i faktora potencije negativne eksponencijalne funkcije  $f_{\alpha}(\tau)$  reprezentativne za autoceste i brze ceste (Grafikon 18.) mogu se dobiti uvrštavanjem odgovarajućih numeričkih vrijednosti u izraze (42) i (43), pri čemu se dobivaju ovi izrazi:

$$f_{sl}(AC) = \frac{138,99}{136,412} = 1,019; \quad f_{sl}(BC) = \frac{121,34}{136,412} = 0,8895 \quad (43)$$

$$f_{\alpha}(AC) = \frac{-0,026}{-0,033} = 0,7878; \quad f_{\alpha}(BC) = \frac{-0,027}{-0,033} = 0,8181 \quad (44).$$

Tablica 18. Komparativni prikaz vrijednosti faktora prilagodbe, ovisnih o tipu (kategoriji) ceste visokog učinka, na temelju kojih se osnovna negativna eksponencijalna funkcija regresije determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela može svesti na specifične oblike prikladnije za opisivanje karakteristika prometnih tokova na autocestama i brzim cestama.

<b>Ceste visokoga učinka (CVU)</b>	<b>Autoceste (AC)</b>	<b>Brze ceste (BC)</b>
<i>Faktor prilagodbe brzine slobodnog toka <math>f_{sl}(\tau)</math></i>	1,019	0,8895
<i>Faktor prilagodbe potencije negativne eksponencijalne funkcije <math>f_{sl}(\alpha)</math></i>	0,7878	0,8181

Izvor: obrada autora.



## 6. REZULTATI INFERENCIJALNE I VJEROJATNOSNE ANALIZE EMPIRIJSKIH VRIJEDNOSTI PROMATRANIH PARAMETARA PROMETNOG TOKA

Osnovna prednost stohastičkih modela prometnog toka, u odnosu na determinističke modele kojima se mogu opisati matematičke relacije između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka, nalazi se u činjenici da se oni mogu primijeniti za simulaciju nastanka slučajnih fluktuacija u vrijednostima parametara prometnog toka, koje se učestalo javljaju u uvjetima realnoga prometnog toka. Budući da stohastički modeli omogućavaju generiranje slučajnih vrijednosti parametara prometnog toka na temelju odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti, njihovom se primjenom može dobiti puno dublji i potpuniji uvid u zakonitosti kretanja vozila u realnim prometnim tokovima na cestama visokog učinka, nego što je to moguće u slučaju primjene determinističkih modela koji uzimaju u obzir samo prosječne vrijednosti, a zanemaruju složene prostorno-vremenske varijabilnosti koje su prisutne u vrijednostima svih makroskopskih i mikroskopskih parametara prometnog toka.

Uzevši u obzir činjenice da su matematičke formulacije konvencionalnih determinističkih modela temeljnog dijagrama prometnog toka razvijene isključivo na temelju korelacijske i regresijske analize u sklopu kojih su identificirani optimalni oblici regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ te da se te funkcije mogu primijeniti isključivo samo za prikaz odnosa između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka, u sklopu ovih istraživanja ispitana je mogućnost razvoja temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, kojim bi se uz opis matematičkih relacija između srednjih vrijednosti parametara prometnog toka također opisala vjerojatnost nastanka različitih veličina vrijednosti parametara prometnog toka oko njihovih srednjih vrijednosti pri različitim vrijednostima gustoće, odnosno u različitim režimima prometnog toka.

U ovome poglavlju prikazani su rezultati inferencijalne i vjerojatnosne analize, na temelju kojih su utvrđeni optimalni tipovi i oblici teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti koji se mogu primijeniti za opis empirijskih razdioba vrijednosti brzine i protoka vozila oko njihovih srednjih vrijednosti u različitim režimima prometnog toka. Potpoglavlje 6.1. daje detaljan opis primijenjenih statističkih testova prilagodbe<sup>34</sup>, uključujući  $\chi_0^2$ -test, Kolmogorov-Smirnovljevi

---

<sup>34</sup> Statistički testovi prilagodbe (engl. *Godness-of-fit tests*) služe za provjeru razine podudarnosti između vrijednosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba promatranih parametara prometnog toka.

test i Anderson-Darlingov test te grafičkih metoda analize odnosa kvantila i vjerojatnosti promatranih teorijskih i empirijskih razdioba vrijednosti parametara prometnog toka, provedenih radi identifikacije specifičnih oblika funkcije gustoće vjerojatnosti, najprikladnijih za opis nastanka slučajnih fluktuacija u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka u režimu slobodnog, normalnog i zasićenog prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Rezultati statističkih testova prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzine i protoka vozila prezentirani su u potpoglavljima od 6.2 do 6.4.

## **6.1. Metodologija analize i modeliranja stohastičkih karakteristika prometnog toka**

Radi identifikacije optimalnih tipova i oblika funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih je moguće, uz visoku razinu točnosti i preciznosti, opisati stohastičke relacije između promatranih parametara prometnog toka, odnosno pojavu slučajnih oscilacija u vrijednostima brzine prometnog toka i protoka vozila u različitim režimima prometnog toka, prikupljeni statistički uzorak bilo je potrebno podijeliti na poduzorke koji u sebi uključuju empirijske vrijednosti brzina i protoka izmjerene u definiranim jediničnim intervalima gustoće prometnog toka. Pritom je bilo potrebno voditi računa o tome da širina promatranih intervalnih vrijednosti gustoće prometnog toka bude definirana tako da se unutar svakog poduzorka zadrži dostatan broj opservacija na temelju kojih se mogu odrediti optimalni tipovi i oblici funkcija gustoće vjerojatnosti.

Za potrebe razvoja stohastičke komponente modela „brzina-gustoća“, prikupljeni statistički uzorak je na temelju izmjerenih vrijednosti gustoće prometnog toka podijeljen u četiri parcijalna uzorka, tako da svaki parcijalni uzorak u sebi sadrži vrijednosti svih parametara prometnog toka, izmjerenih unutar definiranih graničnih vrijednosti gustoće prometnog toka. Na taj je način omogućeno pojedinačno promatranje mjerodavnih značajki prometnog toka u uvjetima slobodnoga, normalnoga – stabilnoga, polustabilnoga, nestabilnoga i zasićenoga

---

Provedbom statističkih testova prilagodbe utvrđuju se odstupanja između vrijednosti parametara prometnog toka, izmjerenih u uvjetima realnoga prometnog toka i očekivanih vrijednosti tih parametara utvrđenih primjenom promatranih modela prometnog toka. Drugim riječima, njihovom primjenom moguće je utvrditi odgovara li promatrani skup empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku njihovim modeliranim vrijednostima. Postoji veći broj različitih testova prilagodbe, među kojima su najpoznatiji X02 test, Kolmogorov-Smirnovljev test, Anderson-Darlingov test, Cramér-von-Misesov test i Watsonov test.

prometnog toka. Na temelju navedene segmentacije prikupljenoga statističkog uzorka kreirani su parcijalni statistički uzorci:

- *Parcijalni uzorak  $G_{0-10}$* : Uključuje empirijske vrijednosti brzine prometnog toka i protoka vozila utvrđene na promatranim odsječcima cesta visokog učinka u uvjetima slobodnoga prometnog toka odnosno pri vrijednostima gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km;
- *Parcijalni uzorak  $G_{10-20}$* : Uključuje empirijske vrijednosti brzine prometnog toka i protoka vozila utvrđene na promatranim odsječcima cesta visokog učinka u uvjetima slobodnoga prometnog toka odnosno pri vrijednostima gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km;
- *Parcijalni uzorak  $G_{20-40}$* : Uključuje empirijske vrijednosti brzine prometnog toka i protoka vozila utvrđene na promatranim odsječcima cesta visokog učinka u uvjetima normalnoga (nezasićenoga) prometnog toka odnosno pri vrijednostima gustoće prometnog toka između 20 i 40 voz/km;
- *Parcijalni uzorak  $G_{50-60}$* : Uključuje empirijske vrijednosti brzine prometnog toka i protoka vozila utvrđene na promatranim odsječcima cesta visokog učinka u uvjetima zasićenoga prometnog toka odnosno pri vrijednostima gustoće prometnog toka između 50 i 60 voz/km.

Kako bi se pobliže utvrdile vjerojatnosti pojave različitih vrijednosti brzina i protoka pri karakterističnim veličinama gustoće prometnog toka, u sljedećem koraku analize bilo je potrebno utvrditi i specifične oblike empirijskih razdioba brzina i protoka koji se pojavljuju u različitim režimima prometnog toka. Na temelju analize apsolutnih, relativnih i kumulativnih učestalosti pojave empirijskih vrijednosti mjerodavnih parametara prometnog toka (brzine i protoka vozila) sadržanih u parcijalnim uzorcima  $G_{0-10}$  do  $G_{50-60}$ , utvrđene su njihove specifične empirijske razdiobe, koje su zatim u sklopu provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe komparirane s teorijskim razdiobama karakterističnih funkcija gustoće vjerojatnosti kako bi se utvrdile optimalne statističke razdiobe kojima se, u svakom promatranom rasponu vrijednosti gustoće, mogu najpreciznije simulirati slučajne varijacije vrijednosti brzina i protoka vozila oko njihovih prosječnih vrijednosti predstavljenih prethodno definiranim determinističkim funkcijama regresije.

Nakon podjele prikupljenoga statističkog uzorka na odgovarajući broj poduzoraka, radi identifikacije optimalnog tipa i oblika funkcije gustoće vjerojatnosti u svakom promatranom intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka, primijenjeni su ovi statistički testovi i metode komparativne analize:

1. *Hi-kvadrat ( $\chi^2$ ) test*: Hi-kvadrat test je statistički test koji se primjenjuje za provjeru proizlaze li vrijednosti sadržane u prikupljenom statističkom uzorku iz populacije distribuirane prema zadanoj teorijskoj razdiobi vjerojatnosti. Osnovna prednost ovog testa nalazi se u činjenici da se on može primijeniti za testiranje svih jednodimenzionalnih razdioba vjerojatnosti za koje se može odrediti kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti. Prije primjene Hi-kvadrat testa potrebno je grupirati vrijednosti sadržane u prikupljenom uzorku u odgovarajući broj statističkih razreda. Pritom je potrebno voditi računa o tome da vrijednost testne statistike Hi-kvadrat testa ovisi o načinu na koji je provedeno grupiranje podataka. Osim toga, Hi-kvadrat test nije prikladan za male uzorke, već je za njegovu učinkovitu primjenu potrebno prikupiti uzorak dostatne veličine na temelju kojega se uz primjenu Hi-kvadrat razdiobe vjerojatnosti može aproksimirati razdioba vrijednosti  $\chi^2$  testne statistike. Hi-kvadrat test predstavlja alternativu ostalim testovima podudarnosti statističkih razdioba (engl. *Goodnes-of-fit tests*), poput Kolmogorov-Smirnovljeva i Anderson-Darlingova testa, a može se primijeniti za testiranje i diskretnih i kontinuiranih razdioba. Prema nultoj hipotezi  $\chi^2$  testa pretpostavlja se da vrijednosti parametara prometnog toka sadržane u prikupljenome statističkom uzorku prate zadanu teorijsku razdiobu vjerojatnosti. Testna statistika Hi-kvadrat testa ( $\chi^2$ ) može se prikazati na temelju matematičkih izraza:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f_{ei} - f_{ti})^2}{f_{ti}} \quad (45)$$

$$f_{ti} = N_s (F(d_g) - F(d_d)) \quad (46)$$

gdje je:

*f<sub>ei</sub>* – empirijska frekvencija u *i*-tom statističkom razredu

*f<sub>ti</sub>* – teorijska frekvencija u *i*-tom statističkom razredu

*n* – broj statističkih razreda

*F* – kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti za testiranu razdiobu

*d<sub>d</sub>* i *d<sub>g</sub>* – donja i gornja granica promatranoga statističkog razreda

*N* – veličina prikupljenoga statističkog uzorka.

Rezultati dobiveni Hi-kvadrat testom osjetljivi su na metodu primijenjenu radi agregiranja podataka u statističke razrede. Prilikom provedbe Hi-kvadrat testa potrebno je uzeti u obzir činjenicu da ne postoji jedinstvena optimalna širina statističkih razreda koju je potrebno primijeniti prilikom grupiranja podataka (budući da optimalna širina razreda ovisi o promatranj statističkoj razdiobi). Kako bi se rezultati dobiveni Hi-kvadrat testom mogli smatrati validnim, sve statističke razrede za koje se utvrdi da imaju vrijednost empirijske frekvencije nižu od 5, potrebno je povezati sa susjednim razredima. Potreba za navedenim spajanjem statističkih razreda obično se javlja u repovima promatranih statističkih razdioba. Testna statistika Hi-kvadrat testa približno prati Hi-kvadrat razdiobu  $s(r-c-1)$

stupnjeva slobode, pri čemu  $r$  označava broj statističkih razreda u kojima se uspoređuju vrijednosti empirijskih i teorijskih frekvencija, a  $c$  broj parametara razdiobe koji se procjenjuju na temelju prikupljenoga statističkog uzorka (uključujući parametre pozicije, skale i oblika razdiobe). Slijedom toga, hipoteza da se vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržane u prikupljenome statističkom uzorku, ponašaju prema zadanoj teorijskoj razdiobi vjerojatnosti, odbacuje se ako je zadovoljen sljedeći uvjet:

$$\chi^2 > \chi_{1-\alpha, k-c}^2 \quad (47)$$

gdje je:

$\chi_{1-\alpha, k-c}^2$  – kritična vrijednost Hi-kvadrat testa uz  $k-c$  stupnjeva slobode i zadanu razinu signifikantnosti  $\alpha$ .

2. *Kolmogorov-Smirnovljevi test*: Primjenjuje se u slučajevima kad se želi utvrditi ponašaju li se vrijednosti parametara prometnog toka sadržane u prikupljenom uzorku po specifično zadanoj teorijskoj razdiobi vjerojatnosti. Kolmogorov-Smirnovljevim (K-S) testom promatra se empirijske kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti. Navedena funkcija stepenastog je oblika, a dobiva se povezivanjem točaka (opservacija) promatranih parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenom uzorku, koje su prethodno poredane od svoje minimalne do maksimalne vrijednosti. Testna statistika se prema K-S testu temelji na proračunu maksimalne vertikalne udaljenosti između vrijednosti empirijske i zadane teorijske kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti. Primarna prednost K-S testa proizlazi iz mogućnosti njegove primjene neovisno o karakteristikama kontinuiranih funkcija gustoće vjerojatnosti koje se uspoređuju testom. Dodatna prednost ovog testa nalazi se u činjenici da se on može smatrati egzaktnim testom, što znači da se njegovom primjenom dobivaju egzaktne vrijednosti razine značajnosti testa ( $p$ -vrijednosti), bez potrebe za aproksimacijom razdiobe vrijednosti testne statistike. Time se K-S test nalazi u prednosti u usporedbi s drugim testovima kojima se ispituje razina podudarnosti između odabranih statističkih razdioba, poput X02 testa koji ovisi o aproksimaciji razdiobe vrijednosti testne statistike, koja se može smatrati validnom samo u slučaju kad su zadovoljene određene pretpostavke poput dostatne veličine prikupljenoga statističkog uzorka. Unatoč navedenim prednostima, K-S test ima i nekoliko značajnih ograničenja. Osnovni nedostatak K-S testa nalazi se u tome što se on može primijeniti samo za testiranje kontinuiranih razdioba. Osim toga, K-S test je osjetljiviji na vrijednosti koje se nalaze u blizini centra razdioba koje se uspoređuju, nego na vrijednosti koje se nalaze u repovima razdioba. Značajni nedostatak ovog testa nalazi se i u činjenici da sve razdiobe koje se testiraju moraju biti potpuno specificirane, što znači da se, ako se parametri lokacije, skale i oblika razdiobe procijene na temelju podataka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku, kritično područje K-S testa više ne može smatrati validnim. Testna statistika Kolmogorov-Smirnovljeva testa (D) može se prikazati na temelju izraza:

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left( F(y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(y_i) \right) \quad (48)$$

gdje je:

$F$  – kumulativna razdioba odabrane teorijske kontinuirane razdiobe vjerojatnosti za koju su specificirane vrijednosti svih parametara kojima se potpuno određuje oblik razdiobe (vrijednosti parametara pozicije, skale i oblika razdiobe).

Pritom se prema nultoj hipotezi K-S testa pretpostavlja da empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, sadržane u prikupljenome statističkom uzorku, prate zadanu teorijsku razdiobu. Nulta hipoteza se odbacuje u slučaju kad je vrijednost testne statistike  $D$  veća od odgovarajuće kritične vrijednosti testa koja se određuje na temelju zadane vrijednosti signifikantnosti testa ( $p$ -vrijednosti).

3. *Anderson-Darlingov test*: Ovaj test se, kao i prethodna dva statistička testa, može primijeniti za testiranje sličnosti između empirijskih razdioba vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenom uzorku i teorijskih razdioba vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti. Drugim riječima, Anderson-Darlingov test rabi se za provjeru je li uzorak izmjerenih vrijednosti parametara prometnog toka odabran iz populacije koja je distribuirana prema nekoj specifičnoj teorijskoj razdiobi vjerojatnosti. Ovaj statistički test predstavlja modificiranu verziju Kolmogorov-Smirnovljeva (K-S) testa, prema kojoj se prilikom testiranja sličnosti između empirijske i odabranih teorijskih kumulativnih funkcija gustoće vjerojatnosti, pridaje veći značaj vrijednostima koje se nalaze u repovima razdioba, nego što je to slučaj kod Kolmogorov-Smirnovljeva testa. Anderson-Darlingov test, za razliku od Kolmogorov-Smirnovljeva testa, primjenjuje specifičnu razdiobu vjerojatnosti prilikom proračuna kritičnih vrijednosti testa. Osnovna komparativna prednost Anderson-Darlingova testa u odnosu na K-S test njegova je veća osjetljivost, a osnovni nedostatak ovog statističkog testa nalazi se u činjenici da se kritične vrijednosti testa moraju proračunavati posebno za svaku promatrane razdiobu vjerojatnosti. Anderson-Darlingov test može poslužiti kao alternativa X02 i Kolmogorov-Smirnovljevu testu za testiranje oblika razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. Nulta hipoteza Anderson-Darlingova testa pretpostavlja da promatrana kumulativna empirijska razdioba prati zadanu teorijsku razdiobu, dok se prema alternativnoj hipotezi pretpostavlja da podatci sadržani u prikupljenom uzorku ne proizlaze iz promatrane teorijske razdiobe. Anderson-Darlingova testna statistika  $A^2$  definirana je sljedećim matematičkim izrazima:

$$A^2 = -N - S \quad (49)$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} [\ln F(y_i) + \ln(1 - F(Y_{N+1-i}))] \quad (50)$$

gdje je:

*F* – kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe  
*Y<sub>i</sub>* – poredane vrijednosti promatranog parametra prometnog toka, sadržanog u prikupljenom statističkom uzorku.

Kritične vrijednosti Anderson-Darlingova testa, prema kojima se donosi odluka o prihvaćanju ili opovrgavanju postavljenih hipoteza, ovise o obliku razdiobe na temelju koje se provodi test. Anderson-Darlingov test je jednostrani statistički test kod kojega se hipoteza da se vrijednosti sadržane u prikupljenome uzorku mogu opisati primjenom odabrane teorijske razdiobe vjerojatnosti odbacuje u slučaju kad se utvrdi da je vrijednost testne statistike  $A^2$  veća od odgovarajuće kritične vrijednosti testa. Pritom treba voditi računa o tome da je ovisno o testiranoj teorijskoj razdiobi vjerojatnosti, vrijednost testne statistike  $A^2$  potrebno multiplicirati konstantom  $n$  koja se određuje na temelju veličine prikupljenoga statističkog uzorka ( $n$ ). Također, kritična vrijednost testa koja se uspoređuje s testnom statistikom  $A^2$  kako bi se donijela odluka o prihvaćanju ili opovrgavanju postavljenih hipoteza, varirat će ovisno o odabranoj razini signifikantnosti testa (obično  $\alpha = 0,01, 0,05$  ili  $0,10$ ).

4. *Grafički prikaz odnosa kvantila razdioba* (engl. *Q-Q plot*): Ovom grafičkom metodom provjereno je odgovaraju li kvantili zadanog skupa empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka vrijednostima kvantila odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti. Pritom kvantili predstavljaju granične vrijednosti promatranih parametara prometnog toka ispod kojih se nalazi određeni udio (postotak) empirijskih vrijednosti tih parametara sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. To znači da, primjerice, 60-postotni kvantil predstavlja graničnu vrijednost promatranog parametra prometnog toka ispod koje se nalazi 60 % empirijskih vrijednosti tog parametra sadržanih u promatranome statističkom uzorku. Prema ovoj metodi usporedba kvantila dva odabrana skupa podataka provedena je tako da su na x-os grafikona nanese vrijednosti kvantila empirijske razdiobe gustoće vjerojatnosti promatranog parametra prometnog toka, a na y-os vrijednosti kvantila odabrane teorijske razdiobe gustoće vjerojatnosti. Za svaki kvantil promatrane empirijske i teorijske razdiobe zatim su povučene horizontalne i vertikalne linije na grafikonu. Utvrđene empirijske i teorijske vrijednosti kvantila istog reda zatim su povezane u točke na grafikonu. Drugim riječima, svakom paru kvantila na grafikonu pridružena je jedna točka. Razina podudarnosti između empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba vrijednosti parametara prometnog toka na dobivenom grafikonu zatim je utvrđena na temelju analize rasprostiranja točaka kvantila oko referentnog pravca koji je konstruiran na temelju skupa točaka koje bi se dobile u slučaju potpune podudarnosti dva promatrana skupa podataka, odnosno u slučaju kada bi kvantilne vrijednosti parametara prometnog toka bile jednake za empirijsku i odabranu teorijsku funkciju gustoće vjerojatnosti. Pritom malo odstupanje točaka na grafikonu od te referente linije ukazuje na činjenicu da se empirijska razdioba vrijednosti promatranih parametara prometnog

toka može učinkovito simulirati s promatranom teorijskom razdiobom. Osnovna prednost ove grafičke metode nalazi se u tome što se njezinom primjenom može istovremeno ispitati veći broj različitih karakteristika empirijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, uključujući odstupanja u lokaciji, skali i simetričnosti empirijske razdiobe podataka u odnosu na referentnu liniju na grafikonu.

5. *Grafički prikaz odnosa vjerojatnosti kumulativnih razdioba* (engl. *P-P plot*): Primjenom ove grafičke metode provjerava se u kojoj se mjeri vrijednosti kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti utvrđene za prikupljeni uzorak empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka podudaraju s vrijednostima kumulativnih funkcija gustoće vjerojatnosti odabranih teorijskih razdioba. Grafikon odnosa između vrijednosti kumulativnih funkcija gustoće vjerojatnosti konstruira se tako da se na x-os nanose vrijednosti kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti utvrđene za prikupljeni empirijski uzorak promatranih parametara prometnog toka, a na y-os vrijednosti kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe. Te dvije vrijednosti povezane su u točkama u kojima se prema obje promatrane kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti dobivaju iste vrijednosti parametra prometnog toka. Primjerice, u slučaju kad je utvrđeno da vjerojatnost pojave vrijednosti brzine prometnog toka manje od 50 km/h iznosi 0,40 prema empirijskoj kumulativnoj funkciji gustoće vjerojatnosti te 0,45 prema odabranoj teorijskoj kumulativnoj funkciji gustoće vjerojatnosti, točka koja na grafikonu predstavlja brzinu od 50 km/h nalazit će se u sjecištu vertikalnog pravca koji prolazi kroz vrijednost 0,40 na x-osi i horizontalnog pravca koji prolazi kroz vrijednost 0,45 na y-osi grafikona. U idealnom slučaju potpune podudarnosti empirijske i teorijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, sve točke grafikona nalaze se na referentnom pravcu pod kutom od  $45^\circ$ . To znači da se s povećanjem odstupanja točaka grafikona od referentnog pravca povećava i razlika između promatranih razdioba i obrnuto. Vrijednost Pearsonova koeficijenta korelacije ( $r$ ) utvrđena linearnom regresijskom analizom točaka na grafikonu predstavlja razinu podudarnosti između dviju promatranih razdioba.

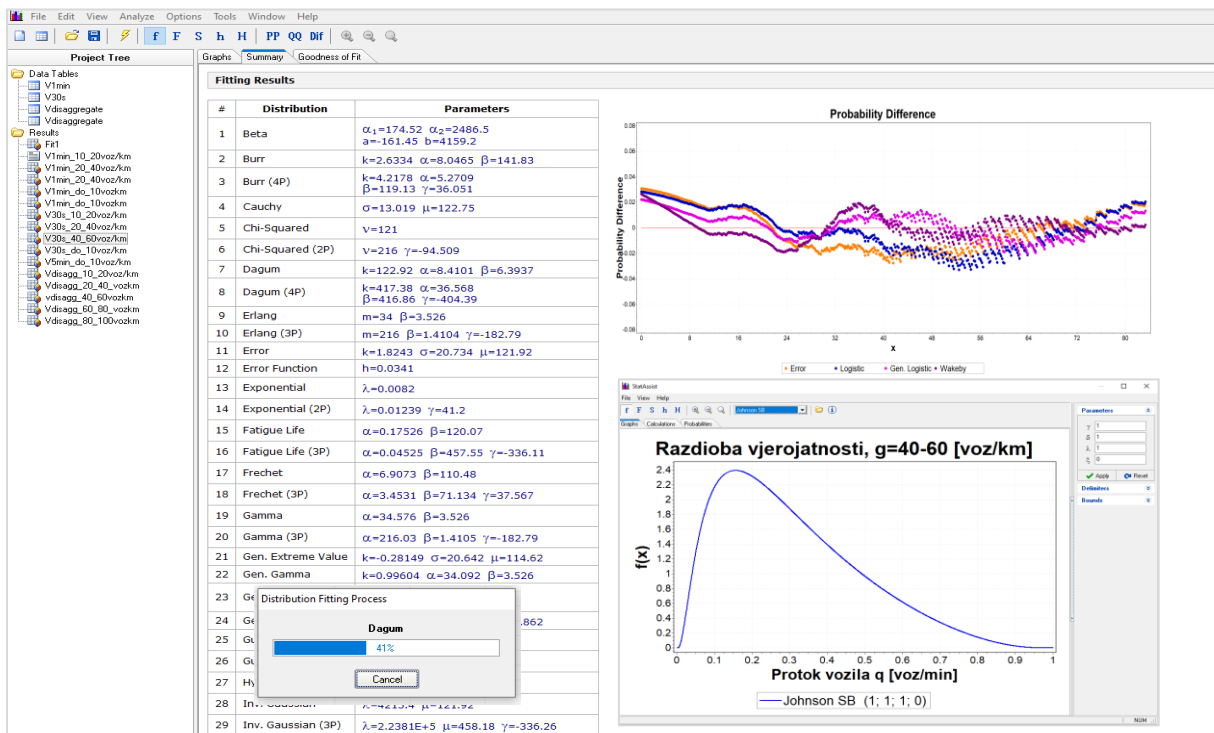
U sklopu navedenih statističkih testova razmatrane su dvije statističke hipoteze:

1. *Osnovna nul-hipoteza ( $H_0$ )*: Empirijska razdioba brzina/protoka vozila utvrđena na promatranim odsječcima cesta visokog učinka može se, uz zadovoljavajuću razinu statističke pogreške, opisati na temelju odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti;
2. *Alternativna hipoteza ( $H_1$ )*: Empirijska razdioba brzina/protoka vozila utvrđenih na promatranim odsječcima cesta visokog učinka može se, uz zadovoljavajuću razinu statističke pogreške, opisati na temelju odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti.



## 6.2. Rezultati prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku

U ovom potpoglavlju prikazani su rezultati statističkih testova prilagodbe (engl. *Goodness-of-fit tests*) provedenih radi identifikacije najprikladnijih oblika teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih se najtočnije i najpreciznije mogu opisati varijacije u empirijskim vrijednostima brzine prometnog toka u različitim režimima realnoga prometnog toka (slobodnom, normalnom, zasićenom i zagušenom toku) na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Osim rezultata dobivenih provedbom statističkih testova prilagodbe, u ovom poglavlju prikazani su i rezultati dobiveni primjenom grafičkih metoda analize odnosa kvantila empirijskih i odabranih teorijskih razdioba te odnosa vjerojatnosti empirijskih i odabranih teorijskih kumulativnih razdioba. Postupak prilagodbe različitih oblika teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe brzina i protoka koje su utvrđene na cestama visokog učinka u različitim režimima prometnog toka proveden je na temelju *EasyFit 5.6 Professional* softvera za obradu statističkih podataka, koji sadrži programske module za deskriptivnu statističku analizu, prilagodbu i testiranje statističkih razdioba (Slika 15.).



Slika 15. Prikaz *EasyFit 5.6 Professional* programskog okruženja primijenjenog za prilagodbu oblika i testiranje dobrote prilagodbe teorijskih razdioba vjerojatnosti. Izvor: *EasyFit 5.6 Professional* softver.

Identifikacija specifičnih oblika teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti, najprikladnijih za opis varijacija brzine i protoka vozila prisutnih pri različitim gustoćama prometnog toka, provedena je na temelju ovih koraka:

1. *Uvoz i priprema podataka u EasyFit 5.6 Professional programskom okruženju:* Iz integrirane baze podataka pohranjene u XLSX formatu izvezeni su parcijalni dezagregatni uzorci koji uključuju empirijske vrijednosti brzine i protoka vozila utvrđene na promatranim odsječcima cesta visokog učinka, u sljedećim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka:  $[0, 10)$ ,  $[10, 20)$ ,  $[20, 40)$  i  $[40, 60]$  voz/km/traku. Navedeni uzorci agregirani su u vremenske intervale od 1 minute te uvezeni u *EasyFit 5.6 Professional* programsko okruženje u četiri odvojene podatkovne tablice naziva: (1) "Empirijske vrijednosti brzine – dezagregatni uzorak"; (2) "Empirijske vrijednosti brzine – interval agregacije: 1 minuta"; (3) "Empirijske vrijednosti protoka – dezagregatni uzorak"; (4) "Empirijske vrijednosti protoka – interval agregacije: 1 minuta". Unutar svake navedene tablice uvezene vrijednosti brzina odvojene su u dva podatkovna stupca, pri čemu su u prvi podatkovni stupac kopirane sve dezagregatne vrijednosti brzine/protoka, a u drugi stupac vrijednosti brzine/protoka agregirane u 1-minutne vremenske intervale.
2. *Provedba postupka prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina i protoka:* U sklopu provedenog postupka prilagodbe teorijskih razdioba (engl. *distribution fitting*), promatrano je više od 60 različitih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti. Postupak prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina i protoka proveden je na temelju MLE metode procjene maksimalne vjerojatnosti (engl. *MLE – Maximum Likelihood Estimation*), pri čemu su vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale svake razdiobe optimizirani na temelju iterativnog postupka minimizacije vrijednosti funkcije logaritamske izglednosti (engl. *Log-Likelihood function*). Maksimalan dopušteni broj iteracija prilagodbe ograničen je na 1000 iteracija za svaku promatranu funkciju gustoće vjerojatnosti. Kako bi se navedeni postupak prilagodbe proveo posebno za svaki od promatranih intervala gustoće prometnog toka, navedeni postupak prilagodbe proveden je ukupno četiri puta, pri čemu su posebno generirani rezultati za svaku od podatkovnih tablica kreiranih unutar *EasyFit 5.6 Professional* programskog okruženja. Rezultati provedenog postupka prilagodbe prikazani su u tablici koja sadrži popis svih promatranih oblika teorijskih razdioba vjerojatnosti, utvrđenih vrijednosti K-S, A-D i  $\chi^2$  statistike te ranga važnosti pojedinih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti utvrđenih na temelju provedenih testova dobrote prilagodbe.
3. *Provedba statističkih testova dobrote prilagodbe:* U sklopu postupka prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina i protoka, za svaku prilagođenu teorijsku razdiobu provedena su tri statistička testa dobrote prilagodbe (engl. *Goodness-of-fit tests*), uključujući Kolmogorov-Smirnovljevi, Anderson-Darlingov i Hi-kvadrat ( $\chi^2$ ) test na temelju kojih je utvrđeno podudaraju li se prilagođeni oblici teorijskih razdioba vjerojatnosti,

dobiveni na temelju MLE metode procjene maksimalne vjerojatnosti, u dovoljnoj mjeri s empirijskim razdiobama vrijednosti brzine i protoka, da bi se moglo zaključiti da li se vrijednosti sadržane u prikupljenome empirijskom uzorku ponašaju po testiranim statističkim razdiobama. Drugim riječima, ovim je testovima ispitana istinitost nulte hipoteze ( $H_0$ ) da se empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka ponašaju po promatranim teorijskim funkcijama gustoće vjerojatnosti.

4. *Izvoz i zapis rezultata u integriranu bazu podataka:* Rezultati dobiveni provedbom postupaka prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka i provedbom statističkih testova dobrote prilagodbe izvezeni su iz *EasyFit 5.6 Professional* programskog okruženja te uvezeni u integriranu bazu podataka i pohranjeni u datoteku XLSX formata.
5. *Identifikacija potencijalno prikladnih oblika teorijskih razdioba vjerojatnosti:* Na temelju komparativne analize vrijednosti relevantnih ulaznih parametara i izlaznih pokazatelja provedenih testova dobrote prilagodbe, uključujući zadane vrijednosti signifikantnosti testa ( $\alpha$ ), razine pouzdanosti testa, dobivene p-vrijednosti, utvrđene vrijednosti K-S, A-D i  $\chi^2$  statistike te dobivenih rezultata provedenog postupka prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina i protoka, identificirani su skupovi teorijskih razdioba koje su ocijenjene potencijalno prikladnima za opis varijacija u vrijednostima parametara brzine i protoka vozila u različitim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. U ovome su koraku sve teorijske razdiobe, za koje je prema svim provedenim testovima dobrote prilagodbe utvrđeno da se nulta hipoteza testa odbacuje, eliminirane iz originalnog skupa promatranih statističkih razdioba.
6. *Identifikacija najprikladnijih oblika teorijskih razdioba vjerojatnosti:* Nakon identifikacije skupina teorijskih razdioba vjerojatnosti koje su potencijalno prikladne za opis varijabilnosti parametara brzine i protoka vozila pri različitim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka, za svaku potencijalno prikladnu teorijsku funkciju gustoće vjerojatnosti izračunane su kumulativne normalizirane ocjene prikladnosti njihove primjene, na temelju kojih su uzete u obzir komparativne prednosti i nedostaci primjene preostalih teorijskih razdioba vjerojatnosti, s obzirom na dobivene rezultate provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe, prethodno utvrđene rangove važnosti pojedinih teorijskih razdioba te kriterij složenosti matematičke formulacije promatranih statističkih razdioba. Kumulativna normalizirana ocjena prikladnosti primjene promatranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti pritom je izračunana na temelju izraza:

$$NCI = \frac{\gamma}{9} \left[ \sum_{i=1}^n \left( \alpha_i H_i + \frac{1}{r_i} \right) + \frac{1}{k} \right] \quad (51)$$

gdje je:

*NCI* – kumulativna normalizirana ocjena prikladnosti primjene promatrane teorijske razdiobe vjerojatnosti koja poprima vrijednost u intervalu  $[0, 1]$

$\alpha_i$  – signifikantnost *i*-tog statističkog testa dobrote prilagodbe (Kolmogorov-Smirnovljeva, Anderson-Darlingova i Hi-kvadrat testa)

$H_i$  – indikatorska funkcija koja poprima vrijednost 1 ako je nulta hipoteza ( $H_0$ ) *i*-tog statističkog testa prihvaćena te vrijednost 0 u suprotnom slučaju

*k* – faktor složenosti matematičke formulacije promatrane teorijske funkcije gustoće vjerojatnosti koja je definirana brojem parametara potrebnim za prilagodbu teorijske razdiobe na empirijsku razdiobu vrijednosti promatranih parametara prometnog toka

$r_i$  – rang važnosti promatrane teorijske razdiobe vjerojatnosti utvrđen na temelju *i*-tog statističkog testa dobrote prilagodbe

$\gamma$  – faktor fleksibilnosti primjene teorijske funkcije gustoće vjerojatnosti kojim se uzima u obzir prikladnost njezine primjene u svim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka

*n* – broj provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe.

Izračunane vrijednosti navedene kumulativne ocjene prikladnosti primijenjene su zatim za rangiranje preostalih funkcija gustoće vjerojatnosti od najprikladnije do najmanje prikladne funkcije za opis empirijskih razdioba vrijednosti parametara brzine i protoka vozila na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Nakon rangiranja preostalih teorijskih razdioba prema utvrđenim kumulativnim normaliziranim ocjenama prikladnosti, za svaki promatrani interval vrijednosti gustoće prometnog toka identificirano je pet najprikladnijih prilagođenih teorijskih oblika funkcija gustoće vjerojatnosti.

U Tablica 19 od 19. do Izvor: obrada autora.

Tablica 21. komparativno su prikazani rezultati provedenog Kolmogorov-Smirnovljeva, Anderson-Darlingova i  $\chi^2$  testa kojima je provjerena dobrota prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđene u intervalima gustoće prometnog toka od  $[10, 20)$ ,  $[20, 40)$  i  $[40, 60]$  voz/km/traku<sup>35</sup>, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa ( $\alpha$ ).

Rezultati provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe, dobiveni pri razinama signifikantnosti testa od  $\alpha_1 = 0,2$ ,  $\alpha_2 = 0,1$ ,  $\alpha_3 = 0,05$ ,  $\alpha_4 = 0,02$  i  $\alpha_5 = 0,01$  prikazani su u obliku logičkih vrijednosti „Da“ i „Ne“, označenih u tablici zelenom i crvenom bojom, slijedom. Pritom logička vrijednost „Da“ naznačuje da je promatrana teorijska razdioba vjerojatnosti

---

<sup>35</sup> Za interval vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku, tabelarni komparativni prikaz rezultata provedenih testova dobrote prilagodbe nije prikazan budući da je u tom intervalu jedino prilagođeni teorijski oblik generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (engl. *GEV – Generalized Extreme value distribution*) ocijenjen prikladnim za opis varijabilnosti u vrijednostima parametra brzine prometnog toka.

ocijenjena prikladnom za opis varijabilnosti brzine prometnog toka, odnosno da nulta hipoteza  $H_0$  statističkih testova, prema kojoj se pretpostavlja da empirijske vrijednosti brzine sadržane u prikupljenome statističkom uzorku, prate vrijednosti testirane teorijske razdiobe vjerojatnosti, nije odbačena. Drugim riječima, to znači da se u tim slučajevima može s određenom razinom pouzdanosti, ovisno o razini signifikantnosti testa pri kojoj nulta hipoteza nije odbačena, tvrditi da sličnost između empirijskih vrijednosti brzina sadržanih u prikupljenom uzorku i teorijskih vrijednosti brzina izračunanih primjenom promatrane teorijske razdiobe nije dobivena slučajno, već kao posljedica zakonitosti koje postoje u realnome prometnom toku. U suprotnom slučaju, rezultati testa prikazani su s logičnom vrijednosti „Ne“ koja naznačuje da promatrana teorijska razdioba nije ocijenjena prikladnom za opis varijacija u vrijednostima parametra brzine prometnog toka, odnosno da je nulta hipoteza statističkog testa odbijena te da se iz tog razloga može pouzdano tvrditi da postoji statistički značajna razlika između empirijske i teorijske razdiobe vrijednosti parametra brzine prometnog toka. Mjesta u tablici označena crticama, naznačuju da rezultati statističkog testa za promatranu teorijsku razdiobu nisu dobiveni, budući da se postupkom prilagodbe oblika teorijske razdiobe nisu mogle utvrditi optimalne vrijednosti parametara pomaka, oblika i skale razdiobe.

Pored logičkih vrijednosti „Da“ i „Ne“ kojima su u tablicama prikazani rezultati provedenih statističkih testova prilagodbe, u stupcu „k“ prikazane su vrijednosti faktora složenosti matematičke formulacije teorijske funkcije gustoće vjerojatnosti koja je određena na temelju broja parametara razdiobe potrebnih za prilagodbu teorijske razdiobe na empirijsku razdiobu vrijednosti brzina, dok je u stupcima „r<sub>1</sub>“, „r<sub>2</sub>“ i „r<sub>3</sub>“ prikazan rang važnosti svake promatrane teorijske razdiobe, utvrđen na temelju komparativne analize rezultata dobivenih provedbom Kolmogorov-Smirnovljeva, Anderson-Darlingova i  $\chi^2$  testa.

U posljednjem stupcu tablica prikazane su vrijednosti kumulativne normalizirane ocjene prikladnosti primjene promatranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti, izračunane na temelju izraza (36), koje su primijenjene za konačno kumulativno rangiranje teorijskih razdioba prema prikladnosti njihove primjene.

Tablica 19. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće g = 10 – 20 voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					r <sub>3</sub>	NCI	
ID	Teorijska razdioba	k	α <sub>1</sub> 0,2	α <sub>2</sub> 0,1	α <sub>3</sub> 0,05	α <sub>4</sub> 0,02	α <sub>5</sub> 0,01	r <sub>1</sub>	α <sub>1</sub> 0,2	α <sub>2</sub> 0,1	α <sub>3</sub> 0,05	α <sub>4</sub> 0,02	α <sub>5</sub> 0,01	r <sub>2</sub>	α <sub>1</sub> 0,2	α <sub>2</sub> 0,1	α <sub>3</sub> 0,05	α <sub>4</sub> 0,02			α <sub>5</sub> 0,01
1	Beta	4	Da	Da	Da	Da	Da	19	Ne	Da	Da	Da	Da	20	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	28	0,11
2	Burr	3	Ne	Da	Da	Da	Da	26	Ne	Da	Da	Da	Da	29	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	30	0,09
3	Burr (4P)	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	42	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	37	0,04
4	Cauchy	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	37	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	39	0,06
5	Chi-Squared	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	0,12
6	Chi-Squared (2P)	2	Ne	Da	Da	Da	Da	28	Ne	Da	Da	Da	Da	16	Ne	Da	Da	Da	Da	9	0,14
7	Dagum	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	60	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	-	-	-	-	-	-	0,04
8	Dagum (4P)	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	31	Ne	Da	Da	Da	Da	22	Ne	Ne	Da	Da	Da	13	0,08
9	Erlang	2	Ne	Da	Da	Da	Da	27	Da	Da	Da	Da	Da	5	Ne	Da	Da	Da	Da	6	0,18
10	Erlang (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	8	Da	Da	Da	Da	Da	10	Ne	Ne	Da	Da	Da	15	0,16
11	Error	3	Da	Da	Da	Da	Da	7	Da	Da	Da	Da	Da	7	Ne	Ne	Da	Da	Da	21	0,17
12	Error Function	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	-	-	-	-	-	-	0,11
13	Exponential	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	0,12
14	Exponential (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	0,06
15	Fatigue Life	2	Da	Da	Da	Da	Da	1	Ne	Da	Da	Da	Da	21	Da	Da	Da	Da	Da	4	0,30
16	Fatigue Life (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	12	Da	Da	Da	Da	Da	15	Ne	Da	Da	Da	Da	27	0,16
17	Frechet	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	39	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	29	0,06
18	Frechet (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	-	-	-	-	-	-	0,04
19	Gamma	2	Ne	Da	Da	Da	Da	24	Da	Da	Da	Da	Da	4	Ne	Da	Da	Da	Da	5	0,19
20	Gamma (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	16	Da	Da	Da	Da	Da	8	Ne	Ne	Da	Da	Da	20	0,16
21	Gen. Extreme Value	3	Da	Da	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	1	Ne	Ne	Da	Da	Da	16	0,57
22	Gen. Gamma	3	Da	Da	Da	Da	Da	9	Da	Da	Da	Da	Da	2	Ne	Da	Da	Da	Da	8	0,22
23	Gen. Gamma (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	10	Ne	Da	Da	Da	Da	18	Ne	Ne	Da	Da	Da	18	0,12
24	Gen. Pareto	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	33	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	-	-	-	-	-	-	0,05
25	Gumbel Max	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	36	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	36	Ne	Da	Da	Da	Da	10	0,10
26	Gumbel Min	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	42	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	0,06
27	Hypersecant	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	38	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	35	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	38	0,07
28	Inv. Gaussian	2	Da	Da	Da	Da	Da	5	Ne	Da	Da	Da	Da	28	Ne	Ne	Da	Da	Da	14	0,16
29	Inv. Gaussian (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	13	Da	Da	Da	Da	Da	14	Ne	Ne	Ne	Da	Da	26	0,15
30	Johnson SB	4	Da	Da	Da	Da	Da	6	Ne	Da	Da	Da	Da	17	Ne	Ne	Da	Da	Da	17	0,13
31	Kumaraswamy	4	Ne	Da	Da	Da	Da	23	Ne	Da	Da	Da	Da	27	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	32	0,08

Interval gustoće $g = 10 - 20$ voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	$r_3$
32	Laplace	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	38	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	0,06
33	Levy	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	0,12
34	Levy (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	0,06
35	Log-Gamma	2	Da	Da	Da	Da	Da	4	Ne	Da	Da	Da	Da	23	Da	Da	Da	Da	Da	1	0,30
36	Log-Logistic	2	Ne	Da	Da	Da	Da	21	Ne	Da	Da	Da	Da	24	Da	Da	Da	Da	Da	8	0,16
37	Log-Logistic (3P)	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	29	Ne	Da	Da	Da	Da	25	Ne	Ne	Ne	Da	Da	23	0,08
38	Log-Pearson 3	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	32	Ne	Ne	Ne	Da	Da	33	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	34	0,06
39	Logistic	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	34	Ne	Ne	Ne	Da	Da	32	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	33	0,07
40	Lognormal	2	Da	Da	Da	Da	Da	2	Ne	Da	Da	Da	Da	19	Da	Da	Da	Da	Da	3	0,26
41	Lognormal (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	15	Da	Da	Da	Da	Da	11	Ne	Ne	Da	Da	Da	22	0,15
42	Nakagami	2	Ne	Da	Da	Da	Da	25	Da	Da	Da	Da	Da	9	Ne	Da	Da	Da	Da	12	0,16
43	Normal	2	Da	Da	Da	Da	Da	11	Da	Da	Da	Da	Da	13	Ne	Ne	Ne	Da	Da	25	0,17
44	Pareto	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	0,06
45	Pareto 2	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	0,06
46	Pearson 5	2	Da	Da	Da	Da	Da	18	Ne	Ne	Ne	Da	Da	31	Ne	Da	Da	Da	Da	11	0,14
47	Pearson 5 (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	17	Da	Da	Da	Da	Da	6	Ne	Ne	Da	Da	Da	8	0,17
48	Pearson 6	3	Ne	Da	Da	Da	Da	20	Da	Da	Da	Da	Da	3	Ne	Da	Da	Da	Da	7	0,18
49	Pearson 6 (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	14	Da	Da	Da	Da	Da	12	Ne	Ne	Ne	Da	Da	8	0,15
50	Pert	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	37	Ne	Ne	Ne	Da	Da	34	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	36	0,05
51	Power Function	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	0,04
52	Rayleigh	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	0,12
53	Rayleigh (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	0,06
54	Reciprocal	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	0,06
55	Rice	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	60	-	-	-	-	-	-	0,06
56	Student's t	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	0,12
57	Triangular	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	39	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	42	0,05
58	Uniform	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	35	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	-	-	-	-	-	-	0,06
59	Weibull	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	30	Ne	Ne	Da	Da	Da	30	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	35	0,08
60	Weibull (3P)	3	Ne	Da	Da	Da	Da	22	Ne	Da	Da	Da	Da	26	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	31	0,09
61	Johnson SU	4	Nema prilagođenog oblika.																		

Izvor: obrada autora.

Tablica 20. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobre prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće g = 20 – 40 voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	$r_3$
1	Beta	4	Da	Da	Da	Da	Da	2	Da	Da	Da	Da	Da	2	Da	Da	Da	Da	Da	3	0,30
2	Burr	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04
3	Burr (4P)	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	40	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	-	-	-	-	-	-	0,04
4	Cauchy	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	Ne	Da	Da	Da	Da	22	0,09
5	Chi-Squared	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	0,12
6	Chi-Squared (2P)	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	38	Ne	Ne	Da	Da	Da	32	Ne	Da	Da	Da	Da	26	0,10
7	Dagum	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	45	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	42	Ne	Ne	Ne	Da	Da	45	0,05
8	Dagum (4P)	4	Ne	Da	Da	Da	Da	29	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	-	-	-	-	-	-	0,05
9	Erlang	2	Ne	Da	Da	Da	Da	19	Da	Da	Da	Da	Da	21	Da	Da	Da	Da	Da	12	0,18
10	Erlang (3P)	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	43	Ne	Ne	Ne	Da	Da	38	Ne	Ne	Ne	Da	Da	43	0,06
11	Error	3	Ne	Da	Da	Da	Da	24	Ne	Da	Da	Da	Da	30	Da	Da	Da	Da	Da	15	0,14
12	Error Function	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	0,12
13	Exponential	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	41	Da	Da	Da	Da	Da	1	0,27
14	Exponential (2P)	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	41	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	43	Ne	Ne	Ne	Da	Da	44	0,08
15	Fatigue Life	2	Ne	Da	Da	Da	Da	34	Da	Da	Da	Da	Da	22	Ne	Ne	Da	Da	Da	32	0,14
16	Fatigue Life (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	17	Da	Da	Da	Da	Da	13	Da	Da	Da	Da	Da	9	0,19
17	Frechet	2	Da	Da	Da	Da	Da	4	Da	Da	Da	Da	Da	5	Da	Da	Da	Da	Da	19	0,24
18	Frechet (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	13	Da	Da	Da	Da	Da	6	Da	Da	Da	Da	Da	5	0,21
19	Gamma	2	Ne	Da	Da	Da	Da	20	Da	Da	Da	Da	Da	18	Da	Da	Da	Da	Da	2	0,23
20	Gamma (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	-	-	-	-	-	-	0,10
21	Gen. Extreme Value	3	Ne	Da	Da	Da	Da	23	Da	Da	Da	Da	Da	14	Ne	Ne	Ne	Da	Da	35	0,24
22	Gen. Gamma	3	Ne	Da	Da	Da	Da	36	Ne	Da	Da	Da	Da	26	Ne	Da	Da	Da	Da	23	0,11
23	Gen. Gamma (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	-	-	-	-	-	-	0,09
24	Gen. Pareto	3	Da	Da	Da	Da	Da	7	Da	Da	Da	Da	Da	4	Da	Da	Da	Da	Da	14	0,22
25	Gumbel Max	2	Ne	Da	Da	Da	Da	31	Da	Da	Da	Da	Da	25	Da	Da	Da	Da	Da	20	0,17
26	Gumbel Min	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	47	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	Ne	Ne	Ne	Da	Da	34	0,07
27	Hypersecant	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	46	Ne	Ne	Da	Da	Da	34	Ne	Ne	Da	Da	Da	29	0,09
28	Inv. Gaussian	2	Ne	Da	Da	Da	Da	30	Da	Da	Da	Da	Da	17	Ne	Ne	Da	Da	Da	30	0,14
29	Inv. Gaussian (3P)	3	Ne	Da	Da	Da	Da	25	Da	Da	Da	Da	Da	16	Ne	Da	Da	Da	Da	3	0,17
30	Johnson SB	4	Da	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	8	0,39
31	Kumaraswamy	4	Da	Da	Da	Da	Da	6	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	-	-	-	-	-	-	0,09



Interval gustoće $g = 20 - 40$ voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	$r_3$
32	Laplace	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	50	Ne	Ne	Ne	Da	Da	36	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	42	0,07
33	Levy	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	0,12
34	Levy (2P)	2	Da	Da	Da	Da	Da	14	Da	Da	Da	Da	Da	8	Da	Da	Da	Da	Da	4	0,23
35	Log-Gamma	2	Ne	Da	Da	Da	Da	26	Da	Da	Da	Da	Da	12	Ne	Ne	Ne	Da	Da	36	0,14
36	Log-Logistic	2	Da	Da	Da	Da	Da	15	Da	Da	Da	Da	Da	10	Ne	Ne	Da	Da	Da	28	0,17
37	Log-Logistic (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	9	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	-	-	-	-	-	-	0,09
38	Log-Pearson 3	3	Ne	Da	Da	Da	Da	21	Da	Da	Da	Da	Da	11	Ne	Ne	Ne	Da	Da	37	0,12
39	Logistic	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	44	Ne	Ne	Da	Da	Da	33	Ne	Ne	Da	Da	Da	27	0,09
40	Lognormal	2	Ne	Da	Da	Da	Da	33	Da	Da	Da	Da	Da	23	Ne	Ne	Ne	Da	Da	38	0,13
41	Lognormal (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	12	Da	Da	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	6	0,23
42	Nakagami	2	Da	Da	Da	Da	Da	18	Da	Da	Da	Da	Da	24	Da	Da	Da	Da	Da	20	0,20
43	Normal	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	37	Ne	Da	Da	Da	Da	31	Ne	Da	Da	Da	Da	24	0,12
44	Pareto	2	Da	Da	Da	Da	Da	10	Ne	Ne	Ne	Da	Da	39	Ne	Da	Da	Da	Da	31	0,14
45	Pareto 2	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Da	Da	40	Da	Da	Da	Da	Da	2	0,16
46	Pearson 5	2	Ne	Da	Da	Da	Da	27	Da	Da	Da	Da	Da	19	Ne	Ne	Ne	Da	Da	40	0,13
47	Pearson 5 (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	16	Da	Da	Da	Da	Da	7	Da	Da	Da	Da	Da	25	0,19
48	Pearson 6	3	Ne	Da	Da	Da	Da	28	Da	Da	Da	Da	Da	20	Ne	Ne	Ne	Da	Da	41	0,11
49	Pearson 6 (4P)	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	42	Ne	Ne	Ne	Da	Da	37	Ne	Da	Da	Da	Da	21	0,07
50	Pert	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	49	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	0,05
51	Power Function	3	Da	Da	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	15	Da	Da	Da	Da	Da	11	0,22
52	Rayleigh	1	Ne	Da	Da	Da	Da	32	Ne	Da	Da	Da	Da	28	Da	Da	Da	Da	Da	16	0,21
53	Rayleigh (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	48	Ne	Ne	Da	Da	Da	35	Ne	Ne	Ne	Da	Da	39	0,08
54	Reciprocal	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	0,06
55	Rice	2	Ne	Da	Da	Da	Da	35	Ne	Da	Da	Da	Da	29	Da	Da	Da	Da	Da	18	0,15
56	Student's t	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	0,12
57	Triangular	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	0,04
58	Uniform	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	39	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	-	-	-	-	-	-	0,07
59	Weibull	2	Ne	Da	Da	Da	Da	22	Ne	Da	Da	Da	Da	27	Da	Da	Da	Da	Da	13	0,16
60	Weibull (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	8	Da	Da	Da	Da	Da	9	Da	Da	Da	Da	Da	7	0,21
61	Johnson SU	4	Nema prilagođenog oblika.																		

Izvor: obrada autora.

Tablica 21. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće $g = 40 - 60$ voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_2$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	$r_3$
1	Beta	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	36	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	0,04
2	Burr	3	Da	Da	Da	Da	Da	11	Da	Da	Da	Da	Da	7	Da	Da	Da	Da	Da	12	0,20
3	Burr (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	5	Da	Da	Da	Da	Da	2	Da	Da	Da	Da	Da	29	0,24
4	Cauchy	2	Da	Da	Da	Da	Da	15	Da	Da	Da	Da	Da	17	Da	Da	Da	Da	Da	15	0,20
5	Chi-Squared	1	Ne	Ne	Ne	Da	Da	36	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	29	Ne	Ne	Da	Da	Da	34	0,13
6	Chi-Squared (2P)	2	Da	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	15	Da	Da	Da	Da	Da	13	0,31
7	Dagum	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	58	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	0,04
8	Dagum (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	2	Da	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	17	0,33
9	Erlang	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	34	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	32	Ne	Ne	Ne	Da	Da	36	0,07
10	Erlang (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	39	Ne	Ne	Ne	Da	Da	33	0,05
11	Error	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	30	Ne	Ne	Ne	Da	Da	28	Da	Da	Da	Da	Da	30	0,10
12	Error Function	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	60	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	0,12
13	Exponential	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	0,12
14	Exponential (2P)	2	Ne	Da	Da	Da	Da	23	Ne	Ne	Ne	Da	Da	24	Ne	Da	Da	Da	Da	25	0,11
15	Fatigue Life	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	27	Ne	Ne	Da	Da	Da	23	Da	Da	Da	Da	Da	32	0,13
16	Fatigue Life (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	18	Da	Da	Da	Da	Da	13	Da	Da	Da	Da	Da	7	0,19
17	Frechet	2	Da	Da	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	11	Da	Da	Da	Da	Da	6	0,25
18	Frechet (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	8	Da	Da	Da	Da	Da	4	Da	Da	Da	Da	Da	11	0,22
19	Gamma	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	39	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	33	Ne	Ne	Ne	Da	Da	37	0,07
20	Gamma (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	20	Da	Da	Da	Da	Da	16	Da	Da	Da	Da	Da	14	0,18
21	Gen. Extreme Value	3	Da	Da	Da	Da	Da	7	Da	Da	Da	Da	Da	8	Da	Da	Da	Da	Da	9	0,41
22	Gen. Gamma	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	33	Ne	Ne	Ne	Da	Da	26	Ne	Ne	Da	Da	Da	35	0,06
23	Gen. Gamma (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	13	Da	Da	Da	Da	Da	10	Da	Da	Da	Da	Da	2	0,23
24	Gen. Pareto	3	Da	Da	Da	Da	Da	14	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	-	-	-	-	-	-	0,09
25	Gumbel Max	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	32	Ne	Ne	Ne	Da	Da	25	Ne	Ne	Ne	Da	Da	39	0,08
26	Gumbel Min	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	42	0,06
27	Hypersecant	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	37	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	31	Ne	Da	Da	Da	Da	23	0,09
28	Inv. Gaussian	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	35	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	30	Ne	Da	Da	Da	Da	27	0,09
29	Inv. Gaussian (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	17	Da	Da	Da	Da	Da	12	Da	Da	Da	Da	Da	8	0,19
30	Johnson SB	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	28	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	-	-	-	-	-	-	0,04
31	Kumaraswamy	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	-	-	-	-	-	-	0,03

Temeljni vjerojatnosni model prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj  
Doktorski rad

Interval gustoće $g = 40 - 60$ voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	$r_3$
32	Laplace	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	29	Ne	Ne	Ne	Da	Da	27	Da	Da	Da	Da	Da	31	0,12
33	Levy	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	0,12
34	Levy (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	51	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	0,06
35	Log-Gamma	2	Ne	Da	Da	Da	Da	25	Ne	Da	Da	Da	Da	21	Da	Da	Da	Da	Da	21	0,15
36	Log-Logistic	2	Da	Da	Da	Da	Da	4	Da	Da	Da	Da	Da	14	Da	Da	Da	Da	Da	1	0,33
37	Log-Logistic (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	6	Da	Da	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	28	0,22
38	Log-Pearson 3	3	Da	Da	Da	Da	Da	19	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	53	-	-	-	-	-	-	0,09
39	Logistic	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	34	Ne	Da	Da	Da	Da	24	0,09
40	Lognormal	2	Ne	Da	Da	Da	Da	26	Ne	Ne	Da	Da	Da	22	Da	Da	Da	Da	Da	22	0,14
41	Lognormal (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	12	Da	Da	Da	Da	Da	9	Da	Da	Da	Da	Da	3	0,22
42	Nakagami	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	44	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	0,06
43	Normal	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	42	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	37	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	0,06
44	Pareto	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	31	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	Ne	Ne	Ne	Da	Da	38	0,07
45	Pareto 2	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	52	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	0,06
46	Pearson 5	2	Da	Da	Da	Da	Da	21	Ne	Da	Da	Da	Da	19	Da	Da	Da	Da	Da	18	0,18
47	Pearson 5 (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	10	Da	Da	Da	Da	Da	5	Da	Da	Da	Da	Da	4	0,22
48	Pearson 6	3	Da	Da	Da	Da	Da	22	Ne	Da	Da	Da	Da	20	Da	Da	Da	Da	Da	19	0,16
49	Pearson 6 (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	9	Da	Da	Da	Da	Da	6	Da	Da	Da	Da	Da	5	0,21
50	Pert	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	40	0,04
51	Power Function	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	47	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	45	Da	Da	Da	Da	Da	10	0,10
52	Rayleigh	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	0,12
53	Rayleigh (2P)	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	35	Ne	Da	Da	Da	Da	26	0,09
54	Reciprocal	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	57	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	56	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	49	0,06
55	Rice	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	38	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	38	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	41	0,07
56	Student's t	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	60	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	59	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	0,12
57	Triangular	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	54	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	55	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	48	0,04
58	Uniform	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	46	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	50	-	-	-	-	-	-	0,06
59	Weibull	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	16	Da	Da	Da	Da	Da	42	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	20	0,11
60	Weibull (3P)	3	Ne	Da	Da	Da	Da	24	Da	Da	Da	Da	Da	18	Da	Da	Da	Da	Da	16	0,16
61	Johnson SU	4	Nema prilagođenog oblika.																		

Izvor: obrada autora.

Prilikom odabira konačnog skupa teorijskih razdioba, najprikladnijih za opis varijacija u vrijednostima brzine prometnog toka na cestama visokog učinka u različitim režimima prometnog toka, osim rezultata dobivenih provedbom statističkih testova prilagodbe, uzeta je u obzir i matematička složenost promatranih funkcija gustoće vjerojatnosti te sposobnost njihove primjene u različitim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka.

U Tablica 22. komparativno su prikazane matematičke formulacije funkcija gustoće vjerojatnosti koje su, na temelju MLE metode procjene maksimalne vjerojatnosti i provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe, ocijenjene najprikladnijima za opis varijabilnosti brzine u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Kalibrirane vrijednosti relevantnih parametara navedenih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom teorijskih razdioba na empirijske razdiobe izmjenjenih vrijednosti brzina u različitim intervalima gustoće prometnog toka, sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku, prikazane su u Tablica 23.

Na temelju rezultata dobivenih provedbom statističkih testova prilagodbe utvrđeno je da u režimu slobodnoga prometnog toka, odnosno u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku, varijacije u brzini prometnog toka mogu prikladno opisati samo na temelju prilagođenoga teorijskog oblika generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (engl. *GEV – Generalized extreme value distribution*). U režimu normalnoga prometnog toka, pri gustoćama od 10 do 20 voz/km/traku, fluktuacije u vrijednostima brzine prometnog toka mogu se također najprikladnije opisati na temelju generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti, ali i primjenom Kumaraswamy, troparametarske Erlangove, troparametarske Weibulove i troparametarske Logaritamsko-normalne razdiobe vjerojatnosti. U intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, najprikladnijima za opis varijabilnosti brzine prometnog toka na cestama visokog učinka odabrane su generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti, Kumaraswamy razdioba, Johnsonova SB razdioba, troparametarska Birnbaum-Saundersova razdioba i Beta razdioba vjerojatnosti. U režimu zasićenoga prometnog toka, pri vrijednostima gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku, kao najprikladnije razdiobe za opis oscilacija u vrijednostima brzine prometnog toka, odabrane su generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti, četverparametarska Dagum razdioba, troparametarska Logaritamsko-normalna razdioba, dvoparametarska Hi-kvadrat razdioba i Logaritamsko-logistička razdioba vjerojatnosti.

Tablica 22. Komparativni prikaz matematičkih formulacija funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenih najprikladnijima za opis varijabilnosti brzine u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Teorijska razdioba vjerojatnosti	Funkcija gustoće vjerojatnosti f(X)	Interval g [voz/km]
Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV)	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(- (1+kz)^{-\frac{1}{k}}\right) (1+kz)^{-1-\frac{1}{k}}; & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)); & z = \frac{x-\mu}{\sigma}; k = 0 \end{cases}$	0 – 10
		10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Kumaraswamy razdioba	$f(x) = \frac{\alpha_1 \alpha_2 z^{\alpha_1 - 1} (1 - z^{\alpha_1})^{\alpha_2 - 1}}{(b - a)}; \quad z = \frac{x - a}{b - a}$	10 – 20
		20 – 40
Logaritamsko-normalna (3P) razdioba	$f(x) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right)}{x\sigma\sqrt{2\pi}}$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Erlangova (3P) razdioba	$f(x) = \frac{(x - \gamma)^{m-1}}{\beta^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{x - \gamma}{\beta}\right)$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Weibull (3P) razdioba	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Johnsonova SB razdioba	$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi}z(1-z)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right)$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Birnbaum-Saunders (3P) razdioba	$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{(x-\gamma)}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{(x-\gamma)}}}{2\alpha(x-\gamma)} \cdot \phi\left(\frac{1}{\alpha}\left(\sqrt{\frac{(x-\gamma)}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{(x-\gamma)}}\right)\right)$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Dagum (4P) razdioba	$f(x) = \frac{ak\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{ak-1}}{\beta\left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)^{k+1}}$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Hi-kvadrat razdioba (2P)	$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\frac{v}{2}-1} \exp\left(-\frac{x-\gamma}{2}\right)}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Logaritamsko-logistička razdioba	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)^{-2}$	10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Beta razdioba	$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1-1} (b-x)^{\alpha_2-1}}{(b-a)^{\alpha_1+\alpha_2-1}}$	10 – 20
		20 – 40

Izvor: obrada autora.

Tablica 23. Komparativni prikaz kalibriranih vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom odabranih teorijskih razdioba na empirijske razdiobe izmjerenih vrijednosti brzina u različitim intervalima gustoće prometnog toka.

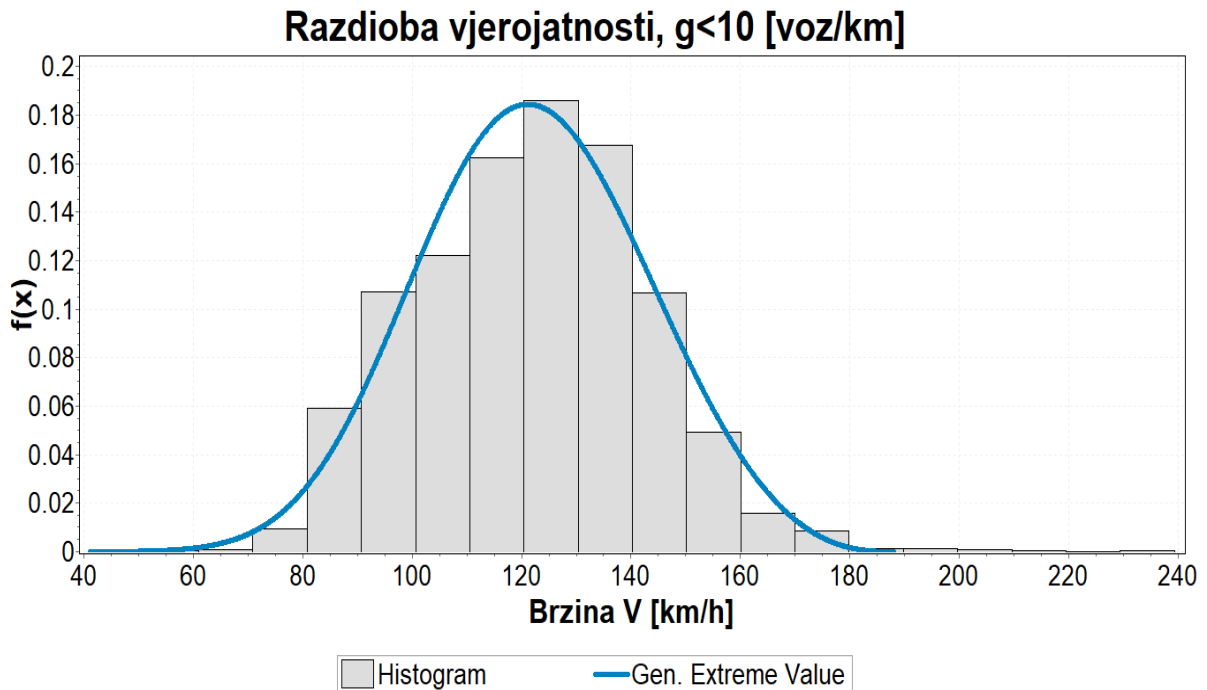
<b>Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV)</b>				
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$	$k$	
0 – 10	114,62	20,642	-0,28149	
10 – 20	91,945	18,668	-0,24883	
20 – 40	37,917	19,176	0,19539	
40 – 60	24,757	3,1512	0,32915	
<b>Kumaraswamy razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$a$	$b$
10 – 20	4,9027	63,082	15,14	228,2
20 – 40	0,49937	1,1909	25,4	125,65
40 – 60	0,46523	1,1907	20,5	71,536
<b>Logaritamsko-normalna (3P) razdioba</b>				
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$	$\gamma$	
10 – 20	8,2741	0,00484	-3822,1	
20 – 40	2,3019	1,8488	25,292	
40 – 60	1,9337	0,66224	19,291	
<b>Erlangova (3P) razdioba</b>				
g [voz/km]	$m$	$\beta$	$\gamma$	
10 – 20	6484	0,23593	-1430,7	
20 – 40	1	28,817	25,4	
40 – 60	2	4,9365	20,344	
<b>Weibullova (3P) razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	
10 – 20	4,986	91,961	14,464	
20 – 40	0,64838	20,688	25,4	
40 – 60	1,1534	8,0381	20,467	
<b>Johnsonova SB razdioba</b>				
g [voz/km]	$\gamma$	$\delta$	$\lambda$	$\xi$
10 – 20	2,2102	5,5881	445,04	-166,68
20 – 40	0,63554	0,37556	94,991	25,261
40 – 60	2,2556	0,55748	79,356	23,699
<b>Birnbaum-Saundersova (3P) razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	
10 – 20	0,000030919	614260	-614160	
20 – 40	2,0785	8,2692	25,038	
40 – 60	0,68347	7,3287	19,052	
<b>Dagum (4P) razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$k$
10 – 20	154 020 000	1 807 300 000	-1 807 300 000	1,2974
20 – 40	0,71839	5,3799	25,4	5,3799
40 – 60	2,9297	8,0027	20,165	0,59253

<b>Hi-kvadrat razdioba (2P)</b>				
g [voz/km]	$\nu$	$\gamma$		
10 – 20	188	-89,833		
20 – 40	406	-352,54		
40 – 60	10	17,407		
<b>Logaritamsko-Logistička razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$		
10 – 20	8,289	96,866		
20 – 40	2,9173	45,004		
40 – 60	9,5574	26,765		
<b>Beta razdioba</b>				
g [voz/km]	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$a$	$b$
10 – 20	13,888	8,5149	-18,729	171,12
20 – 40	0,28804	0,63454	25,4	115,5

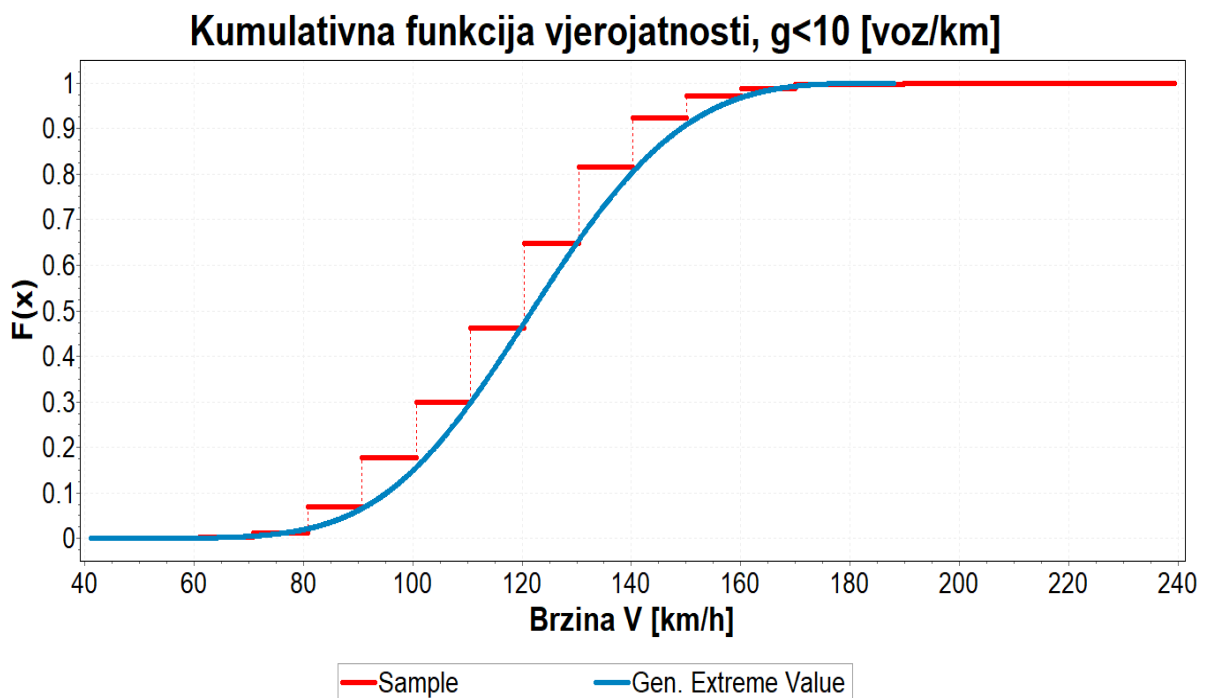
Izvor: obrada autora.

Specifični oblici teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti, prikladni za opis varijacija u vrijednostima brzine prometnog toka u uvjetima zagušenja, odnosno pri gustoćama prometnog toka većim od 60 voz/km/traku nisu utvrđeni, budući da statistički uzorak prikupljen u sklopu ovih istraživanja ne sadrži dostatan broj empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka utvrđenih u uvjetima zagušenoga prometnog toka, na temelju kojih bi se mogli dobiti pouzdani rezultati statističkih testova dobre prilagodbe.

Na Grafikonima od Grafikon 60. do Grafikon 75. komparativno su prikazani histogrami empirijskih razdioba brzina vozila u prometnom toku utvrđeni na temelju analize pet promatranih poduzoraka, prilagođene krivulje odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti koje su na temelju provedenih statističkih testova ocijenjene najprikladnijima za opis empirijskih razdioba brzina u različitim režimima prometnog toka te komparativni grafikon odnosa kvantila empirijskih i odabranih teorijskih razdioba i odnosa vjerojatnosti empirijskih i odabranih teorijskih kumulativnih razdioba.

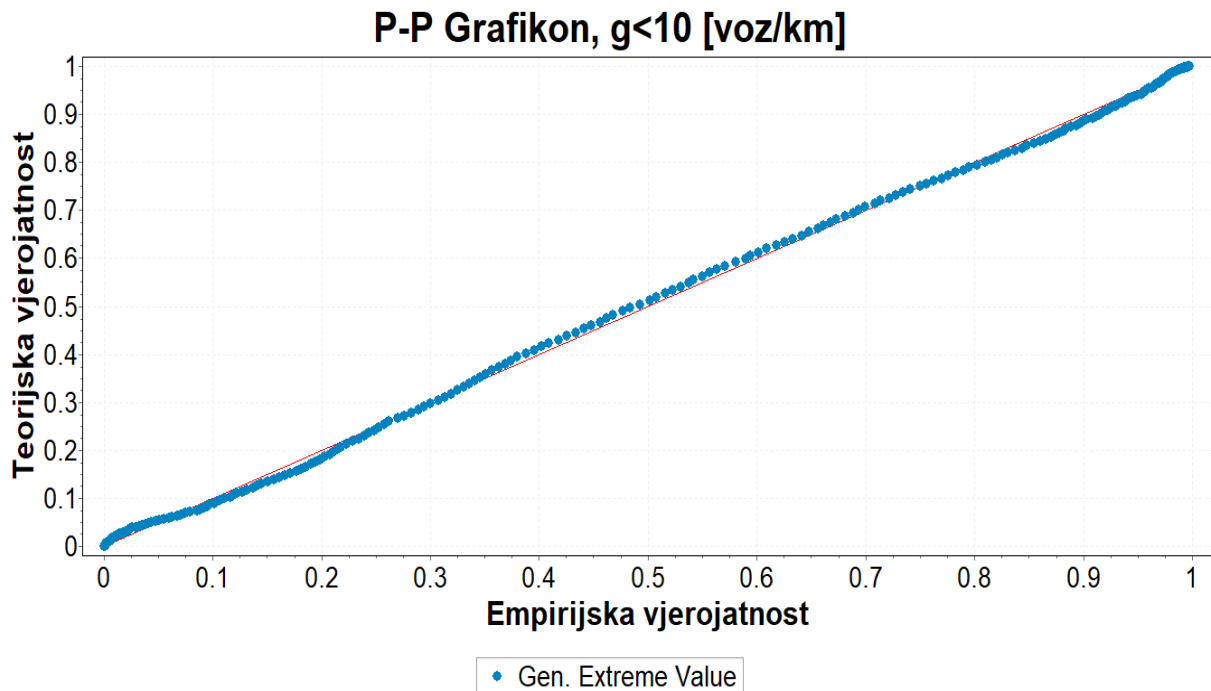


Grafikon 60. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila utvrđene u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku s prilagođenim teorijskim oblikom funkcije gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GEV). Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

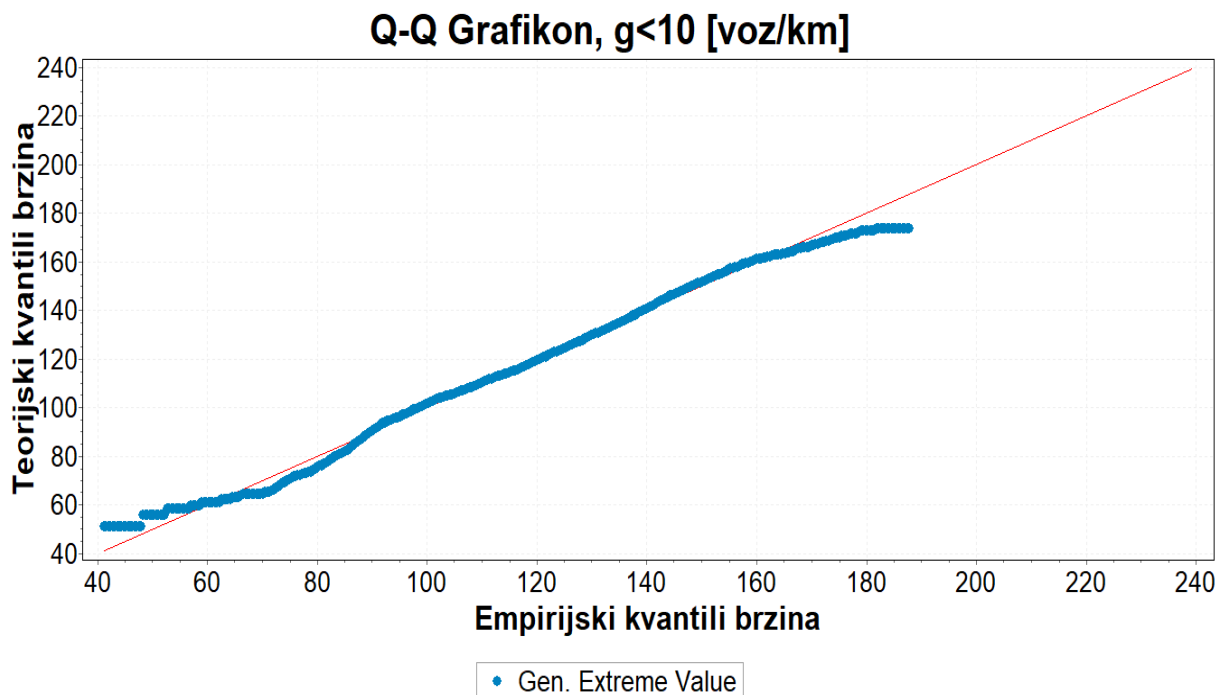


Grafikon 61. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila utvrđene u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku s prilagođenim teorijskim oblikom kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GEV). Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

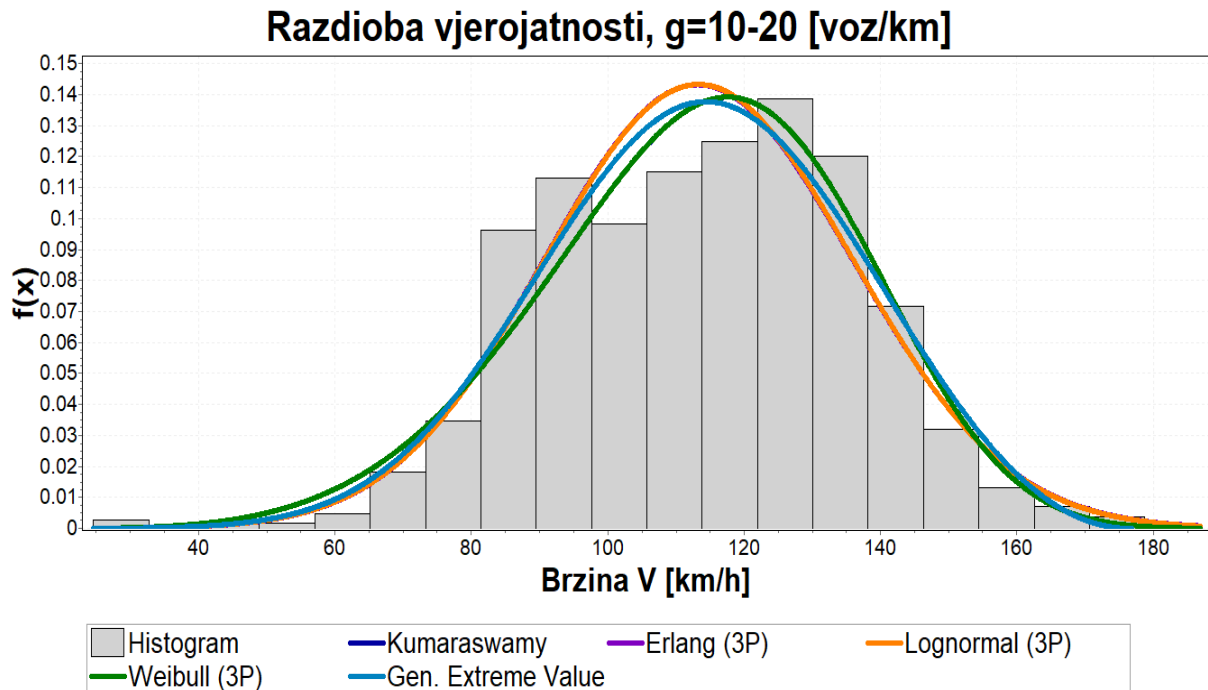




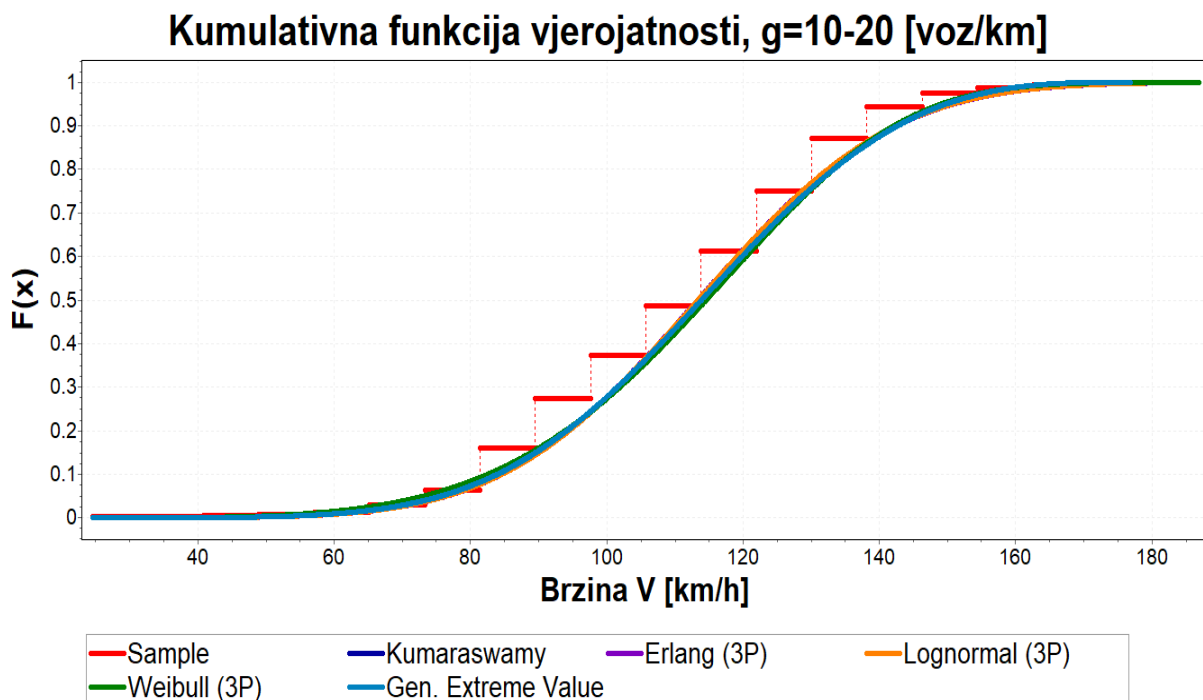
Grafikon 62. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabrane teorijske razdiobe ocijenjene prikladnom za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



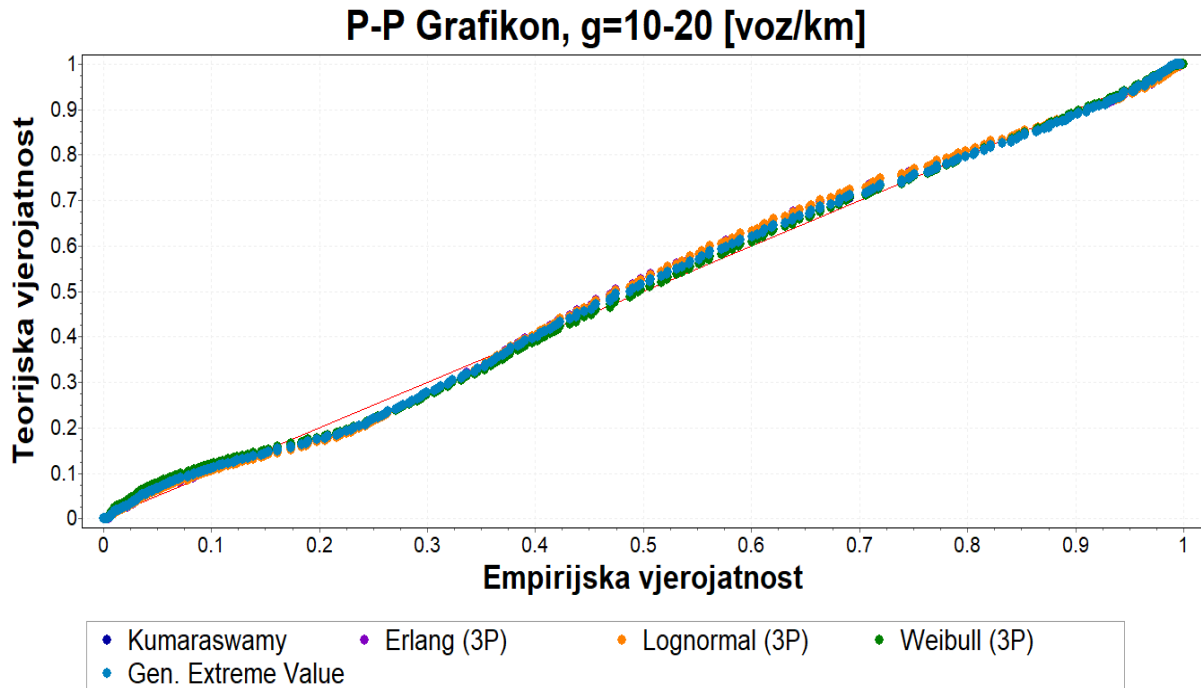
Grafikon 63. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijske i odabrane teorijske razdiobe ocijenjene prikladnom za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



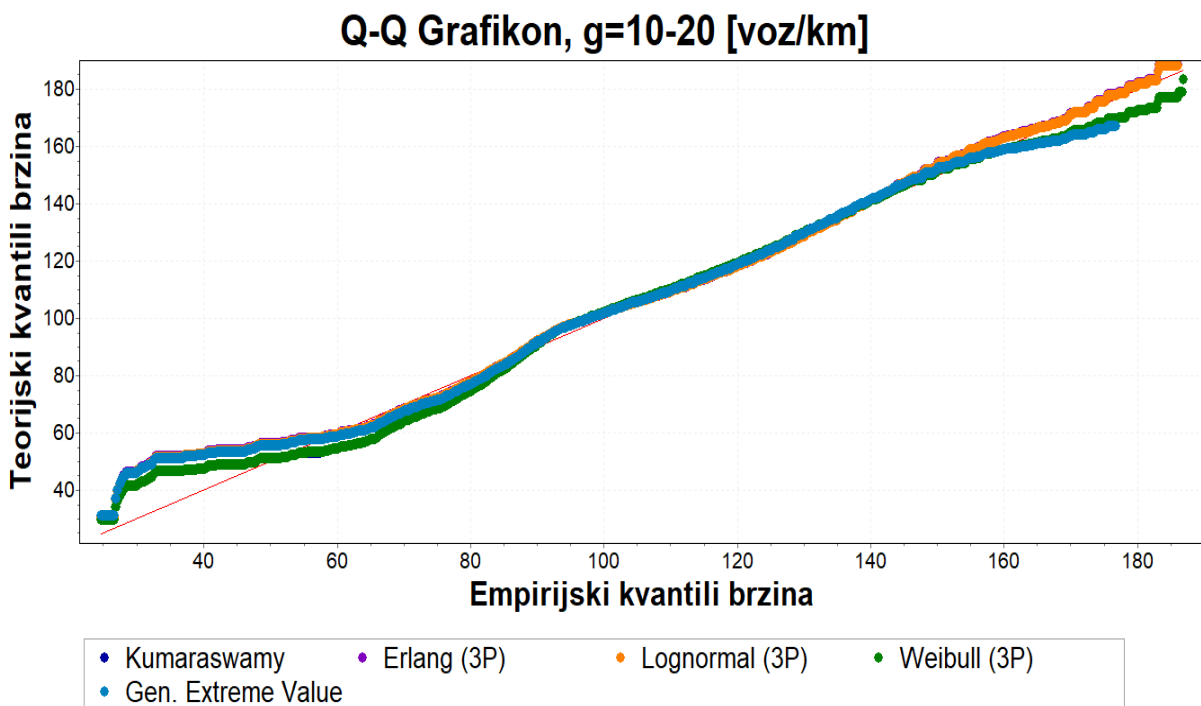
Grafikon 64. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



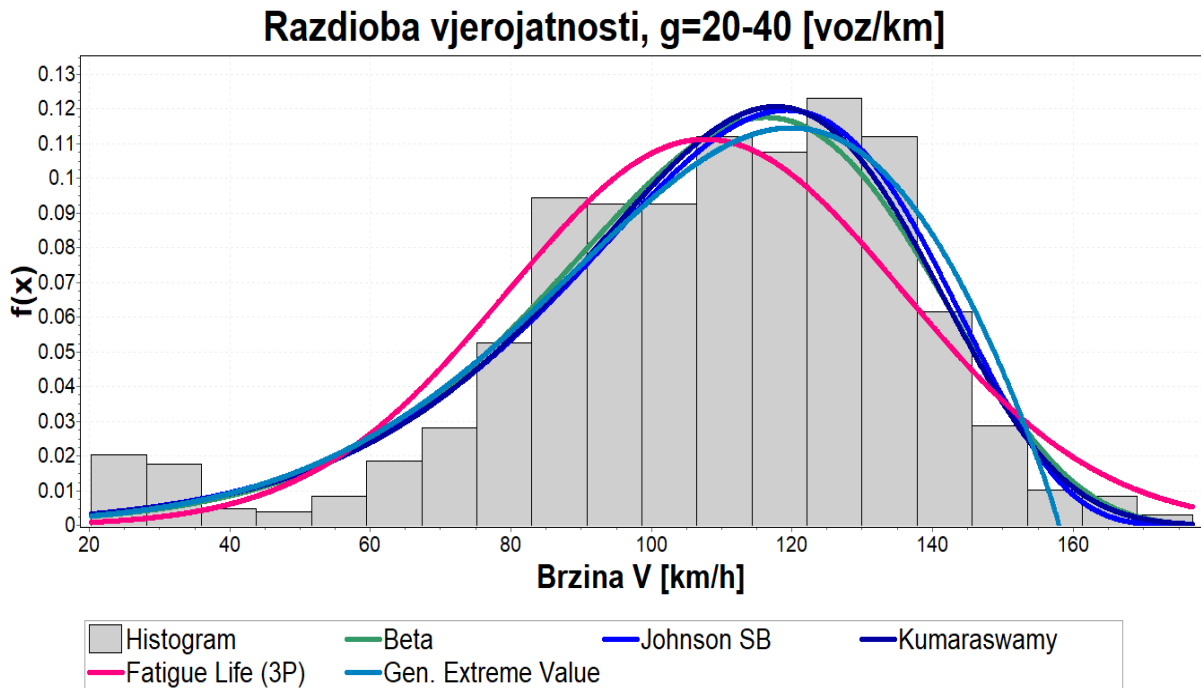
Grafikon 65. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



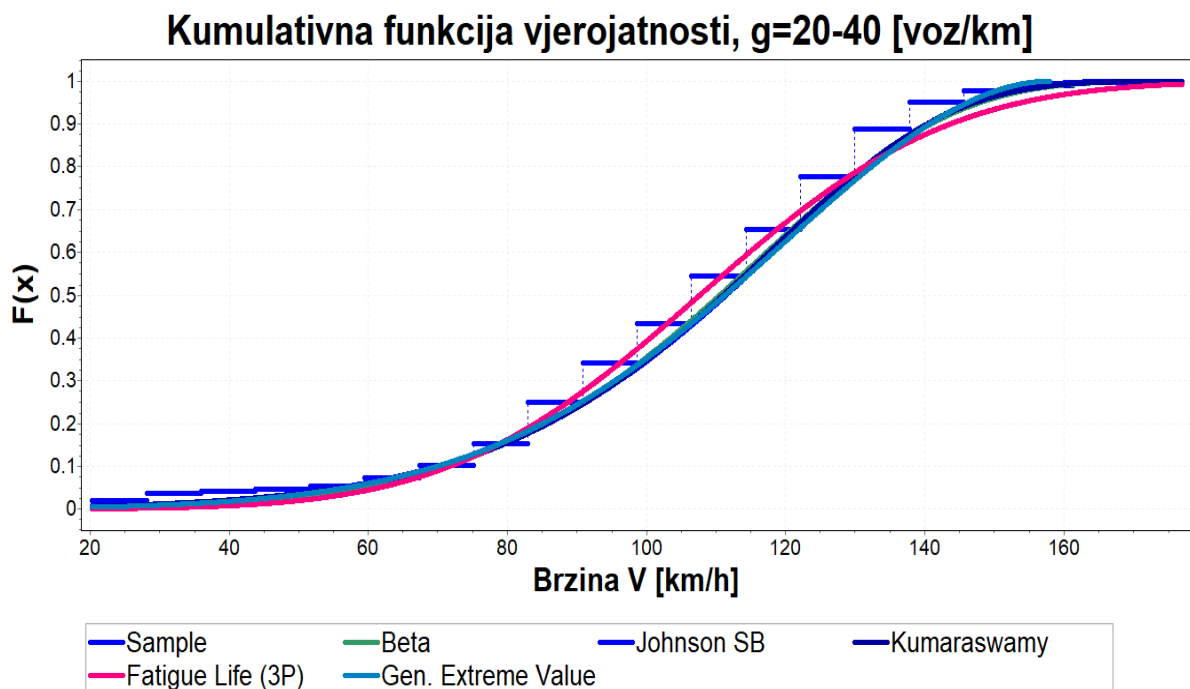
Grafikon 66. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



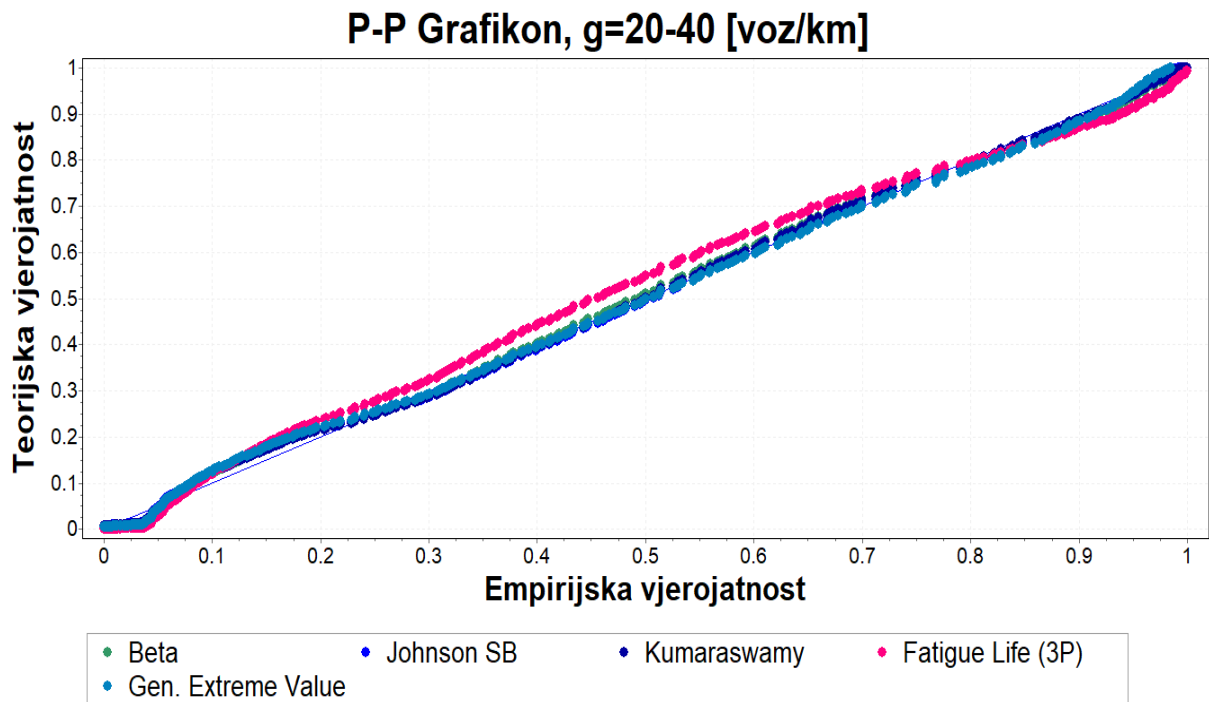
Grafikon 67. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



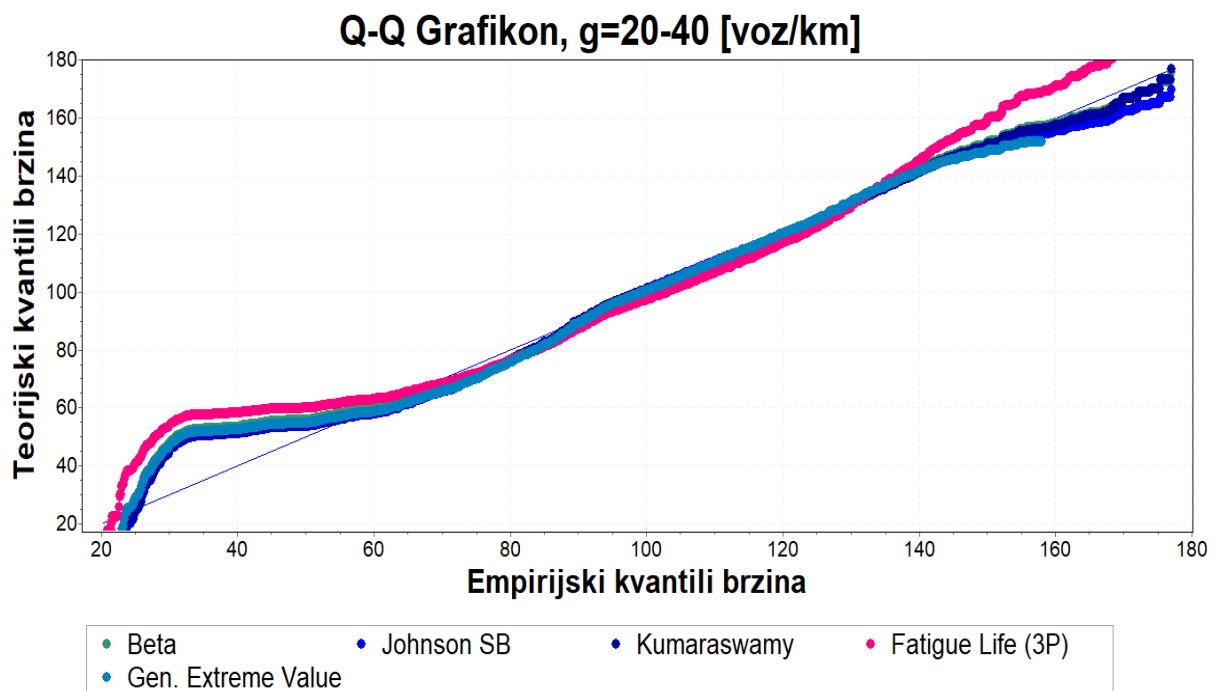
Grafikon 68. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



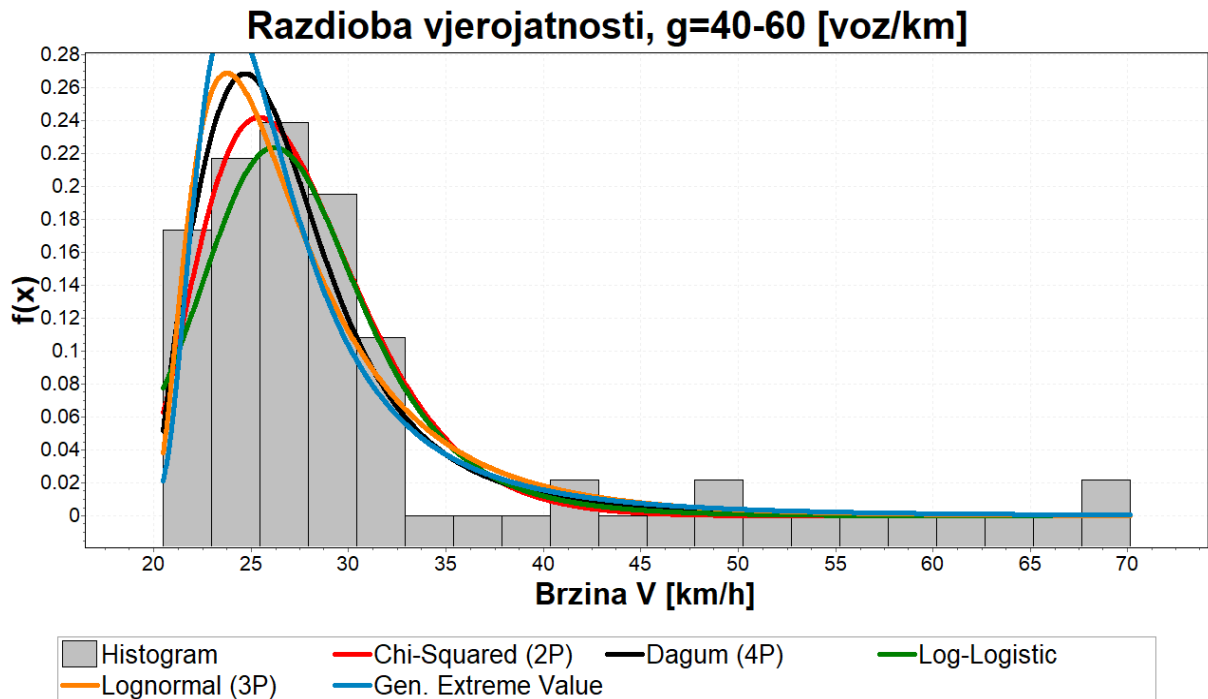
Grafikon 69. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



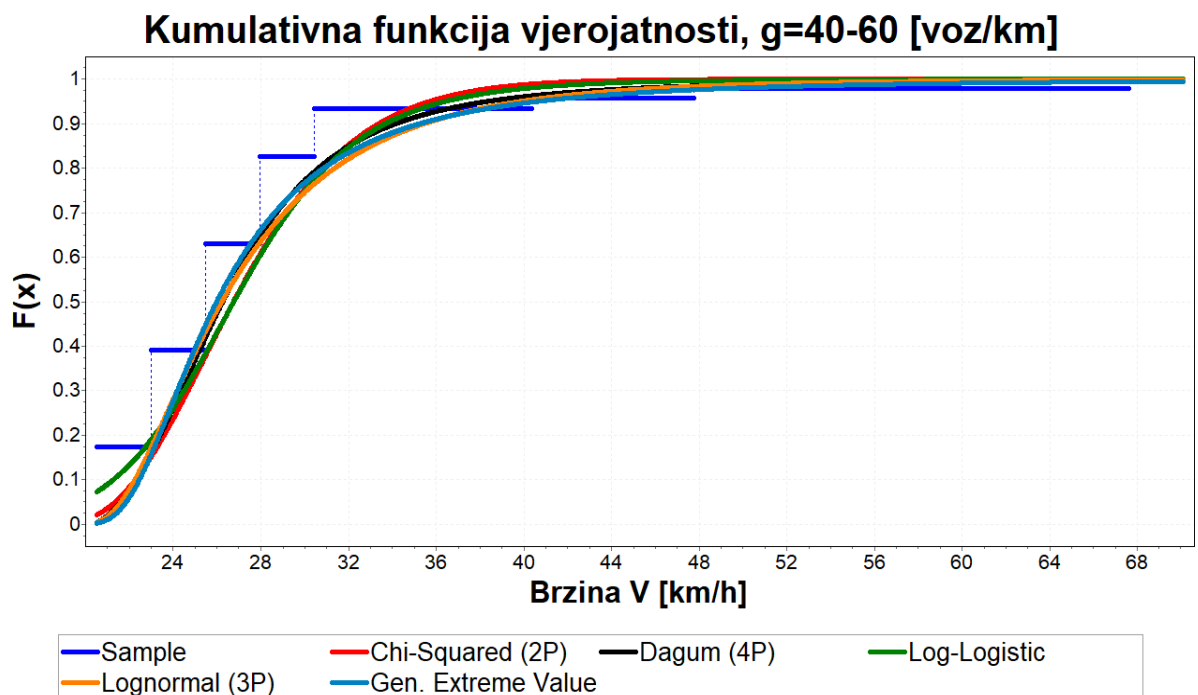
Grafikon 70. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



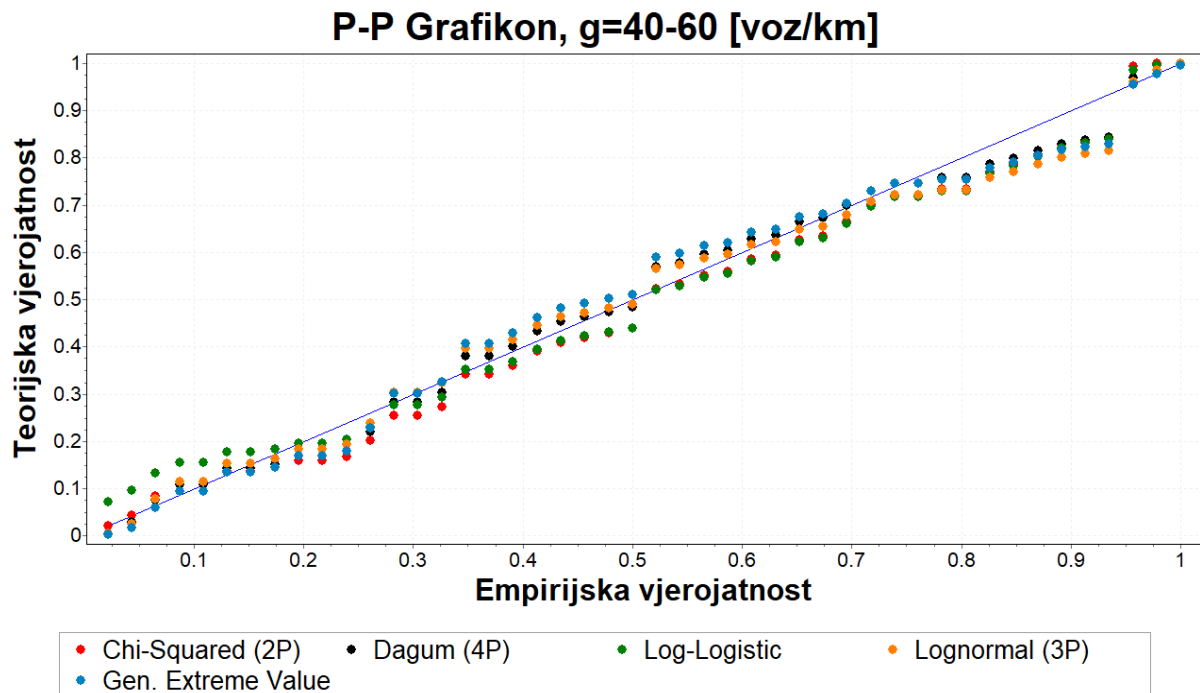
Grafikon 71. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



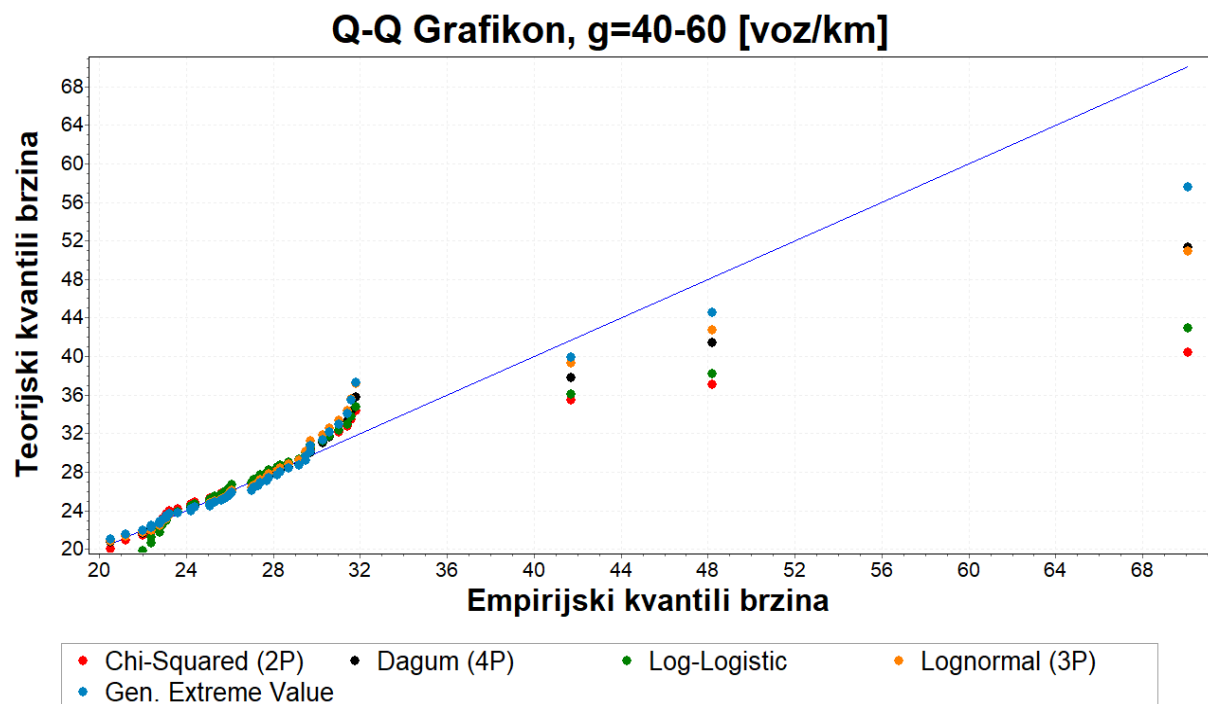
Grafikon 72. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 73. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 74. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 75. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

### **6.3. Rezultati prilagodbe teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti protoka vozila u prometnom toku**

U ovom potpoglavlju prikazani su rezultati statističkih testova prilagodbe provedenih radi identifikacije najprikladnijih oblika teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih se najtočnije i najpreciznije mogu opisati varijacije u empirijskim vrijednostima minutnih protoka vozila pri različitim gustoćama prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Osim rezultata dobivenih provedbom statističkih testova prilagodbe, prikazani su i rezultati dobiveni primjenom grafičkih metoda analize odnosa kvantila te odnosa vjerojatnosti empirijskih i odabranih teorijskih kumulativnih razdioba.

Od Tablica 24. do Tablice Tablica 27. komparativno su prikazani rezultati provedenog Kolmogorov-Smirnovljeva, Anderson-Darlingova i  $\chi^2$  testa, kojima je provjerena dobrota prilagodbe odabranih teorijskih funkcije gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti protoka vozila utvrđene u intervalima gustoće prometnog toka od  $[0, 10)$ ,  $[10, 20)$ ,  $[20, 40)$  i  $[40, 60]$  voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa ( $\alpha$ ). Budući da je potpuna lista svih testiranih teorijskih razdioba vjerojatnosti prikazana u tablicama u prethodnom potpoglavlju, u nastavku su, radi konciznosti, rezultati provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe vezani uz empirijske razdiobe protoka vozila prikazani na temelju filtriranih tablica koje uključuju rezultate provedenih testova prilagodbe samo za one teorijske razdiobe vjerojatnosti koje su pozitivno ocijenjene na temelju barem jednog od provedenih statističkih testova pri bilo kojoj razini signifikantnosti. Teorijske razdiobe koje su preostale u navedenim tablicama, rangirane su na temelju kumulativnih normaliziranih ocjena prikladnosti njihove primjene, kako bi se od njih odabralo pet statistički najznačajnijih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti, najprikladnijih za opis minutnih varijacija protoka vozila u različitim režimima realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

U Tablica 28. komparativno su prikazane matematičke formulacije funkcija gustoće vjerojatnosti koje su, na temelju MLE metode i provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe, ocijenjene najprikladnijima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Kalibrirane vrijednosti relevantnih parametara navedenih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom teorijskih razdioba na empirijske razdiobe minutnih protoka vozila u različitim intervalima gustoće prometnog toka, sadržanih u prikupljenom statističkom uzorku, prikazane su u Tablica 29.



Tablica 24. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
g = 0 – 10 voz/km		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$r_1$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$r_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$		$r_3$	
ID	Teorijska razdioba	k	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		
31	Johnson SB	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	2	-	-	-	-	-	-	0,14
58	Wakeby	5	Ne	Ne	Da	Da	Da	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	-	-	-	-	-	-	0,27

Izvor: obrada autora.

Tablica 25. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
g = 10 – 20 voz/km		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$r_1$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$r_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$		$r_3$	
ID	Teorijska razdioba	k	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		0,2	0,1	0,05	0,02	0,01		
1	Beta	4	Ne	Ne	Ne	Da	Da	15	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	14	0,08
9	Erlang	2	Da	Da	Da	Da	Da	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	10	Ne	Da	Da	Da	Da	5	0,12
15	Fatigue Life	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	13	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	14	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	9	0,08
16	Fatigue Life (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	14	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	15	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	10	0,06
19	Gamma	2	Da	Da	Da	Da	Da	6	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	8	Da	Da	Da	Da	Da	3	0,13
20	Gamma (3P)	3	Da	Da	Da	Da	Da	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	11	Ne	Da	Da	Da	Da	6	0,09
21	Gen. Extreme Value	3	Da	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	1	Ne	Da	Da	Da	Da	4	0,57
22	Gen. Gamma	3	Da	Da	Da	Da	Da	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	6	Da	Da	Da	Da	Da	1	0,22
23	Gen. Gamma (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	7	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	9	Ne	Da	Da	Da	Da	7	0,07
29	Inv. Gaussian	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	16	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	16	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	15	0,08
30	Inv. Gaussian (3P)	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	12	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	17	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	13	0,06
31	Johnson SU	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	11	Ne	Ne	Da	Da	Da	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	8	0,11
39	Lognormal	2	Ne	Ne	Da	Da	Da	10	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	13	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	11	0,09
40	Lognormal (3P)	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	9	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	12	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	12	0,07
47	Pearson 6 (4P)	4	Da	Da	Da	Da	Da	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	7	Da	Da	Da	Da	Da	2	0,14
58	Wakeby	5	Ne	Ne	Da	Da	Da	8	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	43	-	-	-	-	-	-	0,04
59	Weibull	2	Ne	Da	Da	Da	Da	31	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	34	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	34	0,07

Izvor: obrada autora.

Tablica 26. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće g = 20 – 40 voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	r3
11	Error	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	6	Ne	Ne	Ne	Da	Da	2	0,13
24	Gen. Logistic	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	1	0,31
31	Johnson SB	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	7	0,14
38	Logistic	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	7	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	5	Ne	Ne	Ne	Da	Da	3	0,13
58	Wakeby	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	11	0,18

Izvor: obrada autora.

Tablica 27. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa.

Interval gustoće g = 40 – 60 voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test					Hi-kvadrat test					NCI		
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	$r_1$	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02	$\alpha_5$ 0,01	r2	$\alpha_1$ 0,2	$\alpha_2$ 0,1	$\alpha_3$ 0,05	$\alpha_4$ 0,02		$\alpha_5$ 0,01	r3
3	Burr (4P)	4	Ne	Ne	Ne	Da	Da	7	Ne	Ne	Da	Da	Da	3	Da	Da	Da	Da	Da	3	0,12
7	Dagum	3	Ne	Da	Da	Da	Da	3	Ne	Da	Da	Da	Da	1	Da	Da	Da	Da	Da	4	0,21
10	Erlang (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	18	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	11	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	14	0,06
11	Error	3	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	19	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	13	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	13	0,06
16	Fatigue Life (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	14	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	8	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	11	0,07
20	Gamma (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	17	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	12	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	16	0,06
21	Gen. Extreme Value	3	Ne	Da	Da	Da	Da	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	21	-	-	-	-	-	-	0,14
24	Gen. Logistic	3	Ne	Ne	Da	Da	Da	6	Ne	Ne	Da	Da	Da	2	Da	Da	Da	Da	Da	1	0,22
27	Gumbel Min	2	Ne	Da	Da	Da	Da	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	23	Da	Da	Da	Da	Da	2	0,17
28	Hypersecant	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	21	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	25	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	21	0,07
30	Inv. Gaussian (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	13	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	9	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	10	0,07
31	Johnson SB	4	Ne	Ne	Da	Da	Da	5	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	24	-	-	-	-	-	-	0,05
32	Kumaraswamy	4	Ne	Ne	Ne	Da	Da	9	Ne	Ne	Da	Da	Da	5	Da	Da	Da	Da	Da	6	0,08
38	Log-Logistic (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	11	Ne	Ne	Ne	Da	Da	6	Ne	Da	Da	Da	Da	7	0,08
39	Log-Pearson 3	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	10	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	29	-	-	-	-	-	-	0,05

Interval gustoće g = 40 – 60 voz/km		Kolmogorov-Smirnovljev test							Anderson-Darlingov test						Hi-kvadrat test					NCI	
ID	Teorijska razdioba	k	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$r_1$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	r2	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$		$r_3$
40	Logistic	2	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	20	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	15	Ne	Ne	Ne	Da	Da	19	0,07
42	Lognormal (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	16	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	10	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	12	0,06
44	Normal	2	Ne	Ne	Ne	Da	Da	12	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	7	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	9	0,09
48	Pearson 5 (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	15	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	14	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	17	0,06
50	Pearson 6 (4P)	4	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	22	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	19	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	18	0,04
62	Wakeby	5	Da	Da	Da	Da	Da	1	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	17	-	-	-	-	-	-	0,14
64	Weibull (3P)	3	Ne	Ne	Ne	Da	Da	8	Ne	Ne	Da	Da	Da	4	Da	Da	Da	Da	Da	5	0,10

Izvor: obrada autora.

Rezultati provedenih statističkih testova prilagodbe pokazuju da se u uvjetima slobodnoga prometnog toka, pri gustoćama manjim od 10 voz/km/traku, varijacije u vrijednostima minutnih protoka vozila mogu najprikladnije opisati primjenom petparametarske Wakeby i četveroparametarske Johnsonove SB razdiobe vjerojatnosti. Minutne neravnomjernosti protoka vozila u uvjetima normalnoga prometnog toka, pri vrijednostima gustoće od 10 do 20 voz/km/traku mogu se najpreciznije opisati na temelju generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti, generaliziranog i standardnog oblika gamma razdiobe, četveroparametarske Pearsonove razdiobe šeste vrste i Erlangove razdiobe. U intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, kao najprikladnije razdiobe za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila odabrane su generalizirana i standardna logistička razdioba, Wakeby razdioba i takozvana razdioba pogrešaka (engl. *Error distribution*). Neravnomjernost minutnih protoka vozila u uvjetima zasićenoga prometnog toka, pri vrijednostima gustoće od 40 do 60 voz/km/traku, u kojima se vrijednost protoka približava svom maksimumu, odnosno propusnoj moći ceste, moguće je najpreciznije opisati primjenom generaliziranog oblika logističke razdiobe, Dagum, minimalnom Gumbel i Wakeby razdiobom te generaliziranom razdiobom ekstremnih vrijednosti. Specifični oblici teorijskih razdioba vjerojatnosti prikladni za opis minutnih neravnomjernosti protoka vozila u uvjetima zagušenoga prometnog toka nisu se mogli odrediti u sklopu ovih istraživanja, budući da se tijekom provedbe terenskih istraživanja nisu pojavili uvjeti zagušenja prometnog toka (kretanja vozila u koloni). Prikupljeni empirijski uzorak zbog toga ne sadrži empirijske vrijednosti protoka vozila pri vrijednostima gustoće prometnog toka većim od 60 voz/km/traku, na temelju kojih bi se mogli provesti postupci prilagodbe oblika teorijskih razdioba i odgovarajući statistički testovi za provjeru dobrote prilagodbe i prikladnosti primjene tih razdioba radi opisa fluktuacija u vrijednostima minutnih protoka vozila koji se javljaju u režimu forsiranoga prometnog toka.

Uz navedene razdiobe, ovdje je posebno istaknuti i Wakeby razdiobu koja je ocijenjena prikladnom za primjenu u svim promatranim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka te pruža i puno veću fleksibilnost u odnosu na ostale odabrane razdiobe, unatoč činjenici da je matematički kompleksnija i pokazuje malo nižu preciznost opisa empirijskih vrijednosti protoka u pojedinim režimima prometnog toka.

Tablica 28. Komparativni prikaz matematičkih formulacija funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenih najprikladnijima za opis varijabilnosti minutnih protoka u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

Teorijska razdioba vjerojatnosti	Funkcija gustoće vjerojatnosti f(X)	Interval g [voz/km]
Wakeby (5P) razdioba	$X(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}(1 - (1 - F)^\beta) - \frac{\gamma}{\delta}(1 - (1 - F)^{-\delta})$	0 – 10
		10 – 20
		20 – 40
		40 – 60
Johnsonova SB razdioba	$f(x) = \frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi}z(1-z)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma + \delta \ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^2\right)$	0 – 10
		20 – 40
		40 – 60
Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV)	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\left(1+kz\right)^{-\frac{1}{k}}\right) \left(1+kz\right)^{-1-\frac{1}{k}}; & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)); & z = \frac{x-\mu}{\sigma}; k = 0 \end{cases}$	10 – 20
		40 – 60
Gama razdioba	$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)$	10 – 20
Generalizirana Gama razdioba	$f(x) = \frac{kx^{k\alpha-1}}{\beta^{k\alpha} \Gamma(\alpha)} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^k\right)$	10 – 20
Pearsonova razdioba šeste vrste (4P)	$f(x) = \frac{\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha_1-1}}{\beta B(\alpha_1, \alpha_2) \left(1 + \frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha_1+\alpha_2}}$	10 – 20
		40 – 60
Erlangova razdioba	$f(x) = \frac{x^{m-1}}{\beta^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)$	10 – 20
Logistička razdioba	$f(x) = \frac{\exp(-z)}{\sigma(1 + \exp(-z))^2}; \quad z = \frac{x-\mu}{\sigma}$	20 – 40
		40 – 60
Generalizirana logistička razdioba	$f(x) = \begin{cases} \frac{(1+kz)^{-1-\frac{1}{k}}}{\sigma \left(1 + (1+kz)^{-\frac{1}{k}}\right)^2}; & k \neq 0 \\ \frac{\exp(-z)}{\sigma(1 + \exp(-z))^2} & z = \frac{x-\mu}{\sigma}; k = 0 \end{cases}$	20 – 40
		40 – 60
Razdioba pogrešaka	$f(x) = c_1 \sigma^{-1} \exp(- c_0 z ^k)$	20 – 40
		40 – 60
Dagum razdioba	$f(x) = \frac{ak \left(\frac{x}{\beta}\right)^{ak-1}}{\beta \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^a\right)^{k+1}}$	40 – 60
Gumbelova razdioba minimuma	$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp(z - \exp(z)); \quad z = \frac{x-\mu}{\sigma}$	40 – 60

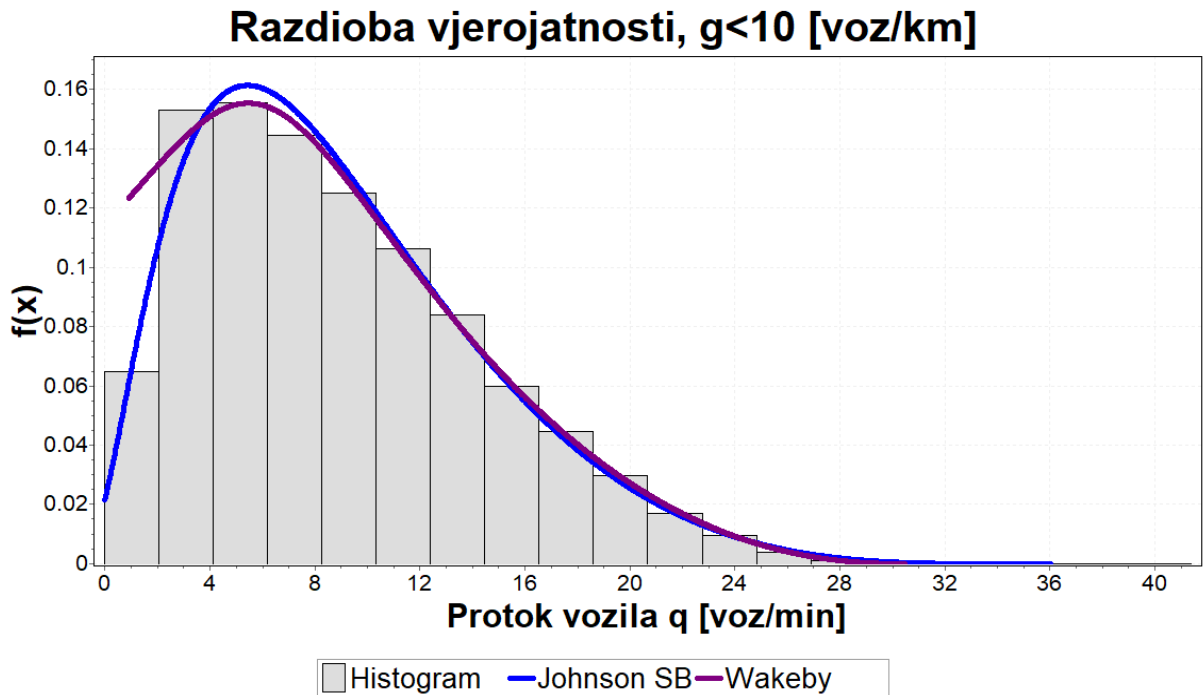
Izvor: obrada autora.

Tablica 29. Komparativni prikaz kalibriranih vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom odabranih teorijskih razdioba na empirijske razdiobe minutnih protoka vozila u različitim intervalima gustoće prometnog toka.

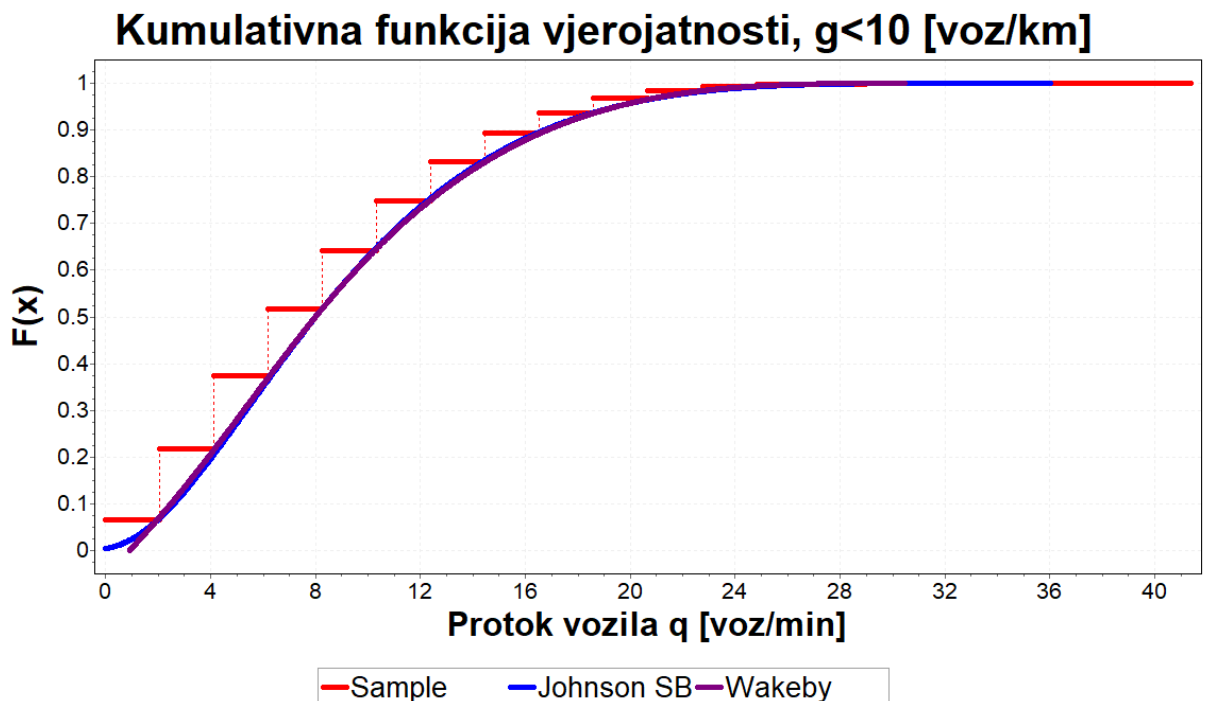
<b>Wakeby (5P) razdioba</b>					
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\xi$
0 – 10	8,2229	4,4775	8,5468	-0,30834	0,91164
10 – 20	41,158	5,5565	10,188	-0,17315	12,424
20 – 40	402,71	11,537	27,135	-0,49129	-4,0445
40 – 60	232,82	4,8121	28,670	-0,36008	11,174
<b>Johnsonova SB razdioba</b>					
g [voz/km]	$\gamma$	$\delta$	$\lambda$	$\xi$	
0 – 10	1,3563	1,2493	37,454	-1,4447	
20 – 40	-6,8012	4,1695	523,33	-390,03	
40 – 60	-0,86997	1,808	212,24	-57,266	
<b>Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV)</b>					
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$	$k$		
10 – 20	23,606	7,4153	-0,07264		
40 – 60	64,929	27,897	-0,4309		
<b>Gama razdioba</b>					
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$			
10 – 20	9,7638	2,8049			
<b>Generalizirana Gama razdioba</b>					
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$k$		
10 – 20	9,9229	2,8049	1,0069		
<b>Pearsonova razdioba šeste vrste (4P)</b>					
g [voz/km]	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta$	$\gamma$	
10 – 20	11,453	65,939	152,87	0,4345	
40 – 60	110,68	470 770 000	1 204 700 000	-210,88	
<b>Erlangova razdioba</b>					
g [voz/km]	$m$	$\beta$			
10 – 20	9	2,8049			
<b>Logistička razdioba</b>					
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$			
20 – 40	46,273	9,5764			
40 – 60	72,309	14,459			
<b>Generalizirana logistička razdioba</b>					
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$	$k$		
20 – 40	47,349	9,6036	-0,06777		
40 – 60	74,225	14,66	-0,07891		
<b>Razdioba pogrešaka</b>					
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$	$k$		
20 – 40	46,273	17,37	1,7337		
40 – 60	72,309	26,225	2,3535		
<b>Dagum razdioba</b>					
g [voz/km]	$\alpha$	$\beta$	$k$		
40 – 60	14,051	103,68	0,15289		
<b>Gumbelova razdioba minimuma</b>					
g [voz/km]	$\mu$	$\sigma$			
40 – 60	84,111	20,448			

Izvor: obrada autora.

Na Grafikonima od Grafikon 76. do Grafikon 91. komparativno su prikazani histogrami empirijskih razdioba minutnih protoka vozila u različitim režimima prometnog toka na cestama visokog učinka, utvrđeni na temelju analize devet promatranih poduzoraka, prilagođene krivulje odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti koje su na temelju provedenih statističkih testova ocijenjene najprikladnijima za opis empirijskih razdioba minutnih protoka vozila u definiranim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka te komparativni grafikoni odnosa kvantila empirijskih i odabranih teorijskih razdioba (Q-Q grafikoni) i grafikoni odnosa vjerojatnosti empirijskih i odabranih teorijskih kumulativnih razdioba protoka vozila (P-P grafikoni).

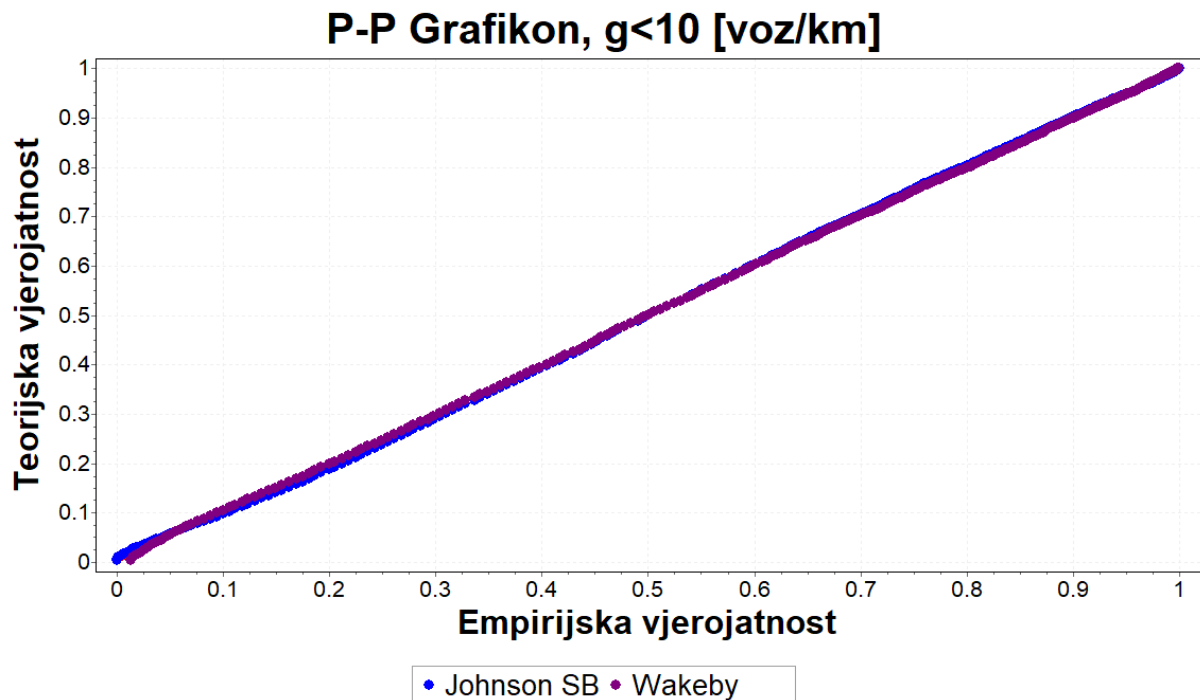


Grafikon 76. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

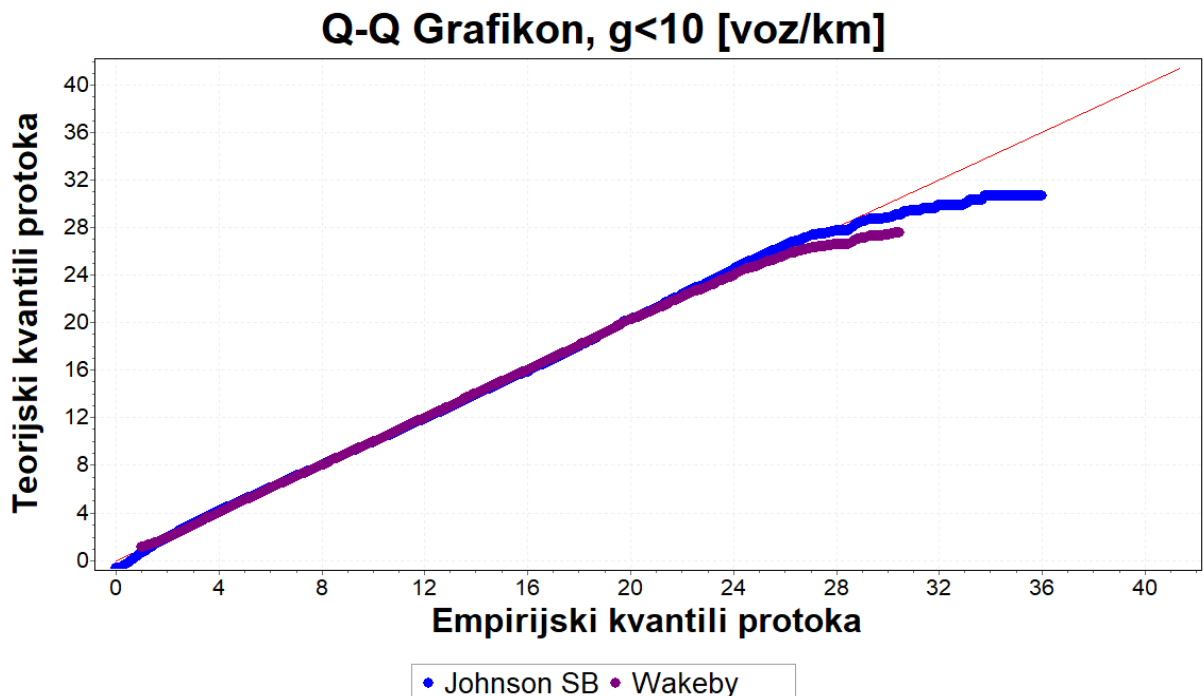


Grafikon 77. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



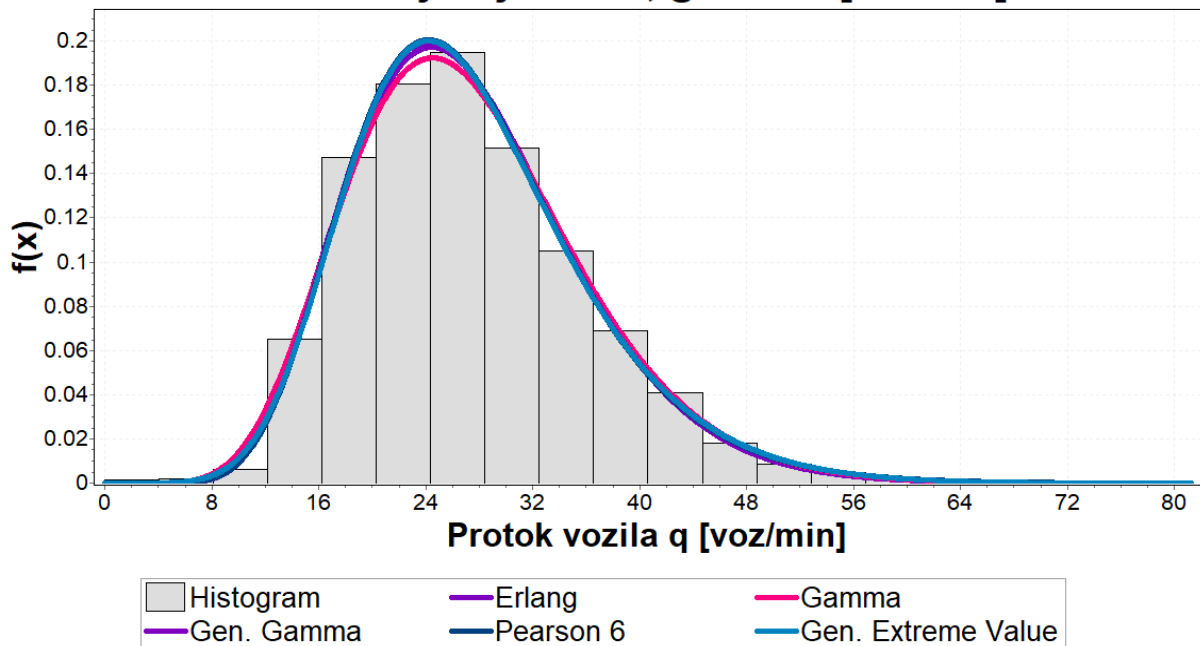


Grafikon 78. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



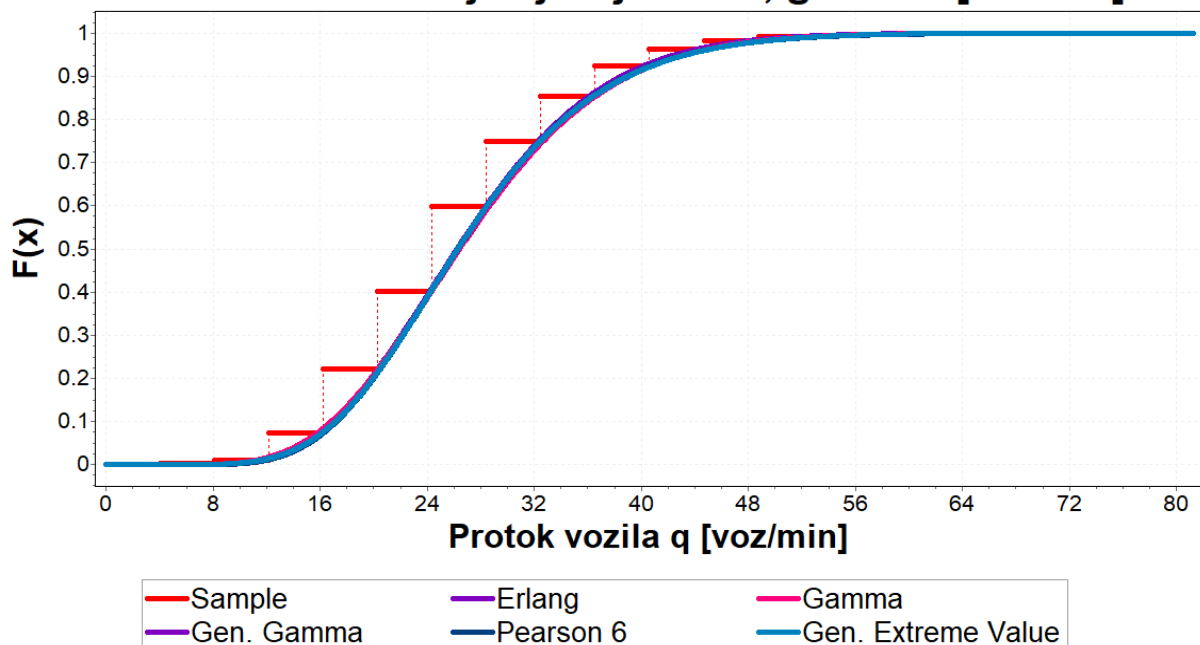
Grafikon 79. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

### Razdioba vjerojatnosti, $g=10-20$ [voz/km]

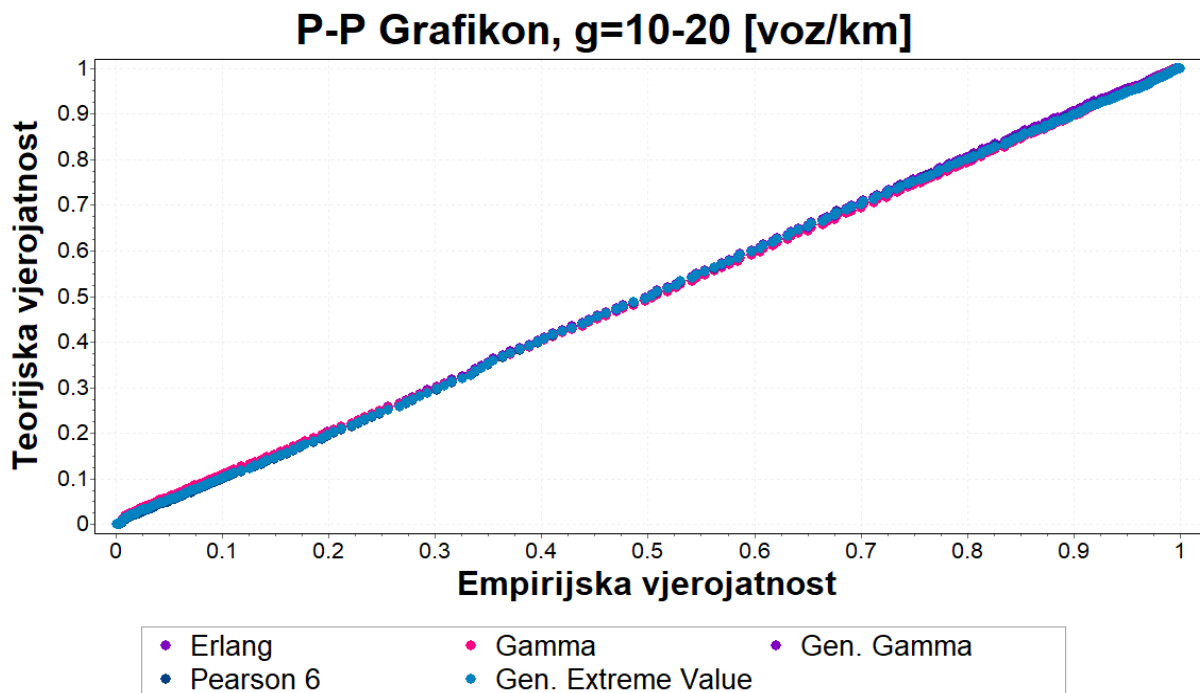


Grafikon 80. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

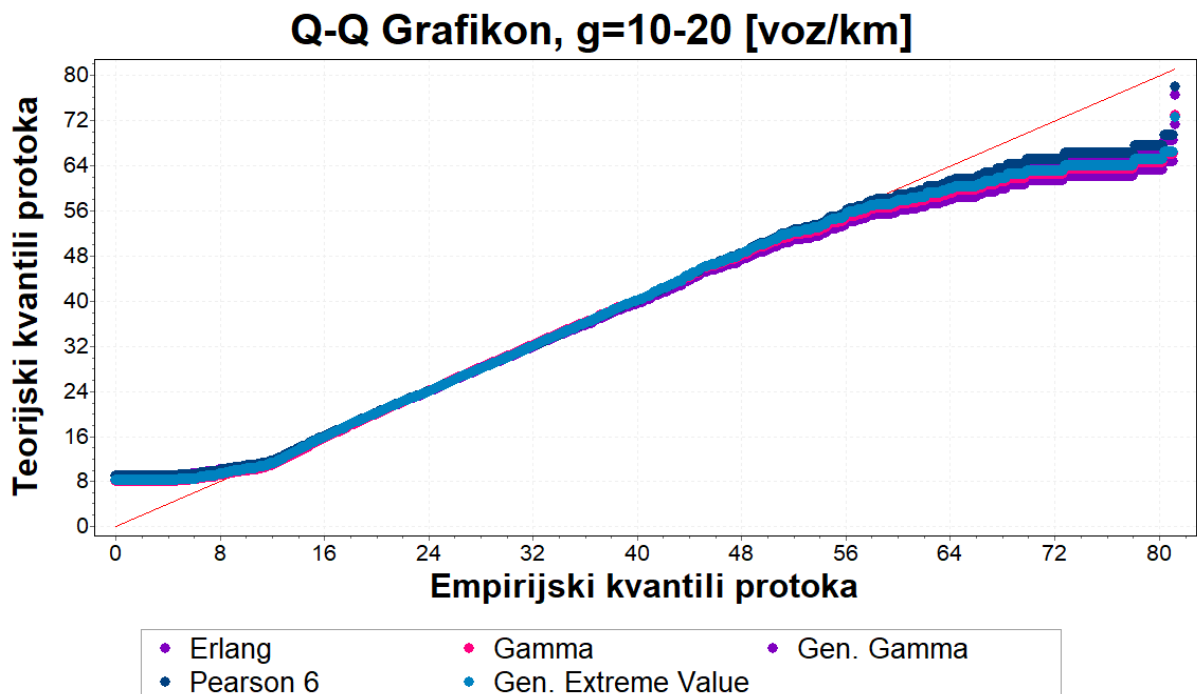
### Kumulativna funkcija vjerojatnosti, $g=10-20$ [voz/km]



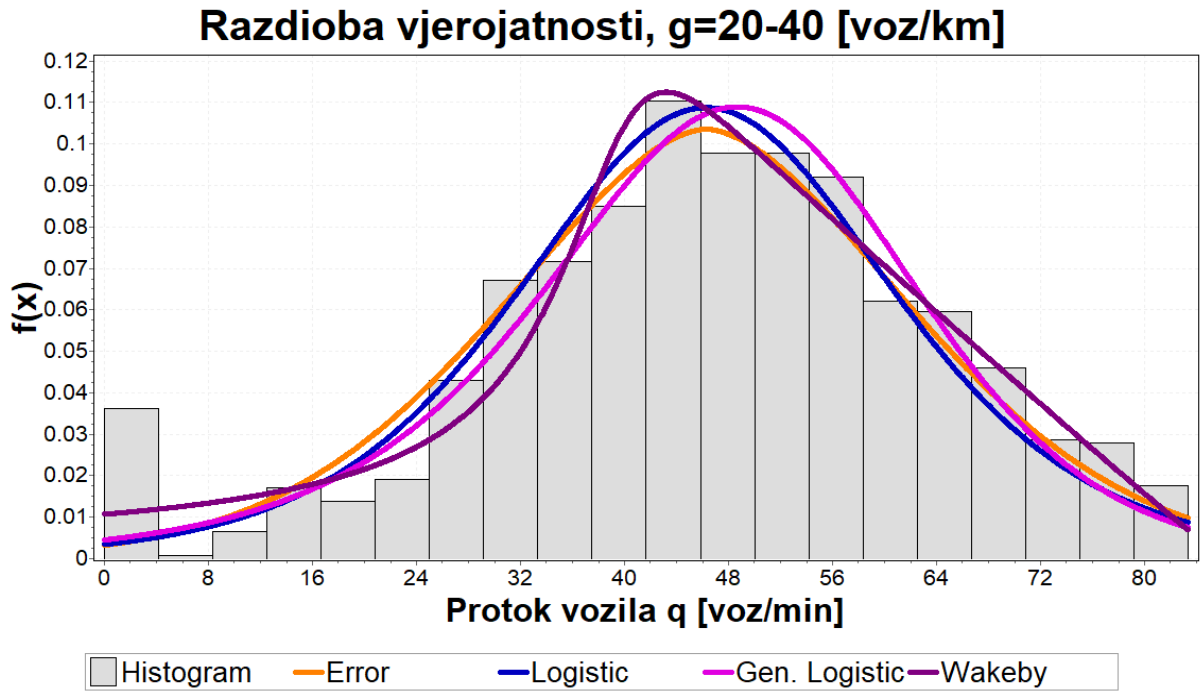
Grafikon 81. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



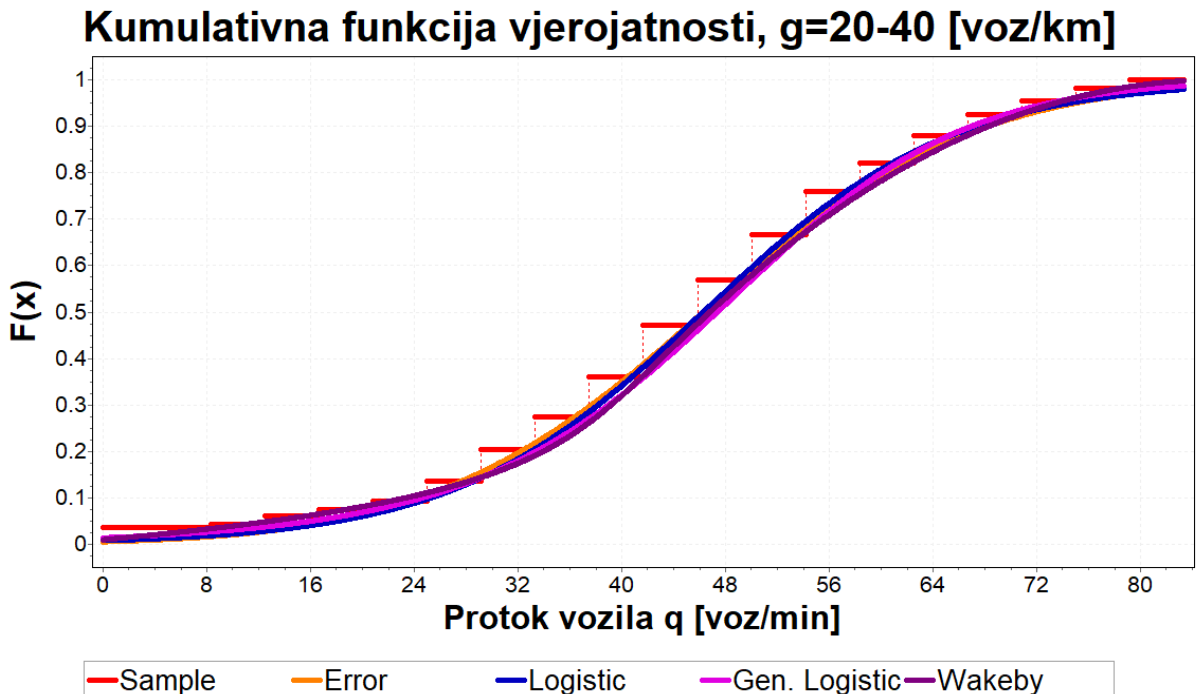
Grafikon 82. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



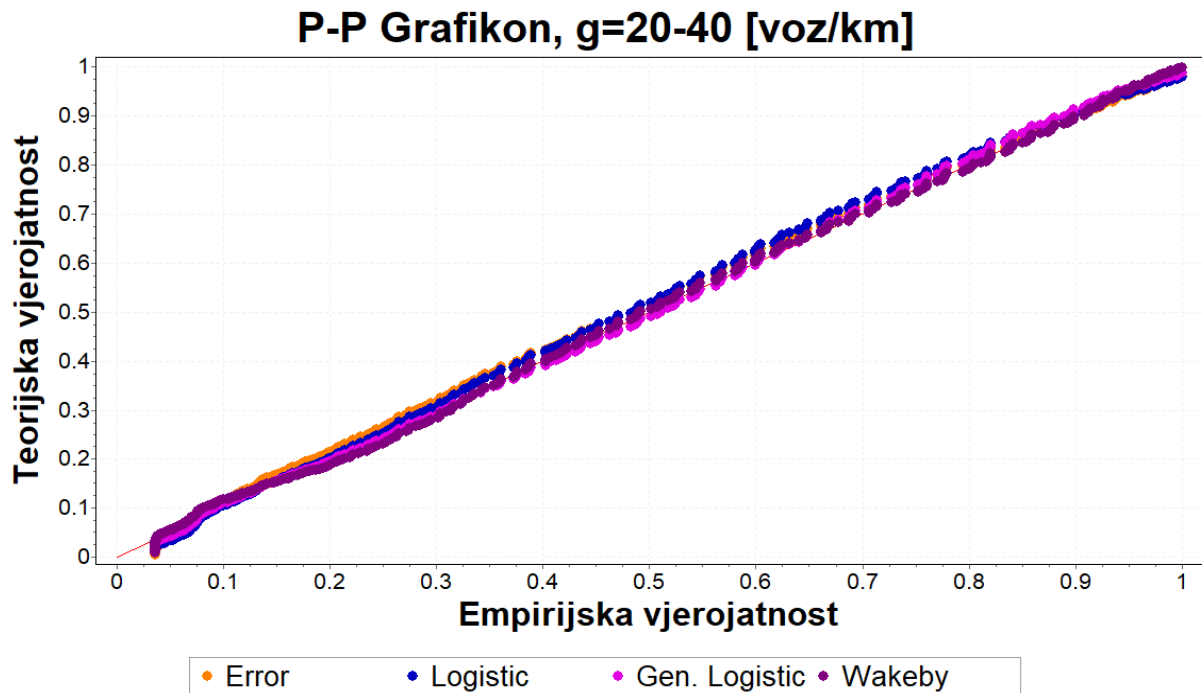
Grafikon 83. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



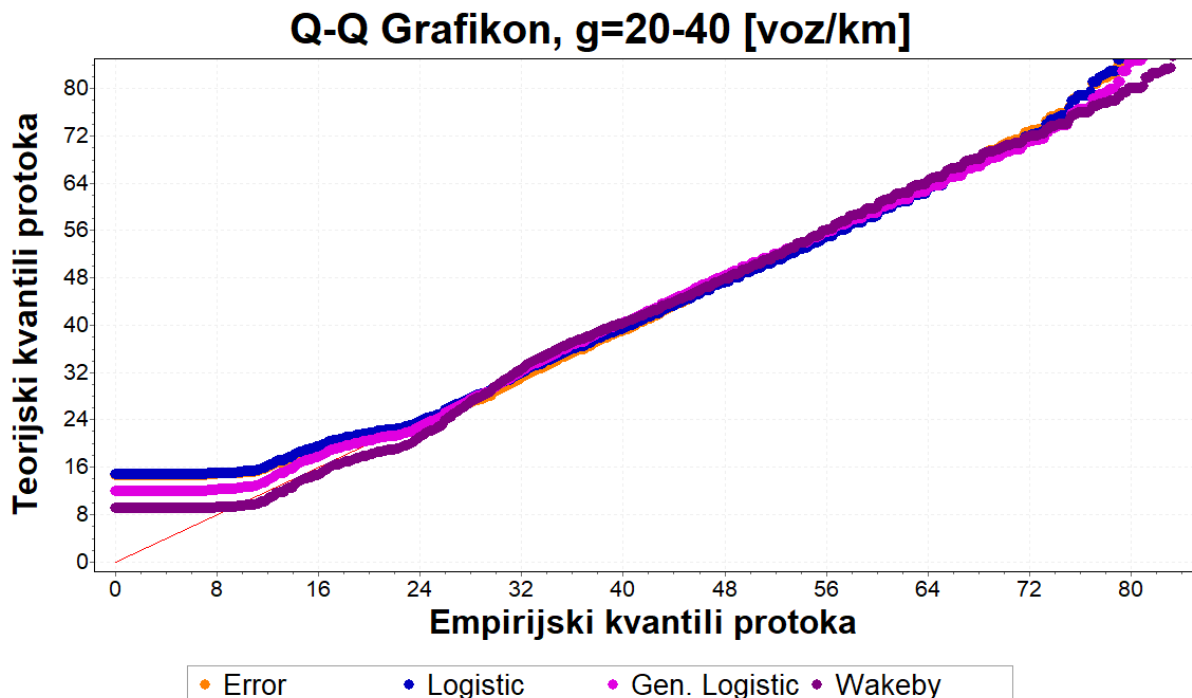
Grafikon 84. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



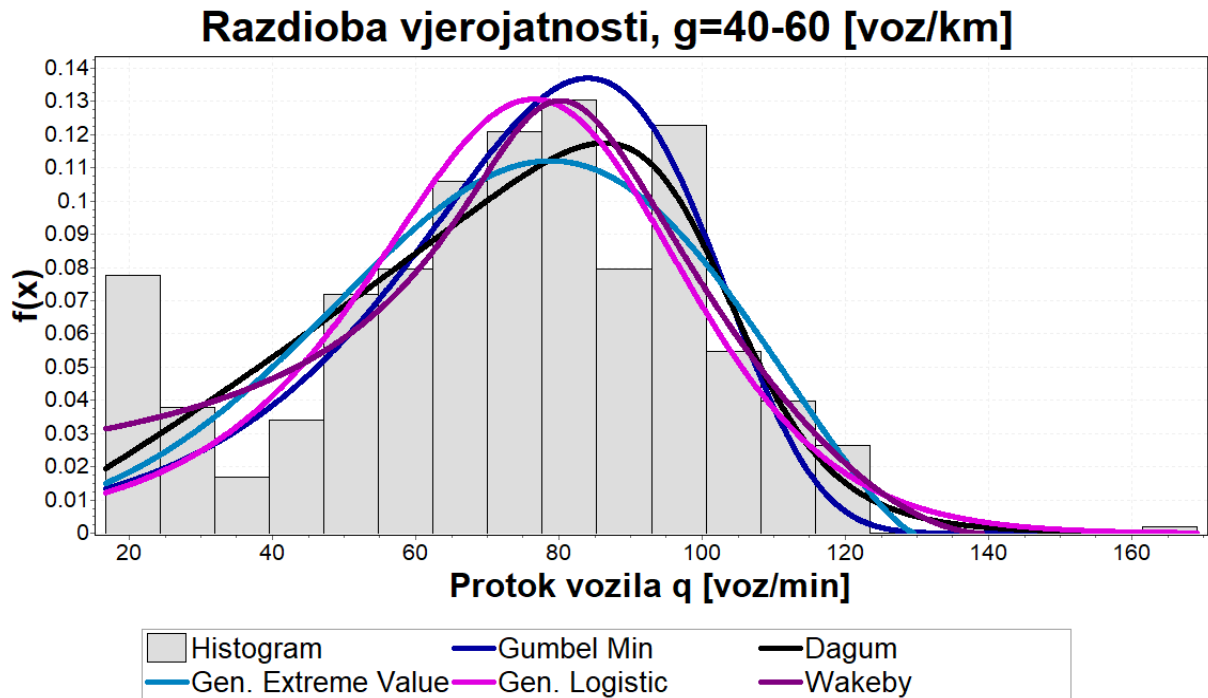
Grafikon 85. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



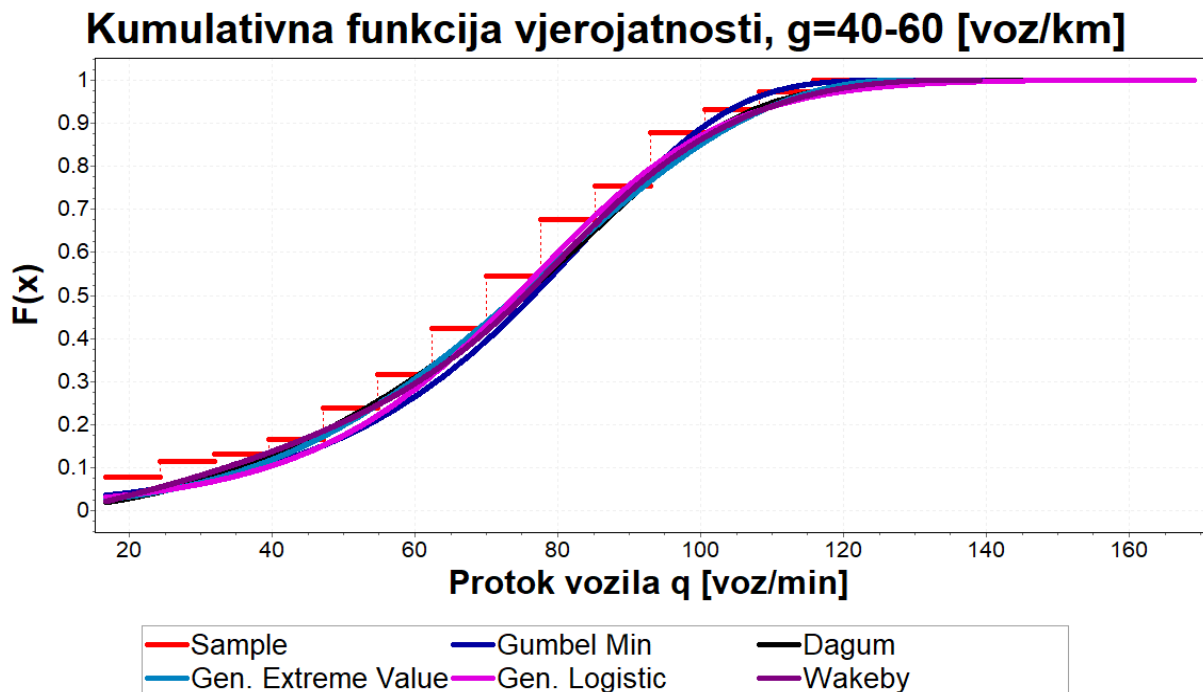
Grafikon 86. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



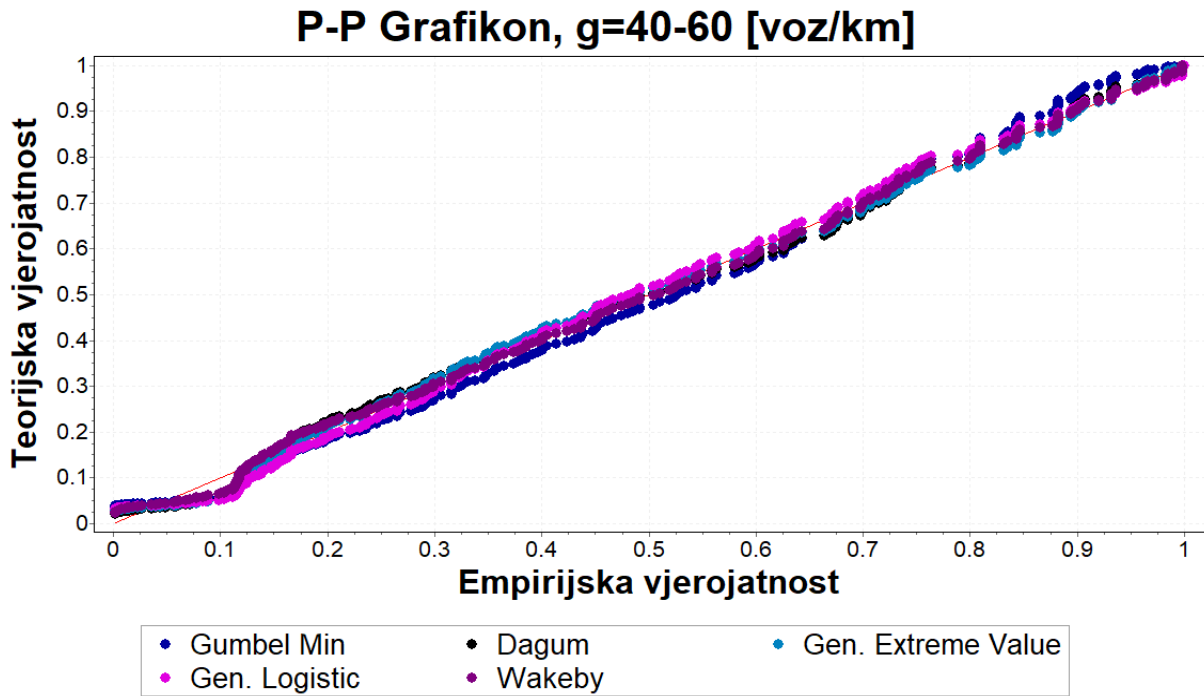
Grafikon 87. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



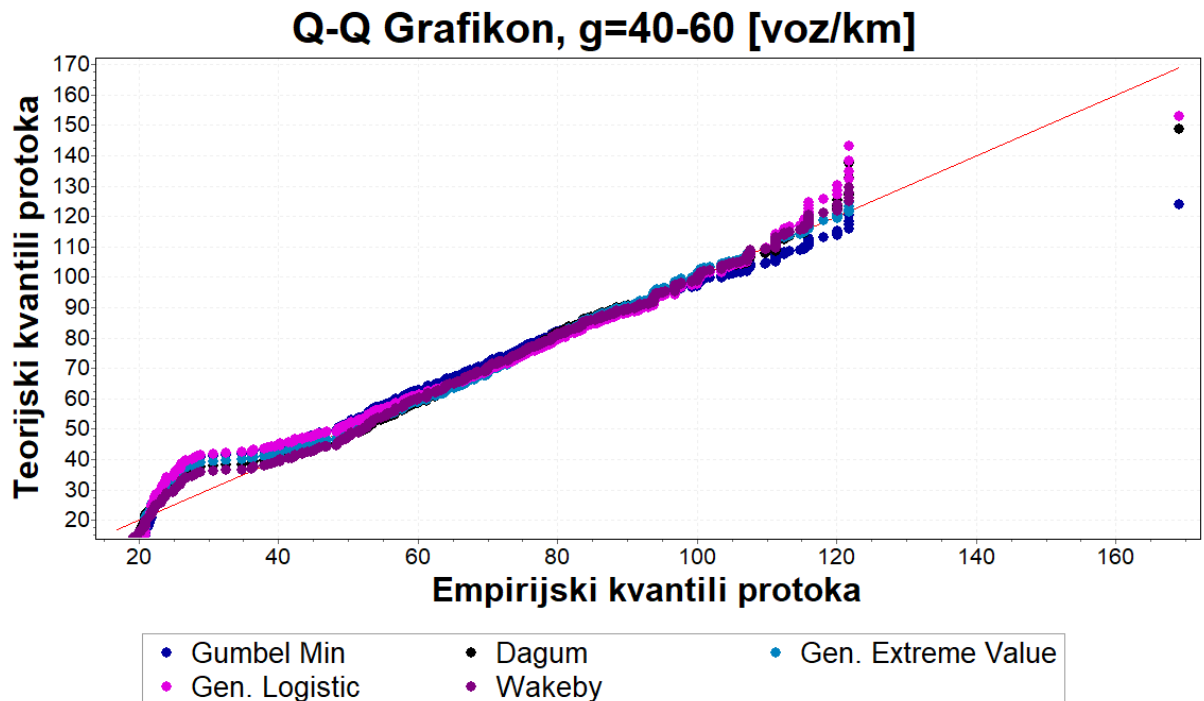
Grafikon 88. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 89. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila s odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenima prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 90. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske razdiobe i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.



Grafikon 91. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih prikladnima za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: obrada autora u programskom okruženju *EasyFit 5.6 Professional*.

## **7. FORMULACIJA TEMELJNOGA VJEROJATNOSNOG MODELA PROMETNOGA TOKA ZA CESTE VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ**

Deterministički modeli prometnog toka primjenjivi su za opis korelacije između prosječnih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka, budući da se uz istu zadanu ulaznu vrijednost gustoće prometnog toka dobiva identična, nepromjenjiva vrijednost brzine ili protoka. Međutim, u uvjetima realnoga prometnog sustava učestalo se javljaju dodatni utjecaji različitih slučajnih efekata koji onemogućavaju uspješnu determinističku aproksimaciju empirijskih vrijednosti.

Realni se prometni tok najčešće, u manjoj ili većoj mjeri, nalazi u uvjetima neravnoteže, što znači da vrijednosti svih parametara prometnog toka gotovo uvijek u određenoj mjeri odstupaju od svojih prosječnih vrijednosti prikazanih na determinističkim oblicima fundamentalnog dijagrama prometa. To znači da realni prometni tok u stvarnome cestovnom prometnom sustavu učestalo prelazi iz svoga ravnotežnog, stabilnog stanja u stanje nestabilnoga prometnog toka u kojem se javljaju fluktuacije vrijednosti svih parametara prometnog toka oko njihovih teoretskih prosjeka. Pritom se oscilacije u vrijednostima parametara prometnog toka javljaju u prostornoj i vremenskoj dimenziji. Iz toga proizlazi da deterministički oblici fundamentalnog dijagrama prometa sami po sebi nisu dostatni za preciznu reprezentaciju i simulaciju odnosa između empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka. Dinamika kretanja vozila unutar prometnog toka ne može se uspješno opisati na temelju determinističkih modela koji se isključivo temelje na relacijama između prosječnih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka, već je za postizanje realistične reprezentacije empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka potrebno uvesti stohastički član jednadžbe s kojim će se omogućiti učinkovit opis disperzije empirijskih vrijednosti oko teoretskih prosjeka definiranih konvencionalnim, determinističkim oblicima temeljnog dijagrama prometa.

Kompleksan stohastički karakter inherentan prometnim tokovima u realnome prometnom sustavu, moguće je formulirati na temelju uvođenja stohastičke komponente modela kojom se mogu opisati vjerojatnosti pojave određenih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka unutar definiranih intervalnih područja oko prethodno definirane regresijske funkcije modela. Proširenjem determinističkih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ na temelju inkorporacije navedenoga stohastičkog člana dobiva se vjerojatnosni oblik



modela koji omogućava generiranje više različitih slučajnih vrijednosti brzine i protoka vozila uz istu zadanu vrijednost gustoće prometnog toka. Time se može značajno povećati preciznost i pouzdanost modela u opisu empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka, osobito u području zasićenoga prometnog toka.

Matematičke relacije između empirijskih vrijednosti mikroskopskih i makroskopskih parametara prometnog toka u praktičnim, nestabilnim uvjetima realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj mogu se prikazati na temelju vjerojatnosnog oblika temeljnog dijagrama prometa, koji je dobiven proširenjem bazne determinističke funkcije, odnosno uvođenjem dodatnoga stohastičkog člana jednadžbe. Općenito govoreći, matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela dijagrama prometa sastoji se od determinističke i stohastičke funkcije te se u svome generičkom obliku može prikazati izrazom:

$$\psi(x) = D(x) + \xi(x) \quad (52)$$

gdje je:

*$\Psi(x)$  – funkcija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka koja se sastoji od sume determinističke funkcije  $f(x)$  kojom se opisuju odnosi između prosječnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka (neovisne i ovisne varijable modela) i stohastičke funkcije kojom se opisuju varijacije u vrijednostima ovisne varijable pri različitim vrijednostima neovisne varijable*  
 *$D(x)$  – deterministička regresijska funkcija na temelju koje se opisuje matematička relacija između prosječnih vrijednosti promatrane neovisne varijable i ovisne varijable*

*$\xi(x)$  – slučajna varijabla na temelju koje se opisuju slučajne varijacije u vrijednostima ovisne varijable koje se pojavljuju pri različitim vrijednostima neovisne varijable. Slučajna varijabla poprima slučajne vrijednosti na temelju odgovarajuće funkcije gustoće vjerojatnosti te time omogućuje simulaciju stohastičkoga karaktera realnoga prometnog toka.*

Temeljni vjerojatnosni model prometnog toka podrazumijeva prošireni koncept konvencionalnih oblika „dijagrama prometa“, odnosno prošireni teoretski prikaz funkcionalnih odnosa između empirijskih vrijednosti osnovnih makroskopskih i mikroskopskih parametara prometnog toka, pri čemu se pored konvencionalnog prikaza determinističkih funkcionalnih relacija između prosječnih vrijednosti brzine, protoka i gustoće, primjenom odgovarajućih funkcija gustoće vjerojatnosti, dodatno opisuju i stohastičke varijacije pojedinačnih empirijskih opservacija parametara prometnog toka oko njihovih srednjih vrijednosti.

Konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog dijagrama „brzina-gustoća“ za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj, dobivena kombiniranom primjenom

optimalnog oblika regresijske funkcije, definiranog u poglavlju 5. kojim se opisuje odnos između prosječnih vrijednosti gustoće i brzine prometnog toka te odabranih tipova i oblika funkcija gustoće vjerojatnosti koje su na temelju inferencijalne i vjerojatnosne analize opisane u poglavlju 6., odabrane kao najprikladnije za opis slučajnih varijacija u vrijednostima brzine vozila i protoka oko njihovih srednjih vrijednosti u različitim režimima realnoga prometnog toka. Konačna matematička formulacija temeljnih vjerojatnosnih dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, dobivenih kombiniranom primjenom optimalnih regresijskih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ te odgovarajućih tipova i oblika funkcija gustoće vjerojatnosti, odabranih ovisno o režimu realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka prezentirana je u potpoglavljima 7.1 i 7.2.

Prilikom definiranja konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj uzete su u obzir sljedeće pretpostavke i granični uvjeti kojima su vrijednosti promatranih parametara prometnog toka (gustoće, brzine i protoka) ograničene tako da se osigura logičnost rezultata dobivenih primjenom predloženih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ u svim režimima prometnog toka:

- Vrijednosti svih promatranih parametara prometnog toka (gustoće, brzine i protoka) moraju biti strogo nenegativne u svim režimima prometnog toka ( $g \geq 0$ ,  $V(g) \geq 0$  i  $q(g) \geq 0$ ).
- Gustoća prometnog toka ( $g$ ) kao neovisna varijabla modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ može poprimiti nenegativne vrijednosti iz intervala  $[0, g_{\max}]$ , pri čemu  $g_{\max}$  označava maksimalnu vrijednost gustoće koja se javlja u uvjetima zagušenoga prometnog toka.
- U graničnom slučaju kad na prometnici nema vozila ( $q = 0$ ), vrijednost gustoće mora poprimiti vrijednost jednaku nuli ( $g = 0$ ).
- Prilikom smanjenja razmaka između vozila u prometnom toku brzina prometnog toka smanjuje se do nule, a gustoća teži prema svojoj maksimalnoj vrijednosti. U suprotnom slučaju, prilikom povećanja razmaka između vozila u prometnom toku, brzina prometnog toka povećava se do vrijednosti brzine slobodnog toka, a gustoća teži prema nuli. Iz toga slijedi da je  $V(0) = V_{\max}$ ,  $V(g_{\max}) = 0$ .
- Vrijednost gustoće zasićenja<sup>36</sup> (optimalne ili kritične brzine) ( $g_{zt}$ ) predloženih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ mora se nalaziti u točki u kojoj protok vozila postiže svoju maksimalnu vrijednost odnosno praktičnu propusnu

---

<sup>36</sup> Gustoća zasićenja (kritična gustoća) je granična vrijednost gustoće prometnog toka pri kojoj je protok vozila jednak propusnoj moći (kapacitetu) ceste. Kritična gustoća nastaje kod razine uslužnosti E.

moć prometnice ( $q(g) = q_{\max}$ ), a brzina prometnog toka vrijednost brzine zasićenja ( $V(g) = V_{zt}$ ).

- U graničnom slučaju kad se vozila na prometnici kreću u uvjetima zagušenoga prometnog toka, vrijednost gustoće prometnog toka teži svojoj maksimalnoj vrijednosti (gustoći zagušenja ( $g_{\max}$ )), a vrijednost protoka i brzine prometnog toka teže nuli ( $q(g) \approx 0$  i  $V(g) \approx 0$ ).
- Brzina prometnog toka  $V(g)$  kao ovisna varijabla modela „brzina-gustoća“ može poprimiti nenegativne vrijednosti iz intervala  $[0, V_{\max}]$ , pri čemu  $V_{\max}$  označava maksimalnu vrijednost brzine prometnog toka koja se javlja u uvjetima slobodnoga prometnog toka (brzinu slobodnog toka).
- U slučaju kad se na prometnici nalazi vrlo mali broj vozila ( $q(g) \approx 0$ ), vrijednost brzine prometnog toka mora težiti svojoj maksimalnoj vrijednosti, odnosno brzini slobodnog toka ( $V(g) \approx V_{\max}$ ).
- U režimu zagušenoga prometnog toka vrijednost brzine prometnog toka mora poprimiti vrijednost približno jednaku nuli ( $V(g) \approx 0$ ).
- Vrijednost brzine zasićenja<sup>37</sup> (optimalne ili kritične brzine) ( $V_{zt}$ ) predloženog modela „brzina-gustoća“ mora se nalaziti u točki u kojoj protok vozila postigne svoju maksimalnu vrijednost (praktičnu propusnu moć prometnice) ( $q(g) = q_{\max}$ ), a gustoća prometnog toka vrijednost gustoće zasićenja ( $g = g_{zt}$ ).
- Protok vozila  $q(g)$  kao ovisna varijabla modela „protok-gustoća“ može poprimiti nenegativne vrijednosti iz intervala  $[0, q_{\max}]$ , pri čemu  $q_{\max}$  označava maksimalnu vrijednost protoka, odnosno praktičnu propusnu moć ili praktični kapacitet prometnice koji se dostiže u uvjetima zasićenoga prometnog toka.
- Protok vozila  $q(g)$  mora težiti nuli u dva granična slučaja, odnosno u slučaju kad na prometnici nema vozila ( $g = 0, V(g) = V_{\max}$ ) te u slučaju zagušenja prometnog toka ( $g = g_{\max}, V(g) = 0$ ). Drugim riječima, vrijedi da je  $q(0) = 0$  i  $q(g_{\max}) = 0$ .
- Maksimalna vrijednost protoka (praktična propusna moć ili kapacitet prometnice) ( $q_{\max}$ ) javlja se prilikom prelaska prometnog toka iz slobodnoga prometnog toka u zasićeni prometni tok, odnosno u slučaju kad vrijedi da je  $g = g_{zt}$  i  $V(g) = V_{zt}$ . Propusna moć prometnice pritom se može izračunati na temelju osnovne jednadžbe prometa, odnosno multiplikacijom brzine i gustoće zasićenja ( $q_{\max} = V_{zt} \cdot g_{zt}$ ).
- Funkcija kojom se opisuje relacija između prosječnih vrijednosti brzine  $V(g)$  i gustoće prometnog toka ( $g$ ) mora biti monotono padajuća, što znači da se s

---

<sup>37</sup> Brzina zasićenja (kritična brzina) je brzina prometnog toka koja odgovara kritičnoj gustoći i razini uslužnosti  $E$ . To je stanje u prometnom toku kad se izjednači prometno opterećenje i propusna moć. Operativna brzina obično se kreće od 40 do 50 km/h, a prometni tok ima elemente nestabilnog toka s mogućim kraćim zastojećima.

postupnim povećanjem vrijednosti gustoće prometnog toka u intervalu  $[0, g_{\max}]$  vrijednosti brzine prometnog toka  $V(g)$  trebaju postupno smanjivati i obrnuto.

- Funkcija kojom se opisuje relacija između prosječnih vrijednosti gustoće prometnog toka  $(g)$  i protoka vozila  $q(g)$  mora biti monotono rastuća od ishodišta do točke u kojoj je protok vozila jednak praktičnoj propusnoj moći prometnice, odnosno na intervalu u kojem vrijedi da je  $q(0) \leq q(g) \leq q_{\max}$  te monotono padajuća u području zagušenoga prometnog toka u kojem vrijedi da je  $q_{\max} \geq q(g) \geq q(q_{\max})$ . Osim toga, poželjno je da funkcija protoka u ovisnosti o gustoći  $q(g)$  po svom obliku bude konkavna barem na jednom dijelu intervala između točke ishodišta i točke gustoće zagušenja, kako bi se na temelju modela „protok-gustoća“ mogla utvrditi brzina propagacije šok-valova koji se pojavljuju u realnome prometnom toku. Funkcija  $q(g)$  je konkavnog oblika ako vrijedi da je  $q''(g) < 0$ . Poželjno je, također, da je funkcija  $q(g)$  kontinuirana i diferencijabilna na cijelom intervalu mogućih vrijednosti gustoće prometnog toka.
- Maksimalna vrijednost gustoće prometnog toka ( $g_{\max}$ ) koja se javlja u uvjetima zagušenja ( $g_{\max}$ ), poznata i pod nazivom gustoća zagušenja, u graničnom slučaju homogenoga prometnog toka osobnih automobila (POA = 100 %, PTV = 0 %) ne može biti veća od 167 voz/km.
- U realnome prometnom toku koji je po svojoj strukturi heterogen (sastavljen od različitih udjela osobnih vozila, motocikala i teretnih vozila), maksimalna vrijednost gustoće prometnog toka ( $g_{\max}$ ) mora biti niža od granične vrijednosti definirane za homogeni prometni tok<sup>38</sup> te se u tim slučajevima može izračunati na temelju matematičkog izraza:  $g_{\max} = 1000 / (sh_A P_A + sh_B P_{TV})$ , gdje  $sh_A$  i  $sh_B$  predstavljaju prosječne vrijednosti razmaka slijeda za osobna i teretna vozila, a  $P_A$  i  $P_{TV}$  prosječne udjele osobnih i teretnih vozila u prometnom toku, slijedom.
- Uzevši u obzir činjenicu da se udio teških teretnih vozila u prometnom toku na autocestama i brzim cestama kreće u rasponu od 15 % do 30 %, zaključuje se da se praktične vrijednosti gustoće zagušenja ( $g_{\max}$ ) na prometnicama visokog učinka moraju nalaziti unutar raspona [125, 140] voz/km/traku.
- Brzina slobodnog toka ( $V_{\max}$ ) ovisi o većem broju različitih čimbenika, koji u prvome redu uključuju kategoriju prometnice, projektno-oblikovne elemente prometnice (broj i širinu prometnih trakova, horizontalnu i vertikalnu zakrivljenost trase ceste, uzdužni nagib ceste itd.), međusobnu udaljenost raskrižja, postojeća ograničenja brzine te prevladavajuće vremenske uvjete. U sklopu ovih istraživanja očekivani raspon vrijednosti brzine slobodnoga prometnog toka ( $V_{\max}$ ) na promatranim odsjecima autocesta i brzih cesta definiran je na temelju vrijednosti 5-percentilne i 90-percentilne operativne

---

<sup>38</sup> Homogeni prometni tok je prometni tok jedne vrste motornih vozila (tok osobnih automobila, tok teretnih vozila i sl.). Na mreži prometnica praktično ne postoje prometni tokovi koji su po svom sastavu homogeni.

brzine vozila ( $V_5$ ,  $V_{90}$ ) utvrđenih u režimu slobodnoga prometnog toka (pri niskom protoku vozila) u kojem vrijedi da je  $q(g) \leq 500$  voz/h/traku. Na temelju analize empirijskih vrijednosti brzine slobodnog toka ( $V_{\max}$ ) utvrđenih na promatranim odsječcima prometnica visokog učinka može se zaključiti da se praktične vrijednosti brzine slobodnog toka nalaze unutar intervala [90, 150] km/h.

- Očekivani raspon vrijednosti gustoće zasićenja ( $g_{zt}$ ) definiran je na temelju vrijednosti 5-percentilne i 95-percentilne gustoće prometnog toka ( $g_5$ ,  $g_{95}$ ) utvrđenih u režimu zasićenoga prometnog toka (pri visokom protoku vozila) u kojem vrijedi da se vrijednost protoka vozila nalazi unutar očekivanog raspona vrijednosti praktične propusne moći prometnice ( $q_{95} \leq q(g) \leq q_{99}$ ), a vrijednosti brzine prometnog toka unutar očekivanog raspona vrijednosti brzine zasićenja ( $V_{zt1} \leq V(g) \leq V_{zt2}$ ).
- Očekivani raspon vrijednosti brzine zasićenja ( $V_{zt}$ ) definiran je na temelju vrijednosti 5-percentilne i 95-percentilne operativne brzine vozila utvrđenih u režimu zasićenoga prometnog toka (pri visokom protoku vozila) u kojem vrijedi da se vrijednost protoka vozila nalazi unutar očekivanog raspona vrijednosti praktične propusne moći prometnice ( $q_{95} \leq q(g) \leq q_{99}$ ).
- Za potrebe utvrđivanja očekivanog raspona vrijednosti praktične propusne moći prometnica visokog učinka ( $q_{\max}$ ) promatrane su vrijednosti 95-percentilnog i 99-percentilnog protoka vozila ( $q_{95}$ ,  $q_{99}$ ) utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim reprezentativnim segmentima prometnica visokog učinka. Analizom percentilnih vrijednosti protoka vozila sadržanih u prikupljenome empirijskom uzorku utvrđeno je da se praktična propusna moć cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj mora nalaziti unutar raspona [1080, 2520 voz/h/traku].

## 7.1. Matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela brzina-gustoća

Uzevši u obzir osnovne pretpostavke i granične uvjete vezane uz promatrane parametre prometnog toka opisane u uvodnom dijelu ovog poglavlja, najprikladniji oblik determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, definirane u potpoglavlju 5.2, kojom se može opisati odnos između prosječnih vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i prosječnih vrijednosti brzine prometnog toka kao ovisne varijable te najprikladnije prilagođene oblike teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti definirane u poglavlju 6., konačna matematičku formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj može se u sažetom obliku predstaviti na temelju jednadžbe:

$$\xi(g, U, k_i) = V(g) + \vartheta(g, U, k_i) = V(g) + F^{-1}(U, V(g), \sigma(g), k_i) \quad (53)$$

uz uvjete:

$$U \sim U(0,1); \quad \xi(g, U, k_i) \wedge \vartheta(g, U, k_i) \sim F^{-1}(U, k_i) \quad (54)$$

$$\xi(g) = V(g) + \vartheta(g, U, k_i) \geq 0 \quad (55)$$

gdje je:

$\xi(g, U, k_i)$  – simulirana vrijednost brzine prometnog toka dobivena primjenom temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ [km/h]

$V(g)$  – deterministička regresijska funkcija kojom se opisuje matematička relacija između gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i srednje prostorne brzine prometnog toka kao ovisne varijable [km/h]

$\sigma(g)$  – deterministička regresijska funkcija kojom je opisana relacija između gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i standardne devijacije brzina vozila u prometnom toku, kao ovisne varijable [km/h]

$\vartheta(g, U, k_i)$  – slučajna varijabla koja poprima slučajne vrijednosti definirane funkcijom gustoće vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe [km/h]

$F^{-1}(u, V(g), \sigma(g), k_i)$  – inverzna kumulativna funkcija vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe na temelju koje se uz primjenu metode inverznog uzorkovanja generiraju pseudoslučajni brojevi

$U$  – kontinuirana uniformna slučajna varijabla koja poprima slučajne vrijednosti iz intervala [0,1]

$k_i$  – parametri oblika, pomaka i skale razdiobe vjerojatnosti, čiji broj ovisi o odabranoj teorijskoj funkciji gustoće vjerojatnosti.

Ako se uzme u obzir činjenica da su rezultati provedene korelacijske i regresijske analize pokazali da se odnos između prosječnih vrijednosti gustoće i brzine prometnog toka

moгу opisati primjenom negativnoga eksponencijalnog modela te da je na temelju provedenih postupaka prilagodbe velikog skupa teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina sadržanih u prikupljenom statističkom uzorku i na temelju provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe utvrđeno da se slučajne varijacije prisutne u vrijednostima brzine prometnog toka pri različitim gustoćama prometnog toka mogu najprikladnije opisati na temelju generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (engl. *GEV – Generalized extreme value distribution*), daljnjim raščlanjivanjem prethodno navedene osnovne jednadžbe temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ dolazi se do ovih izraza:

$$V(g) = 136,412 \cdot \exp(-0,033 \cdot g) \quad (56)$$

$$\vartheta(g, U, \mu, \sigma, k) = F_{GEV}^{-1}(U, \mu(g), \sigma(g), k(g)) \quad (57)$$

$$\xi(g, U, \mu, \sigma, k) = 136,412 \exp(-0,033 \cdot g) + F_{GEV}^{-1}(U, \mu(g), \sigma(g), k(g)) \quad (58)$$

$$V(g) \cong \mu(g) \quad (59)$$

gdje je:

$F_{GEV}^{-1}(U, \mu, \sigma, k)$  – inverzna kumulativna funkcija vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GEV) na temelju koje se uz primjenu metode inverznog uzorkovanja generiraju pseudoslučajni brojevi, odnosno određuju vrijednosti slučajne varijable  $\vartheta(g)$

$\mu$  – lokacijski parametar GAV razdiobe vjerojatnosti, koji određuje poziciju centralne točke razdiobe i može se aproksimativno odrediti na temelju regresijske funkcije  $V(g)$

$\sigma$  – parametar skale GAV razdiobe vjerojatnosti, kojim se opisuje disperzija vrijednosti funkcije gustoće vjerojatnosti, čija se vrijednost može aproksimativno odrediti na temelju regresijske funkcije  $\sigma(g)$

$k$  – parametar oblika GAV razdiobe vjerojatnosti kojim se određuje debljina „repa“ funkcije gustoće vjerojatnosti.

Kako bi se došlo do konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, potrebno je još definirati regresijsku funkciju  $\sigma(g)$  te konkretan izraz inverzne kumulativne funkcije vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti  $F_{GAV}^{-1}(U, V(g), \sigma(g), k_i)$ . Regresijska funkcija  $\sigma(g)$  je pritom utvrđena na temelju korelacijske i regresijske analize provedene između gustoće prometnog toka ( $g$ ) kao neovisne varijable i vrijednosti parametra skale ( $\sigma$ ) GAV razdiobe utvrđenih na temelju prilagodbe funkcije gustoće vjerojatnosti na empirijske vrijednosti brzina sadržane u prikupljenome statističkom uzorku u

definiranim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka, odnosno kad se  $g$  nalazi u rasponima  $[0, 10)$ ,  $[10, 20)$ ,  $[20,40)$  i  $[40, 60]$  voz/km/traku.

Na temelju provedene regresijske analize, kao optimalna regresijska funkcija za opis relacije između gustoće prometnog toka, kao neovisne varijable, i vrijednosti parametra skale GAV razdiobe vjerojatnosti, kao ovisne varijable, utvrđena je logaritamska funkcija koja se može prikazati na temelju izraza:

$$\sigma(g) = 34,98 - 6,835 \cdot \ln(g) \quad (60)$$

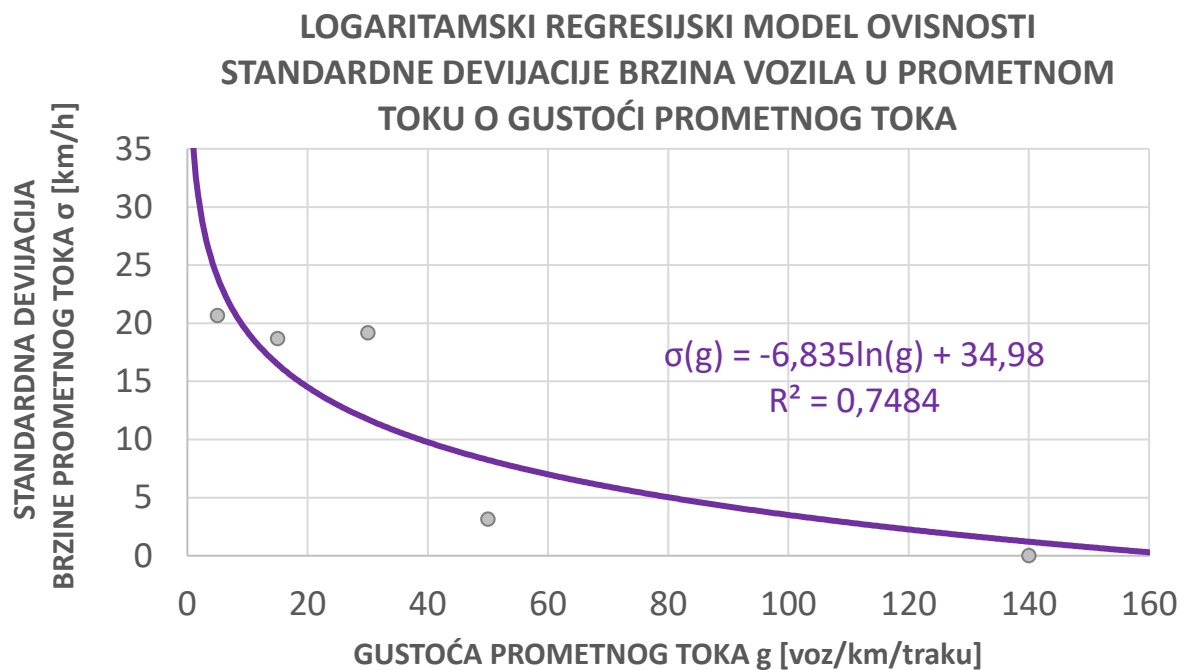
gdje je:

*$\sigma(g)$  – logaritamska regresijska funkcija ovisnosti  $\sigma$  parametra skale GEV razdiobe vjerojatnosti o gustoći prometnog toka, koja istovremeno predstavlja i vrijednost standardne devijacije brzina vozila u prometnom toku pri različitim gustoćama prometnog toka [km/h]  
 $g$  – gustoća prometnog toka kao neovisna varijabla [voz/km/traku].*

Dobiveni logaritamski regresijski model ovisnosti standardne devijacije brzina vozila u prometnom toku o gustoći prometnog toka prikazan je na Grafikon 92. Na temelju prikazane logaritamske funkcije zadovoljavaju se logičke pretpostavke utemeljene na teoriji prometnog toka, prema kojima je najveća varijabilnost u brzinama kretanja vozila u prometnom toku prisutna pri niskim gustoćama prometnog toka, dok se u području zasićenoga i zagušenoga prometnog toka ta varijabilnost značajno smanjuje budući da se sve veći broj vozila kreće u koloni te su vozači prisiljeni kretati se približno istom brzinom. Zbog toga mora biti zadovoljen uvjet prema kojemu protok vozila, brzina prometnog toka i standardna devijacija brzina vozila u prometnom toku moraju, u području zagušenog toka, istovremeno težiti nuli kad se vrijednost gustoće približava svojoj maksimalnoj vrijednosti, odnosno gustoći zagušenja ( $g_{\max}$ ). Matematički, ovaj se uvjet može izraziti ovako: ako  $g \rightarrow g_{\max}$ , tada vrijedi  $q(g), V(g), \sigma(g) \rightarrow 0$ . Budući da predloženi logaritamski model siječe os gustoće u vrijednosti koja je približno jednaka maksimalnoj teorijskoj gustoći prometnog toka koja se javlja u uvjetima homogenoga prometnog toka osobnih vozila ( $g_{\max} \cong 167$  voz/km/traku), može se zaključiti da su s njim zadovoljene temeljne pretpostavke teorije prometnog toka. Osim toga, analizom rezidualnih vrijednosti predloženoga logaritamskog modela utvrđeno je da su reziduali između vrijednosti standardne devijacije (parametra skale) prilagođenih oblika GAV funkcije gustoće vjerojatnosti i vrijednosti standardne devijacije predviđene predloženim logaritamskim modelom približno ravnomjerno raspršeni oko osi gustoće čime se može zaključiti da je zadovoljen uvjet homoskedastičnosti predloženoga modela regresije.



Iz toga slijedi da se primjenom ovoga modela za odabir vrijednosti parametra skale GAV razdiobe pri različitim gustoćama prometnog toka, na temelju koje se definira disperzija vrijednosti slučajne varijable  $\vartheta(g)$  kojom se simulira varijabilnost u vrijednostima brzine vozila u različitim režimima prometnog toka, učinkovito eliminiraju nedostaci determinističke komponente modela definirane negativnom eksponencijalnom regresijskom funkcijom koji su utvrđeni u sklopu analize rezidualnih vrijednosti modela, opisane u poglavlju 5. Prikladnost primjene ovog modela, pored ostalog, potvrđuju i visoke vrijednosti koeficijenta korelacije ( $r = 0,8651$ ) i koeficijenta determinacije ( $r^2 = 0,7484$ ).



Grafikon 92. Logaritamski regresijski model ovisnosti standardne devijacije brzina vozila u prometnom toku o gustoći prometnog toka.

Radi definiranja konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, uz navedene izraze, bilo je još potrebno utvrditi i definirati prilagođene izraze GAV funkcije gustoće vjerojatnosti  $f(V(g), \sigma(g), k_i)$  te njezinu kumulativnu funkciju vjerojatnosti  $F_{GAV}(V(g), \sigma(g), k_i)$  i inverznu kumulativnu funkciju vjerojatnosti  $F_{GAV}^{-1}(U, V(g), \sigma(g), k_i)$ . Pritom je potrebno poći od općenitih izraza generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\left(1 + kz\right)^{-\frac{1}{k}}\right) \left(1 + kz\right)^{-1-\frac{1}{k}}; & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)); & k = 0 \end{cases} \quad (61)$$

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + kz\right)^{-\frac{1}{k}}\right); & k \neq 0 \\ \exp(-\exp(-z)); & k = 0 \end{cases} \quad (62)$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (63)$$

gdje je:

$f(x)$  – funkcija gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GAV)

$F(x)$  – kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti

$\mu$  – parametar lokacije GAV razdiobe vjerojatnosti

$\sigma$  – parametar skale GAV razdiobe vjerojatnosti

$k$  – parametar oblika GAV razdiobe vjerojatnosti

$z$  – standardizirana varijabla GAV razdiobe vjerojatnosti.

Inverzna kumulativna funkcija vjerojatnosti  $F_{GAV}^{-1}(U, V(g), \sigma(g), k_i)$ , koja se uz definirane parametre lokacije, skale i oblika GAV razdiobe vjerojatnosti može primijeniti u metodi inverznog uzorkovanja radi određivanja vrijednosti slučajne varijable  $\vartheta(g, k_i)$  pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka, može se u svom općem obliku prikazati na temelju izraza:

$$F_{GAV}^{-1}(u, \mu(g), \sigma(g), k_i) = \begin{cases} z = \frac{(-\ln(y))^{-k} - 1}{k}; & k \neq 0 \\ z = -\ln(-\ln(y)); & k = 0 \end{cases} \quad (64)$$

$$\vartheta(g, U, \mu(g), \sigma(g), k(g)) = \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad k \neq 0 \quad (65)$$

$$\vartheta(g, U, \mu(g), \sigma(g)) = \mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U)); \quad k = 0 \quad (66).$$

Na temelju metode inverznog uzorkovanja (engl. *inverse transform sampling*), moguće je generirati pseudoslučajne brojeve na temelju bilo koje teorijske razdiobe vjerojatnosti, odnosno njezine kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti. Prema ovoj metodi prvo se primjenom kontinuirane uniformne slučajne varijable  $U$ , koja je uniformno distribuirana na intervalu  $[0,1]$  generiraju pseudoslučajni brojevi koji se na temelju inverzne kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti (kvantilne funkcije) bilo koje odabrane teorijske razdiobe preslikavaju (transformiraju) u slučajnu varijablu  $\vartheta$ , čije vrijednosti prate tu odabranu teorijsku razdiobu. Ako izraze (56), (65) i (66) uvrstimo u izraz (53), tada dolazimo do ove dvije

jednadžbe temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, od kojih se prva odnosi na slučaj kad je parametar oblika različit od nule ( $k \neq 0$ ), a druga na slučaj kad parametar oblika poprima vrijednost nula ( $k = 0$ ):

$$\xi(g, U, \mu, \sigma, k) = 136,412 \cdot \exp(-0,033 \cdot g) + \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad (67)$$

$$\xi(g, U, \mu, \sigma) = 136,412 \cdot \exp(-0,033 \cdot g) + \mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U)); \quad (68).$$

Konačno, ako se konstante u navedenim izrazima zamijene s odgovarajućim graničnim varijablama prometnog toka, dolazi se do izraza:

$$\xi(g, U, \mu, \sigma, k) = V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad (69)$$

$$\xi(g, U, \mu, \sigma) = V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U)); \quad (70)$$

gdje je:

$V_{max}$  – brzina slobodnoga prometnog toka na promatranoj kategoriji ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj  
 $g_{zt}$  – gustoća zasićenja pri praktičnoj propusnoj moći promatrane kategorije ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj.

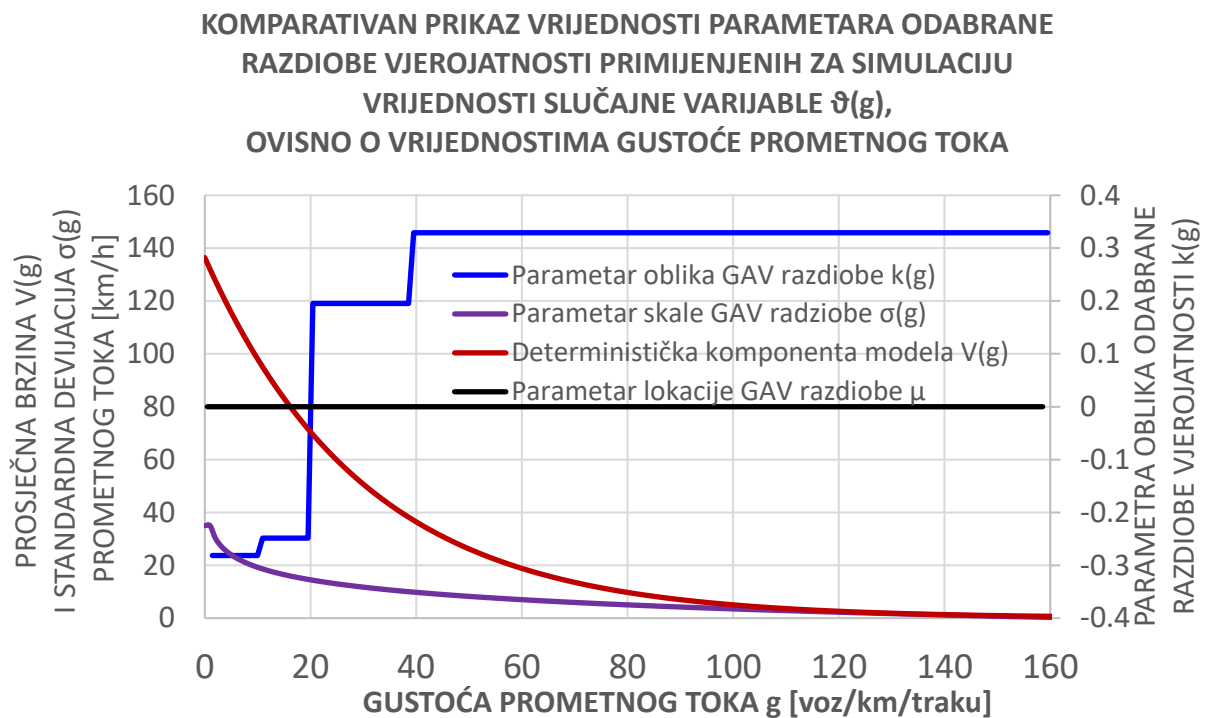
Kako bi se utvrdili specifični oblici GAV razdiobe vjerojatnosti koji se mogu primijeniti za simulaciju pseudoslučajnih vrijednosti varijacija brzine prometnog toka oko prosječne vrijednosti brzine prometnog toka koja je pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka definirana determinističkom komponentom modela, odnosno negativnom eksponencijalnom regresijskom funkcijom  $V(g)$ , općenite oblike GAV razdiobe potrebno je prilagoditi na temelju vrijednosti parametara skale ( $\sigma_i$ ), procijenjenih na temelju logaritamske regresijske funkcije  $\sigma(g)$  i vrijednosti parametra oblika ( $k_i$ ), utvrđenih za odgovarajuće intervale vrijednosti gustoće prometnog toka na temelju MLE postupka metode procjene maksimalne vjerojatnosti (engl. *MLE – Maximum Likelihood Estimation*), opisane u poglavlju 6. Pritom je vrijednost parametra lokacije ( $\mu$ ) pri svim vrijednostima gustoće prometnog toka potrebno postaviti u nulu, budući da se stohastička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, prikazana slučajnom varijablom  $\vartheta(g)$  ne primjenjuje direktno za utvrđivanje konačne vrijednosti brzine prometnog toka, već služi za simulaciju slučajnih oscilacija vrijednosti brzina oko vrijednosti srednje prostorne brzine prometnog toka koje se

javljaju u različitim režimima realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Drugim riječima, postavljanjem parametra lokacije u nulu ( $\mu = 0$ ) pri svim vrijednostima gustoće prometnog toka, GAV razdioba vjerojatnosti koja se primjenjuje za određivanje vrijednosti slučajne varijable  $\vartheta(g)$  centrirana se na determinističku komponentu modela, odnosno negativnu eksponencijalnu funkciju kojom je opisana matematička relacija između srednje prostorne brzine i prosječne gustoće prometnog toka. U tom slučaju, konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ može se prikazati u ovim oblicima:

$$\xi(g, U, k) = V_{st} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \left(\frac{g_{zt} - 6,8 \ln(g)}{k(g)}\right) \cdot [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad (71)$$

$$\xi(g, U) = V_{st} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) - (g_{zt} - 6,8 \ln(g)) \cdot \ln(-\ln(U)); \quad (72).$$

Na Grafikon 93. komparativno su prikazane vrijednosti determinističke komponente modela, zajedno s vrijednostima parametara lokacije, skale i oblika GAV teorijske razdiobe vjerojatnosti odabrane za simulaciju varijacija u vrijednostima brzine prometnog toka pri različitim gustoćama prometnog toka.



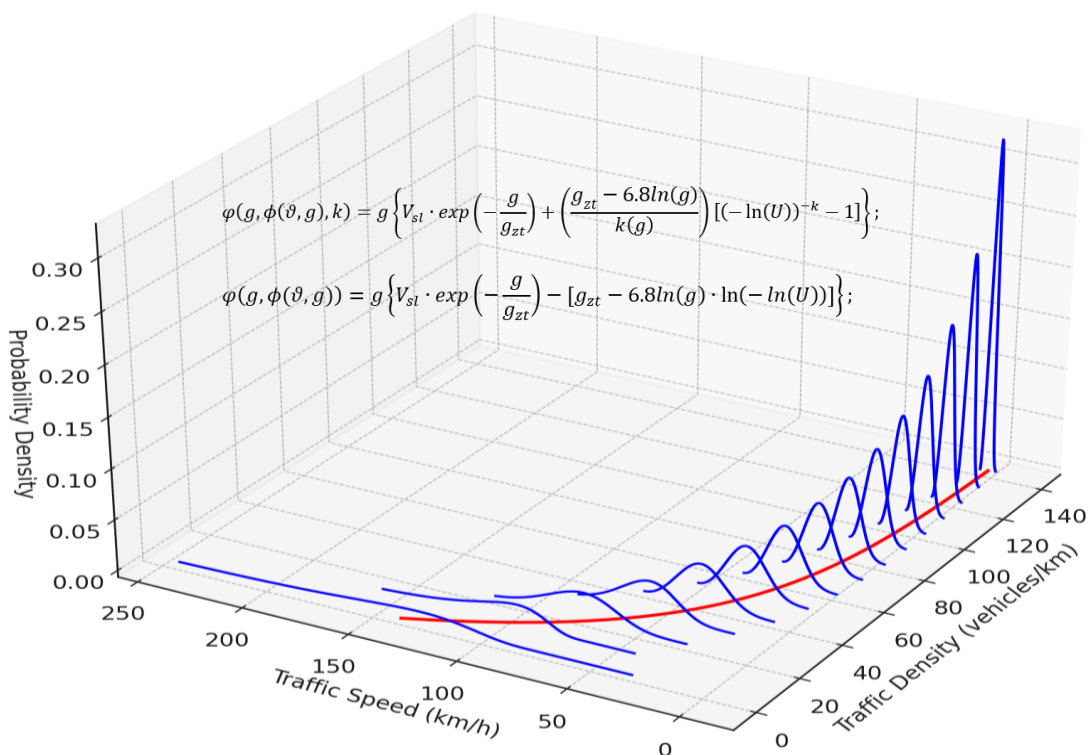
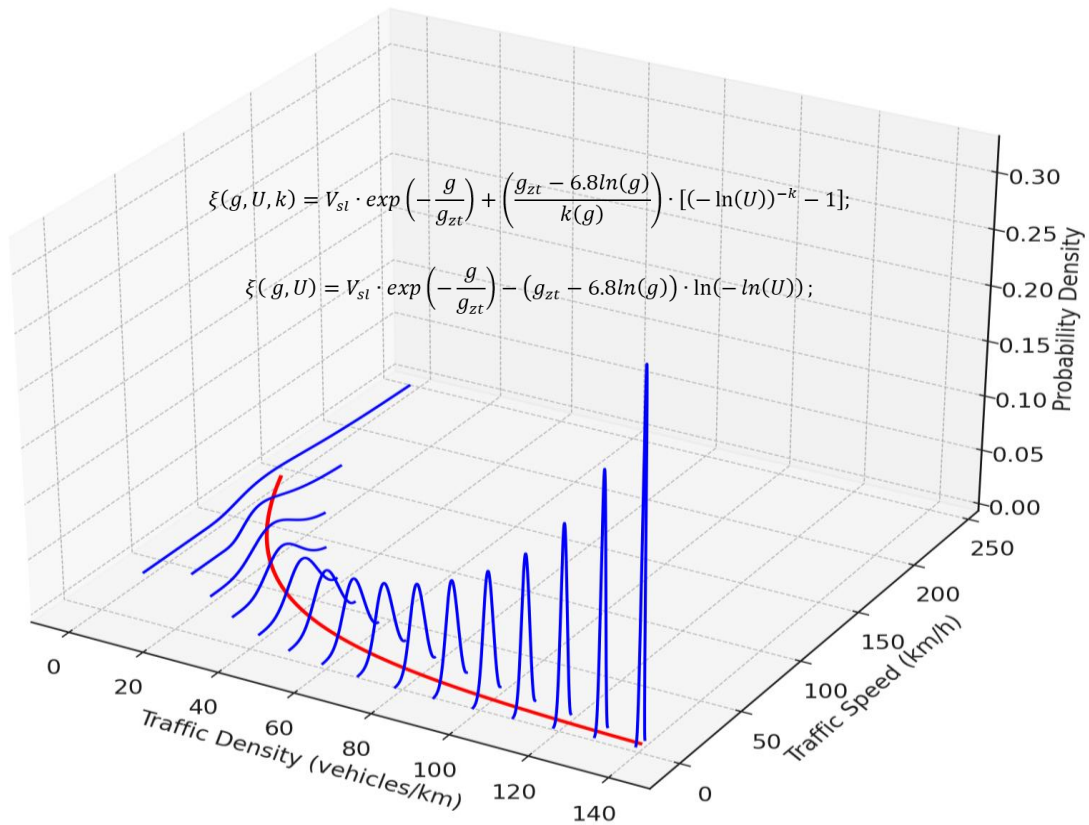
Grafikon 93. Komparativni prikaz vrijednosti determinističke komponente modela i vrijednosti parametara lokacije, skale i oblika teorijske razdiobe vjerojatnosti odabrane za simulaciju varijacija u vrijednostima brzine prometnog toka.

Tablica 30. Tabelarni prikaz vrijednosti determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ te vrijednosti parametra lokacije, skale i oblika funkcije gustoće vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe, izračunanih pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka, u intervalu od 0 do 140 voz/km/traku.

<b>g [voz/km]</b>	<b>V(g) [km/h]</b>	<b><math>\sigma(g)</math> [km/h]</b>	<b>k(g)</b>	<b><math>\mu</math></b>
0	136,412	35	-0,28149	0
10	98,06982	19,24183	-0,24883	0
20	70,50472	14,50417	0,19539	0
30	50,68752	11,73282	0,19539	0
40	36,44046	9,766509	0,32915	0
50	26,19791	8,241323	0,32915	0
60	18,8343	6,995155	0,32915	0
70	13,54043	5,941535	0,32915	0
80	9,734534	5,028848	0,32915	0
90	6,998387	4,223801	0,32915	0
100	5,031307	3,503662	0,32915	0
110	3,617126	2,852217	0,32915	0
120	2,600438	2,257494	0,32915	0
130	1,869516	1,710402	0,32915	0
140	1,34404	1,203874	0,32915	0

Izvor: obrada autora.

Na temelju podataka prikazanih na Grafikon 93. i u Tablica 30., moguće je vizualizirati stohastičku komponentu temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, odnosno prikazati specifične oblike odabrane funkcije gustoće vjerojatnosti uzduž cjelokupnog intervala mogućih vrijednosti gustoće prometnog toka na cestama visokoga učinka u Republici Hrvatskoj (Grafikon 94.).



Grafikon 94. Trodimenzionalni prikazi determinističke i stohastičke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: Grafikon generiran na temelju programskog jezika *Python*.

## 7.2. Matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela protok-gustoća

Prilikom razvoja konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ uzete su u obzir činjenice:

- U prethodnom poglavlju definirana je konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ koja se sastoji od determinističke komponente modela predstavljene negativnom eksponencijalnom regresijskom funkcijom  $V(g)$  i stohastičke komponente modela predstavljene slučajnom varijablom  $\vartheta(g, U, k_i)$  koja poprima vrijednosti definirane inverznom kumulativnom funkcijom GAV razdiobe vjerojatnosti.
- Na temelju provedenog postupka prilagodbe oblika teorijskih razdioba vjerojatnosti opisanog u poglavlju 6., utvrđeno je da se GAV razdioba vjerojatnosti, osim za opis varijabilnosti brzine prometnog toka, može primijeniti i za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka.
- Prema osnovnoj jednadžbi prometnog toka vrijedi da se protok vozila  $q(g)$  može izračunati na temelju umnoška brzine prometnog toka  $V(g)$  i gustoće prometnog toka  $g$ . Pritom je gustoća neovisna varijabla, dok su brzina  $V(g)$  i protok vozila  $q(g)$  varijable ovisne o vrijednosti gustoće prometnog toka.

Iz tih činjenica slijedi da se do konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ može doći proširenjem formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“, odnosno umnoškom izlazne slučajne varijable  $\xi(g, U, k_i)$  s gustoćom prometnog toka. Pritom se dobivaju ovi izrazi:

$$\varphi(g, U, k_i) = \xi(g, U, k_i) \cdot g = V(g) \cdot g + \vartheta(g, U, k_i) \cdot g \quad (73)$$

$$\varphi(g, u, k_i) = q(g) + \vartheta(g, U, k_i) \cdot g = q(g) + F^{-1}(U, V(g), \sigma(g), k_i) \cdot g \quad (74)$$

uz uvjete:

$$U \sim U(0,1); \quad \xi(g, U, k_i) \wedge \vartheta(g, U, k_i) \sim F^{-1}(U, k_i) \quad (75)$$

$$\xi(g) = V(g) + \vartheta(g, U, k_i) \geq 0 \quad \wedge \quad \varphi(g, u, k_i) \geq 0 \quad (76)$$

gdje je:

$\varphi(g, U, k_i)$  – simulirana vrijednost protoka vozila dobivena primjenom temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ [voz/h/traku]

$q(g)$  – deterministička regresijska funkcija kojom se opisuje matematička relacija između gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i prosječnog protoka vozila kao ovisne varijable [voz/h/traku].

Svi ostali parametri navedenih izraza definirani su u potpoglavlju 7.1., prilikom definiranja konačne matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“. Daljnjim raščlanjivanjem prethodno navedene osnovne jednadžbe i uvođenjem slučajne varijable  $\phi(\vartheta, g)$ , s kojom se direktno predstavlja stohastička komponenta modela dolazi se do konciznog oblika jednadžbe temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“:

$$q(g) = 136,412 \cdot g \cdot \exp(-0,033 \cdot g) \quad (77)$$

$$\phi(\vartheta, g) = \vartheta(g, U, \mu, \sigma, k) \cdot g = F_{GEV}^{-1}(U, \mu(g), \sigma(g), k(g)) \cdot g \quad (78)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = q(g) + \phi(\vartheta, g) \quad (79)$$

gdje je:

$q(g)$  – deterministička regresijska funkcija kojom se opisuje matematička relacija između gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i prosječnog protoka vozila kao ovisne varijable [voz/h/traku]

$\phi(\vartheta, g)$  – slučajna varijabla kojom se opisuje pojava slučajnih varijacija (odstupanja) u vrijednostima protoka vozila pri različitim gustoćama prometnoga toka.

S obzirom na činjenicu da je za simulaciju slučajnih varijacija u vrijednostima parametara brzine prometnog toka i protoka vozila, odabrana GAV razdioba vjerojatnosti, stohastička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ može se prikazati i na temelju ova dva izraza:

$$\phi(\vartheta, g) = g \left( \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} \right) [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad k \neq 0 \quad (80)$$

$$\phi(\vartheta, g) = g[\mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U))]; \quad k = 0 \quad (81).$$

Uvrštavanjem izraza (73), (76) i (77) u osnovni koncizni oblik jednadžbe temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“, dobivaju se dva oblika jednadžbe:

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = 136,412g \cdot \exp(-0,033 \cdot g) + g \left( \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} \right) [(-\ln(U))^{-k} - 1] \quad (82)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = 136,412g \cdot \exp(-0,033 \cdot g) + g[\mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U))] \quad (83).$$



Pritom se izraz (75) može upotrebljavati u slučajevima kad je vrijednost parametra oblika GAV razdiobe vjerojatnosti različita od nule ( $k \neq 0$ ), a izraz (76) kad je vrijednost tog parametra jednaka nuli ( $k = 0$ ). Konačno, navedene jednadžbe moguće je povezati s teorijskim граниčnim vrijednostima parametara prometnog toka, odnosno s brzinom slobodnoga prometnog toka ( $V_{sl}$ ) i gustoćom zasićenja ( $g_{zt}$ ), pri čemu se dolazi do ovih izraza:

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g), k) = V_{sl} \cdot g \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + g \left( \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} \right) [(-\ln(U))^{-k} - 1]; \quad (84)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = V_{sl} \cdot g \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + g[\mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U))]; \quad (85).$$

Specifični oblici GAV razdiobe vjerojatnosti koji se mogu primijeniti za simulaciju pseudoslučajnih vrijednosti varijacija protoka vozila oko prosječne vrijednosti protoka koja je pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka definirana determinističkom komponentom modela, odnosno pozitivno asimetričnom krivuljom drugog reda dobivenom na temelju proširenja jednadžbe negativne eksponencijalne regresijske funkcije  $V(g)$ , mogu se dobiti uvrštavanjem odgovarajućih parametara skale  $\sigma(g)$  i oblika  $k(g)$ , navedenih u Tablica 30. u izraze (84) i (85) te postavljanjem vrijednosti parametra lokacije  $\mu$  u nulu čime se funkcija gustoće vjerojatnosti centrira na krivulju determinističke komponente modela. U tom slučaju, konačna matematička formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ može se prikazati u ovim oblicima:

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g), k) = g \left\{ V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \left( \frac{g_{zt} - 6,8 \ln(g)}{k(g)} \right) [(-\ln(U))^{-k} - 1] \right\}; \quad (86)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = g \left\{ V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) - [g_{zt} - 6,8 \ln(g) \cdot \ln(-\ln(U))] \right\}; \quad (87)$$

gdje je:

$\varphi(g, U, k_i)$  – simulirana vrijednost protoka vozila dobivena primjenom temeljnoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ [voz/h/traku]

$k(g)$  – parametar oblika GAV razdiobe vjerojatnosti ovisan o gustoći prometnog toka

$U$  – kontinuirana uniformna slučajna varijabla koja poprima slučajne vrijednosti iz intervala  $[0,1]$ .

## **8. VALIDACIJA PREDLOŽENOG TEMELJNOG VJEROJATNOSNOG MODELA PROMETNOGA TOKA ZA CESTE VISOKOGA UČINKA U REPUBLICI HRVATSKOJ**

Validacija modela neophodan je korak u razvoju i primjeni svih modela prometnog toka te je, stoga, nakon definiranja matematičke formulacije modela prometnog toka, bilo potrebno provesti validaciju modela na temelju primjene odgovarajućih statističkih metoda kako bi se utvrdila njegova pouzdanost i sposobnost njegove primjene za realističnu reprezentaciju karakteristika realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Validacija modela može se provesti na temelju vizualnog i statističkog pristupa. Vizualna validacija podrazumijeva izradu grafičkih prikaza stvarnih (empirijskih) i simuliranih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka radi utvrđivanja razine njihove podudarnosti. Statistička validacija temelji se na izračunu različitih mjera performansi modela, poput parametara deskriptivne statistike, parametara apsolutne i relativne statističke pogreške te provođenju različitih statističkih testova kojim se kvantificiraju sličnosti između simuliranih i realnih vrijednosti parametara prometnog toka.

Postoji veći broj različitih pokazatelja (kriterija) na temelju kojih se mogu ocijeniti i/ili usporediti performanse modela prometnog toka. Ti se pokazatelji mogu općenito klasificirati u sedam kategorija:

1. Pokazatelji stupnja prilagođenosti modela, na temelju kojih se utvrđuje preciznost modela u opisivanju empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenom statističkom uzorku.
2. Pokazatelji kompleksnosti matematičke formulacije modela, s kojima se uzima u obzir složenost oblika funkcija primijenjenih za opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka te broj parametara modela.
3. Pokazatelji generalizabilnosti modela, s kojima se uzima u obzir fleksibilnost matematičke formulacije modela, odnosno mogućnost njegova poopćavanja, prilagodbe i primjene za opis karakteristika prometnih tokova različite složenosti i strukture te prometnih tokova koji se odvijaju u različitim uvjetima i na različitim kategorijama cestovnih prometnica.
4. Pokazatelji vjerodostojnosti modela, koji pokazuju sposobnost modela za ispravnu procjenu vrijednosti parametara prometnog toka. Vjerodostojnost modela može se utvrditi testiranjem modela na neovisnim skupovima (uzorcima) podataka koji nisu korišteni za razvoj modela.

5. Pokazatelji interpretabilnosti modela, koji uzimaju u obzir mogućnost jasnog razumijevanja i tumačenja parametara modela te rezultata dobivenih primjenom modela.
6. Pokazatelji eksplanatorne sposobnosti modela, s kojima se uzima u obzir opisuje li model adekvatno detaljno i jasno ključne faktore koji imaju utjecaj na karakteristike promatranoga prometnog toka.
7. Pokazatelji falsifikabilnosti modela, koji se odnose na mogućnost opovrgavanja predloženog modela na temelju potencijalnih opservacija koje se ne uklapaju u rezultate dobivene primjenom modela.

Najznačajniji i najčešće korišteni pokazatelji performansi modela prometnog toka su kvantitativni pokazatelji performansi poput pokazatelja stupnja prilagođenosti modela i pokazatelja kompleksnosti matematičke formulacije modela. Međutim, kvalitativni pokazatelji performansi modela također mogu biti vrlo značajni te se mogu primijeniti kao komplementarne mjere prilikom sveobuhvatne validacije modela. Konačan skup kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi modela koji se promatraju u postupku validacije modela, odabire istraživač. Prilikom validacije temeljnoga vjerojatnosnog modela za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj, razvijenog u sklopu ovih istraživanja, u prvom su redu uzeti u obzir pokazatelji stupnja prilagođenosti, kompleksnosti matematičke formulacije i interpretabilnosti modela, dok su pokazatelji generalizabilnosti, vjerodostojnosti, eksplanatorne adekvatnosti i falsifikabilnosti promatrani kao pokazatelji sekundarnog značaja. Validacija predloženog modela provedena je na temelju ovih koraka:

1. *Provjera zadovoljenja osnovnih teorijskih graničnih uvjeta:* U ovome koraku ispitano je zadovoljava li predložena matematička formulacija modela osnovne teorijske uvjete vezane uz parametre prometnog toka:
  - Granični uvjet I: Pri izrazito niskim vrijednostima gustoće ( $g$ ) brzina prometnog toka ( $V$ ) poprima svoju maksimalnu vrijednost, odnosno postaje jednaka brzini slobodnog toka ( $V_{sl}$ ), dok se protok vozila ( $q$ ) približava nuli. Taj se uvjet matematički može prikazati izrazima: ako  $g \rightarrow 0$  tada  $q(g) \rightarrow 0 \wedge V(g) \rightarrow V_{sl}$ . Ovaj uvjet odražava činjenicu da ako nema gustoće, tada nema ni protoka, što znači da će krivulja temeljnog dijagrama modela „protok-gustoća“ započeti u ishodišnoj točki koordinatnog sustava.
  - Granični uvjet II: Pri izrazito visokim vrijednostima gustoće ( $g$ ), kad se gustoća približava svojoj maksimalnoj vrijednosti, odnosno vrijednosti gustoće zagušenja ( $g_{max}$ ), brzina prometnog toka ( $v$ ) i protok ( $q$ ) moraju se približavati nuli, odnosno mora vrijediti da je  $V(g) \rightarrow 0 \wedge q(g) \rightarrow 0$  ako  $g \rightarrow g_{max}$ . Ovim uvjetom uzima se u obzir činjenica da je moguće na cesti imati visoku gustoću, a da nema protoka i kretanja vozila, što se događa kod potpunog zaustavljanja vozila u koloni.

- Granični uvjet III: U režimu zasićenoga prometnog toka, kad se protok ( $q$ ) približava svojoj maksimalnoj vrijednosti ( $q_{\max}$ ), brzina prometnog toka ( $v$ ) i gustoća prometnog toka ( $g$ ) moraju težiti svojim optimalnim vrijednostima ( $V_0$  i  $g_0$ ) čiji umnožak mora biti jednak propusnoj moći (kapacitetu) prometnice. Ovaj uvjet odražava činjenicu da se u domeni između ekstremnih vrijednosti gustoće u kojoj protok vozila i brzina nisu jednaki nuli, mora nalaziti točka maksima funkcije protok-gustoća, u kojoj funkcija prelazi iz monotono rastuće u monotono padajuću. Matematički, ovaj se uvjet može prikazati ovako: ako  $q(g) \rightarrow q_{\max}$  tada  $V(g) \rightarrow V_0 \wedge g \rightarrow g_0$ .
2. *Analiza složenosti matematičke formulacije modela:* U ovome koraku ispitana je mogućnost jednostavne primjene i kalibracije predložene matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, pri čemu je prilikom utvrđivanja matematičke složenosti modela promatran broj parametara modela (broj ovisnih i neovisnih varijabli, broj konstanti te broj koeficijenata i faktora koji služe za prilagodbu modela), broj jednadžbi primijenjenih za opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka, tip i složenost regresijskih funkcija kojima se opisuju odnosi između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka te tip i složenost funkcija gustoće vjerojatnosti kojima se opisuju fluktuacije vrijednosti brzine i gustoće u različitim režimima prometnog toka. Pritom je uzeto u obzir da su modeli s manjim brojem parametara i jednadžbi jednostavniji i praktičniji za primjenu, ali i da imaju smanjenu razinu točnosti i preciznosti u opisu relacija između vrijednosti parametara prometnog toka u usporedbi s matematički kompleksnijim modelima.
  3. *Analiza točnosti i preciznosti modela u opisivanju relacije između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka:* U ovom koraku validacije modela ispitana je mogućnost primjene razvijenoga temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za točno i precizno opisivanje relacija između parametara prometnog toka na cestama visokog učinka. Točnost opisa relacija između parametara prometnog toka utvrđena je analizom odstupanja vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom predloženih funkcija regresije od njihovih stvarnih vrijednosti. S druge strane, preciznost opisa relacija između parametara prometnog toka utvrđena je na temelju analize podudarnosti razdioba vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti s empirijskim razdiobama vrijednosti tih parametara sadržanih u testnom uzorku. Prilikom utvrđivanja točnosti predloženog modela promatrane su vrijednosti prosječnoga apsolutnog odstupanja (MAE), apsolutne i normalizirane vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE i NRMSE), srednje postotne i apsolutne postotne pogreške (MPE i MAPE), koeficijenta determinacije ( $r^2$ ) i intervala pouzdanosti (CI). Preciznost predloženog modela utvrđena je na temelju analize razdioba rezidualnih vrijednosti predloženih funkcija regresije, provedbom odgovarajućih statističkih testova te promatranjem vrijednosti standardne devijacije, varijance, koeficijenta varijacije, percentilnih raspona, srednjeg apsolutnog odstupanja (MAD) i korijena srednje kvadratne postotne pogreške (RMSPE). Rezultati ovog koraka validacije detaljno su prikazani u potpoglavlju 8.1.

4. *Komparativna analiza predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka i odabranih temeljnih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi:* U posljednjem koraku validacije uspoređene su vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela dobivene za predloženi temeljni vjerojatnosni model s vrijednostima pokazatelja performansi utvrđenim za 12 najznačajnijih modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi, koji se najčešće primjenjuju u praksi. Navedena komparativna analiza provedena je radi potvrđivanja ili opovrgavanja druge pomoćne hipoteze istraživanja. Rezultati ove analize detaljno su prikazani u potpoglavlju 8.2.

## **8.1. Rezultati postupka unakrsne validacije predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela**

Validacija predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ provedena je na temelju metode unakrsne validacije (engl. *cross-validation*), prema ovim koracima:

1. *Permutacija vrijednosti sadržanih u prikupljenom statističkom uzorku:* U prvom koraku unakrsne validacije predloženih vjerojatnosnih modela provedena je permutacija empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. Ovim je postupkom osigurano da se u sljedećem koraku unakrsne validacije originalni prikupljeni uzorak može podijeliti na veći broj poduzoraka jednake veličine, tako da svaki poduzorak zadrži svoju reprezentativnost s obzirom na razdiobu podataka prisutnih u cjelokupnome statističkom uzorku.
2. *Podjela originalnoga prikupljenog statističkog uzorka u poduzorke jednake veličine:* U ovom koraku provedena je podjela prethodno permutiranoga statističkog uzorka na 5 poduzoraka jednake veličine.
3. *Iterativno učenje i validacija modela na temelju kreiranih poduzoraka:* Tijekom postupka iterativnog učenja i validacije modela svaki od pet kreiranih poduzoraka empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka primijenjen je i radi razvoja i radi validacije varijantnih matematičkih formulacija temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka. Pritom su tijekom svake iteracije četiri poduzorka koja zajedno sadrže 80 % vrijednosti iz originalnoga prikupljenog uzorka primijenjena za razvoj modela, koji je zatim validiran na temelju preostalih 20 % vrijednosti sadržanih u petom poduzorku. Tako su u prvoj iteraciji za učenje modela primijenjeni drugi, treći, četvrti i peti poduzorak, dok je prvi poduzorak primijenjen za validaciju dobivene matematičke formulacije modela. U drugoj su iteraciji za potrebe razvoja modela primijenjeni prvi, treći, četvrti i peti poduzorak, dok je validacija dobivenog modela provedena na temelju drugog poduzorka. Po istom su principu u trećoj, četvrtoj i petoj iteraciji treći, četvrti i peti poduzorak primijenjeni za validaciju modela razvijenih na temelju preostalih poduzoraka. Time je osigurano

da se tijekom unakrsne validacije modela sve empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržane u originalnome prikupljenom uzorku naizmjenično primjene i prilikom razvoja i prilikom validacije modela.

4. *Proračun vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela razvijenih u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije:* U ovom koraku unakrsne validacije modela radi utvrđivanja točnosti i preciznosti predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, za svaku alternativnu varijantu matematičke formulacije modela dobivenu u pojedinim iteracijama razvoja modela, izračunane su i analizirane vrijednosti dvije skupine pokazatelja performansi modela. Točnost predloženih modela u opisu relacija između prosječnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka određena je na temelju analize sljedećih mjera točnosti modela:

- *Pearsonov koeficijent korelacije (r):* Predstavlja osnovnu mjeru jačine povezanosti između neovisne i ovisne varijable. Pearsonov koeficijent korelacije može poprimiti vrijednosti iz intervala od -1 do 1. Pritom vrijednost -1 označava snažnu negativnu povezanost između promatranih varijabli, kod koje povećanje vrijednosti neovisne varijable dovodi do smanjenja vrijednosti ovisne varijable. Vrijednost 0 pokazuje potpunu odsutnost korelacije, odnosno neovisnost između vrijednosti neovisne i ovisne varijable, a vrijednost 1 ukazuje na snažnu pozitivnu povezanost promatranih varijabli, pri čemu se s povećanjem neovisne povećava i vrijednost ovisne varijable. Vrijednost Pearsonova koeficijenta korelacije utvrđena je na temelju izraza:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (88)$$

gdje je:

$r$  – Pearsonov koeficijent korelacije

$x_i$  – empirijske vrijednosti neovisne varijable (gustoće prometnog toka)

$y_i$  – empirijske vrijednosti ovisne varijable (brzine prometnog toka ili protoka)

$\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – aritmetičke sredine empirijskih vrijednosti neovisne i ovisne varijable sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku

$N$  – broj opservacija u promatranome statističkom uzorku.

Na temelju usporedbe dobivenih vrijednosti Pearsonova koeficijenta korelacije ( $r$ ) s definiranim rasponima dopuštenih apsolutnih vrijednosti koeficijenta korelacije za različite razine jačine povezanosti između promatranih varijabli, utvrđen je postojeći stupanj jačine korelacije između parova empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka. Potpuna odsutnost korelacije prisutna je kad vrijedi da je  $|r| = 0$ . Vrijednosti koeficijenta korelacije koje se nalaze u rasponu  $0,01 \leq |r| \leq 0,49$  pokazuju prisutnost slabe korelacije između promatranih varijabli, vrijednosti u rasponu od  $0,50 \leq |r| \leq$

0,79 ukazuju na prisutnost korelacije srednje jačine, vrijednosti u rasponu od  $0,80 \leq |r| \leq 0,99$  na čvrstu korelaciju, dok se potpuna (perfektna) korelacija javlja u slučaju kad vrijedi da je  $|r| = 1$ .

- *Koeficijent determinacije ( $r^2$ ):* koeficijent čija vrijednost pokazuje u kolikom se postotku varijacije u empirijskim vrijednostima parametara prometnog toka sadržanim u poduzorku odabranom za validaciju modela mogu opisati na temelju predloženih regresijskih funkcija. Koeficijent determinacije može poprimiti vrijednosti iz intervala od 0 do 1, pri čemu vrijednost koeficijenta u iznosu od 0 ukazuje na činjenicu da su promjene u neovisnoj i ovisnoj varijabli potpuno neovisne, vrijednost koeficijenta u iznosu od 1 da se sve varijacije prisutne u promatranom poduzorku odabranom za validaciju modela mogu u potpunosti objasniti na temelju predloženih regresijskih funkcija, a vrijednost koeficijenta od, primjerice, 0,7 pokazuje da se 70 % varijabilnosti prisutnih u empirijskim vrijednostima parametara prometnog toka sadržanim u promatranom statističkom uzorku može opisati na temelju predloženih regresijskih funkcija.
- *Interval pouzdanosti (CI):* predstavlja raspon vrijednosti unutar kojeg se, uz određenu razinu pouzdanosti, nalazi stvarna (populacijska) vrijednost promatranog parametra prometnog toka, a služi za objektivan prikaz preciznosti populacijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka procijenjenih na temelju podataka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. Interval pouzdanosti omeđen je granicama koje se određuju na temelju odabrane razine pouzdanosti. Prilikom provođenja statističkih testova najčešće se primjenjuju 90-postotni, 95-postotni, 99-postotni te nešto rjeđe i 99,9-postotni interval pouzdanosti.
- *Prosječno apsolutno odstupanje (MAE):* Predstavlja osnovnu mjeru pogreške promatranih modela s kojom se uzimaju u obzir apsolutna odstupanja između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka izračunanim na temelju regresijskih funkcija predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela razvijenim u pojedinim iteracijama učenja modela i empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u poduzorcima odabranim za validaciju modela u pojedinim iteracijama validacije modela. Proračun vrijednosti prosječnoga apsolutnog odstupanja proveden je prema matematičkom izrazu:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (89)$$

gdje je:

*MAE – prosječno apsolutno odstupanje između prosječnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka dobivenih primjenom regresijske funkcije predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka i empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u*

*poduzorku odabranom za validaciju modela u promatranoj iteraciji postupka unakrsne validacije modela*

*$y_i$  – empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržane u uzorku odabranom za validaciju modela u promatranoj iteraciji postupka unakrsne validacije modela*

*$\hat{y}_i$  – modelirane vrijednosti promatranih parametara prometnog toka dobivene primjenom funkcije regresije predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka*

*$N_{val}$  – veličina promatranoga statističkog uzorka odabranog za validaciju modela (ukupan broj opservacija u promatranom uzorku).*

Osnovna prednost ove mjere točnosti nalazi se u jednostavnosti proračuna i interpretaciji njezinih vrijednosti. Vrijednosti ove mjere mogu se jednostavno promatrati kao prosječne udaljenosti između modeliranih i stvarnih vrijednosti. S druge strane, osnovni nedostatak ove mjere točnosti nalazi se u činjenici da ona ne uzima u obzir imaju li odstupanja između modeliranih i stvarnih vrijednosti pozitivan ili negativan predznak. Zbog toga na temelju vrijednosti prosječnoga apsolutnog odstupanja nije moguće utvrditi podcjenjuju li predloženi modeli stvarne vrijednosti promatranih parametara prometnog toka ili ih precjenjuju. Osim toga, mjera MAE osjetljiva je na prisutnost ekstremnih vrijednosti u promatranome statističkom uzorku, pri čemu se uz relativno mali broj opservacija s ekstremno niskim ili visokim vrijednostima parametara prometnog toka može značajno povećati njezina vrijednost.

- *Korijen srednje kvadratne pogreške (RMSE):* Predstavlja standardnu devijaciju rezidualnih vrijednosti oko regresijskih funkcija predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“. Promatranjem vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške moguće je utvrditi u kojoj su mjeri empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka raspršene oko promatrane funkcije regresije. Proračun vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške proveden je na temelju izraza:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (90)$$

gdje je:

*RMSE – standardna devijacija rezidualnih vrijednosti oko regresijske funkcije predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka*

pri čemu su parametri  $y_i$  i  $\hat{y}_i$  definirani izrazom (89). Osnovna prednost ove mjere točnosti modela u odnosu na mjeru prosječnoga apsolutnog odstupanja nalazi se u činjenici da se prilikom njezina proračuna sva odstupanja između modeliranih i empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka



kvadriraju, što znači da se velika odstupanja znatno više penaliziraju od malih odstupanja.

- *Normalizirani korijen srednje kvadratne pogreške (NRMSE)*: Ova mjera pogreške poznata je i pod nazivom „Indeks raspršenosti“, a njezine se vrijednosti izračunavaju normalizacijom vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE). Pritom se normalizacija vrijednosti može provesti na četiri različita načina, odnosno na temelju: (1) omjera utvrđenih vrijednosti RMSE pokazatelja i aritmetičke sredine vrijednosti ovisne varijable predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“; (2) omjera vrijednosti RMSE pokazatelja i standardne devijacije vrijednosti ovisne varijable; (3) omjera vrijednosti RMSE pokazatelja i raspona varijacije vrijednosti ovisne varijable i (4) omjera vrijednosti RMSE pokazatelja i interkvartilnog raspona varijacije vrijednosti ovisne varijable. Slijedom toga, vrijednosti normaliziranog korijena srednje kvadratne pogreške izračunane su na temelju matematičkih izraza:

$$\overline{NRMSE} = \frac{RMSE}{\hat{y}} \quad (91)$$

$$NRMSE_{\sigma} = \frac{RMSE}{\sigma} \quad (92)$$

$$NRMSE_{range} = \frac{RMSE}{y_{max} - y_{min}} \quad (93)$$

$$NRMSE_{IQR} = \frac{RMSE}{Q1 - Q3} \quad (94)$$

gdje je:

$\overline{NRMSE}$ ,  $NRMSE_{\sigma}$ ,  $NRMSE_{range}$ ,  $NRMSE_{IQR}$  – vrijednost normaliziranog korijena srednje kvadratne pogreške utvrđena na temelju omjera vrijednosti RMSE pokazatelja i aritmetičke sredine, standardne devijacije, raspona varijacije i interkvartilnog raspona ovisne varijable predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka

$\hat{y}$  – vrijednost aritmetičke sredine ovisne varijable

$\sigma$  – vrijednost standardne devijacije ovisne varijable

$y_{min}$  – minimalna vrijednost ovisne varijable

$y_{max}$  – maksimalna vrijednost ovisne varijable

$Q1$  – prvi kvartil (25. percentil) vrijednosti ovisne varijable

$Q3$  – treći kvartil (75. percentil) vrijednosti ovisne varijable.

Osnovna prednost NRMSE pokazatelja proizlazi iz mogućnosti njegove primjene radi komparativne analize točnosti modela kod kojih se vrijednosti

ovisne varijable iskazuju u različitim mjernim jedinicama. S druge strane, na temelju ove mjere nije moguće utvrditi precjenjuje li promatrani model vrijednosti sadržane u prikupljenome statističkom uzorku ili ih podcjenjuje. Osim toga, normizacijom vrijednosti gubi se podatak o mjernoj jedinici promatranih parametara prometnog toka tako da je vrijednosti NRMSE pokazatelj teško interpretirati u praktičnom smislu.

- *Srednja postotna pogreška (MPE)*: Predstavlja relativnu mjeru točnosti modela, s kojom se utvrđene vrijednosti prosječnog odstupanja (ME) svode na postotne vrijednosti. Izračunava se kao suma omjera rezidualnih vrijednosti regresijskih funkcija promatranih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka i pojedinačnih empirijskih vrijednosti ovisne varijable promatranih modela (brzine prometnog toka i protoka vozila) sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. Proračun vrijednosti srednje postotne pogreške proveden je na temelju matematičkog izraza:

$$MPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \cdot 100 [\%] \quad (95)$$

gdje je:

*MPE* – vrijednost srednje postotne pogreške predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka.

pri čemu su parametri  $y_i$ ,  $\hat{y}_i$  i  $N$  definirani u izrazu (89). MPE pokazatelj je posebno prikladan za otkrivanje problema precjenjivanja ili podcjenjivanja empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, budući da može poprimiti pozitivne i negativne vrijednosti, ovisno o tome jesu li empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka više ili niže od modeliranih vrijednosti dobivenih primjenom funkcije regresije predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka. S druge strane, MPE pokazatelj osjetljiv je na prisutnost ekstremnih vrijednosti u statističkom uzorku zbog čega se njegovom primjenom mogu dobiti nereprezentativne vrijednosti. Osim toga, taj pokazatelj, u određenim slučajevima, može poprimiti relativno visoke vrijednosti i u slučaju kad su stvarna odstupanja empirijskih vrijednosti od modeliranih vrijednosti parametara prometnog toka relativno mala.

- *Srednja apsolutna postotna pogreška (MAPE)*: Predstavlja mjeru točnosti koja se izračunava kao suma omjera između apsolutnih rezidualnih vrijednosti regresijskih funkcija predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka i apsolutnih vrijednosti pojedinačnih empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u uzorku primijenjenom za validaciju modela. Pokazatelj MAPE svodi vrijednosti prosječnoga apsolutnog odstupanja na postotne vrijednosti. Proračun srednje apsolutne postotne pogreške proveden je na temelju izraza:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100 [\%] \quad (96)$$

gdje je:

*MAPE – vrijednost srednje apsolutne postotne pogreške predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka*

pri čemu su parametri  $y_i$ ,  $\hat{y}_i$  i  $N$  definirani u izrazu (89). Mjera srednje apsolutne postotne pogreške ima dvije osnovne prednosti. Prva prednost proizlazi iz činjenice da se proračunom apsolutnih vrijednosti odstupanja između empirijskih i modeliranih vrijednosti parametara prometnog toka eliminira mogućnost pojave problema međusobnog poništavanja pozitivnih i negativnih vrijednosti odstupanja. Druga prednost ovog pokazatelja nalazi se u tome što njegove vrijednosti nisu ovisne o rasponu vrijednosti promatrane ovisne varijable te se zbog toga može primijeniti za usporedbu točnosti modela čije varijable imaju različite raspone vrijednosti. S druge strane, ovaj pokazatelj pretjerano je osjetljiv na prisutnost ekstremnih vrijednosti u statističkom uzorku te nije prikladan za primjenu u slučajevima kad se u prikupljenome statističkom uzorku nalazi velik broj opservacija čije su vrijednosti približno jednake nuli. Osim toga, MAPE pokazatelj ima tendenciju poprimanja nižih vrijednosti u slučajevima kad su empirijske vrijednosti sadržane u prikupljenome statističkom uzorku više od modeliranih vrijednosti.

Radi utvrđivanja preciznosti predloženih modela u opisu relacija između vrijednosti promatranih parametara prometnog toka promatrane su sljedeće mjere preciznosti modela:

- *Rezidualne vrijednosti predloženih modela regresije:* Reziduali predstavljaju razliku između vrijednosti predviđenih modelom (modeliranih vrijednosti) i stvarnih (empirijskih) vrijednosti promatranog parametra prometnog toka sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku. Pozitivne vrijednosti reziduala pokazuju da su modelom predviđene vrijednosti niže od empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, a negativne vrijednosti reziduala da su modelirane vrijednosti veće od stvarnih izmjerenih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u prikupljenom uzorku. Analizom razdioba vrijednosti reziduala predloženog modela moguće je identificirati problem pristranosti modela te otkriti prisutnost heteroskedastičnosti<sup>39</sup> i/ili sustavnih pogrešaka (odstupanja) u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka

---

<sup>39</sup> Heteroskedastičnost je pojava pri kojoj se vrijednost varijance reziduala regresijskog modela mijenja s promjenom vrijednosti neovisne varijable. Drugim riječima, heteroskedastičnost je prisutna kad su narušeni uvjeti homoskedastičnosti prema kojima se pretpostavlja da je varijanca reziduala konstantna vrijednost. Kad je zadovoljen uvjet heteroskedastičnosti, vrijednosti varijance reziduala mogu se povećavati i/ili smanjivati u različitim dijelovima raspona neovisne varijable modela.

predviđenih modelom. Rezidualne vrijednosti predloženih modela regresije izračunane su na temelju izraza:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (97)$$

gdje je:

$e_i$  – vrijednost  $i$ -tog reziduala između modelirane i empirijske vrijednosti promatranog parametra prometnog toka

$y_i$  – empirijska vrijednost promatranog parametra prometnog toka utvrđena za  $i$ -tu opservaciju sadržanu u uzorku odabranom za validaciju modela u promatranjoj iteraciji postupka unakrsne validacije modela

$\hat{y}_i$  –  $i$ -ta modelirana vrijednost promatranog parametara prometnog toka dobivena primjenom funkcije regresije predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka.

- **Srednja apsolutna devijacija (MAD):** Mjera preciznosti modela koja predstavlja prosječno apsolutno odstupanje između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka utvrđenih za pojedinačne opservacije sadržane u poduzorku primijenjenom za validaciju modela i aritmetičke sredine modeliranih vrijednosti parametara prometnog toka dobivenih primjenom predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka. Veličina srednje apsolutne devijacije izračunana je na temelju matematičkog izraza:

$$MAD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{\mu}| \quad (98)$$

gdje je:

$MAD$  – srednja apsolutna devijacija između empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka sadržanih u poduzorku primijenjenom za validaciju modela i aritmetičke sredine modeliranih vrijednosti parametara prometnog toka

$\hat{\mu}$  – aritmetička sredina modeliranih vrijednosti parametara prometnog toka

pri čemu su parametri  $y_i$  i  $N$  definirani u izrazu (89). Osnovne prednosti  $MAD$  pokazatelja nalaze se u jednostavnosti njegova proračuna i mogućnosti jednostavnog tumačenja njegovih vrijednosti te u činjenici da je ovaj pokazatelj, u usporedbi sa standardnom devijacijom manje osjetljiv na ekstremne vrijednosti u promatranome statističkom uzorku. S druge strane, jedan od glavnih nedostataka ovog pokazatelja, u usporedbi sa standardnom devijacijom kao osnovnom mjerom varijabilnosti parametara prometnog toka, proizlazi iz činjenice da se vrijednosti srednje apsolutne devijacije ne mogu direktno povezati s parametrima normalne razdiobe. Osim toga, vrijednosti srednje apsolutne devijacije ne mogu se, za razliku od standardne devijacije, direktno primijeniti u formulama većine statističkih testova i metoda za utvrđivanje intervala pouzdanosti. Uz navedeno, potrebno je uzeti u obzir i činjenicu da je srednja apsolutna devijacija, u usporedbi sa standardnom devijacijom, u

određenoj mjeri manje osjetljiva na varijabilnost podataka u promatranome statističkom uzorku zbog čega se primjenom ovog pokazatelja ne može toliko precizno odrediti varijabilnost parametara prometnog toka u slučajevima kad uzorak ne sadrži ekstremne vrijednosti.

- *Korijen srednje kvadratne postotne pogreške (RMSPE)*: Predstavlja mjeru preciznosti modela koja se izračunava kao korijen aritmetičke sredine kvadrata omjera između rezidualnih vrijednosti regresijskih funkcija primijenjenih u predloženim temeljnim vjerojatnosnim modelima prometnog toka i pojedinačnih empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u uzorku primijenjenom za validaciju modela. Vrijednosti korijena srednje kvadratne postotne pogreške izračunane su na temelju izraza:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2} \cdot 100 \quad [\%] \quad (99)$$

gdje je:

*RMSPE* – vrijednost korijena srednje kvadratne postotne pogreške

pri čemu su parametri  $y_i$ ,  $\hat{y}_i$  i  $N$  definirani u izrazu (89). Prednost RMSPE pokazatelja nalazi se prije svega u činjenici da su njegove vrijednosti iskazane u relativnom (postotnom) obliku. Zbog toga je primjena ovog parametra prikladna u slučajevima kad se žele usporediti performanse modela čije se varijable razlikuju po širini raspona varijacije i po promatranim mjernim jedinicama. S druge strane, ovaj parametar nije prikladan za primjenu u slučajevima kad se u promatranome statističkom uzorku nalazi velik broj ekstremnih vrijednosti. Osim toga, promatranjem vrijednosti ovog pokazatelja nije moguće zaključiti precjenjuje li promatrani model empirijske vrijednosti parametara prometnog toka sadržane u poduzorku primijenjenom za validaciju modela ili ih podcjenjuje.

- *Percentilni rasponi*: Predstavljaju intervale vrijednosti promatranih neovisnih i ovisnih varijabli omeđene odabranom donjom i gornjom percentilnom granicom. Drugim riječima, širina percentilnih raspona može se izračunati na temelju razlike između odabranih percentilnih vrijednosti promatrane varijable. Širina percentilnih raspona može se, u općenitom obliku, prikazati na temelju matematičkog izraza:

$$PI = y_g - y_d \quad (100)$$

gdje je:

*PI* – širina percentilnog raspona (intervala) između odabranog para percentilnih vrijednosti promatrane varijable  
*y<sub>d</sub>* – odabrana donja granična percentilna vrijednost promatrane varijable

$y_g$  – odabrana gornja granična percentilna vrijednost promatrane varijable.

Pritom vrijednost  $n$ -tog odabranog percentila predstavlja graničnu numeričku vrijednost promatrane varijable ispod koje se nalazi  $n$  % empirijskih vrijednosti te varijable sadržanih u promatranome statističkom uzorku. To znači da, primjerice, vrijednost 85-percentilne operativne brzine vozila u prometnom toku predstavlja onu graničnu vrijednost brzine ispod koje se kreće 85 % vozila u promatranom statističkom uzorku, odnosno graničnu vrijednost brzine koju premašuje samo 15 % vozila u promatranome statističkom uzorku. Širina percentilnog raspona može se izračunati između bilo koja dva odabrana percentila, međutim, najčešće se prilikom statističke analize promatraju širine percentilnih raspona između 5. i 95. percentila te između 10. i 90. percentila. Pritom se širina percentilnog raspona između 5. i 95. percentilne brzine izračunava na temelju razlike vrijednosti 95-percentilne i 5-percentilne brzine, pri čemu se unutar dobivenog raspona nalazi 90 % empirijskih vrijednosti brzina vozila sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku.

- *Mjere raspršenosti (disperzije):* Radi utvrđivanja preciznosti predloženog modela, uz prethodno navedene mjere preciznosti, analizirane su i vrijednosti relevantnih mjera raspršenosti opisanih u poglavlju 4., koje u prvom redu uključuju standardnu devijaciju, varijancu i koeficijent varijacije.
  - *Rezultati statističkih testova prilagodbe:* Za potrebe ocjene preciznosti predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka provedena je i analiza rezultata dobivenih provedbom  $\chi^2$ , Kolmogorov-Smirnovljeva i Anderson-Darlingova testa, opisanih u potpoglavlju 6.1. Rezultati tih testova prilagodbe pokazuju u kojoj mjeri teorijske funkcije gustoće vjerojatnosti predložene za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka precizno opisuju stvarne empirijske razdiobe vrijednosti promatranih parametara prometnog toka.
5. *Proračun prosječnih vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela:* U ovom koraku unakrsne validacije modela izračunane su vrijednosti aritmetičke sredine prethodno opisanih mjera točnosti i preciznosti modela. Kako bi se utvrdile prosječne vrijednosti promatranih pokazatelja performansi modela, vrijednosti pojedinih mjera točnosti i preciznosti modela izračunane u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela, prvo su sumirane te zatim podijeljene s ukupnim brojem provedenih iteracija, što se može u općenitom obliku prikazati matematičkim izrazom:

$$\hat{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (101)$$

gdje je:

$\hat{Y}$  – aritmetička sredina promatranog pokazatelja performanse (mjere točnosti ili preciznosti) modela

$Y_i$  – vrijednosti promatranih mjera točnosti i preciznosti modela utvrđene u  $i$ -toj iteraciji postupka unakrsne validacije

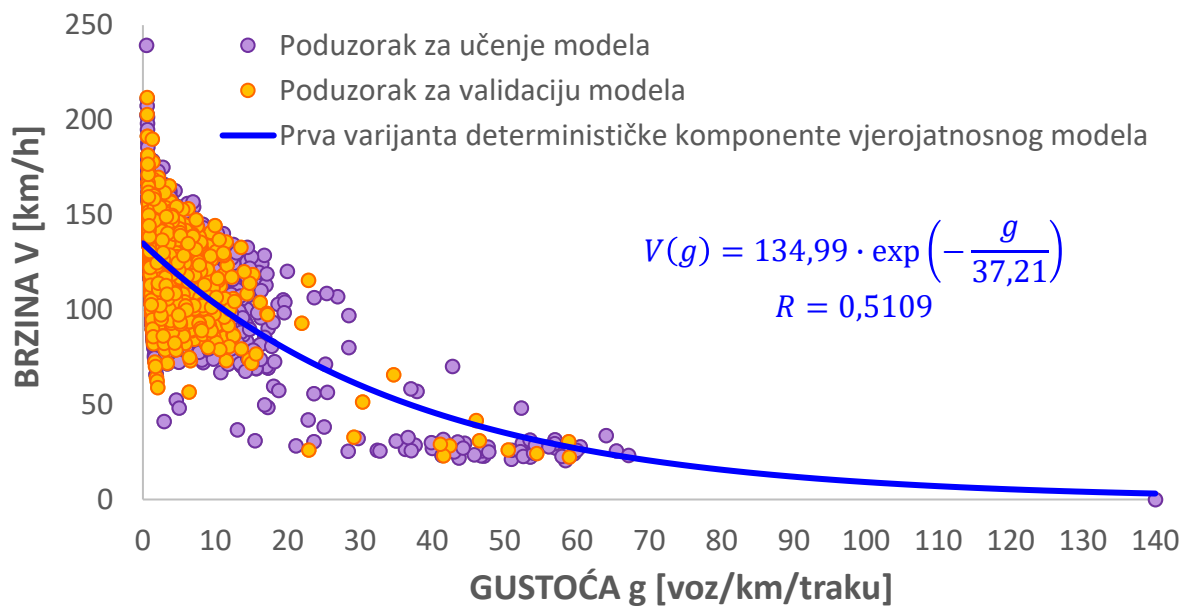
*N – broj provedenih iteracija učenja i validacije modela u postupku unakrsne validacije.*

6. *Usporedba prosječnih vrijednosti pokazatelja performansi modela s graničnim dopuštenim vrijednostima:* U posljednjem koraku postupka unakrsne validacije modela, prethodno izračunane prosječne vrijednosti relevantnih mjera točnosti i preciznosti modela komparirane su s njihovim prihvatljivim graničnim vrijednostima kako bi se ocijenila validnost predložene matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj.

Na Grafikonima Grafikon 95. do Grafikon 99. prikazani su poduzorci odabrani za učenje i validaciju modela u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela, zajedno s alternativnim oblicima funkcija regresije utvrđenim na temelju skupa podataka za učenje. Skupine točaka empirijskih parova vrijednosti brzine i gustoće te protoka i gustoće prometnog toka primijenjene za učenje i validaciju varijantnih matematičkih formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka prikazane su ljubičastom i narančastom bojom, slijedom.

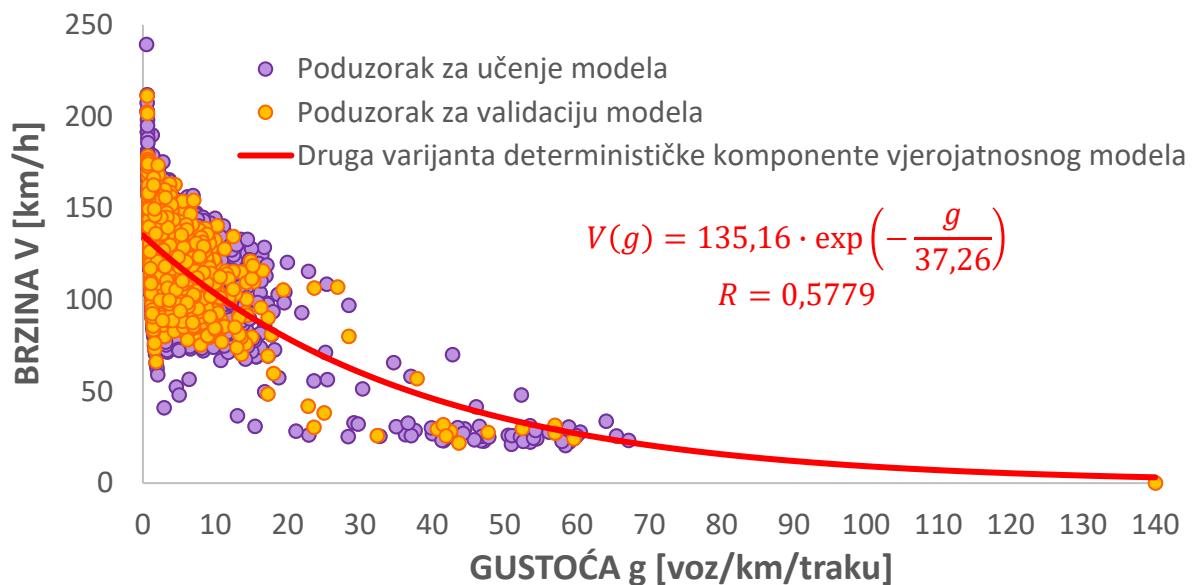
Tijekom prve iteracije postupka unakrsne validacije modela, poduzorak za validaciju modela kreiran je na temelju prvih 20 % parova vrijednosti brzine, protoka i gustoće prometnog toka prisutnih u uzorku dobivenom permutacijom originalnoga empirijskog uzorka prikupljenog tijekom terenskih istraživanja, dok je preostalih 80 % parova vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržanih u tom uzorku primijenjeno za razvoj modela. Analogno tome, za potrebe provedbe druge, treće, četvrte i pete iteracije unakrsne validacije modela, poduzorci za validaciju kreirani su na temelju druge, treće, četvrte i posljednje petine empirijskih vrijednosti sadržanih u permutiranom uzorku, dok su preostale četiri petine vrijednosti primijenjene za razvoj varijantnih matematičkih formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela.

**KOMPARATIVNI PRIKAZ PODUZORAKA PRIMIJENJENIH ZA  
UČENJE I VALIDACIJU MODELA  
(Prva iteracija postupka unakrsne validacije modela)**



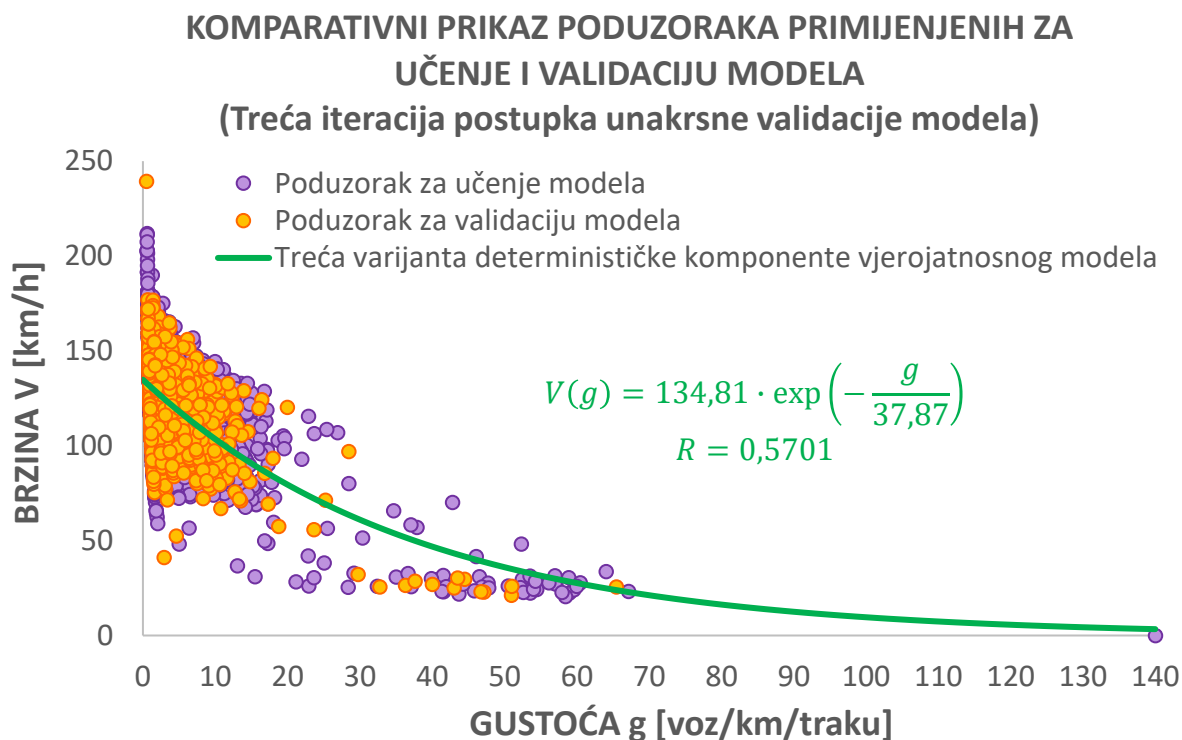
Grafikon 95. Prikaz regresijskog modela „brzina-gustoća“, razvijenog i validiranog na temelju prve iteracije postupka unakrsne validacije, s poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.  
Izvor: obrada autora.

**KOMPARATIVNI PRIKAZ PODUZORAKA PRIMIJENJENIH ZA  
UČENJE I VALIDACIJU MODELA  
(Druga iteracija postupka unakrsne validacije modela)**

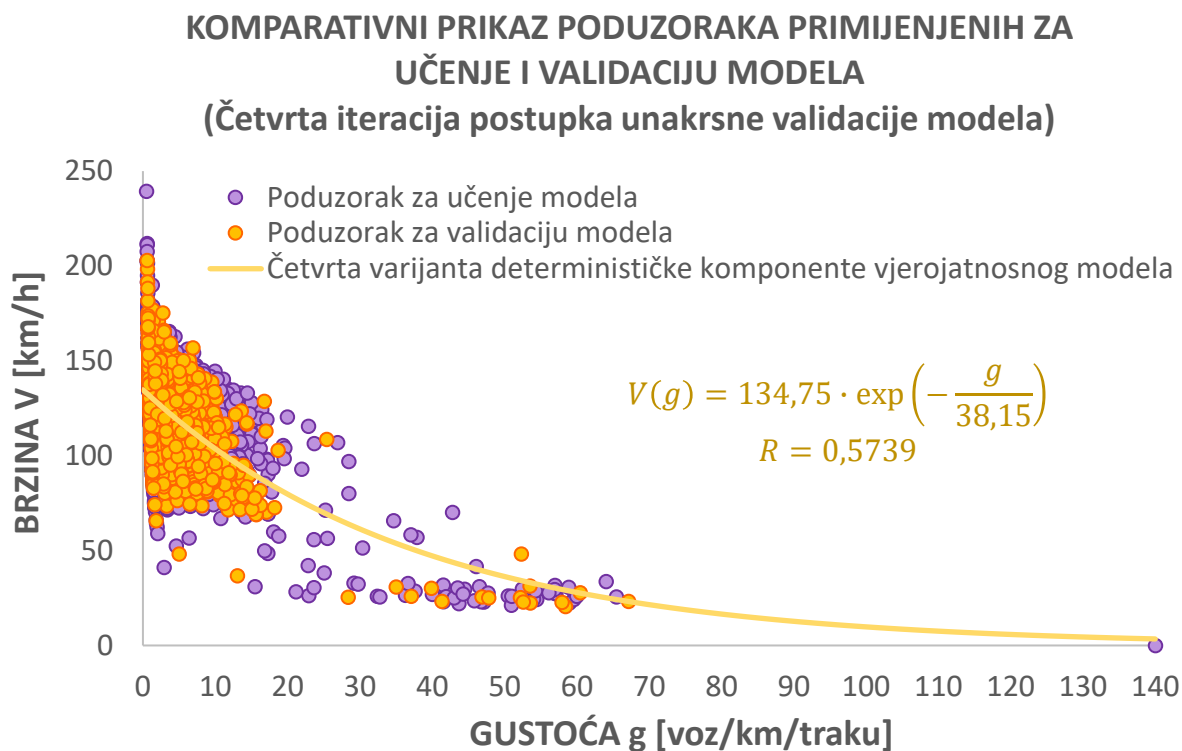


Grafikon 96. Prikaz regresijskog modela „brzina-gustoća“, razvijenog i validiranog na temelju druge iteracije postupka unakrsne validacije, s poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.  
Izvor: obrada autora.

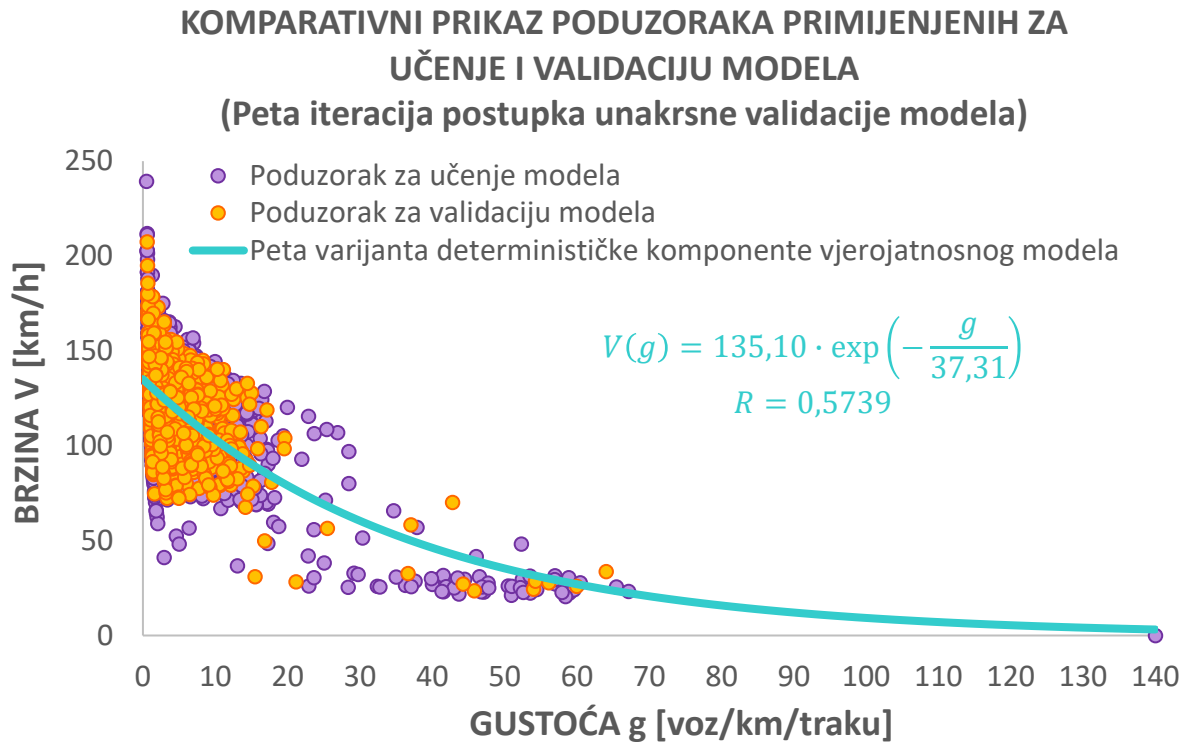




Grafikon 97. Prikaz regresijskog modela „brzina-gustoća“, razvijenog i validiranog na temelju treće iteracije postupka unakrsne validacije, s poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.  
Izvor: obrada autora.



Grafikon 98. Prikaz regresijskog modela „brzina-gustoća“, razvijenog i validiranog na temelju četvrte iteracije postupka unakrsne validacije, s poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.  
Izvor: obrada autora.



Grafikon 99. Prikaz regresijskog modela „brzina-gustoća“, razvijenog i validiranog na temelju pete iteracije postupka unakrsne validacije, s poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.  
Izvor: obrada autora.

Alternativni oblici determinističkih regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, razvijeni na temelju poduzoraka odabranih za učenje modela u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela mogu se prikazati na temelju izraza:

$$V_I(g) = 134,99 \cdot \exp\left(-\frac{g}{37,21}\right) \quad (102)$$

$$V_{II}(g) = 135,16 \cdot \exp\left(-\frac{g}{37,26}\right) \quad (103)$$

$$V_{III}(g) = 134,81 \cdot \exp\left(-\frac{g}{37,87}\right) \quad (104)$$

$$V_{IV}(g) = 134,75 \cdot \exp\left(-\frac{g}{38,15}\right) \quad (105)$$

$$V_V(g) = 135,10 \cdot \exp\left(-\frac{g}{37,31}\right) \quad (106)$$

gdje je:

$V_i(g)$  –  $i$ -ta varijanta regresijske funkcije negativnoga eksponencijalnog modela „brzina-gustoća“ (determinističke komponente vjerojatnosnog modela), razvijene i validirane tijekom  $i$ -te iteracije postupka unakrsne validacije modela.

Na temelju komparativne analize pet alternativnih matematičkih formulacija negativnoga eksponencijalnog regresijskog modela „brzina-gustoća“, dobivenih tijekom pet iteracija unakrsne validacije uočeno je da se vrijednosti brzine slobodnoga prometnog toka i gustoće zasićenja značajno ne mijenjaju, neovisno o poduzorcima podataka primijenjenih za učenje i validaciju modela.

Tijekom pet provedenih iteracija učenja i validacije promatranog modela, brzina slobodnog toka ( $V_{sl}$ ) varirala je između 134,75 km/h i 135,15 km/h. Ako se te vrijednosti usporede s brzinom slobodnog toka primijenjenom u inicijalnoj matematičkoj formulaciji negativnoga eksponencijalnog modela „brzina-gustoća“, koja iznosi 136,41 km/h, tada je vidljivo da se varijacijom uzoraka za učenje i validaciju modela postiže gotovo nezamjetno smanjenje vrijednosti brzine slobodnog toka u relativnom iznosu od oko 1,2 %. S druge strane, do sličnog zaključka može se doći i komparacijom dobivenih vrijednosti gustoće zasićenja. Vidljivo je da se vrijednost gustoće zasićenja u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije kretala u rasponu od 37,21 do 38,15 voz/km/traku, što u relativnom iznosu predstavlja promjenu vrijednosti parametra gustoće zasićenja od 1,025 %.

Ovakve male promjene u vrijednostima parametara jednadžbe „brzina-gustoća“, ukazuju na činjenicu da predloženi oblik determinističke komponente vjerojatnosnog modela pokazuje stabilnost u različitim poduzorcima podataka primijenjenih za njegovu validaciju te da predložena matematička formulacija modela nije pretjerano osjetljiva na prisutnost specifičnih ili ekstremnih empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka koje su prisutne u pojedinim uzorcima primijenjenim za učenje modela. Osim toga, budući da se matematički izraz modela značajno ne mijenja prilikom primjene različitih podskupova podataka za učenje modela, to također ukazuje i na činjenicu da model dobro opisuje središnju tendenciju empirijskih podataka prisutnih u različitim uzorcima. To znači da se predloženi oblik negativnoga eksponencijalnog modela može svesti na generički oblik koji bi se mogao učinkovito primijeniti i za opisivanje nepoznatih empirijskih uzoraka vrijednosti parametara prometnog toka koje nisu bile sadržane u poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Uz to, dobiveni rezultati provedenog postupka unakrsne validacije pokazuju visoku razinu pouzdanosti u procijenjenim vrijednostima brzine slobodnog toka i gustoće zasićenja, što znači da su vrijednosti navedenih parametara prometnog toka procijenjene na temelju podataka u prikupljenim uzorcima vrlo slične stvarnim vrijednostima u populaciji.

Varijantni oblici prilagođene GEV funkcije gustoće vjerojatnosti odabrani u pojedinim iteracijama unakrsne validacije modela za opis varijabilnosti brzine i protoka pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka mogu se dobiti postavljanjem parametra lokacije ( $\mu(g)$ ) u nulu te uvrštavanjem odgovarajućih vrijednosti parametara skale ( $\sigma(g)$ ) i oblika razdiobe  $k(g)$ , navedenih u Tablica 31. u izraze:

$$\xi(g, U, \mu, \sigma, k) = V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)} [(-\ln(U))^{-k} - 1] \quad (107)$$

$$\xi(g, U, \mu, \sigma) = V_{sl} \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + \mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U)) \quad (108)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g), k) = V_{sl} \cdot g \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + g \left(\mu(g) + \frac{\sigma(g)}{k(g)}\right) [(-\ln(U))^{-k} - 1] \quad (109)$$

$$\varphi(g, \phi(\vartheta, g)) = V_{sl} \cdot g \cdot \exp\left(-\frac{g}{g_{zt}}\right) + g[\mu(g) - \sigma(g) \ln(-\ln(U))] \quad (110).$$

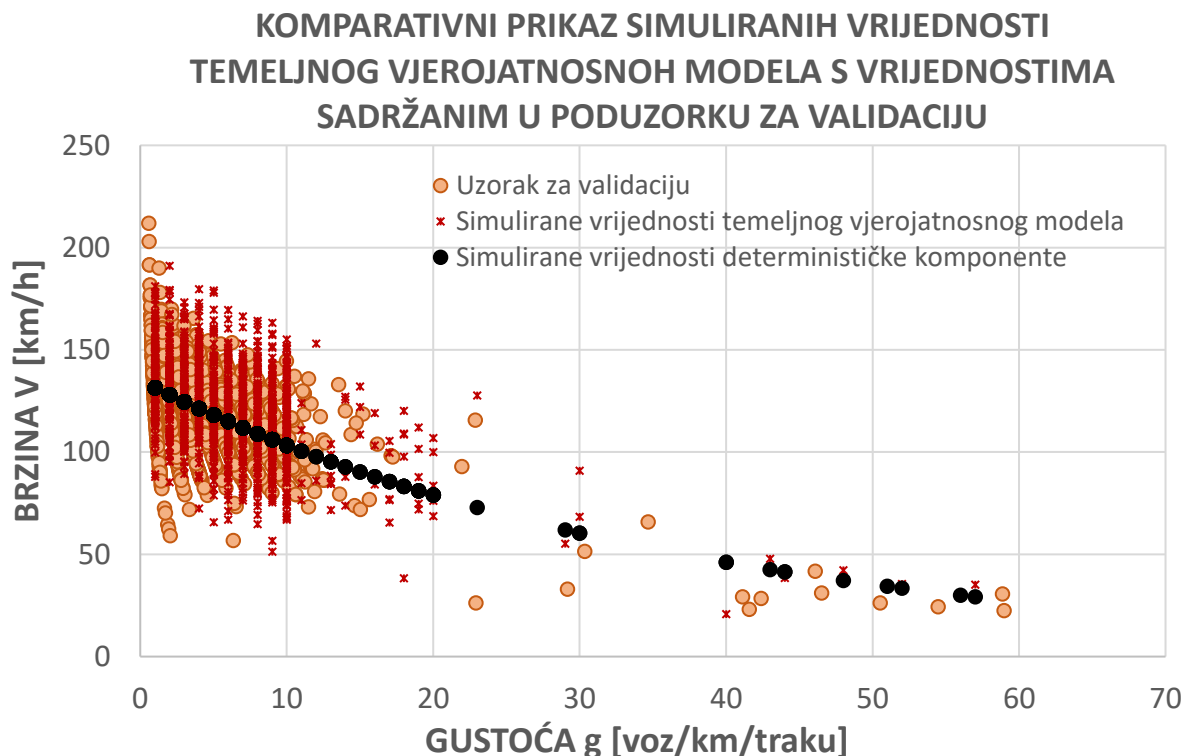
Tablica 31. Tabelarni prikaz vrijednosti parametra lokacije, skale i oblika funkcije gustoće vjerojatnosti Generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GAV), utvrđenih za četiri osnovna intervala vrijednosti gustoće prometnog toka u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela.

Iteracija	g [voz/km]	$\sigma(g)$ [km/h]	k(g)	$\mu$
I	0 – 10	20,616	-0,27935	114,58
I	10 – 20	18,981	-0,26806	91,601
I	20 – 40	16,607	0,26052	35,603
I	40 – 60	2,9991	0,36902	24,54
II	0 – 10	20,772	-0,27851	114,53
II	10 – 20	18,791	-0,2354	92,031
II	20 – 40	16,442	0,27477	35,298
II	40 – 60	2,983	0,42902	24,289
III	0 – 10	20,684	-0,28361	114,52
III	10 – 20	18,661	-0,25407	91,729
III	20 – 40	20,385	0,18187	38,964
III	40 – 60	3,181	0,38034	24,833
IV	0 – 10	20,37	-0,27226	114,48
IV	10 – 20	18,716	-0,2542	93,237
IV	20 – 40	20,738	0,12709	40,473
IV	40 – 60	3,0893	0,30894	25,325
V	0 – 10	24,038	-0,41947	114,0
V	10 – 20	18,142	-0,23199	91,138
V	20 – 40	21,012	0,17129	38,629
V	40 – 60	3,4205	0,11355	24,87

Izvor: obrada autora.

Na temelju komparativne analize vrijednosti parametara lokacije, skale i oblika utvrđenih za prilagođene oblike GEV razdiobe vjerojatnosti dobivene u pojedinim iteracijama učenja modela uočeno je također da se tijekom različitih iteracija postupka unakrsne validacije modela, u istim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka dobivaju slične vrijednosti navedenih parametara (Tablica 31.). To ukazuje na činjenicu da predložena stohastička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka također pokazuje visoku robusnost, kao i njegova deterministička komponenta.

Kako bi se utvrdile vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi varijantnih matematičkih formulacija determinističke i stohastičke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka, opisanih u potpoglavljima 7.1 i 7.2., u *EasyFit Professional* programskom okruženju provedena je simulacija izlaznih vrijednosti brzina i protoka vozila dobivenih primjenom odabranih varijantnih oblika regresijskih funkcija i teorijskih razdioba, nakon čega su dobivene simulirane vrijednosti uspoređene s empirijskim vrijednostima promatranih parametara prometnog toka sadržanih u poduzorcima odabranim za validaciju modela.



Grafikon 100. Komparativni prikaz simuliranih vrijednosti temeljnoga vjerojatnosnog modela za ceste visokoga učinka u RH s empirijskim vrijednostima parametara prometnoga toka sadržanim u prvom poduzorku pripremljenom za validaciju modela (Simulirani uzorak: 1200 slučajnih vrijednosti na temelju prilagođenih oblika GEV razdiobe). Izvor: obrada autora.

Primjer rezultata dobivenih postupkom simulacije vrijednosti determinističke i stohastičke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela provedenog na temelju kalibriranih oblika negativne eksponencijalne regresijske funkcije i prilagođenih oblika GEV razdiobe vjerojatnosti dobivenih tijekom prve iteracije postupka unakrsne validacije modela prikazani su na Grafikon 100. Na temelju podataka prikazanih na grafikonu jasno je vidljivo da simulirane vrijednosti većinom prate uzorak empirijskih vrijednosti brzina sadržanih u poduzorku za validaciju modela.

Kako bi se dobio još detaljniji uvid u točnost i preciznost definirane matematičke formulacije temeljnoga vjerojatnosnog modela za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj, uz navedeno, tijekom svake iteracije postupka unakrsne validacije modela izračunane su vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela. Vrijednosti relevantnih pokazatelja točnosti i preciznosti temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka utvrđene u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela te njihove prosječne vrijednosti izračunane na temelju svih pet provedenih iteracija učenja i validacije modela komparativno su prikazane u Tablica 32. Kako bi se utvrdilo jesu li dobivene vrijednosti srednje apsolutne pogreške (MAE) i korijena standardne pogreške (RMSE) prihvatljive, uspoređene su sa standardnom devijacijom vrijednosti brzina vozila u prometnom toku.

Budući da je na temelju analize prikupljenoga empirijskog uzorka utvrđeno da prosječna brzina vozila u prometnom toku iznosi 119,5 km/h, a vrijednost jedne standardne devijacije 23,34 km/h, to znači da su sve vrijednosti srednje apsolutne pogreške i korijena standardne pogreške manje od standardne devijacije te su time i prihvatljivo male i ne narušavaju validnost modela. Vrijednosti normalizirane srednje kvadratne pogreške (NRMSE) kreću se u intervalu od 0,09 do 0,11, pri čemu njezina prosječna vrijednost iznosi 0,1 (10 %), što se također može smatrati prihvatljivom razinom pogreške. Vrijednosti srednje apsolutne postotne pogreške (MAPE) također se kreću u prihvatljivom intervalu između 10 i 20 %. Osim toga, na temelju podataka prikazanih u Tablica 32., vidljivo je da su tijekom svake od pet provedenih iteracija učenja i validacije varijantnih matematičkih formulacija temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj, utvrđene podjednake vrijednosti svih promatranih pokazatelja performansi modela. To opet ukazuje na činjenicu da je predloženi model robustan te da se može generalizirati i pouzdano primijeniti za simulaciju varijacija u vrijednostima brzine i protoka vozila na cestama visokoga učinka u Republici Hrvatskoj.

Tablica 32. Komparativan prikaz vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela, utvrđenih u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela.

<b>POKAZATELJ PERFORMANSE MODELA</b>	Srednja apsolutna pogreška	Korijen srednje kvadratne pogreške	Normalizirana srednja kvadratna pogreška	Srednja postotna pogreška	Srednja apsolutna postotna pogreška	Koeficijent korelacije
<b>MODEL</b>	<b>MAE</b>	<b>RMSE</b>	<b>NRMSE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	<b>R</b>
MODEL I	16,22	19,91	0,11	-2,75	14,57	0,51
MODEL II	15,17	18,86	0,09	-3,27	13,89	0,58
MODEL III	15,59	19,17	0,09	-3,17	14,26	0,57
MODEL IV	16,22	19,99	0,11	-3,68	15,02	0,57
MODEL V	15,55	19,30	0,10	-3,13	14,10	0,53
<b>PROSJEK</b>	<b>15,75</b>	<b>19,45</b>	<b>0,10</b>	<b>-3,20</b>	<b>14,37</b>	<b>0,55</b>

<b>POKAZATELJ PERFORMANSE MODELA</b>	Standardna devijacija	Varijanca	Koeficijent varijacije	Srednja apsolutna devijacija	Korijen srednje kvadratne postotne pogreške
<b>MODEL</b>	<b>STDDEV</b>	<b>Variance</b>	<b>CV</b>	<b>MAD</b>	<b>RMSPE</b>
MODEL I	19,90	396,17	0,17	14,03	19,87
MODEL II	18,85	355,51	0,16	13,21	18,99
MODEL III	19,17	367,65	0,16	13,61	19,87
MODEL IV	19,99	399,41	0,17	14,46	20,84
MODEL V	19,30	372,57	0,16	13,78	19,56
<b>PROSJEK</b>	<b>19,44</b>	<b>378,26</b>	<b>0,16</b>	<b>13,82</b>	<b>19,83</b>

<b>POKAZATELJ PERFORMANSE MODELA</b>	Intervali pouzdanosti (konfidencije) parametara modela					
	<b>Vsl (90 %)</b>	<b>go (90 %)</b>	<b>Vsl (95 %)</b>	<b>go (95 %)</b>	<b>Vsl (99 %)</b>	<b>go (99 %)</b>
MODEL I	0,84	1,69	1,00	2,02	1,31	2,65
MODEL II	1,34	2,73	1,02	2,08	1,34	2,73
MODEL III	1,33	2,78	1,01	2,12	1,33	2,78
MODEL IV	1,31	2,78	0,99	2,12	1,31	2,78
MODEL V	1,32	2,70	1,01	2,05	1,32	2,70
<b>PROSJEK</b>	<b>1,23</b>	<b>2,54</b>	<b>1,01</b>	<b>2,08</b>	<b>1,32</b>	<b>2,73</b>

Izvor: obrada autora.

## 8.2. Rezultati komparativne analize predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka i odabranih temeljnih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi

U ovom potpoglavlju prikazani su rezultati komparativne analize vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela dobivenih za predloženi temeljni vjerojatnosni model s vrijednostima pokazatelja performansi utvrđenim za 11 najznačajnijih modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranim u stranoj literaturi, koji se najčešće primjenjuju u praksi. Navedena komparativna analiza provedena je radi potvrđivanja ili opovrgavanja druge pomoćne hipoteze istraživanja. Radi identifikacije najtočnijih i najpreciznijih funkcionalnih oblika temeljnih vjerojatnosnih dijagrama „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ analizirane su vrijednosti relevantnih mjera jačine korelacije te mjera točnosti i preciznosti promatranih modela. Pritom su za navedenu komparativnu analizu vrijednosti pokazatelja performansi odabrani ovi modeli temeljnog dijagrama prometnog toka:

1. *Greenshieldsov linearni model*: Prvi i najjednostavniji oblik temeljnog dijagrama prometa, razvijen od strane Brucea D. Greenshieldsa 1933. godine, prema kojem se pretpostavlja linearna relacija između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Greenshieldsov linearni model ima dva slobodna parametra, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{\max}$ ) i gustoću zagušenja ( $g_{\max}$ ). Varijacijom vrijednosti tih parametara moguće je provesti kalibraciju modela, odnosno definirati nagib pravca „brzina-gustoća“. Primjenom osnovne jednadžbe prometnog toka prema kojoj vrijedi da je protok vozila jednak umnošku brzine i gustoće prometnog toka, linearna relacija „brzina-gustoća“ može se transformirati u paraboličnu relaciju „protok – gustoća“, prema kojoj je vrijednost gustoće zasićenja jednaka polovici vrijednosti gustoće zagušenja ( $g_z = g_{\max}/2$ ). Iako je Greenshieldsov linearni model vrlo jednostavan za uporabu, mogućnost njegove učinkovite primjene značajno je narušena budući da odnos između vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka u većini slučajeva poprima nelinearan oblik.
2. *Greenbergov logaritamski model*: Polazeći od pretpostavke da se prometni tok ponaša poput jednodimenzionalnog fluida, Greenberg je 1959. godine na temelju provedenih istraživanja karakteristika prometnog toka u tunelu Lincoln, predložio primjenu logaritamske funkcije radi opisa odnosa između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Greenbergov logaritamski model ima dva slobodna parametra, uključujući brzinu šok-vala unazadne propagacije ( $v_{bw}$ ) u uvjetima zagušenoga prometnog toka i gustoću zagušenja ( $g_{\max}$ ). Osnovni nedostatak ovog modela nalazi se u činjenici da vrijednost brzine prometnog toka teži u beskonačnost u slučaju kad se vrijednost gustoće prometnog toka približava nuli.
3. *Underwoodov eksponencijalni model*: Razvijen je od strane Underwooda 1960. godine, a pretpostavlja eksponencijalnu relaciju između prosječnih vrijednosti



brzine i gustoće prometnog toka. Underwoodov eksponencijalni model ima dva slobodna parametra, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{ff}$ ) i gustoću zasićenja ( $g_{zt}$ ). Osnovni nedostatak ovog modela proizlazi iz činjenice da prosječna brzina prometnog toka nikad ne poprima vrijednost nula.

4. *Drewov model*: Generalizirani oblik Greenshieldsova modela razvijen 1965. godine. Sadrži tri slobodna parametra, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{ff}$ ) i gustoću zagušenja ( $g_{max}$ ) i faktor oblika ( $n$ ). U slučaju kad je vrijednost faktora  $n$  jednaka  $-1$ , poprima oblik originalnoga Greenshieldsova linearnog modela.
5. *Pipes-Munjalov model*: Predstavlja generalizirani oblik Greenshieldsova modela. Razvili su ga 1967. godine Pipes i Munjal. Sadrži tri slobodna parametra odnosno brzinu slobodnog toka ( $v_{ff}$ ) i gustoću zagušenja ( $g_{max}$ ) i faktor oblika ( $n$ ). U slučaju kad je vrijednost faktora  $n$  jednaka  $1$ , poprima oblik originalnoga Greenshieldsova linearnog modela. U ostalim slučajevima, uz varijaciju faktora  $n$  može poprimiti različite nelinearne oblike.
6. *Drakeov (Northwestern) model*: Razvio ga je Drake 1967. godine, na temelju modifikacije Underwoodova eksponencijalnog modela, a pretpostavlja da se relacija između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka može opisati na temelju krivulje normalne (Gaussove) razdiobe. Sadrži dva slobodna parametra, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{ff}$ ) i gustoću zasićenja ( $g_{zt}$ ).
7. *Kerner-Konhäuserov model*: Razvijen je 1994. godine, a pretpostavlja sigmoidnu relaciju između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Unatoč činjenici da se primjenom sigmoidne funkcije može točnije opisati relacija „brzina – gustoća“, primjena ovog modela otežana je zbog njegove kompleksne matematičke formulacije koja uključuje dva slobodna parametra i tri konstante. Oblik sigmoidne funkcije može se prilagoditi varijacijom vrijednosti brzine slobodnog toka ( $v_{sw}$ ) i gustoće zagušenja ( $g_{max}$ ). Osnovni nedostatak ovog modela nalazi se u tome što tri konstantne vrijednosti koje su uključene u matematičku formulaciju nemaju svoje logično objašnjenje.
8. *Del Castillo-Benitezov model*: Razvijen je 1995. godine, a pretpostavlja složenu eksponencijalnu relaciju između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće prometnog toka. Ovaj model sadrži tri slobodna parametra na temelju kojih se može prilagoditi oblik eksponencijalne funkcije, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{sw}$ ), gustoću zagušenja ( $g_{max}$ ) i brzinu šok-vala u uvjetima zagušenoga prometnog toka ( $C_j$ ).
9. *MacNicholasov model*: Razvijen je 2008. godine, a pretpostavlja da se odnos između prosječnih vrijednosti parametara brzine i gustoće prometnog toka može opisati na temelju složene potencijalne funkcije. Ovaj model sadrži četiri slobodna parametra, uključujući brzinu slobodnog toka ( $V_{sw}$ ), gustoću zagušenja ( $g_{max}$ ) te dva faktora prilagodbe ( $n$  i  $m$ ).
10. *Wangov model*: Ovaj model razvijen 2011. godine temelji se na pretpostavci da se odnos između prosječnih vrijednosti parametara brzine i gustoće prometnog toka može opisati primjenom logističke funkcije. Matematička formulacija modela sadrži

pet slobodnih parametara, uključujući brzinu slobodnog toka ( $v_{sw}$ ), minimalnu brzinu prometnog toka ( $v_{min}$ ), gustoću zasićenja ( $g_{zt}$ ) te dva faktora oblika ( $a$  i  $b$ ). Osnovna prednost Wangova logističkog modela proizlazi iz njegove fleksibilnosti, budući da se njegov oblik može precizno prilagoditi empirijskom uzorku, dok se, s druge strane, njegovi osnovni nedostaci nalaze u kompleksnosti njegove matematičke formulacije i činjenici da brzina vozila u uvjetima zagušenoga prometnog toka ne poprima vrijednost nula.

11. *HCM model za autoceste i višetračne prometnice*<sup>40</sup>: Prema HCM metodologiji proračun praktične propusne moći i određivanje razine usluge na otvorenim dionicama autocesta i višetračnih prometnica s odvojenim kolnicima provodi se na temelju modela „brzina-protok“ koji se sastoji od niza krivulja definiranih za specifične vrijednosti brzine slobodnog toka (engl. *FFS – Free Flow Speed*). Funkcije „brzina-protok“ prema navedenim HCM modelima samo su djelomično definirane, odnosno mogu se primijeniti za proračun prosječne brzine prometnog toka i protoka vozila u intervalu između minimalne i kritične vrijednosti gustoće prometnog toka (gustoće zasićenja). Za potrebe analize karakteristika prometnog toka u uvjetima zagušenja, HCM metodologija zahtijeva provedbu posebnog analitičkog postupka te u tim slučajevima navedeni modeli „brzina-gustoća“ nisu primjenjivi. HCM modeli „brzina-protok“ podrazumijevaju primjenu složenoga analitičkog postupka u kojem se prvo mora procijeniti vrijednost brzine slobodnoga prometnog toka na promatranom odsječku prometnice, zatim odabrati mjerodavna krivulja „brzina-gustoća“, izračunati vrijednost mjerodavnoga satnog protoka, izračunati vrijednost prosječne brzine prometnog toka ( $S$ ) te u posljednjem koraku na temelju omjera vrijednosti mjerodavnog protoka i prosječne brzine utvrditi vrijednost gustoće prometnog toka ( $D$ ) i očitati razina usluge.

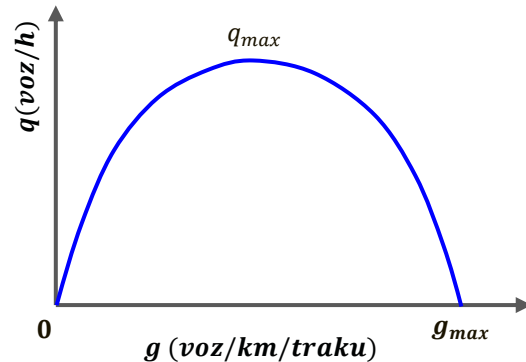
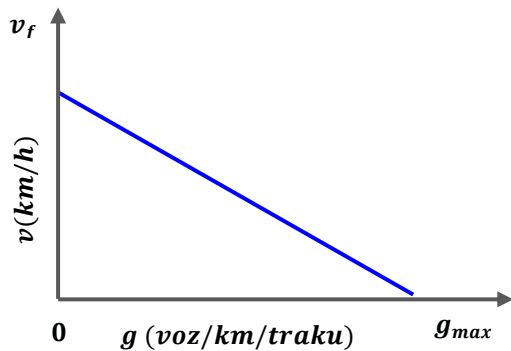
U Tablica 33. komparativno su prikazane matematičke formulacije i grafički prikazi promatranih 11 modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi.

---

<sup>40</sup> Prilikom komparativne analize HCM modela za autoceste i višetračne prometnice s ostalih 11 odabranih modela temeljnog dijagrama prometnog toka bilo je potrebno uzeti u obzir činjenicu da HCM metodologija podrazumijeva primjenu američkog sustava označavanja parametara i mjernih jedinica. Zbog toga se osnovni parametri prometnog toka u HCM priručniku ne označavaju sa simbolima koji su standardno prihvaćeni u Europi i Republici Hrvatskoj. Brzina prometnog toka se prema HCM metodologiji označava sa „ $S$ “ (engl. *S – Speed*), gustoća prometnog toka označava se sa „ $D$ “ (engl. *D – Density*), a protok vozila sa „ $V$ “ (engl. *V – Volume*). Brzina slobodnog toka označava se sa „*FFS*“ (engl. *FFS – Free Flow Speed*), a kritična (optimalna) gustoća sa „ $D_c$ “ (engl. *Dc – critical density*). Mjerne jedinice koje se primjenjuju u HCM metodologiji također se razlikuju od mjernih jedinica koje su standardno prihvaćene za parametre prometnog toka u Europi i Republici Hrvatskoj, tako da se brzina izražava u miljama na sat [mph], a gustoća u broju vozila po milji po traku [veh/mile/lane], dok se protok vozila izražava jednako kao i u europskom sustavu mjernih jedinica odnosno u broju vozila po satu po traku [veh/h/lane].

Tablica 33. Komparativan prikaz 11 odabranih, najznačajnijih modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi.

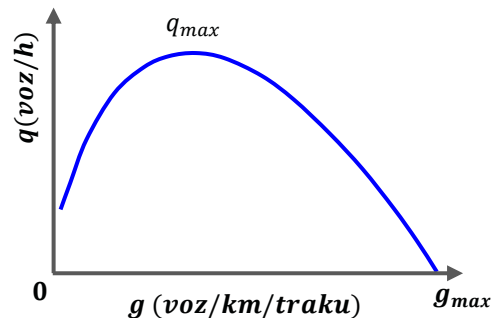
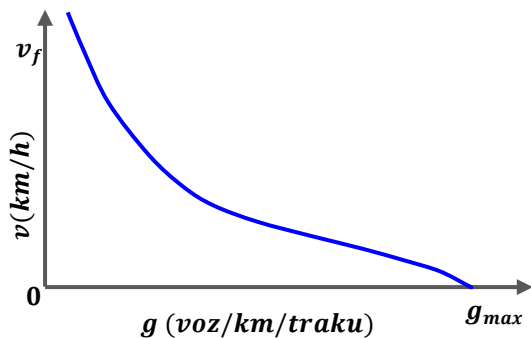
**GREENSHIELDSOV LINEARNI MODEL (1933.)**



$$v(g) = v_{sl} \left( 1 - \frac{g}{g_{max}} \right)$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \left( 1 - \frac{g}{g_{max}} \right)$$

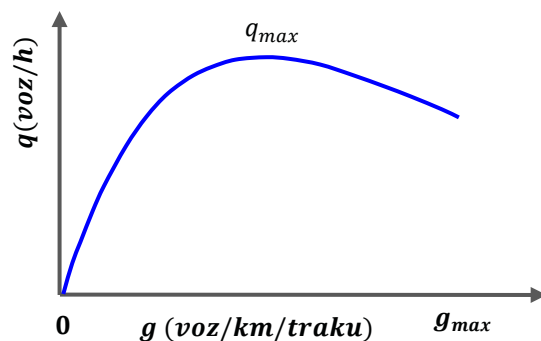
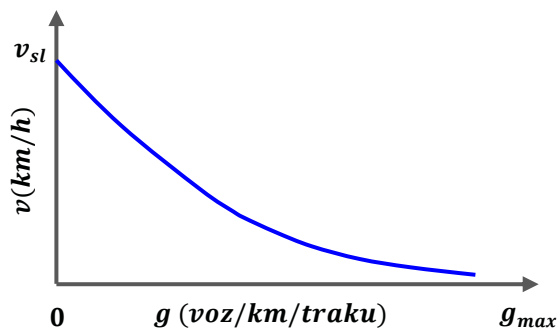
**GREENBERGOV LOGARITAMSKI MODEL (1959.)**



$$v(g) = v_o \ln \left( \frac{g_{max}}{g} \right)$$

$$q(g) = v_o \cdot g \cdot \ln \left( \frac{g_{max}}{g} \right)$$

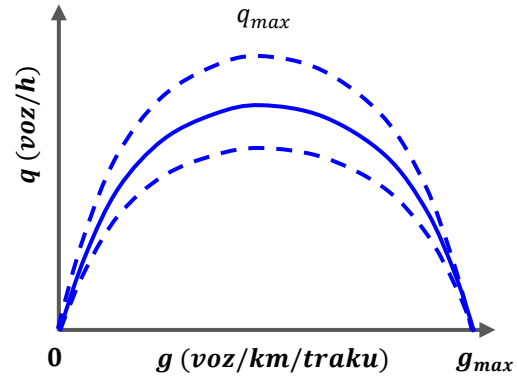
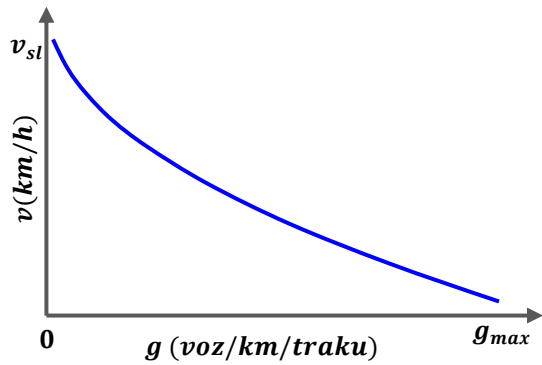
**UNDERWOODOV EKSPONENCIJALNI MODEL (1960.)**



$$v(g) = v_f \exp \left( -\frac{g}{g_o} \right)$$

$$q(g) = v_f \cdot g \cdot \exp \left( -\frac{g}{g_o} \right)$$

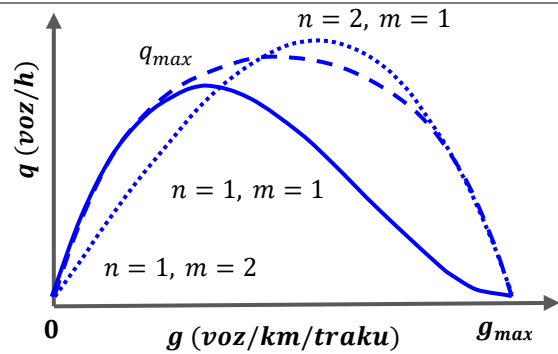
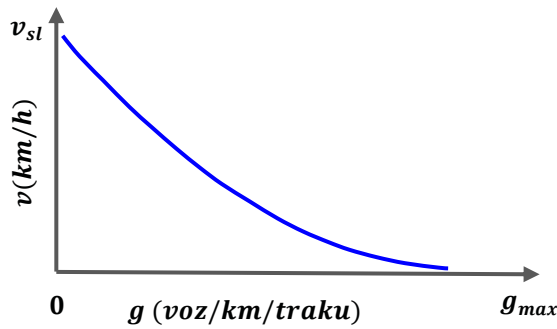
**DREWOV MODEL (1965.)**



$$v(g) = v_{sl} \left[ 1 - \left( \frac{g}{g_{max}} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right]$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \left[ 1 - \left( \frac{g}{g_{max}} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right]$$

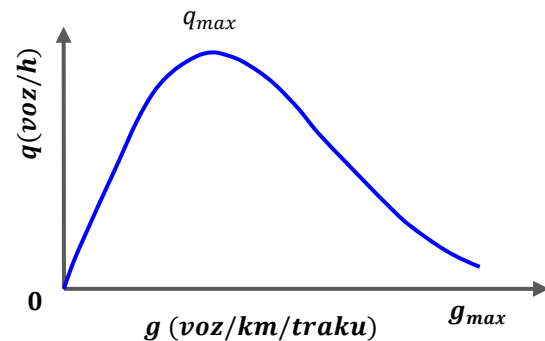
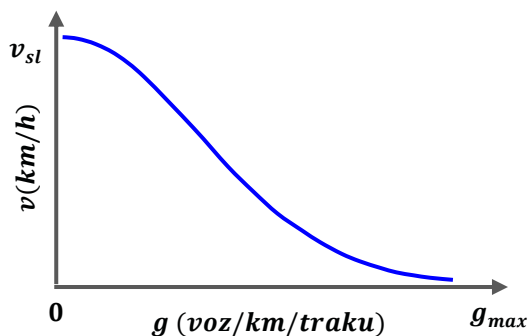
**PIPES-MUNJALOV MODEL (1967.)**



$$v(g) = v_{sl} \left[ 1 - \left( \frac{g}{g_{max}} \right)^n \right]^m$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \left[ 1 - \left( \frac{g}{g_{max}} \right)^n \right]^m$$

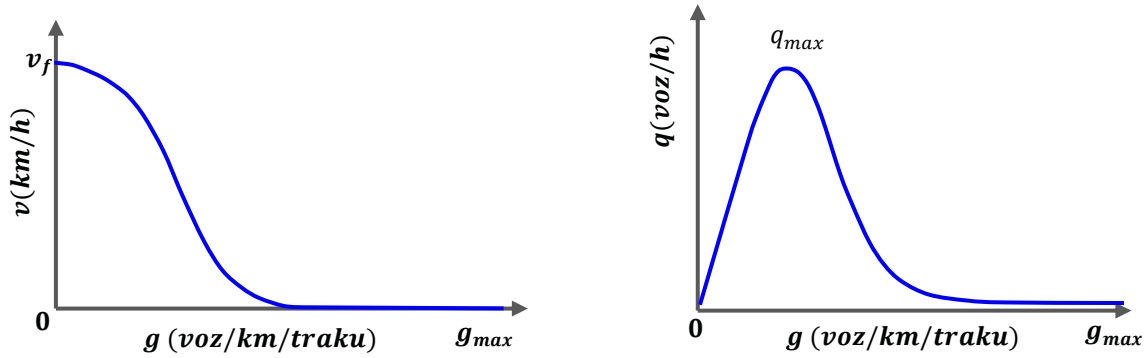
**DRAKEOV MODEL (NORTHWESTERN) (1967.)**



$$v(g) = v_{sl} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{g}{g_o} \right)^2 \right)$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \cdot \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{g}{g_o} \right)^2 \right)$$

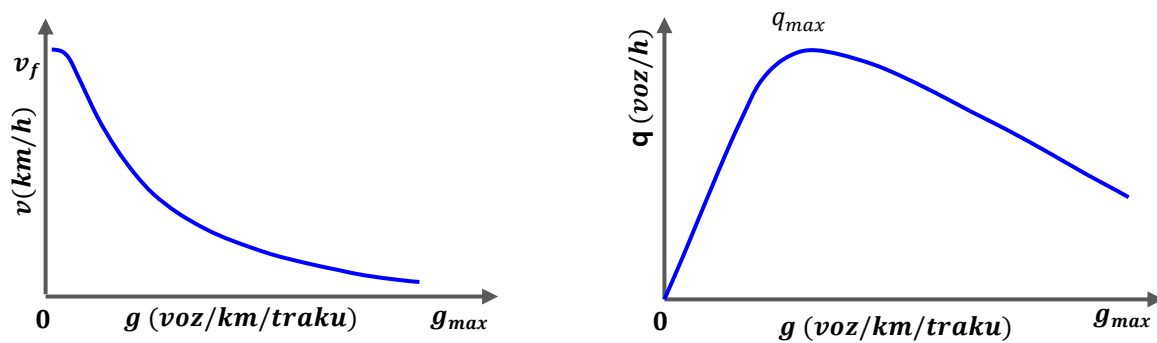
**KERNER-KONHÄUSEROV MODEL (1994.)**



$$v(g) = v_{sl} \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\frac{g}{g_{max}} - 0,25}{0,06}\right)} - 3,72 \cdot 10^{-6} \right)$$

$$q(g) = v_{sl} g \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\frac{g}{g_{max}} - 0,25}{0,06}\right)} - 3,72 \cdot 10^{-6} \right)$$

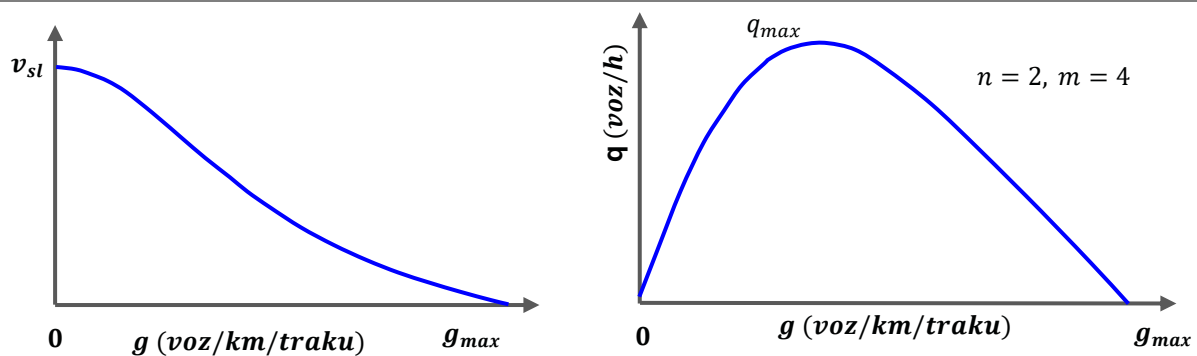
**DELCASTILLOV MODEL (1995.)**



$$v(g) = v_{sl} \left\{ 1 - \exp\left[\frac{|C_j|}{v_{sl}} \left(1 - \frac{g_{max}}{g}\right)\right]\right\}$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \left\{ 1 - \exp\left[\frac{|C_j|}{v_{sl}} \left(1 - \frac{g_{max}}{g}\right)\right]\right\}$$

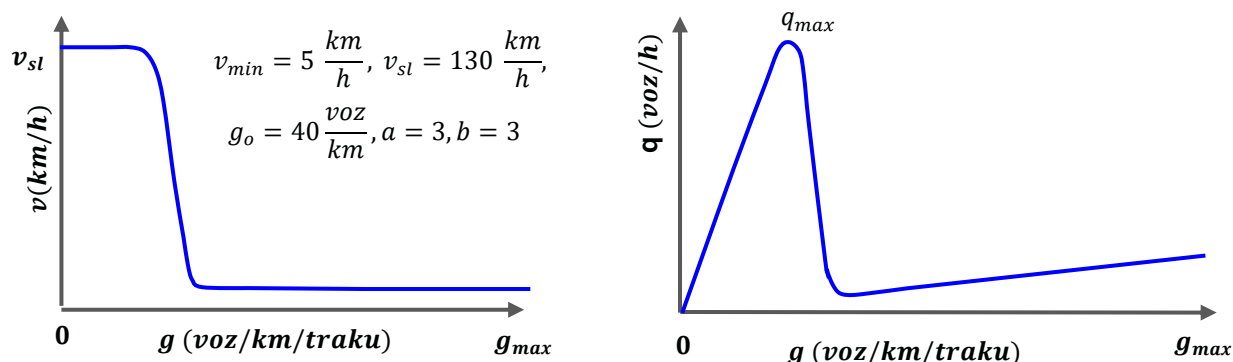
**MACNICHOLASOV MODEL (2008.)**



$$v(g) = v_{sl} \left( \frac{g_{max}^n - g^n}{g_{max}^n + m \cdot g^n} \right)$$

$$q(g) = v_{sl} \cdot g \left( \frac{g_{max}^n - g^n}{g_{max}^n + m \cdot g^n} \right)$$

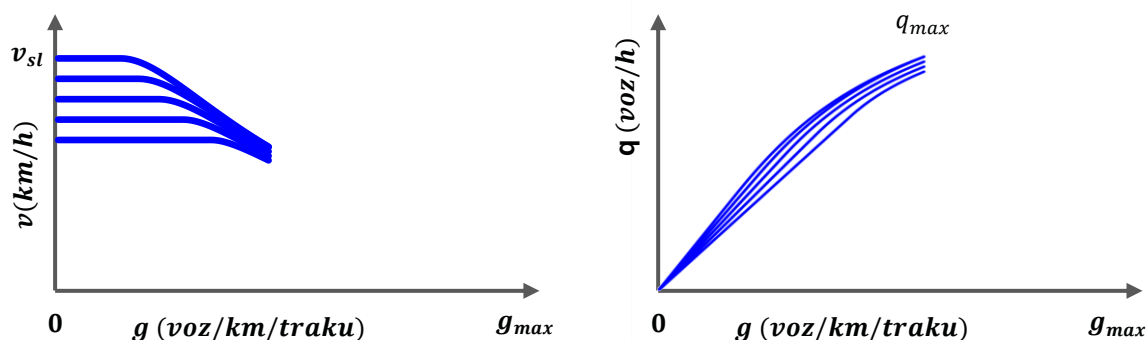
### WANGOV MODEL (2011.)



$$v(g) = v_{min} + \left( \frac{V_{sl} - V_{min}}{\left(1 + \exp\left(\frac{g - g_o}{a}\right)\right)^b} \right)$$

$$q(g) = v_{min} \cdot g + g \left( \frac{V_{sl} - V_{min}}{\left(1 + \exp\left(\frac{g - g_o}{a}\right)\right)^b} \right)$$

### HCM MODEL ZA AUTOCESTE (2016.)



***Nema definiranih izraza za  $V(g)$  i  $q(g)$ . HCM priručnik sadrži samo grafičke i tabelarne prikaze modela brzina – protok'' $V(q)$ .***

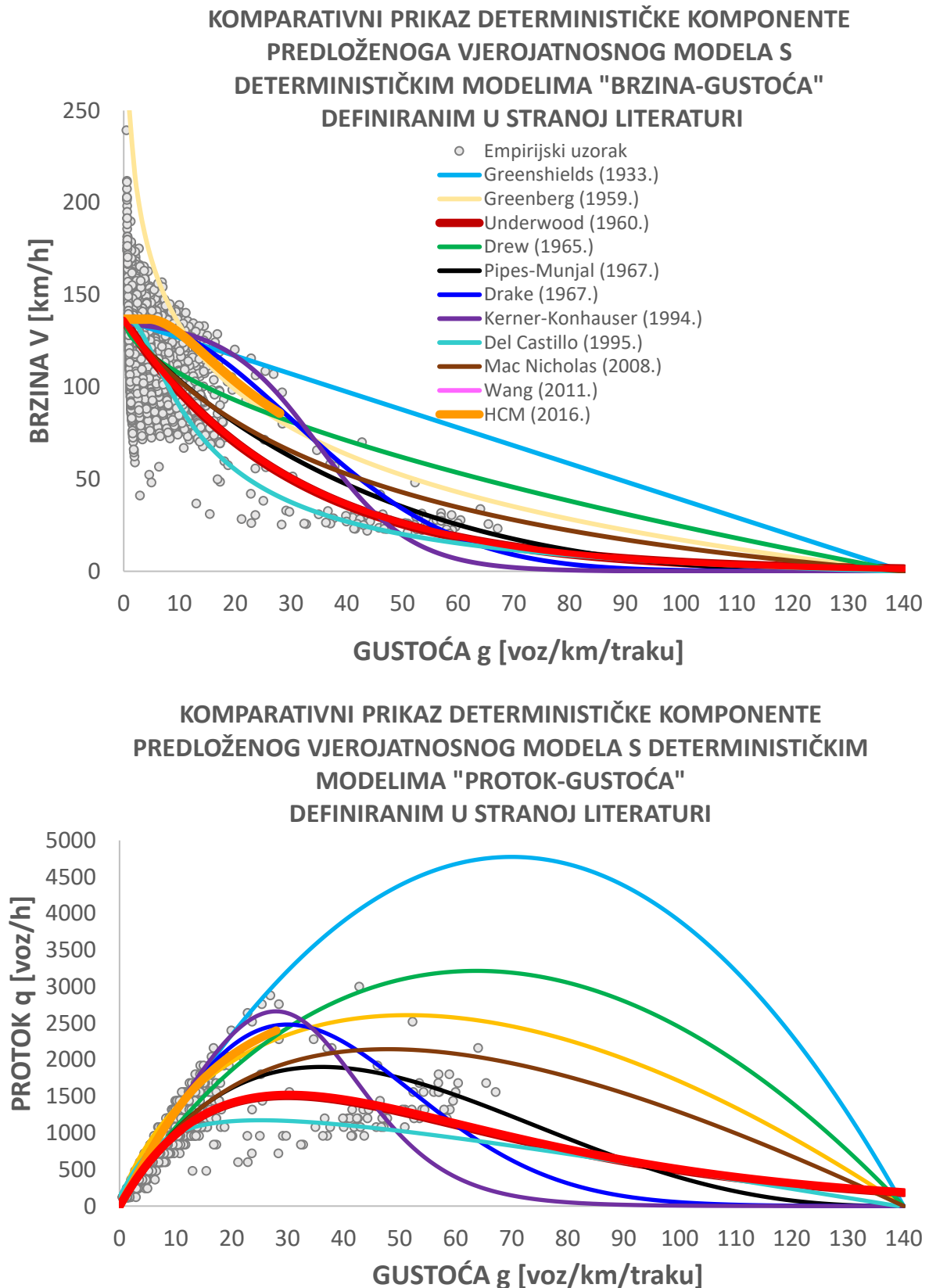
Izvor: obrada autora.

Rezultati dobiveni na temelju komparativne analize predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ i odabranih temeljnih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi prikazani su u Tablica 34. i 35. i na Grafikon 101. Na temelju komparativnog prikaza prilagođenih oblika regresijskih funkcija „brzina-gustoća“, dobivenih kalibracijom matematičkih formulacija promatranih 12 modela, jasno je vidljivo da Greenshieldsov linearni model i Greenbergov logaritamski model značajno precjenjuju stvarne vrijednosti brzine, gotovo na cjelokupnome promatranom intervalu gustoće prometnog toka. Osim Greenshieldsova i Greenbergova modela, loše performanse pokazuje i Drewov model, razvijen generalizacijom Greenshieldsova linearnog modela. Unatoč činjenici

da Drewov model daje mogućnost točnijeg prikaza matematičke relacije između prosječne brzine i prosječne gustoće prometnog toka u odnosu na Greenshieldsov i Greenbergov model, on postaje praktički neprimjenjiv u režimu zasićenoga i zagušenoga prometnog toka budući da pri većim vrijednostima gustoće generira vrijednosti brzine koje su znatno veće od empirijskih vrijednosti sadržanih u prikupljenome statističkom uzorku.

Posebno je zanimljiva činjenica da HCM model za autoceste razvijen 2016. godine, značajno precjenjuje stvarne prosječne vrijednosti brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće od 0 do 28 voz/km/traku. Loša razina prilagodbe krivulje HCM modela na empirijske vrijednosti brzine prometnog toka vidljiva je i na temelju dobivenih vrijednosti promatranih pokazatelja performansi modela. U uvjetima slobodnoga prometnog toka, slične performanse pokazuju i Drakeov i Kerner-Konhäuserov model, prema kojima je relacija između brzine i gustoće prikazana funkcijama sigmoidnog oblika. Ova dva modela, također kao i HCM model, u značajnoj mjeri precjenjuju vrijednosti brzine u uvjetima slobodnoga prometnog toka te, s druge strane, podcjenjuju vrijednosti brzina vozila u uvjetima zagušenoga prometnog toka, pri gustoćama većim od 60 voz/h/traku. Preostali modeli čije su funkcije najbolje prilagođene empirijskim vrijednostima brzina vozila sadržanim u prikupljenome statističkom uzorku, pored predloženoga negativnog eksponencijalnog modela (determinističke komponente vjerojatnosnog modela) uključuju još i MacNicholasov, Pipes-Munjalov, Underwoodov i DelCastillov model „brzina-gustoća“.

Na temelju komparativnog prikaza prilagođenih oblika krivulja „protok-gustoća“, može se uočiti da Greenshieldsov osnovni parabolični oblik i Drewov generički oblik krivulje „protok-gustoća“ značajno precjenjuju stvarne vrijednosti protoka vozila sadržane u prikupljenome empirijskom uzorku, a time i vrijednost propusne moći ceste. Osim toga, Greenshieldsov, Greenbergov i Drewov model imaju nerealno visoke vrijednosti gustoće zasićenja.



Grafikon 101. Komparativni prikazi regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ (determinističke komponente) vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj s prilagođenim oblicima regresijskih funkcija „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ dobivenih kalibracijom odabranih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi. Izvor: obrada autora.



Krivulja „protok-gustoća“ HCM modela za autoceste pokazuje puno bolje performanse, nego što je to bio slučaj prilikom promatranja relacija između prosječne brzine i prosječne gustoće prometnog toka. Na fundamentalnom dijagramu „protok-gustoća“, u uvjetima slobodnoga prometnog toka, krivulja HCM modela blisko prati krivulju Greenbergova logaritamskog modela, a doseže vrijednost teorijske propusne moći od 2400 voz/h/traku pri gustoći zasićenja od 28 voz/km/traku. Maksimalnu vrijednost protoka pri približno istoj gustoći zasićenja postižu i Drakeov, Kerner-Konhäuserov, Pipes-Munjalov model te negativni eksponencijalni oblik predložen za determinističku komponentu vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“. Pritom se prema Kerner-Konhäuserovu modelu dobiva malo veća vrijednost teorijske propusne moći od vrijednosti procijenjene HCM modelom (od oko 2600 voz/h/traku), Drakeov model pokazuje gotovo identičnu vrijednost teorijske propusne moći ceste kao i HCM model (u iznosu od 2400 voz/h/trak), Pipes-Munjalov model procjenjuje relativno nižu vrijednost propusne moći u iznosu od 2000 voz/h/traku, dok se prema predloženoj negativnom eksponencijalnom obliku modela „protok-gustoća“ dobivaju znatno niže vrijednosti propusne moći u iznosu od 1520 voz/km/traku. Najniža vrijednost propusne moći cesta visokog učinka, u iznosu od 1173 voz/km/traku dobiva se primjenom DelCastillova modela „protok-gustoća“.

Budući da je radi identifikacije modela s najboljim performansama proveden proračun velikog broja različitih pokazatelja performansi (Tablica 34. i Tablica 35.), koje je za potrebe rangiranja modela po prikladnosti njihove primjene, bilo potrebno normalizirati te zatim zbrojiti kako bi se za svaki promatrani model izračunala vrijednost kumulativne ocjene. Normalizacija dobivenih vrijednosti pokazatelja performansi modela pritom je izračunana na temelju izraza:

$$COI(min) = \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{IP_i - \min(IP_i)}{\max(IP_i) - \min(IP_i)} \right) \quad (111)$$

$$COI(max) = \sum_{i=1}^n \frac{IP_i - \min(IP_i)}{\max(IP_i) - \min(IP_i)} \quad (112)$$

gdje je:

*COI(min)* – kumulativna ocjena indikatora performansi modela, čije niže vrijednosti ukazuju na povećane performanse modela

*COI(max)* – kumulativna ocjena indikatora performansi modela, čije više vrijednosti ukazuju na povećane performanse modela

*IP<sub>i</sub>* – *i*-ti pokazatelj performanse modela

*n* – broj promatranih pokazatelja performansi modela.

Tablica 34. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi predloženoga vjerojatnosnog modela „brzina-gustoća“ i odabranih modela „brzina-gustoća“ definiranih u stranoj literaturi.

<b>Modeli “brzina-gustoća” V(g)</b>	<b>MAE</b>	<b>RMSE</b>	<b>NRMSE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	
Vjerojatnosni model	15,60	19,48	0,84	-2,85 %	14,10 %	
Greenshields (1933.)	18,99	24,17	1,04	-15,58 %	20,03 %	
Greenberg (1959.)	67,39	75,67	3,25	-59,57 %	59,69 %	
Underwood (1960.)	15,99	19,69	0,85	-0,93 %	14,17 %	
Drew (1965.)	16,13	19,78	0,85	-3,57 %	15,33 %	
Pipes-Munjaj (1967.)	15,74	19,42	0,83	-3,12 %	14,35 %	
Drake (1967.)	19,62	24,63	1,06	-15,48 %	19,39 %	
Kerner-Konhäuser (1994.)	19,12	24,05	1,03	-13,83 %	18,88 %	
Del Castillo (1995.)	16,72	21,38	0,92	-6,24 %	15,47 %	
Mac Nicholas (2008.)	15,80	19,48	0,84	-3,40 %	14,58 %	
Wang (2011.)	16,98	20,83	0,89	3,10 %	15,13 %	
HCM (2016.)	19,53	0,32	0,01	-14,80 %	18,55 %	

<b>Modeli “brzina-gustoća” V(g)</b>	<b>VAR</b>	<b>STDEV</b>	<b>CV</b>	<b>RMSPE</b>	<b>R</b>	<b>R2</b>
Vjerojatnosni model	379,54	19,48	-129,32	0,19	0,60	0,36
Greenshields (1933.)	436,82	20,90	-1,72	0,35	0,53	0,28
Greenberg (1959.)	1205,64	34,72	-0,52	0,70	0,51	0,26
Underwood (1960.)	383,56	19,58	9,34	0,19	0,55	0,30
Drew (1965.)	391,02	19,77	32,48	0,24	0,56	0,31
Pipes-Munjaj (1967.)	377,37	19,43	365,51	0,20	0,56	0,31
Drake (1967.)	417,84	20,44	-1,49	0,28	0,38	0,15
Kerner-Konhäuser (1994.)	433,23	20,81	-1,73	0,28	0,45	0,21
Del Castillo (1995.)	436,67	20,90	-4,63	0,22	0,52	0,27
Mac Nicholas (2008.)	379,43	19,48	-517,16	0,21	0,55	0,31
Wang (2011.)	399,68	19,99	3,41	0,21	0,42	0,18
HCM (2016.)	412,67	20,31	-1,48	0,32	0,33	0,11

Izvor: obrada autora.

Nakon proračuna normaliziranih ocjena pojedinih indikatora performansi modela i kumulativne ocjene za svaki promatrani model, dobivene vrijednosti kumulativnih ocjena primijenjene su za rangiranje modela prema prikladnosti njihove primjene. Prilikom rangiranja modela uzeta je u obzir i složenost matematičke formulacije svakog modela, tako da su matematički složeniji modeli (s većim brojem parametara) dodatno penalizirani.

U Tablica 36. prikazan je popis promatranih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, prioritiziranih po rangovima važnosti utvrđenih na temelju kumulativnih ocjena performansi modela koje su izračunane na temelju opisanog postupka.

Tablica 35. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi predloženoga vjerojatnosnog modela „protok-gustoća“ i odabranih modela „protok-gustoća“ definiranih u stranoj literaturi.

<b>Modeli “protok-gustoća” q(g)</b>	<b>MAE</b>	<b>RMSE</b>	<b>NRMSE</b>	<b>MPE</b>	<b>MAPE</b>	
Vjerojatnosni model	70,91	118,10	0,35	-2,86 %	14,10 %	
Greenshields (1933.)	116,30	331,24	0,98	-15,58 %	20,04 %	
Greenberg (1959.)	231,18	277,65	0,82	-59,57 %	59,72 %	
Underwood (1960.)	72,53	120,72	0,36	-0,94 %	15,67 %	
Drew (1965.)	83,51	199,70	0,59	-3,58 %	15,34 %	
Pipes-Munjaj (1967.)	71,64	120,51	0,36	-3,13 %	14,36 %	
Drake (1967.)	99,47	176,58	0,52	-15,48 %	24,28 %	
Kerner-Konhäuser (1994.)	99,37	186,24	0,55	-13,83 %	18,89 %	
Del Castillo (1995.)	76,43	135,68	0,40	-6,24 %	15,48 %	
Mac Nicholas (2008.)	74,35	133,84	0,40	-3,40 %	14,59 %	
Wang (2011.)	86,47	200,56	0,59	3,10 %	15,12 %	
HCM (2016.)	90,08	143,18	0,42	-14,80 %	18,53 %	

<b>Modeli “protok-gustoća” q(g)</b>	<b>VAR</b>	<b>STDEV</b>	<b>CV</b>	<b>RMSPE</b>	<b>R</b>	<b>R2</b>
Vjerojatnosni model	13874,93	117,79	13,61	0,19	0,94	0,88
Greenshields (1933.)	99964,34	316,17	-3,20	0,35	0,84	0,70
Greenberg (1959.)	24850,82	157,64	-0,69	0,70	0,92	0,85
Underwood (1960.)	14242,02	119,34	6,54	0,19	0,91	0,83
Drew (1965.)	39540,54	198,85	-10,67	0,24	0,87	0,76
Pipes-Munjaj (1967.)	14523,39	120,51	-76,27	0,20	0,93	0,87
Drake (1967.)	24395,97	156,19	-1,90	0,28	0,74	0,54
Kerner-Konhäuser (1994.)	29219,07	170,94	-2,31	0,28	0,91	0,83
Del Castillo (1995.)	18411,53	135,69	102,55	0,22	0,92	0,85
Mac Nicholas (2008.)	17892,62	133,76	-27,51	0,21	0,92	0,85
Wang (2011.)	38357,37	195,85	4,53	0,21	0,89	0,78
HCM (2016.)	15095,96	122,87	-1,64	1,87	0,95	0,90

Izvor: obrada autora.

Na temelju rezultata prikazanih u Tablica 36. vidljivo je da je predloženi vjerojatnosni model ocijenjen najvišom kumulativnom ocjenom performansi, neovisno o tome promatraju li se izrazi kojima se opisuje matematička relacija između vrijednosti brzine i gustoće ili između protoka vozila i gustoće prometnog toka. Iz toga slijedi zaključak da predloženi vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ omogućavaju točniji i precizniji opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka na promatranim prometnicama od modela definiranih u stranoj literaturi.

Tablica 36. Popis promatranih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, prioritiziranih po rangovima važnosti utvrđenih na temelju kumulativnih normiziranih ocjena performansi modela.

<b>Modeli “brzina-gustoća” V(g)</b>	<b>Kumulativna ocjena</b>	<b>Modeli “protok-gustoća” q(g)</b>	<b>Kumulativna ocjena</b>
Vjerojatnosni model	9,15	Vjerojatnosni model	9,91
Mac Nicholas (2008.)	9,13	Pipes-Munjaj (1967.)	9,51
Underwood (1960.)	8,53	Mac Nicholas (2008.)	9,26
Drew (1965.)	8,43	Underwood (1960.)	9,16
Pipes-Munjaj (1967.)	8,20	Del Castillo (1995.)	8,53
Del Castillo (1995.)	8,08	HCM (2016.)	8,38
Greenshields (1933.)	7,85	Kerner-Konhäuser (1994.)	8,09
Kerner-Konhäuser (1994.)	7,41	Drew (1965.)	7,41
Wang (2011.)	7,35	Wang (2011.)	7,35
HCM (2016.)	7,17	Drake (1967.)	6,56
Drake (1967.)	6,92	Greenberg (1959.)	6,22
Greenberg (1959.)	2,70	Greenshields (1933.)	4,29

Izvor: obrada autora.

Međutim, ovdje se uz prethodno navedeno, potrebno posebno osvrnuti na rezultate dobivene za HCM model za autoceste (engl. *Freeways*), razvijen 2016. godine, koji je od posebnog značaja za Teoriju prometnog toka kao znanstvenu disciplinu, budući da se vrlo često primjenjuje u praksi te da se u mnogim državama svijeta smatra jednim od najtemeljnijih modela za proračun propusne moći i utvrđivanje razine usluge na autocestama.

Rezultati provedene komparativne analize između predloženoga vjerojatnosnog modela i HCM modela pokazuju da u uvjetima slobodnog prometnog toka HCM model precjenjuje prosječne vrijednosti brzine prometnog toka sadržane u prikupljenome empirijskom uzorku te ne prati postojeći trend smanjenja vrijednosti brzina, pri povećanju vrijednosti gustoće prometnog toka. Time se može zaključiti da pretpostavka konstantne vrijednosti brzine u uvjetima slobodnog prometnog toka nije praktično primjenjiva za opis zakonitosti prisutnih u realnome prometnom toku na autocestama i brzim cestama u Republici Hrvatskoj. Dodatan nedostatak HCM modela u odnosu na ostale modele koji su uzeti u postupku komparativne analize performansi predloženoga vjerojatnosnog modela i 11 odabranih modela definiranih u stranoj literaturi nalazi se u činjenici da HCM priručnik ne definira jasno matematičke izraze za funkcije  $V(g)$  i  $q(g)$  već se primarno temelji na promatranju dijagrama „brzina-protok“  $V(q)$  te u činjenici da HCM model za autoceste uopće nema definirane funkcije  $V(g)$ ,  $q(g)$  i  $V(q)$  pri vrijednostima gustoće većim od 28 voz/h/traku te time postaje praktično neprimjenjiv za točan opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka u uvjetima zagušenoga prometnog toka. S druge strane, HCM model daje puno realističniji prikaz odnosa između empirijskih

vrijednosti protoka i gustoće prometnog toka te samim time i precizniju procjenu stvarnih vrijednosti gustoće zasićenja i propusne moći cesta. Međutim, njegov se osnovni nedostatak i dalje nalazi u činjenici da se njegovom primjenom ne mogu utvrditi odnosi između vrijednosti parametara prometnog toka pri visokim vrijednostima gustoće.

## 9. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Cilj ovoga istraživanja bio je razviti temeljni vjerojatnosni model prometnog toka prikladan za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Radi prikupljanja empirijskih podataka potrebnih za razvoj vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, u periodu od 7. srpnja 2023. do 8. kolovoza 2023. godine provedena su terenska istraživanja u sklopu kojih je provedeno snimanje prometnih tokova besposadnom letjelicom iz zraka, na 16 reprezentativnih segmenata mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj, pri čemu je snimljen videomaterijal u ukupnom trajanju od 13 h i 20 min. Lokacije i vremenski periodi prikupljanja statističkog uzorka odabrani su tako da se osigura prikupljanje uzorka koji sadrži sveobuhvatan raspon vrijednosti relevantnih empirijskih parametara prometnog toka. Time je osigurano prikupljanje baze podataka dostatne veličine za dobivanje što potpunijih empirijskih dijagrama rasprostiranja „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ koji su poslužili kao temelj za provođenje daljnjih koraka statističke analize te konačno i za matematičku formulaciju optimalnoga teorijskog oblika fundamentalnog dijagrama temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj.

Kako bi se izračunale empirijske vrijednosti parametara prometnog toka potrebne za razvoj i validaciju temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj, u sljedećem koraku istraživanja proveden je detaljan pregled i obrada videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom, pri čemu su na svakom videozapisu zabilježeni vremenski trenutci nailaska individualnih vozila u prometnom toku na definirane ulazne i izlazne linije detekcije. Na temelju zabilježenih vremenskih trenutaka nailaska vozila na ulazne i izlazne linije detekcije te utvrđene duljine svakog promatranog odsječka cesta visokog učinka, odgovarajućim analitičkim postupkom izračunane su vrijednosti relevantnih makroskopskih i mikroskopskih parametara prometnoga toka, uključujući vrijeme prolaska vozila kroz promatrane odsječke cesta visokog učinka, intervale slijeda vozila na ulaznom i izlaznom presjeku svakog promatranog odsječka ceste, brzine individualnih vozila u prometnom toku, srednju prostornu brzinu (harmonijsku sredinu brzina) vozila u prometnom toku te agregatne vrijednosti protoka vozila i gustoće prometnog toka. Empirijske vrijednosti parametara prometnog toka utvrđene tijekom obrade videozapisa pohranjene su u XLSX bazu podataka koja je zatim učitana u *OriginLab OriginPro* programsko okruženje u kojemu su, nad formiranim podatkovnim skupom, provedeni daljnji postupci filtriranja, grupiranja, obrade i analize prikupljenoga statističkog uzorka.

Korelacijska i regresijska analiza između empirijskih parova vrijednosti brzine i gustoće te protoka vozila i gustoće prometnog toka provedena je u *OriginLab OriginPro* programskom okruženju za statističku obradu podataka, na temelju programskih modula za linearnu prilagodbu funkcija i nelinearno prilagođavanje krivulja, pri čemu je ispitana mogućnost prilagodbe više od 200 različitih linearnih i nelinearnih funkcija na prikupljeni empirijski uzorak. Na temelju navedene analize identificirano je sedam regresijskih funkcija koje se potencijalno mogu primijeniti za opis odnosa između prosječnih vrijednosti brzine i gustoće te protoka vozila i gustoće prometnog toka, uključujući linearnu, logaritamsku, negativnu eksponencijalnu, kubnu, potencijalsku, logističku i sigmoidnu funkciju regresije. Radi identifikacije najprikladnijeg oblika regresijske funkcije, za svaku od sedam odabranih funkcija regresije utvrđene su vrijednosti osam kvantitativnih i dva kvalitativna pokazatelja performansi modela regresije, uključujući Akaike informacijski kriterij (AIC), Bayesov informacijski kriterij (BIC), F-statistiku, koeficijent korelacije, koeficijent determinacije, srednju kvadratnu pogrešku, korijen srednje kvadratne pogreške; srednju apsolutnu pogrešku, broj parametara modela i razinu interpretabilnosti modela. Osim toga, za svaki promatrani regresijski model provedena je i detaljna analiza standardiziranih rezidualnih odstupanja. Na temelju provedene korelacijske i regresijske analize, negativni eksponencijalni model odabran je kao najprikladniji model za opis determinističke komponente temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“.

Radi identifikacije optimalnih tipova i oblika funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju kojih je moguće, uz visoku razinu točnosti i preciznosti, opisati stohastičke relacije između promatranih parametara prometnog toka, odnosno pojavu slučajnih oscilacija u vrijednostima brzine prometnog toka i protoka vozila u različitim režimima prometnog toka, u *EasyFit Professional* softveru za obradu statističkih podataka proveden je postupak prilagodbe više od 60 različitih teorijskih oblika funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijske razdiobe vrijednosti brzina i protoka vozila utvrđene pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka na promatranim odsječcima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Navedeni postupak prilagodbe proveden je na temelju MLE metode procjene maksimalne vjerojatnosti, pri čemu su vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale teorijskih razdioba optimizirane na temelju iterativnog postupka minimizacije vrijednosti funkcije logaritamske izglednosti. Nakon provedbe postupka prilagodbe teorijskih razdioba na empirijske razdiobe vjerojatnosti, provedeno je testiranje podudarnosti između empirijskih i prilagođenih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na temelju tri statistička testa dobrote prilagodbe, uključujući Hi-kvadrat,

Kolmogorov-Smirnovljevi i Anderson-Darlingov test. Radi identifikacije najprikladnijih oblika teorijskih razdioba vjerojatnosti, za svaku preostalu teorijsku razdiobu vjerojatnosti koja je prošla barem jedan od tri provedena statistička testa dobrote prilagodbe, izračunan je indeks kumulativne normalizirane prikladnosti primjene teorijske razdiobe, s kojim se uzima u obzir signifikantnost statističkih testova prema kojima je razdioba ocijenjena prikladnom, složenost i fleksibilnost primjene matematičke formulacije funkcije gustoće vjerojatnosti. Na temelju rezultata provedenog postupka prilagodbe i statističkog testiranja više od 60 različitih teorijskih razdioba vjerojatnosti zaključeno je da se varijacije u vrijednostima brzine prometnog toka pri različitim vrijednostima gustoće mogu opisati na temelju 11 teorijskih razdioba, pri čemu je najbolje ocijenjena Generalizirana razdioba ekstremnih vrijednosti (GEV). S druge strane, za opis varijabilnosti protoka vozila prema dobivenim rezultatima može se primijeniti 12 teorijskih razdioba vjerojatnosti, od kojih se kao najbolja pokazala pet-parametarska Wakeby razdioba.

Konačne matematičke formulacije temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ dobivene su na temelju zbroja determinističke komponente modela predstavljene negativnim eksponencijalnim modelom regresije „brzina-gustoća“ i izvedenom pozitivno-asimetričnom krivuljom drugog reda „protok-gustoća“ te stohastičke komponente modela predstavljene prilagođenim oblicima Generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti. Uz osnovne matematičke formulacije modela, utvrđene vrijednosti faktora prilagodbe brzine slobodnog toka i faktora potencije negativne eksponencijalne funkcije, na temelju kojih je matematičku formulaciju determinističke komponente temeljnoga vjerojatnosnog modela moguće prilagoditi uvjetima u prometnom toku na autocestama i brzim cestama. Osim toga, posebno su definirane i funkcionalne relacije između parametara lokacije, oblika i skale Generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti i vrijednosti gustoće prometnog toka čime je omogućena prilagodba oblika teorijskih razdioba temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnoga toka ovisno o režimu prometnog toka.

Radi validacije predloženih matematičkih formulacija temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ proveden je postupak unakrsne validacije modela, u sklopu koje je provedeno pet iteracija učenja modela na temelju 80 % slučajno odabranih empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka iz originalnoga prikupljenog statističkog uzorka te pet iteracija validacije modela na temelju preostalih 20 % vrijednosti koje nisu korištene prilikom učenja modela. Na temelju komparativne analize pet alternativnih matematičkih formulacija negativnoga eksponencijalnog regresijskog modela „brzina-gustoća“, dobivenih tijekom pet iteracija unakrsne validacije uočeno je da se vrijednosti brzine slobodnoga prometnog toka i



gustoće zasićenja značajno ne mijenjaju, neovisno o poduzorcima podataka primijenjenih za učenje i validaciju modela. Male promjene u vrijednostima parametara jednadžbe „brzina-gustoća“, ukazuju na činjenicu da predloženi oblik determinističke komponente vjerojatnosnog modela pokazuje stabilnost u različitim poduzorcima podataka primijenjenih za njegovu validaciju te da predložena matematička formulacija modela nije pretjerano osjetljiva na prisutnost specifičnih ili ekstremnih empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka koje su prisutne u pojedinim uzorcima primijenjenim za učenje modela. Osim toga, budući da se matematički izraz modela značajno ne mijenja prilikom primjene različitih poduzoraka podataka za učenje modela, to također ukazuje i na činjenicu da model dobro opisuje središnju tendenciju empirijskih podataka prisutnih u različitim uzorcima. To znači da se predloženi oblik negativnoga eksponencijalnog modela može svesti na generički oblik koji bi se mogao učinkovito primijeniti i za opisivanje nepoznatih empirijskih uzoraka vrijednosti parametara prometnog toka koje nisu bile sadržane u poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela.

Uz prethodno navedeno, dobiveni rezultati provedenog postupka unakrsne validacije pokazuju visoku razinu pouzdanosti u procijenjenim vrijednostima brzine slobodnog toka i gustoće zasićenja, što znači da su vrijednosti navedenih parametara prometnog toka procijenjene na temelju podataka u prikupljenim uzorcima vrlo slične stvarnim vrijednostima u populaciji. Na temelju komparativne analize vrijednosti parametara lokacije, skale i oblika utvrđenih za prilagođene oblike GEV razdiobe vjerojatnosti dobivene u pojedinim iteracijama učenja modela, također je uočeno da se tijekom različitih iteracija postupka unakrsne validacije modela, u istim intervalima vrijednosti gustoće prometnog toka dobivaju slične vrijednosti navedenih parametara. To ukazuje na činjenicu da predložena stohastička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka također pokazuje visoku robusnost kao i njegova deterministička komponenta. Uzevši u obzir navedeno, može se zaključiti da su i deterministička i stohastička komponenta temeljnoga vjerojatnosnog modela uspješno validirane te se stoga predloženi temeljni vjerojatnosni model prometnoga toka za prometnice visokoga učinka može primijeniti za simulaciju varijabilnosti brzine prometnog toka i protoka vozila na dionicama autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj pri gustoćama prometnog toka do 60 voz/km/traku.

Slijedom tih rezultata, dobivenih na temelju provedenih istraživanja može se zaključiti da su dokazane sve tri polazne hipoteze istraživanja.

Glavnu hipotezu istraživanja koja glasi: *Na temelju uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka prikupljenog na reprezentativnim dionicama autocesta i brzih cesta moguće je razviti vjerojatnosne modele „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ prikladne za opis ponašanja realnoga prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj*, potvrđuje činjenica da je u sklopu ovih istraživanja tijekom perioda od 7. srpnja 2023. do 8. kolovoza 2023. godine, provedeno terensko istraživanje i snimanje prometnih tokova na 16 odabranih reprezentativnih odsječka autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj te da je na temelju podataka dobivenih obradom snimljenih videozapisa dobiven empirijski uzorak vrijednosti parametara prometnog toka na temelju kojega su uspješno razvijeni i validirani temeljni vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“, specifično prilagođeni za opisivanje uvjeta u realnome prometnom toku na autocestama i brzim cestama u Republici Hrvatskoj.

Prva pomoćna hipoteza prema kojoj se tvrdi da je *primjenom faktora prilagodbe ovisnog o tipu prometnice i gustoći prometnog toka, moguće utvrditi najprikladnije oblike statističkih razdioba gustoće vjerojatnosti za opis varijabilnosti protoka i brzine u različitim režimima prometnog toka*, također je potvrđena. Konačni oblici jednadžbi vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ uključuju faktore prilagodbe, ovisne o tipu ceste visokog učinka, na temelju kojih se deterministička komponenta modela odnosno njezina negativna eksponencijalna funkcija  $V(g)$  i pozitivno asimetrična krivulja regresije  $q(g)$ , mogu svesti na specifične oblike kojima se posebno mogu opisati uvjeti u prometnom toku na autocestama i brzim cestama te faktore pozicije, skale i oblika, ovisne o gustoći prometnog toka, na temelju kojih se mogu definirati najprikladniji oblici statističkih razdioba gustoće vjerojatnosti za opis varijabilnosti protoka i brzine u različitim režimima prometnog toka.

Druga pomoćna hipoteza koja glasi: *Vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ omogućit će točniji i precizniji opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka na promatranim prometnicama od modela definiranih u stranoj literaturi*, također je potvrđena. Rezultati komparativne analize predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka i odabranih temeljnih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi potvrdili su vrijednost predloženoga temeljnog vjerojatnosnog modela, budući da je ocijenjen najvišom kumulativnom ocjenom pokazatelja performansi, neovisno o tome promatraju li se izrazi kojima se opisuje matematička relacija između vrijednosti brzine i gustoće ili između protoka vozila i gustoće prometnog toka. Iz toga slijedi zaključak da predloženi vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ omogućavaju točniji i

precizniji opis relacija između vrijednosti parametara prometnog toka na promatranim cestama od modela definiranih u stranoj literaturi.

Prilikom interpretacije rezultata i zaključaka proizašlih iz istraživanja provedenih u sklopu ove doktorske disertacije, potrebno je uzeti u obzir sljedeće metodološke i prostorno-vremenske nedostatke i ograničenja:

- U sklopu razvoja temeljnih vjerojatnosnih modela „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ nije direktno razmatran utjecaj heterogenosti strukture prometnog toka na oblik funkcija regresije kojima se opisuje matematička relacija između prosječnih vrijednosti gustoće prometnog toka kao neovisne varijable i prosječnih vrijednosti brzine prometnog toka i protoka vozila kao ovisnih varijabli, kao niti na oblik funkcija gustoće vjerojatnosti kojima se opisuju slučajne oscilacije koje se pojavljuju u vrijednostima promatranih parametara prometnog toka. Utjecaj heterogenosti strukture prometnog toka, odnosno postotnog udjela osobnih automobila, motocikala, lakih i teških teretnih vozila, autobusa i ostalih vozila prisutnih u prometnom toku na oblik funkcija regresije i funkcija gustoće vjerojatnosti indirektno je uzet u obzir, pretvorbom realnoga heterogenog prometnog toka u uvjetno homogeni prometni tok koja je provedena primjenom odgovarajućih vrijednosti ekvivalentnih jedinica automobila (EJA).
- Za potrebe razvoja temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka, empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka, uključujući gustoću prometnog toka, brzinu prometnog toka, protok vozila i interval slijeđenja vozila, dobivene na temelju obrade zračnih videozapisa agregirane su u 1-minutne intervale. Utjecaj nižih i viših razina vremenske agregacije empirijskih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka na oblik funkcija regresije odabranih za opis relacija između prosječnih vrijednosti parametara prometnog toka i oblik funkcija gustoće vjerojatnosti odabranih za opis stohastičkih karakteristika prometnog toka nije promatran u sklopu ovih istraživanja.
- Ovim istraživanjem obuhvaćene su isključivo otvorene dionice autocesta i brzih cesta na kojima prevladavaju uvjeti kontinuiranoga prometnog toka. Dionice cesta visokog učinka koje se nalaze u neposrednoj blizini cestovnih čvorišta nisu posebno razmatrane prilikom razvoja modela.
- Statistički uzorak primijenjen za razvoj temeljnog vjerojatnosnog modela nije prikupljan na cestovnim segmentima na kojima poprečni profil promatrane prometnice sadrži tri prometna traka ili više njih u svakom smjeru vožnje te stoga u sklopu ovih istraživanja nije posebno razmatran utjecaj broja prometnih trakova na oblik dobivenih funkcija regresije i funkcija gustoće vjerojatnosti.
- S obzirom na činjenicu da je snimanje prometnih tokova na reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka provođeno u relativno kratkim vremenskim intervalima (od 15 do 25 min), na temelju prikupljenoga statističkog uzorka nije

bilo moguće provesti detaljnu analizu varijacija u empirijskim vrijednostima relevantnih parametara prometnog toka koje se javljaju tijekom duljih vremenskih perioda (na dnevnoj, tjednoj, mjesečnoj i godišnjoj razini).

- U sklopu ovih istraživanja nije specifično razmatran utjecaj relevantnih projektno-oblikovnih i infrastrukturnih elemenata te značajka cestovne okoline na oblik funkcija regresije i funkcija gustoće vjerojatnosti.
- Unatoč činjenici da su u sklopu ovih istraživanja empirijske vrijednosti gustoće prometnog toka utvrđene direktno na temelju pregleda i obrade zračnih videozapisa, dobivene vrijednosti gustoće još uvijek ne predstavljaju egzaktnu empirijsku vrijednost, budući da su proračunane na temelju broja vozila koja su se u diskretnim vremenskim intervalima nalazila na promatranom cestovnim segmentima vidljivim sa zračnih videozapisa, duljine 300 – 400 metara, ovisno o visini leta besposadne letjelice tijekom snimanja prometnih tokova.
- Terenska istraživanja u sklopu kojih je provedeno snimanje prometnih tokova besposadnom letjelicom na reprezentativnim segmentima cesta visokog učinka, provedena su u periodu od 7. srpnja 2023. do 8. kolovoza 2023. godine. To znači da u prikupljenome statističkom uzorku nisu sadržane empirijske vrijednosti parametara prometnog toka reprezentativne za jesensko i zimsko razdoblje te se time na temelju prikupljenih podataka ne može dobiti potpun i detaljan uvid u sezonalne karakteristike prometnog toka. Zbog toga je radi maksimizacije točnosti i preciznosti rezultata dobivenih primjenom temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka prilikom simulacije vrijednosti parametara prometnog toka tijekom jesenskih i zimskih mjeseci, model potrebno dodatno validirati i kalibrirati na temelju dodatnoga statističkog uzorka koji je potrebno prikupiti tijekom jesenskog i zimskog perioda godine.
- Za potrebe utvrđivanja minimalne veličine statističkog uzorka koji je potrebno prikupiti na svakom reprezentativnom segmentu mreže prometnica visokog učinka, primijenjene su ove pretpostavke: (1) Veličina statističke populacije (N), koja uključuje 2 220 991 vozila, određena je na temelju podataka o ukupnom broju registriranih cestovnih motornih vozila na području Republike Hrvatske (bez traktora i priključnih vozila); (2) Za marginu pogreške (e) (interval pouzdanosti) u sklopu ovih istraživanja primijenjena je vrijednost u iznosu od  $\pm 5\%$ ; (3) Za vrijednost standardnog odstupanja (d) primijenjena je vrijednost u iznosu od  $50\%$ , na temelju koje se dobiva najveća veličina statističkog uzorka. Varijacijom navedenih parametara postavljaju se drugačiji zahtjevi vezani uz broj empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka koje je potrebno prikupiti radi razvoja i validacije modela. Zbog toga rezultati dobiveni u sklopu ovih istraživanja mogu u određenoj mjeri varirati ako se značajnije promjene pretpostavke primijenjene prilikom određivanja minimalne veličine reprezentativnoga statističkog uzorka.
- U sklopu provedenih istraživanja nije uzeta u obzir činjenica da će se tijekom budućih razdoblja sve više povećavati udio autonomnih vozila u prometnom

toku. Budući da je za potrebe razvoja temeljnoga vjerojatnosnog modela prometnog toka u ovom istraživanju primijenjen statistički uzorak koji u sebi ne sadrži empirijske vrijednosti parametara prometnog toka za autonomna vozila, dobiveni vjerojatnosni modeli „brzina-gustoća“ i „protok-gustoća“ neće se moći direktno primijeniti za opis stohastičkih karakteristika heterogenoga prometnog toka sastavljenog od različitih udjela autonomnih i konvencionalnih vozila. S promjenom omjera udjela konvencionalnih i autonomnih vozila u prometnom toku mogu se značajno promijeniti i interakcije između individualnih vozila u prometnom toku, a time i oblici empirijskih razdioba vrijednosti svih parametara prometnog toka u različitim režimima prometnog toka. Očekuje se da će ove promjene biti osobito izražene u periodu prilagodbe vozača konvencionalnih vozila na prisutnost autonomnih vozila u prometnom toku.

- Tijekom provedbe ovih istraživanja pojavile su se i određene poteškoće tako da je zbog ograničenih novčanih sredstava, od 22 prvotno odabrana reprezentativna segmenta cesta visokog učinka odabrano 16 konačnih segmenata na kojima je tijekom terenskih istraživanja provedeno snimanje prometnih tokova.

Iz dobivenih rezultata te navedenih zaključaka, ograničenja i nedostataka provedenih istraživanja proizlaze ovi prijedlozi i smjernice za buduća istraživanja:

- Predloženi temeljni vjerojatnosni model prometnoga toka može se učinkovito primijeniti za simulaciju slučajnih varijacija koje se javljaju u vrijednostima parametara brzine prometnog toka i protoka vozila pri vrijednostima gustoće prometnoga toka do 60 voz/km/traku. Točnost i preciznost predloženog modela pri vrijednostima gustoće prometnog toka većim od 60 voz/km/traku nije se mogla utvrditi na temelju provedenog postupka unakrsne validacije modela, budući da prikupljeni empirijski uzorak u sebi ne sadrži empirijske vrijednosti parametara prometnog toka utvrđene u tom intervalu gustoće prometnog toka. Zbog toga je dobivene rezultate potrebno detaljnije ispitati tijekom budućih istraživanja, u sklopu kojih je potrebno prikupiti statistički uzorak koji će sadržavati dostatan skup empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka izmjerenih u uvjetima zagušenoga prometnog toka, odnosno pri vrijednostima gustoće prometnog toka većim od 60 voz/km/traku.
- Osim toga, u sklopu budućih istraživanja potrebno je ispitati i mogućnosti primjene bespilotnih letjelica za simultano prikupljanje podataka o vrijednostima relevantnih parametara prometnog toka na širem području cestovne mreže, kao i mogućnosti implementacije naprednijih sustava računalnog vida za automatsku detekciju i praćenje kretanja vozila u prometnom toku radi ekstrakcije podataka o trajektorijama individualnih vozila te omogućavanja automatske analize empirijskih vrijednosti relevantnih parametara prometnog toka.
- Potrebno je istražiti i mogućnosti primjene naprednih tehnika rudarenja podataka za potrebe klasteriranja i kalibracije prikupljenih podataka o prometnom toku i

automatsku identifikaciju različitih operativnih uvjeta u prometnim tokovima, kao i mogućnosti kombinirane primjene podataka prikupljenih s mobilnih uređaja, GPS-a i različitih vrsta detektora za potrebe automatskog konstruiranja najprikladnijeg oblika fundamentalnog dijagrama prometa.

- Kako bi se omogućila primjena razvijenoga temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka za opis karakteristika prometnog toka u kojem se u međusobnoj interakciji nalaze konvencionalna i autonomna vozila, tijekom budućih istraživanja potrebno je provesti njegovu kalibraciju na temelju dodatnih uzoraka prikupljenih u prometnim tokovima sastavljenih od različitih udjela konvencionalnih i autonomnih vozila.

## LITERATURA

- [1] R. Horvat: *Modeli proračuna propusne moći cestovnih prometnica u Republici Hrvatskoj*, Fakultet prometnih znanosti, 2012.
- [2] R. Horvat, G. Kos, M. Ševrović: *Traffic flow modelling on the road network in the cities*, Tehnicki vjesnik - Technical Gazette, vol. 22, no. 2, page 475–486, 2015.
- [3] Transportation Research Board: *Highway Capacity Manual 2010, 5th Edition*, 5th ed., vol. 2, Transportation Research Board 500 Fifth Street, NW Washington, DC United States, Washington, 2010.
- [4] National Research Council. Transportation Research Board: *Highway Capacity Manual 2016, Sixth Edition: A Guide for Multimodal Mobility Analysis*, 6th ed., Transportation Research Board, Washington, D.C., Washington, 2016.
- [5] National Academies of Sciences; Engineering and Medicine: *Highway Capacity Manual 7th Edition: A Guide for Multimodal Mobility Analysis (Nchrp Report) 2017*, 7th ed., National Academies Press, Washington, Washington, 2022.
- [6] F. H. Knight: *Some Fallacies in the Interpretation of Social Cost*, The Quarterly Journal of Economics, vol. 38, no. 4, page 582–606, 1924.
- [7] B. D. Greenshields, J. T. Thompson, H. C. Dickinson, R. S. Swinton: *The photographic method of studying traffic behavior*, Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the Highway Research Board Held at Washington, D.C. December 7-8, 1933. Part I: Reports of Research Committees and Papers, vol. 13, page 382–399, 1934.
- [8] B. D. Greenshields: *Average speed and traffic density as a measure of road capacity*, Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of the Highway Research Board Held at Washington, D.C. November 30, December 1-3, 1937. Part I, vol. 17, 1938.
- [9] B. D. Greenshields, J. R. Bibbins, W. S. Channing, H. H. Miller: *A study of traffic capacity*, Proceedings of the Fourteenth Annual Meeting of the Highway Research Board Held at Washington, D.C. December 6-7, 1934. Part I, vol. 14, page 448–477, 1935.
- [10] B. D. Greenshields: *Studying traffic capacity by new methods*, Journal of Applied Psychology, vol. 20, no. 3, page 353–358, 1936.
- [11] F. van Wageningen-Kessels, H. van Lint, K. Vuik, S. Hoogendoorn: *Genealogy of traffic flow models*, EURO Journal on Transportation and Logistics, vol. 4, no. 4, page 445–

- 473, 2015.
- [12] S. P. van Wageningen-Kessels, F. Hoogendoorn, K. Vuik, H. van Lint: *Traffic Flow Modeling: Genealogy*, Transportation Research E-Circular, no. E-C195, page 1–16, 2015.
- [13] D. L. Gerlough, M. J. Huber: *Traffic Flow Theory: A Monograph*, Transportation Research Board, National Research Council, Washington D.C., Washington, 1975.
- [14] S. Maerivoet, B. De Moor: *Traffic Flow Theory*, Computer Science, arXiv: Physics and Society, 2005.
- [15] N. J. Pedersen, S. Rosenbloom, M. C. Walton, R. E. Skinner, K. F. Turnbull, R. M. Norman, J. G. Beckett, P. Carlson, T. J. Kazmierowski, R. R. Knipling, M. S. Kross, E. V. A. Kussy, P. B. Mandle, A. D. Perl, S. Silkunas, P. F. Swan, J. P. Zmud: *75 Years of the Fundamental Diagram for Traffic Flow Theory: Greenshields Symposium*, Transportation Research Circular E-C149, Greenshields Symposium, July 8–10, 2008, Woods Hole, Massachusetts, page 246, 2011.
- [16] S. P. Hoogendoorn, P. H. L. Bovy: *State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 215, no. 4, page 283–303, 2001.
- [17] L. A. Pipes: *An Operational Analysis of Traffic Dynamics*, Journal of Applied Physics, vol. 24, no. 3, page 274–281, 1953.
- [18] M. J. Lighthill, G. B. Whitham: *On kinematic waves I. Flood movement in long rivers*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 229, no. 1178, page 281–316, 1955.
- [19] M. J. Lighthill, G. B. Whitham: *On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 229, no. 1178, page 317–345, 1955.
- [20] P. I. Richards: *Shock Waves on the Highway*, Operations Research, vol. 4, no. 1, page 42–51, 1956.
- [21] H. Greenberg: *An Analysis of Traffic Flow*, Operations Research, vol. 7, no. 1, page 79–85, 1959.
- [22] R. T. Underwood: *Speed, volume, and density relationships*, Pennsylvania State



- University, University Park Bureau of Highway Traffic University Park, PA, United States, page 141–188, 1960.
- [23] L. C. Edie: *Car-Following and Steady-State Theory for Noncongested Traffic*, Operations Research, vol. 9, no. 1, page 66–76, 1961.
- [24] A. C. Dick: *Speed/flow relationships within an urban area*, Traffic Engineering and Control, vol. 8, no. 6, page 393–396, 1966.
- [25] J. S. Drake, J. L. Schofer, A. D. May: *A statistical analysis of speed-density hypotheses in vehicular traffic science*, Monograph: Traffic flow characteristics, Highway Research Record, Highway Research Board, no. 154, page 112–117, 1967.
- [26] L. A. Pipes: *Car following models and the fundamental diagram of road traffic*, Transportation Research /UK/, vol. 1, no. 1, page 21–29, 1966.
- [27] D. R. Drew: *Traffic Flow Theory and Control*, McGraw Hill Text, New York, USA, 1968.
- [28] I. Prigogine, R. Herman: *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*, American Elsevier Pub Co, 1971.
- [29] G. F. Newell: *Instability in Dense Highway Traffic, a Review*, in Proceedings, Second International Symposium on the Theory of Traffic Flow (J. Almond, Ed.), O. E. C. D., Paris, page 73–83, 1965.
- [30] L. C. Edie, E. Baverez: *Generation and propagation of stop-start traffic waves in vehicular traffic science*, Proceedings of the Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow Operations Research Society of America, 1967.
- [31] J. Treiterer, J. A. Myers: *The hysteresis phenomenon in traffic flow*, Transportation and Traffic Theory, Proceedings of the 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, University of New South Wales, Sydney, Australia, 26-28 August 1974., vol. 6, page 13–38, 1974.
- [32] H. J. Payne: *Model of freeway traffic and control*, International Proceedings on Mathematics of Public Systems, Simulation Council, vol. 1, page 51–61, 1971.
- [33] S. Smulders: *Control of freeway traffic flow by variable speed signs*, Transportation Research Part B: Methodological, vol. 24, no. 2, page 111–132, 1990.
- [34] J. M. D. Castillo, F. G. Benítez: *On the functional form of the speed-density*
-

- relationship—I: General theory*, Transportation Research Part B: Methodological, vol. 29, no. 5, page 373–389, 1995.
- [35] M. Van Aerde, H. Rakha: *Multivariate calibration of single regime speed-flow-density relationships [road traffic management]*, Pacific Rim TransTech Conference. 1995 Vehicle Navigation and Information Systems Conference Proceedings. 6th International VNIS. A Ride into the Future., 1995.
- [36] D. Chowdhury, L. Santen, A. Schadschneider: *Statistical physics of vehicular traffic and some related systems*, Physics Reports, vol. 329, no. 4–6, page 199–329, 2000.
- [37] A. Schadschneider: *Traffic flow: a statistical physics point of view*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 313, no. 1–2, page 153–187, 2002.
- [38] K. Nagel: *Particle hopping models and traffic flow theory*, Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics, vol. 53, no. 5, page 4655–4672, 1996.
- [39] D. Helbing: *Traffic and related self-driven many-particle systems*, Reviews of Modern Physics, vol. 73, no. 4, page 1067–1141, 2001.
- [40] D. Helbing, M. Schreckenberg: *Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow*, Physical Review E, vol. 59, no. 3, page 2505–2508, 1999.
- [41] M. Van Aerde, H. Rakha: *A Framework for the Evaluation of System Safety Benefits of Intelligent Cruise Control Systems*, ITS Journal - Intelligent Transportation Systems Journal, vol. 5, no. 2, page 163–189, 1999.
- [42] O. Biham, A. A. Middleton, D. Levine: *Self-organization and a dynamical transition in traffic-flow models*, Physical Review A, vol. 46, no. 10, page 6124–6127, 1992.
- [43] M. Papageorgiou: *Some remarks on macroscopic traffic flow modelling*, Transportation Research Part A: Policy and Practice, vol. 32, no. 5, page 323–329, 1998.
- [44] D. Helbing: *Modeling multi-lane traffic flow with queuing effects*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 242, no. 1–2, page 175–194, 1997.
- [45] M. J. MacNicholas: *A Simple and Pragmatic Representation of Traffic Flow*, Greenshields 75 Symposium Location: Woods Hole MA, United States Date: 2008-7-8 to 2008-7-10, Transportation Research Circular Issue Number: E-C149 Publisher: Transportation Research Board ISSN: 0097-8515, page 161–177, 2011.

- [46] H. Wang, J. Li, Q.-Y. Chen, D. Ni: *Logistic modeling of the equilibrium speed–density relationship*, Transportation Research Part A: Policy and Practice, vol. 45, no. 6, page 554–566, 2011.
- [47] S. Moutari, M. Rascle: *A Hybrid Lagrangian Model Based on the Aw–Rascle Traffic Flow Model*, SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 68, no. 2, page 413–436, 2007.
- [48] L. Leclercq: *Hybrid approaches to the solutions of the “Lighthill–Whitham–Richards” model*, Transportation Research Part B: Methodological, vol. 41, no. 7, page 701–709, 2007.
- [49] S. Chanut, C. Buisson: *Macroscopic Model and Its Numerical Solution for Two-Flow Mixed Traffic with Different Speeds and Lengths*, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, vol. 1852, no. 1, page 209–219, 2003.
- [50] B. S. Kerner: *Synchronized flow as a new traffic phase and related problems for traffic flow modelling*, Mathematical and Computer Modelling, vol. 35, no. 5–6, page 481–508, 2002.
- [51] X. Zhu, X. Yang, Y. Guo: *Exploring the Relationship between Heterogeneity of Vehicle Distribution and the Macroscopic Fundamental Diagram under Segment Disruption Conditions*, Procedia Computer Science, vol. 109, no. 2016, page 600–607, 2017.
- [52] T. Tang, C. Li, H. Huang, H. Shang: *A new fundamental diagram theory with the individual difference of the driver’s perception ability*, Nonlinear Dynamics, vol. 67, no. 3, page 2255–2265, 2012.
- [53] T.-Q. Tang, L. Caccetta, Y.-H. Wu, H.-J. Huang, X.-B. Yang: *A macro model for traffic flow on road networks with varying road conditions*, Journal of Advanced Transportation, vol. 48, no. 4, page 304–317, 2014.
- [54] M. Naser, A. Balbissi, H. Faris, M. Khazaleh: *Developing and Calibrating Single-Regime Traffic Flow Models for Urban Multi-Lane Roads*, Life Science Journal 2014, vol. 11, no. 12, page 62–68, 2014.
- [55] N. ‘Azizah Mukhlis, N. Mashros, O. Che Puan, S. A. Hassan, N. Abdul Hassan, R. A. Abdullah, R. Rahman: *Effect of Rainfall on Traffic Flow Characteristics During Night Time*, Jurnal Teknologi, vol. 78, no. 7–2, page 1–7, 2016.
- [56] X. M. Chen: *Stochastic evolutions of dynamic traffic flow: Modelling and application. Doctoral Dissertation*, Tsinghua University, Beijing, 2012.
-

- [57] M. Yildirimoglu, N. Geroliminis: *Approximating dynamic equilibrium conditions with macroscopic fundamental diagrams*, Transportation Research Part B: Methodological, vol. 70, no. 1, page 186–200, 2014.
- [58] J. A. Laval, F. Castrillón: *Stochastic Approximations for the Macroscopic Fundamental Diagram of Urban Networks*, Transportation Research Procedia, vol. 7, page 615–630, 2015.
- [59] J. Kianfar, P. Edara: *A Data Mining Approach to Creating Fundamental Traffic Flow Diagram*, Procedia - Social and Behavioral Sciences, vol. 104, page 430–439, 2013.
- [60] B. Phegley, G. Gomes, R. Horowitz: *Fundamental Diagram Calibration: A Stochastic Approach to Linear Fitting*, Proceedings of the 93rd Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, 2014.
- [61] Y. Ji, M. Xu, J. Li, H. J. Van Zuylen: *Determining the Macroscopic Fundamental Diagram from Mixed and Partial Traffic Data*, PROMET - Traffic&Transportation, vol. 30, no. 3, page 267–279, 2018.
- [62] C. N. Yahia, S. E. Scott, S. D. Boyles, C. G. Claudel: *Unmanned aerial vehicle path planning for traffic estimation and detection of non-recurrent congestion*, Transportation Letters, vol. 14, no. 8, page 849–862, 2022.
- [63] A. Ahmed, D. Ngoduy, M. Adnan, M. A. U. Baig: *On the fundamental diagram and driving behavior modeling of heterogeneous traffic flow using UAV-based data*, Transportation Research Part A: Policy and Practice, vol. 148, page 100–115, 2021.
- [64] A. Romanowska, K. Jamroz: *Comparison of Traffic Flow Models with Real Traffic Data Based on a Quantitative Assessment*, Applied Sciences, vol. 11, no. 21, page 9914, 2021.
- [65] X. Shi, X. Li: *Constructing a fundamental diagram for traffic flow with automated vehicles: Methodology and demonstration*, Transportation Research Part B: Methodological, vol. 150, page 279–292, 2021.
- [66] S. Wang, X. Chen, X. Qu: *Model on empirically calibrating stochastic traffic flow fundamental diagram*, Communications in Transportation Research, vol. 1, page 100015, 2021.
- [67] D. M. Bramich, M. Menendez, L. Ambuhl: *Fitting Empirical Fundamental Diagrams of Road Traffic: A Comprehensive Review and Comparison of Models Using an Extensive Data Set*, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 23, no. 9, page

- 14104–14127, 2022.
- [68] G. Dahiya, Y. Asakura, W. Nakanishi: *Analysis of the single-regime speed-density fundamental relationships for varying spatiotemporal resolution using Zen Traffic Data*, Asian Transport Studies, vol. 8, page 100066, 2022.
- [69] M. Bouadi, B. Jia, R. Jiang, X. Li, Z.-Y. Gao: *Stability analysis of stochastic second-order macroscopic continuum models and numerical simulations*, arXiv:2204.13937, page 1–23, 2022.
- [70] Y. Li, N. Arora, C. Osorio: *On the fundamental diagram of signal controlled urban roads*, page 1–4, 2022.
- [71] S. K. Syed Abbas, J. Md Diah, M. A. Adnan, A. Y. Rosli: *An overview of speed model study under different types of facilities in Malaysian roadway system*, IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, vol. 1022, no. 1, page 1–8, 2022.
- [72] T. M. Al-Bahr, S. A. Hassan, O. C. Puan, N. Mashros, N. S. A. Sukor: *Speed-Flow-Geometric Relationship for Urban Roads Network*, Applied Sciences, vol. 12, no. 9, page 4231, 2022.
- [73] D. Babić, L. Novačko, A. Ščukanec: *Observing the impact of variable speed limit signs on the traffic flow*, First International Conference “Transport for Today’s Society”, 19-21 May, ЗБОРНИК НА ТРУДОВИ: 63, page 63–71, 2016.
- [74] Narodne Novine d. d.: *Zakon o sigurnosti prometa na cestama*, <https://www.zakon.hr/>, Hrvatska, 2023.
- [75] Ministarstvo mora prometa i infrastrukture: *Odluka o provedbi tehničke kategorizacije javnih cesta u Republici Hrvatskoj*, page 1–3, 2018.
- [76] Hrvatska udruga koncesionara za autoceste s naplatom cestarine (HUKA): *Nacionalno izvješće 2022. o autocestama*, 2022.
- [77] Hrvatska udruga koncesionara za autoceste s naplatom cestarine (HUKA): *Ključne brojke 2021*, 2022.
- [78] Hrvatske ceste d. o. o.: *Tehnička kategorizacija državnih cesta za 2018. godinu – Prilog Planu građenja i održavanja državnih cesta za 2018. godinu*, 2018.
- [79] Hrvatske autoceste d. o. o.: *Tehnička monografija*, Zagreb, 2007.
- [80] QGIS Development Team: *QGIS Geographic Information System. Open Source*
-

*Geospatial Foundation Project*, 2019.

- [81] Hrvatske ceste d. o. o.: *Brojenje prometa na cestama Republike Hrvatske godine 2021, 2022.*
- [82] Promet i prostor d. o. o.: *pipGIS aplikacijski sustav*, Zagreb, 2023.
- [83] Centar za vozila hrvatske d. d. (CVH): *Vrste vozila po županijama i vrstama goriva za 2022. godinu*, 2023.
- [84] The MathWorks Inc.: *MATLAB R2016a [Computer software]*. Natic, MA: The MathWorks Inc., 2016.
- [85] Python Software Foundation: *Python 3.9.7. Programming Language*, 2021.
- [86] WIKIPEDIA. The FreeEncyclopedia: *Stable distribution*, 2010. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Stable\\_distribution#References](https://en.wikipedia.org/wiki/Stable_distribution#References). [Accessed: 12-Jun-2023].

## POPIS SLIKA

Slika 1. Dijagram toka osnovnih faza istraživanja. ....	22
Slika 2. Kartografski prikaz postojeće mreže cesta visokog učinka na području Republike Hrvatske. Izvor: Obrada autora na temelju podataka preuzetih iz [79].....	37
Slika 3. Kartografski prikaz pet percentilnih kategorija cestovnih segmenata utvrđenih percentilnom analizom normiziranih vrijednosti gustoće prometnog toka, nakon eliminacije nereprezentativnih cestovnih segmenata iz ulazne baze podataka. ....	43
Slika 4. Kartografski prikaz potkategorija (klastera) cestovnih segmenata utvrđenih primjenom algoritma k-sredina uz primjenu veličine PGDP-a i postojećih ograničenja brzine kao relevantnih atributnih skupina za provedbu postupka grupiranja cestovnih segmenata unutar svake od pet percentilnih kategorija cestovnih segmenata. ....	45
Slika 5. Kartografski prikaz kružnih zona kreiranih temeljem "buffer" analize provedene u svrhu identifikacije parova reprezentativnih cestovnih segmenata koji se nalaze na malim međusobnim udaljenostima.....	47
Slika 6. Kartografski prikaz lokacija reprezentativnih cestovnih segmenata odabranih za snimanje prometnih tokova prije provedbe postupka logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata.....	48
Slika 7. Kartografski prikaz lokacija konačno odabranih reprezentativnih cestovnih segmenata dobiven nakon postupka logičke eliminacije suvišnih cestovnih segmenata.....	49
Slika 8. PiP webGIS sustav primijenjen za povezivanje relevantnih podataka o dionicama promatrane cestovne mreže, sadržanim u internom vektorskom sloju sustava, sa podacima o geografskim koordinatama odabranih cestovnih segmenata sadržanim u uvezenim vektorskim slojevima "Autoceste_Odabrani_Segmenti.shp" i "Brze_cestes_Odabrani_Segmenti.shp" [82]. ....	51
Slika 9. Besposadna letjelica (dron) MAVIC PRO, primijenjena za snimanje videozapisa odabranih segmenata cesta visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: web stranica Camera Centre UK .....	62
Slika 10. Pregled podataka o letovima besposadne letjelice u sučelju AirData platforme.....	87
Slika 11. Definiranje pozicija ulaznih i izlaznih referentnih linija za detekciju nailaska vozila na zračnom video zapisu u Adobe Premiere Pro 2023 programskom okruženju. ....	92

Slika 12. Obilježavanje vremenskih trenutaka nailaska individualnih vozila u prometnom toku na definirane ulazne i izlazne linije za detekciju na temelju dodavanja oznaka sa komentarima na vremensku traku video zapisa u Adobe Premiere Pro 2023 programskom okruženju.....	93
Slika 13. Izvoz oznaka sa komentarima zabilježenih tijekom pregleda videozapisa iz Adobe Premiere Pro 2023 programskog okruženja u MS Excel bazu podataka. ....	94
Slika 14. Primjer rezultata dobivenih provedbom postupaka linearne i nelinearne regresijske analize u OriginLab OriginPro softveru za statističku obradu podataka. Izvor: preuzeto iz OriginLab OriginPro softvera za statističku obradu podataka. ....	139
Slika 15. Prikaz EasyFit 5.6 Professional programskog okruženja primijenjenog za prilagodbu oblika i testiranje dobrote prilagodbe teorijskih razdioba vjerojatnosti. Izvor: EasyFit 5.6 Professional softver. ....	180

## POPIS GRAFIKONA

Grafikon 1. Komparativni prikaz percentilnih krivulja normaliziranih vrijednosti gustoće prometnog toka i stupnja iskorištenja kapaciteta primijenjenih za klasifikaciju cestovnih segmenata u pet osnovnih percentilnih kategorija. ....	42
Grafikon 2. Komparativni grafički prikazi funkcija sume kvadrata pogrešaka u ovisnosti o broju klastera odabranih za grupiranje segmenata promatrane mreže u potkategorije, dobivenih iterativnom primjenom algoritma k-sredina. [80] .....	44
Grafikon 3. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojanjem prometa provedenom u periodu od 11.03.2019. do 17.03.2019. na cestovnim segmentima: a) Donja Zdenčina – Jastrebarsko; b) Križ – Popovača; c) Bisko – Blato na Cetini; d) čvor Zadar I – čvor Zadar II; e) Ravna Gore – Delnice i f) Babina Greda – Županja.....	54
Grafikon 4. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojanjem prometa provedenom u periodu od 11.03.2019. do 17.03.2019. na cestovnim segmentima: a) Varaždinske toplice – Novi Marof; b) Gospić – Gornja Ploča; c) Zagvozd – Ravča; d) Nova Gradiška – Lužani; e) Bosiljevo II – Ogulin i f) Novigrad – Bosiljevo I.....	55



- Grafikon 5. Komparativni prikaz raspodjele satnih protoka vozila u pojedinim danima tjedna, utvrđenih kontinuiranim brojanjem prometa provedenom u periodu od 11.03.2019. do 17.03.2019. na cestovnim segmentima: a) Jankomir – Zaprešić i b) Novska – Okučani..... 56
- Grafikon 6. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora ..... 109
- Grafikon 7. Percentilna krivulja izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora. .... 109
- Grafikon 8. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima autocesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 111
- Grafikon 9. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima brzih cesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 111
- Grafikon 10. Percentilne krivulje izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora..... 112
- Grafikon 11. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 80 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 113
- Grafikon 12. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 90 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 113

- Grafikon 13. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 100 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 114
- Grafikon 14. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 110 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 114
- Grafikon 15. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 120 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 115
- Grafikon 16. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) izmjerenih vrijednosti brzina individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 130 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 115
- Grafikon 17. Percentilne krivulje izmjerenih vrijednosti brzine individualnih vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u RH s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora. .... 116
- Grafikon 18. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) ekspanziranih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 119
- Grafikon 19. Percentilna krivulja vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odabranim segmentima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 119
- Grafikon 20. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima autocesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 120
- Grafikon 21. Empirijska razdioba apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima brzih cesta u Republici Hrvatskoj po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 120

- Grafikon 22. Percentilna krivulja vrijednosti satnih protoka vozila utvrđenih na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta u RH. Izvor: obrada autora. .... 121
- Grafikon 23. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 80 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 123
- Grafikon 24. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 90 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 123
- Grafikon 25. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 100 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 124
- Grafikon 26. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 110 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 124
- Grafikon 27. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 120 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 125
- Grafikon 28. Empirijske razdiobe apsolutnih i relativnih učestalosti (frekvencija) utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka s ograničenjem brzine od 130 km/h, po definiranim statističkim razredima. Izvor: obrada autora. .... 125
- Grafikon 29. Percentilne krivulje utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora. .... 126
- Grafikon 30. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti brzina vozila u

- prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora..... 130
- Grafikon 31. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti brzina vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora. .... 131
- Grafikon 32. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema utvrđenih vrijednosti satnih protoka vozila u prometnom toku na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora..... 131
- Grafikon 33 Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti satnih protoka vozila na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora. .... 132
- Grafikon 34. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičkih sredina, medijana, interkvartilnih raspona i ekstrema utvrđenih vrijednosti gustoće prometnog toka na odabranim segmentima cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora. .... 132
- Grafikon 35. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema izmjerenih vrijednosti gustoće prometnog toka na odabranim segmentima cesta visokog učinka u RH s ograničenjima brzine u rasponu od 80 km/h do 130 km/h. Izvor: obrada autora. .... 133
- Grafikon 36. Komparativni prikaz regresijskih funkcija "brzina-gustoća" utvrđenih analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 141
- Grafikon 37. Prikaz linearne regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 142

Grafikon 38. Prikaz logaritamske regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	142
Grafikon 39. Prikaz eksponencijalne regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	143
Grafikon 40. Prikaz kubne regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	143
Grafikon 41. Prikaz potencijske regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	144
Grafikon 42. Prikaz logističke regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	144
Grafikon 43. Prikaz sigmoidne regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	145
Grafikon 44. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela "brzina-gustoća" i gustoće prometnog toka. Izvor: obrada autora. ....	148
Grafikon 45. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela "brzina-gustoća" i predviđenih vrijednosti brzine prometnog toka. Izvor: obrada autora. ....	148
Grafikon 46. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela "brzina-gustoća". Izvor: obrada autora. ....	150
Grafikon 47. Komparativni prikaz krivulja "protok-gustoća" utvrđenih analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. ....	156

- Grafikon 48. Prikaz krivulje "protok-gustoća" linearnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 157
- Grafikon 49. Prikaz krivulje "protok-gustoća" logaritamskog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 157
- Grafikon 50. Prikaz krivulje "protok-gustoća" eksponencijalnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora ..... 158
- Grafikon 51. Prikaz krivulje "protok-gustoća" kubnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 158
- Grafikon 52. Prikaz krivulje "protok-gustoća" potencijskog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 159
- Grafikon 53. Prikaz krivulje "protok-gustoća" logističkog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 159
- Grafikon 54. Prikaz krivulje "protok-gustoća" sigmoidnog modela utvrđene analizom empirijskog uzorka prikupljenog na odabranim odsječcima cesta visokog učinka u RH. Izvor: obrada autora. .... 160
- Grafikon 55. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela "protok-gustoća" i gustoće prometnog toka. Izvor: obrada autora. .... 164
- Grafikon 56. Odnos između standardiziranih rezidualnih vrijednosti odabranih regresijskih modela "protok-gustoća" i predviđenih vrijednosti protoka vozila. Izvor: obrada autora. .... 164
- Grafikon 57. Komparativni prikaz raspona varijacije, aritmetičke sredine, medijana, interkvartilnog raspona i ekstrema standardiziranih rezidualnih vrijednosti promatranih regresijskih modela "protok-gustoća". Izvor: obrada autora. .... 165

- Grafikon 58. Komparativni prikaz specifičnih oblika eksponencijalne regresijske funkcije "brzina-gustoća" utvrđene analizom parcijalnih empirijskih uzoraka prikupljenih na odsječcima autocesta i brzih cesta u RH. Izvor: obrada autora..... 168
- Grafikon 59. Komparativni prikaz specifičnih oblika krivulja "protok-gustoća" negativnog eksponencijalnog modela utvrđene analizom parcijalnih empirijskih uzoraka prikupljenih na odsječcima autocesta i brzih cesta u Republici Hrvatskoj. Izvor: obrada autora..... 170
- Grafikon 60. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila utvrđene u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku sa prilagođenim teorijskim oblikom funkcije gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GEV). Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 195
- Grafikon 61. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila utvrđene u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku sa prilagođenim teorijskim oblikom kumulativne funkcije gustoće vjerojatnosti generalizirane razdiobe ekstremnih vrijednosti (GEV). Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 195
- Grafikon 62. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabrane teorijske razdiobe ocijenjene kao prikladne za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 196
- Grafikon 63. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijske i odabrane teorijske razdiobe ocijenjene kao prikladne za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 196
- Grafikon 64. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 197
- Grafikon 65. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao

- prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 197
- Grafikon 66. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 198
- Grafikon 67. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 198
- Grafikon 68. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 199
- Grafikon 69. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 199
- Grafikon 70. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 200
- Grafikon 71. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 200



- Grafikon 72. Komparativni prikaz empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 201
- Grafikon 73. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe brzina vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 201
- Grafikon 74. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 202
- Grafikon 75. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila brzina empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti parametra brzine prometnog toka u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 202
- Grafikon 76. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 211
- Grafikon 77. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 211
- Grafikon 78. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu

- vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 212
- Grafikon 79. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 212
- Grafikon 80. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 213
- Grafikon 81. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 213
- Grafikon 82. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 214
- Grafikon 83. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 214
- Grafikon 84. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 215
- Grafikon 85. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu

- vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 215
- Grafikon 86. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 216
- Grafikon 87. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 216
- Grafikon 88. Komparativni prikaz empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim oblicima funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 217
- Grafikon 89. Komparativni prikaz kumulativne empirijske razdiobe protoka vozila sa odabranim teorijskim kumulativnim funkcijama gustoće vjerojatnosti ocijenjenim kao prikladnim za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 217
- Grafikon 90. Prikaz odnosa vjerojatnosti empirijske i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional..... 218
- Grafikon 91. Prikaz odnosa vrijednosti kvantila protoka empirijskih i odabranih teorijskih razdioba ocijenjenih kao prikladnih za opis varijabilnosti minutnih protoka vozila u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku. Izvor: Obrada autora u programskom okruženju EasyFit 5.6 Professional. .... 218
- Grafikon 92. Logaritamski regresijski model ovisnosti standardne devijacije brzina vozila u prometnom toku o gustoći prometnog toka..... 228

- Grafikon 93. Komparativni prikaz vrijednosti determinističke komponente modela i vrijednosti parametara lokacije, skale i oblika teorijske razdiobe vjerojatnosti odabrane za simulaciju varijacija u vrijednostima brzine prometnog toka. .... 231
- Grafikon 94. Trodimenzionalni prikazi determinističke i stohastičke komponente temeljnog vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokoga učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: Slika generirana na temelju programskog jezika Python..... 233
- Grafikon 95. Prikaz regresijskog modela "brzina-gustoća", razvijenog i validiranog na temelju prve iteracije postupka unakrsne validacije, sa poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Izvor: Obrada autora..... 251
- Grafikon 96. Prikaz regresijskog modela "brzina-gustoća", razvijenog i validiranog na temelju druge iteracije postupka unakrsne validacije, sa poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Izvor: Obrada autora..... 251
- Grafikon 97. Prikaz regresijskog modela "brzina-gustoća", razvijenog i validiranog na temelju treće iteracije postupka unakrsne validacije, sa poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Izvor: Obrada autora..... 252
- Grafikon 98. Prikaz regresijskog modela "brzina-gustoća", razvijenog i validiranog na temelju četvrte iteracije postupka unakrsne validacije, sa poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Izvor: Obrada autora..... 252
- Grafikon 99. Prikaz regresijskog modela "brzina-gustoća", razvijenog i validiranog na temelju pete iteracije postupka unakrsne validacije, sa poduzorcima primijenjenim za učenje i validaciju modela. Izvor: Obrada autora..... 253
- Grafikon 100. Komparativni prikaz simuliranih vrijednosti temeljnog vjerojatnosnog modela za ceste visokoga učinka u RH sa empirijskim vrijednostima parametara prometnoga toka sadržanim u prvom poduzorku pripremljenom za validaciju modela (Simulirani uzorak: 1200 slučajnih vrijednosti na temelju prilagođenih oblika GEV razdiobe). Izvor: Obrada autora. .... 256
- Grafikon 101. Komparativni prikazi regresijskih funkcija "brzina-gustoća" i "protok gustoća" (determinističke komponente) vjerojatnosnog modela prometnog toka za ceste visokog učinka u Republici Hrvatskoj s prilagođenim oblicima regresijskih funkcija "brzina-gustoća" i "protok-gustoća" dobivenih kalibracijom odabranih modela prometnog toka definiranih u stranoj literaturi. Izvor: Obrada autora. 267

## POPIS TABLICA

- Tablica 1. Tabela popis intervala vršnih satnih opterećenja, reprezentativnih za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta..... 57
- Tablica 2. Tabela popis intervala izvanvršnih satnih opterećenja, reprezentativnih za provedbu snimanja prometnih tokova na odabranim segmentima autocesta i brzih cesta..... 57
- Tablica 3. Popis datuma i mjerodavnih satnih intervala tijekom kojih su provedena snimanja prometnih tokova besposadnom letjelicom na odabranim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: Obrada autora. .... 72
- Tablica 4. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0002-ID17904 (D. Zdenčina – Jastrebarsko) i A1-0007-ID17787 (Bosiljevo 2 - Ogulin). 73
- Tablica 5. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0013-ID17789 (Gospić – Gornja Ploča) i A1-0018-ID17745 (Zadar 1 – Zadar 2). .... 74
- Tablica 6. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A1-0028-ID18229 (Bisko – Blato na Cetini) i A2-0006-ID18497 (Zaprešić – Mokrice)..... 75
- Tablica 7. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A3-0005-ID7027 (Lučko – Buzin) i A3-0013-ID18828 (Križ – Popovača). .... 76
- Tablica 8. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A3-0019-ID18969 (N. Gradiška – Lužani) i A3-0025-ID18843 (Babina Greda – Županja)... 77
- Tablica 9. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine,

operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima A4-0007-ID19254 (Novi Marof – Varaždinske Toplice) i A6-0003-ID19504 (Ravna Gora – Delnice). .....	78
Tablica 10. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima D10-0001 (Sveta Helena – Vrbovec zapad) i D424-0001 (Tromilja – Sveti Martin). .....	79
Tablica 11. Prikaz lokacija odabranih za snimanje prometa sa pregledom osnovnih podataka o vremenskim periodima snimanja, prikupljenim uzorcima, ograničenjima brzine, operativnim brzinama te veličini i strukturi prometnog toka na odsječcima D1-0017-ID92 (Klis-Grlo – Dugopolje) i D2-0011-ID1212 (Koridor Vc – Osijek zapad). ....	80
Tablica 12. Popis osnovnih metapodataka videozapisa snimljenih besposadnom letjelicom na odabranim segmentima mreže cesta visokog učinka u Republici Hrvatskoj tijekom terenskih istraživanja. ....	83
Tablica 13. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke izmjerenih vrijednosti brzine prometnog toka prikupljene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora. ....	129
Tablica 14. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke vrijednosti protoka vozila prikupljene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora. ....	129
Tablica 15. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti osnovnih parametara deskriptivne statistike za cjelokupni empirijski uzorak te parcijalne uzorke vrijednosti gustoće prometnog toka utvrđene na promatranim odsječcima autocesta i brzih cesta. Izvor: obrada autora. ....	130
Tablica 16. Komparativni prikaz apsolutnih i normaliziranih vrijednosti promatranih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi razvijenih regresijskih modela "brzina-gustoća" te utvrđenih kumulativnih ocjena performansi i razina prikladnosti primjene modela. Izvor: obrada autora. ....	154

- Tablica 17. Komparativni prikaz apsolutnih i normaliziranih vrijednosti promatranih kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja performansi razvijenih regresijskih modela "protok-gustoća" te utvrđenih kumulativnih ocjena performansi i razina prikladnosti primjene modela. Izvor: obrada autora. .... 167
- Tablica 18. Komparativni prikaz vrijednosti faktora prilagodbe, ovisnih o tipu (kategoriji) ceste visokog učinka, na temelju kojih se osnovna negativna eksponencijalna funkcija regresije determinističke komponente temeljnog vjerojatnosnog modela može svesti na specifične oblike prikladnije za opisivanje karakteristika prometnih tokova na autocestama i brzim cestama. Izvor: Obrada autora..... 171
- Tablica 19. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora. .... 185
- Tablica 20. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora. .... 186
- Tablica 21. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti parametra brzine prometnog toka utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora. .... 188
- Tablica 22. Komparativni prikaz matematičkih formulacija funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenih kao najprikladnijih za opis varijabilnosti brzine u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: Obrada autora. .... 192
- Tablica 23. Komparativni prikaz kalibriranih vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom odabranih teorijskih razdioba na empirijske razdiobe izmjerenih vrijednosti brzina u različitim intervalima gustoće prometnog toka. Izvor: Obrada autora. .... 193

- Tablica 24. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 0 do 10 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora..... 204
- Tablica 25. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 10 do 20 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora..... 204
- Tablica 26. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 20 do 40 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora..... 205
- Tablica 27. Popis rezultata provedenih statističkih testova dobrote prilagodbe odabranih teorijskih funkcija gustoće vjerojatnosti na empirijsku razdiobu vrijednosti protoka vozila utvrđenu u intervalu vrijednosti gustoće prometnog toka od 40 do 60 voz/km/traku, dobivenih pri različitim razinama signifikantnosti testa. Izvor: Obrada autora..... 205
- Tablica 28. Komparativni prikaz matematičkih formulacija funkcija gustoće vjerojatnosti ocijenjenih kao najprikladnijih za opis varijabilnosti minutnih protoka u definiranim intervalima gustoće prometnog toka na cestama visokog učinka u Republici Hrvatskoj. Izvor: Obrada autora..... 208
- Tablica 29. Komparativni prikaz kalibriranih vrijednosti parametara oblika, pomaka i skale odabranih funkcija gustoće vjerojatnosti, utvrđene prilagodbom odabranih teorijskih razdioba na empirijske razdiobe minutnih protoka vozila u različitim intervalima gustoće prometnog toka. Izvor: Obrada autora. .... 209
- Tablica 30. Tabelarni prikaz vrijednosti determinističke komponente temeljnog vjerojatnosnog modela "brzina-gustoća" te vrijednosti parametra lokacije, skale i oblika funkcije gustoće vjerojatnosti odabrane teorijske razdiobe, izračunatih pri različitim vrijednostima gustoće prometnog toka, u intervalu od 0 do 140 voz/km/traku..... 232



Tablica 31. Tabela prikaz vrijednosti parametra lokacije, skale i oblika funkcije gustoće vjerojatnosti Generalizirane razdibe ekstremnih vrijednosti (GAV), utvrđenih za četiri osnovna intervala vrijednosti gustoće prometnog toka u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela.....	255
Tablica 32. Komparativan prikaz vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi modela, utvrđenih u pojedinim iteracijama postupka unakrsne validacije modela .....	258
Tablica 33. Komparativan prikaz 11 odabranih, najznačajnijih modela temeljnog dijagrama prometnog toka definiranih u stranoj literaturi.....	262
Tablica 34. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi predloženog vjerojatnosnog modela "brzina-gustoća" i odabranih modela "brzina-gustoća" definiranih u stranoj literaturi. Izvor: Obrada autora.....	269
Tablica 35. Komparativni prikaz utvrđenih vrijednosti relevantnih pokazatelja performansi predloženog vjerojatnosnog modela "protok-gustoća" i odabranih modela "protok-gustoća" definiranih u stranoj literaturi. Izvor: Obrada autora.....	270
Tablica 36. Popis promatranih modela "brzina-gustoća" i "protok-gustoća", prioritiziranih po rangovima važnosti utvrđenih na temelju kumulativnih normiziranih ocjena performansi modela.....	271

## POPIS AKRONIMA I KRATICA

AEB	Auto-Exposure Bracketing (Automatsko snimanje s raznim ekspozicijama)
AZM	Zagreb-Macelj motorway Ltd. (Autocesta Zagreb – Macelj d. o. o.)
BC	Express Road (Brza cesta)
BML	Biham-Middleton-Levine model
BP	Break Point (Točka loma)
CA	Cellular Automata models (Modeli ćelijskog automata)
CAD	Computer-Aided Design (Računalom potpomognuto oblikovanje)
CI	Confidence Interval (Interval pouzdanosti)
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor (Komplementarni poluvodič metalnog oksida)
CVH	Center for Vehicles of Croatia (Centar za vozila Hrvatske)
EJA	Equivalent passenger car unit (Ekvivalentna jedinica automobila)
exFAT	Extended File Allocation Table (Prošireni datotečni sustav tablice)
FAT32	File Allocation Table 32 (32-bitni datotečni sustav tablice)
FCC	Federal Communications Commission (Savezna komisija za komunikaciju)
FFS	Free Flow Speed (Brzina slobodnog toka)
FHD	Full High Definition (Puna visoka definicija)
FOV	Field of View (Vidno polje)
FPS	Frames Per Second (Broj slika u sekundi)
GIS	Geographic Information System (Geografski informacijski sustav)
GLONASS	Global Navigation Satellite System (Globalni navigacijski satelitski sustav)
GNSS	Global navigation satellite system (Globalni navigacijski satelitski sustav)
GP	Border Crossing (Granični prijelaz)
GPS	Global Positioning System (Globalni položajni sustav)
GRG	Generalized Reduced Gradient (Opća metoda reduciranog gradijenta)
HAC	Croatian Motorways Ltd. (Hrvatske autoceste d. o. o.)
HBS	Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (Priručnik za dimenzioniranje cestovno-prometnih objekata)
HC	Croatian roads Ltd. (Hrvatske ceste d. o. o.)
HCM	Highway Capacity Manual (Priručnik za propusnu moć cesta)
HD	High-Definition (Visoka razlučivost)
HUKA	Croatian Association of Tolled Motorway Concessionaires (Hrvatska udruga koncesionara za autoceste s naplatom cestarine)
ID	Identity Number (Identifikacijski broj)
INA	Oil Industry Plc. (Industrija nafte d. d.)

ISO	International Organization for Standardization (Međunarodna organizacija za normizaciju)
ITS	Intelligent Traffic System (Inteligentni transportni sustav)
4K	4K resolution (4K rezolucija)
K-S	Kolmogorov-Smirnovljev test (Kolmogorov-Smirnovljev statistički test)
LAT	Latitude (Geografska širina)
LON	Longitude (Geografska duljina)
LWR	Lighthill-Whitham-Richards model
MAD	Mean Absolute Deviation (Srednja apsolutna devijacija)
MAE	Mean Absolute Error (Srednja apsolutna pogreška)
MAPE	Mean Absolute Percentage Error (Srednja apsolutna postotna pogreška)
MPE	Mean Percentage Error (Srednja postotna pogreška)
MPS	Many Particles Systems (Sustavi mnoštva čestica)
MS	Microsoft (Korporacija Microsoft)
NRMSE	Normalized Root Mean Square Error (Normizirani korijen srednje kvadratne pogreške)
PGDP	Annual Average Daily Traffic (Prosječni Godišnji Dnevni Promet)
PLDP	Average Summer Daily traffic (Prosječni Ljetni Dnevni Promet)
POA	Percentage of passenger cars (Postotak osobnih automobila)
PTV	Percentage of Heavy vehicles (Postotak teretnih vozila)
QGIS	Quantum Geographic Information System (Kvantni geografski informacijski sustav)
RAP	Road Assessment Programme (Program za ocjenu cestovne infrastrukture)
RH	Republic of Croatia (Republika Hrvatska)
RIN	Royal Institute of Navigation (Kraljevski institut za navigaciju iz Londona)
RMSE	Root Mean Square Error (Korijen srednje kvadratne pogreške)
RMSPE	Root Mean Square Percentage Error (Korijen srednje kvadratne postotne pogreške)
SAD	United States of America (Sjedinjene Američke Države)
SD	Secure Digital card (Sigurna digitalna memorijska kartica)
SRS	Star Rating Scoring (Ocjenjivanje zvjezdicama)
TP	Travaux Publics (Javni Radovi)
UAV	Unmanned Aerial Vehicle (Besposadna letjelica)
UHS	Ultra High Speed (Ultra visoka brzina)
UK	United Kingdom (Ujedinjeno Kraljevstvo)
USA	United States of America (Sjedinjene Američke Države)
USB	Universal Serial Bus (Univerzalna serijska sabirnica)

## POPIS KORIŠTENIH SIMBOLA

$ x $	apsolutna vrijednost od $x$
$\wedge$	matematički simbol I
$\vee$	matematički simbol II
$\approx$	približna jednakost
$\subset$	podskup
$[x]$	funkcija „stropa“
$\lfloor x \rfloor$	funkcija „poda“
$\mu$	aritmetička sredina (srednja empirijska očekivana vrijednost) promatranog parametra prometnog toka
$\mu_{sr}$	ponderirana aritmetička sredina promatranog parametra prometnog toka
$\forall$	univerzalni kvantifikator (za sve elemente skupa)
$A_2$	testna statistika Anderson-Darlingova testa
$C_{ep}$	procijenjena dnevna praktična propusna moć [voz/dan]
$CV$	koeficijent varijacije vrijednosti u prikupljenome statističkom uzorku
$d$	vrijednost standardnog odstupanja
$D$	testna statistika Kolmogorov-Smirnovljeva testa
$D$	prosječna gustoća prometnog toka (HCM metodologija) [pc/km]
$d_d$	donja granica promatranoga statističkog razreda
$d_g$	gornja granica promatranoga statističkog razreda
$e$	marginna pogreške (interval pouzdanosti)
$E[X]$	srednja očekivana vrijednost razdiobe vjerojatnosti
$erf(x)$	funkcija pogreške
$\exp(X)$	eksponencijalna funkcija $ex$
$f(x)$	regresijska funkcija vjerojatnosnog modela
$F(X \leq x)$	kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti promatranog parametra prometnog toka
$f_a$	apsolutna učestalost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka
$f_c$	kumulativna učestalost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka
$f_{ei}$	empirijska frekvencija u $i$ -tom statističkom razredu
$FFI_i$	trenutna fotografija videozapisa na kojoj je detektiran nailazak vozila na izlaznu liniju detekcije [frame]
$FFS$	brzina slobodnog toka (HCM metodologija) [mph]

$FF_{ui}$	trenutna fotografija videozapisa na kojoj je detektiran nailazak vozila na ulaznu liniju detekcije [frame]
FPS	broj fotografija po sekundi promatranog videozapisa [frame/s]
$f_r$	relativna učestalost pojave definiranih intervalnih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka
$f_{ti}$	teorijska frekvencija u i-tom statističkom razredu
$g$	gustoća prometnog toka [voz/km]
$g_e$	procijenjena gustoća prometnog toka na 100-metarskom cestovnom segmentu [voz/km]
$g_i$	gustoća prometnog toka u diskretnom vremenskom trenutku i [voz/km]
$g_{max}$	gustoća zagušenja [voz/km]
$G_{maxi}$	gornja dopuštena granična vrijednost promatranog parametra prometnog toka
$g_{norm}$	normalizirana vrijednost gustoće prometnog toka
$g_{zt}$	gustoća zasićenja (kritična gustoća) [voz/km]
$HHI_i$	trenutni sat videozapisa zabilježen prilikom nailaska vozila na izlaznu liniju detekcije [h]
$HH_{ui}$	trenutni sat videozapisa zabilježen prilikom nailaska vozila na ulaznu liniju detekcije [h]
IK	interkvartilni raspon
K	faktor udjela vršnog satnog protoka u PGDP-u [%]
k	broj statističkih razreda promatranog parametra prometnog toka
$\ln(x)$	funkcija prirodnog logaritma
$L_o$	duljina promatranog odsječka [m]
M3	centralni moment trećeg reda
M4	centralni moment četvrtog reda
$\max(g)$	maksimalna utvrđena vrijednost gustoće prometnog toka [voz/km]
$\max(\rho)$	maksimalna utvrđena vrijednost stupnja iskorištenja kapaciteta [%]
$M_d$	medijan razdiobe vjerojatnosti
$\min(g)$	minimalna utvrđena vrijednost gustoće prometnog toka [voz/km]
$\min(\rho)$	minimalna utvrđena vrijednost stupnja iskorištenja kapaciteta [%]
$MMI_i$	trenutna minuta videozapisa zabilježena prilikom nailaska vozila na izlaznu liniju detekcije [min]
$MM_{ui}$	trenutna minuta videozapisa zabilježena prilikom nailaska vozila na ulaznu liniju detekcije [min]
$M_{od}$	mod razdiobe vjerojatnosti
N	broj prikupljenih empirijskih vrijednosti parametra prometnog toka
n	veličina prikupljenog uzorka empirijskih vrijednosti parametara prometnog toka

$N_i$	broj vozila na promatranom odsječku autoceste u diskretnom trenutku $i$ [voz]
$N_{pop}$	veličina statističke populacije
$N_s$	veličina prikupljenoga statističkog uzorka
$N_{val}$	veličina promatranoga statističkog uzorka odabranog za validaciju modela
$O_i$	podatkovni skup svih izmjerenih empirijskih vrijednosti $i$ -tog promatranog parametra prometnog toka
$p$	$p$ -vrijednost (statistička signifikantnost) testa
$P(X=x)$	funkcija gustoće vjerojatnosti promatranog parametra prometnog toka
$PI$	širina percentilnog raspona (intervala) između odabranog para percentilnih vrijednosti promatrane varijable
$POA$	udio osobnih automobila u prometnom toku [%]
$PTV$	udio teretnih vozila u prometnom toku [%]
$q(g)$	protok u ovisnosti o gustoći prometnog toka [voz/h]
$q''(g)$	druga derivacija funkcije protoka u ovisnosti o gustoći prometnog toka
$Q_1$	vrijednost donjeg kvartila
$Q_3$	vrijednost gornjeg kvartila
$q_{95}$	95. percentil protoka vozila [voz/h]
$q_{99}$	99. percentil protoka vozila [voz/h]
$q_i$	vrijednost trenutnih protoka vozila [voz/h]
$q_{mj}$	mjerodavni vršni satni protok [voz/h]
$r$	koeficijent korelacije
$R$	raspon varijacije prikupljenoga statističkog uzorka
$r^2$	koeficijent determinacije
$s$	nepristrana vrijednost standardne devijacije prikupljenoga statističkog uzorka
$S$	prosječna brzina prometnog toka (HCM metodologija) [mph]
$s_2$	nepristrana vrijednost varijance prikupljenoga statističkog uzorka
$S_{min}$	minimalna reprezentativna veličina statističkog uzorka koju je potrebno prikupiti na svakom odabranom segmentu mreže prometnica visokog učinka
$SSI_i$	trenutna sekunda videozapisa zabilježena prilikom nailaska vozila na izlaznu liniju detekcije [s]
$SS_{ui}$	trenutna sekunda videozapisa zabilježena prilikom nailaska vozila na ulaznu liniju detekcije [s]
$t_{hi}$	interval slijeda između dva uzastopna vozila u prometnom toku izmjeren na izlaznoj liniji detekcije [s]
$t_{hu}$	interval slijeda između dva uzastopna vozila u prometnom toku izmjeren na ulaznoj liniji detekcije [s]
$t_{fi}$	vremenski trenutak nailaska $i$ -tog vozila na izlaznu liniju detekcije [s]

$t_{i+1}$	vremenski trenutak nailaska prvog sljedećeg vozila iza i-tog vozila na izlaznu liniju detekcije [s]
$t_{U_i}$	vremenski trenutak nailaska i-tog vozila na ulaznu liniju detekcije [s]
$t_{ui+1}$	vremenski trenutak nailaska prvog sljedećeg vozila iza i-tog vozila na ulaznu liniju detekcije [s]
$v$	mjerodavni protok vozila (HCM metodologija) [pc/h]
$V(g)$	brzina u ovisnosti o gustoći prometnog toka [km/h]
$V(q)$	brzina u ovisnosti o protoku vozila [km/h]
$V[X]$	varijanca razdiobe vjerojatnosti
$V_A$	ograničenje brzine na kolniku A [km/h]
$V_B$	ograničenje brzine na kolniku B [km/h]
$V_i$	brzina i-tog vozila u prometnom toku na promatranom odsječku [km/h]
$V_{max}$	brzina slobodnog toka [km/h]
$V_{0.85A}$	85-percentilna operativna brzina vozila u prometnom toku na kolniku A [km/h]
$V_{0.85B}$	85-percentilna operativna brzina vozila u prometnom toku na kolniku B [km/h]
$V_{oA}$	prosječna operativna brzina vozila u prometnom toku na kolniku A [km/h]
$V_{oB}$	prosječna operativna brzina vozila u prometnom toku na kolniku B [km/h]
$V_{omean}$	prosječna operativna brzina vozila u prometnom toku [km/h]
$V_{zt}$	brzina zasićenog toka (kritična brzina) [km/h]
$w$	širina statističkog razreda promatranog parametra prometnog toka
$x_i$	empirijske opservacije sadržane u filtriranom statističkom uzorku nakon eliminacije ekstremnih vrijednosti
$x_{max}$	najveća numerička vrijednost promatranog parametra prometnog toka
$x_{min}$	najveća numerička vrijednost promatranog parametra prometnog toka
$y_d$	odabrana donja granična percentilna vrijednost promatrane varijable
$y_g$	odabrana gornja granična percentilna vrijednost promatrane varijable
$Y_i$	poredane vrijednosti promatranog parametra prometnog toka, sadržanog u prikupljenome statističkom uzorku
$y_i$	empirijske vrijednosti promatranih parametara prometnog toka sadržane u uzorku odabranom za validaciju modela u promatranj iteraciji postupka unakrsne validacije modela
$\bar{y}_i$	modelirane vrijednosti promatranih parametara prometnog toka dobivene primjenom funkcije regresije predloženih temeljnih vjerojatnosnih modela prometnog toka
$z$	broj standardnih odstupanja od očekivanih srednjih vrijednosti promatranih parametara prometnog toka
$\alpha$	koeficijent asimetrije
$\gamma$	koeficijent spljoštenosti

---

$\Delta t_i$	vrijeme prolaska i-tog vozila kroz promatrani odsječak autoceste [s]
$\xi(x)$	stohastička funkcija vjerojatnosnog modela
P	stupanj iskorištenja propusne moći (kapaciteta) prometnice [%]
$\rho_{\text{norm}}$	normalizirana vrijednost stupnja iskorištenja kapaciteta
$\Sigma$	standardna devijacija uzorka
$\phi_i$	podatkovni podskup realnih vrijednosti i-tog promatranog parametra prometnog toka
$\chi^2$	Hi-kvadrat test
$\chi^2$	testna statistika Hi-kvadrat testa
$\chi^2_{1-\alpha, k-c}$	kritična vrijednost Hi-kvadrat testa uz k-c stupnjeva slobode i zadanu razinu signifikantnosti $\alpha$
$\chi_i$	empirijske opservacije sadržane u originalnom statističkom uzorku

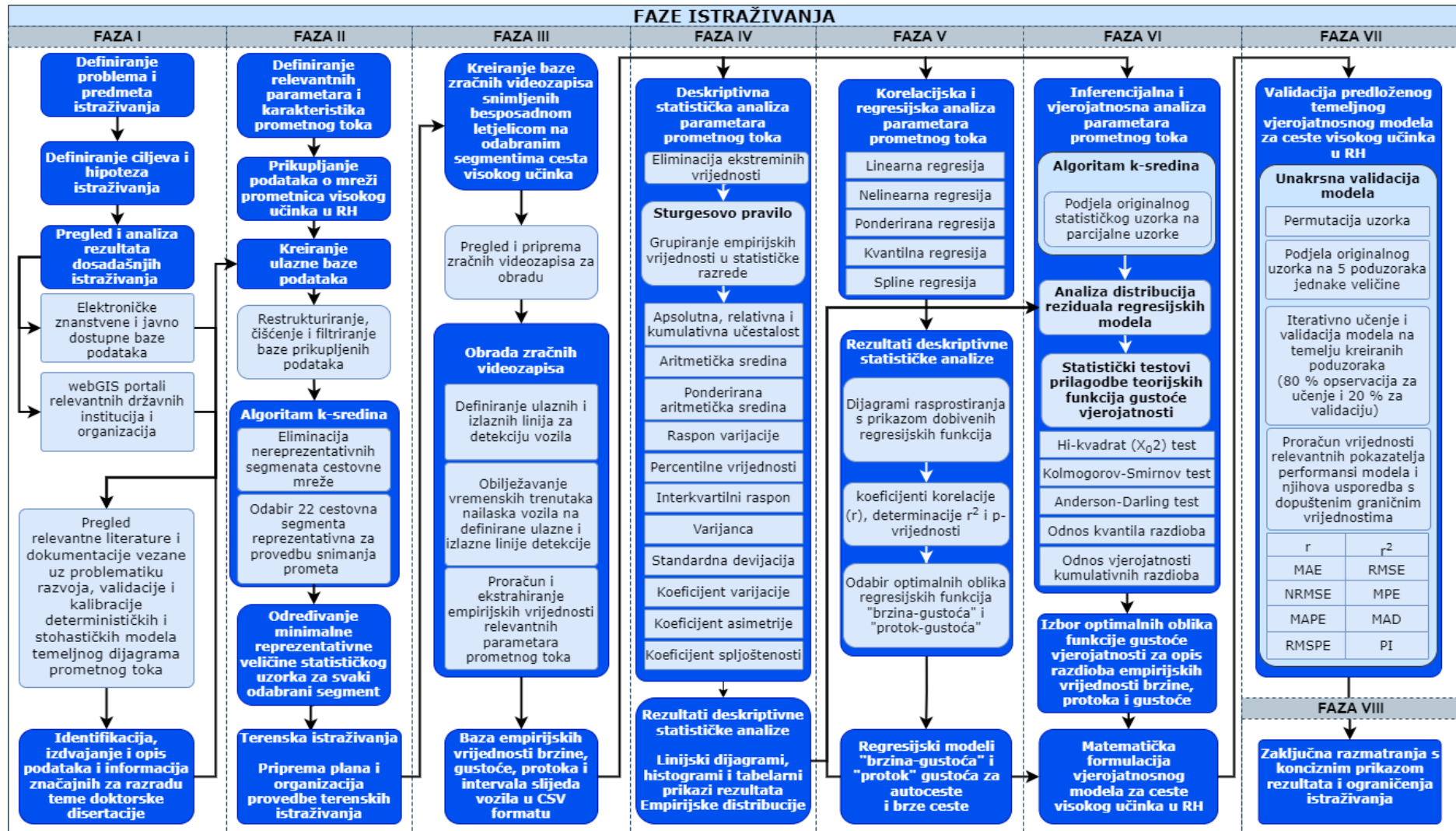


## **PRILOZI**

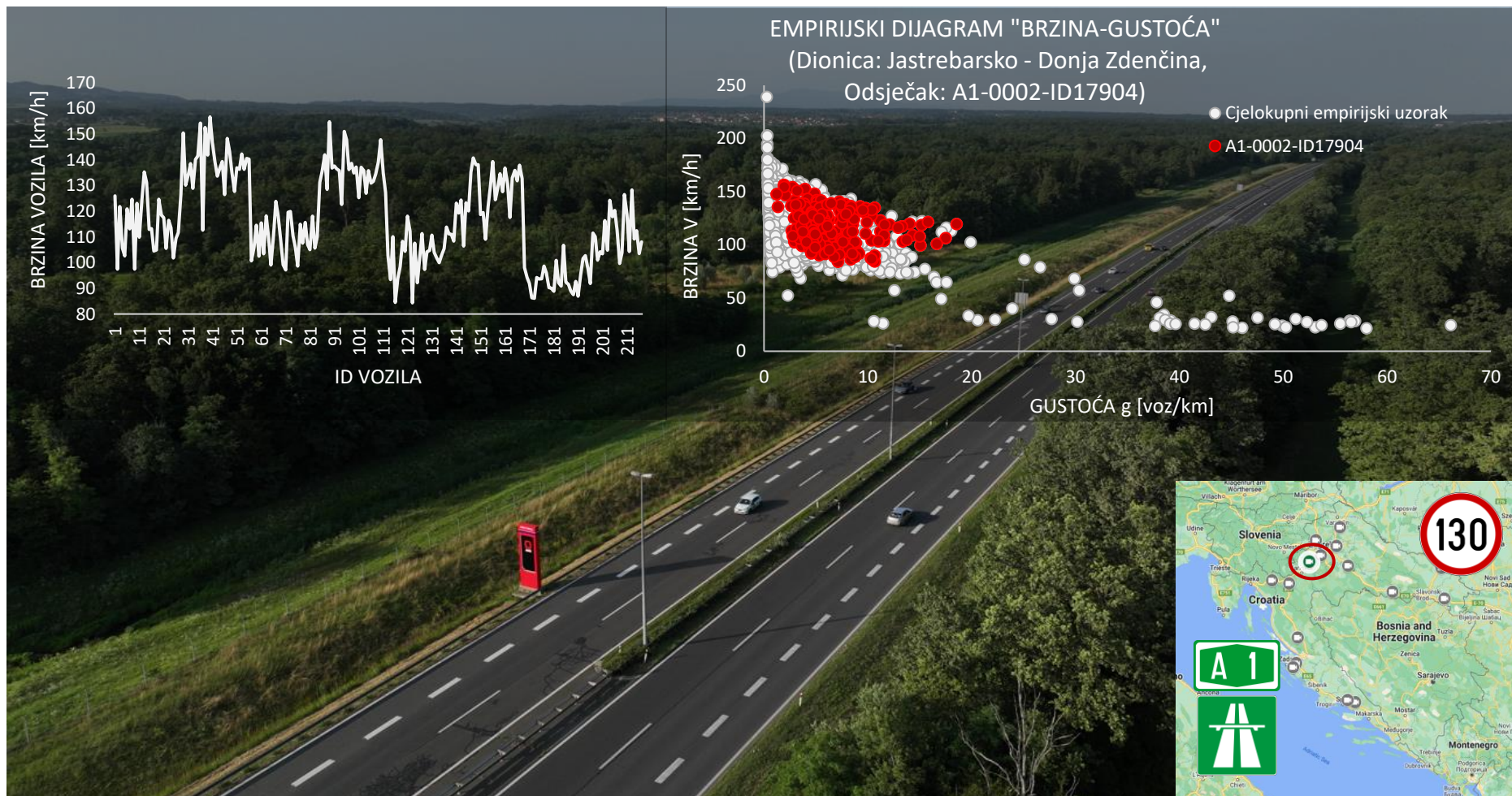
### **PRILOG A. DETALJAN DIJAGRAM TOKA FAZA ISTRAŽIVANJA**

### **PRILOG B. PREGLEDNI PRIMJERI FOTODOKUMENTACIJE PRIKUPLJENE TERENSKIM ISTRAŽIVANJEM NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA S GRAFIČKIM PRIKAZIMA OSNOVNIH REZULTATA REGRESIJSKE ANALIZE**

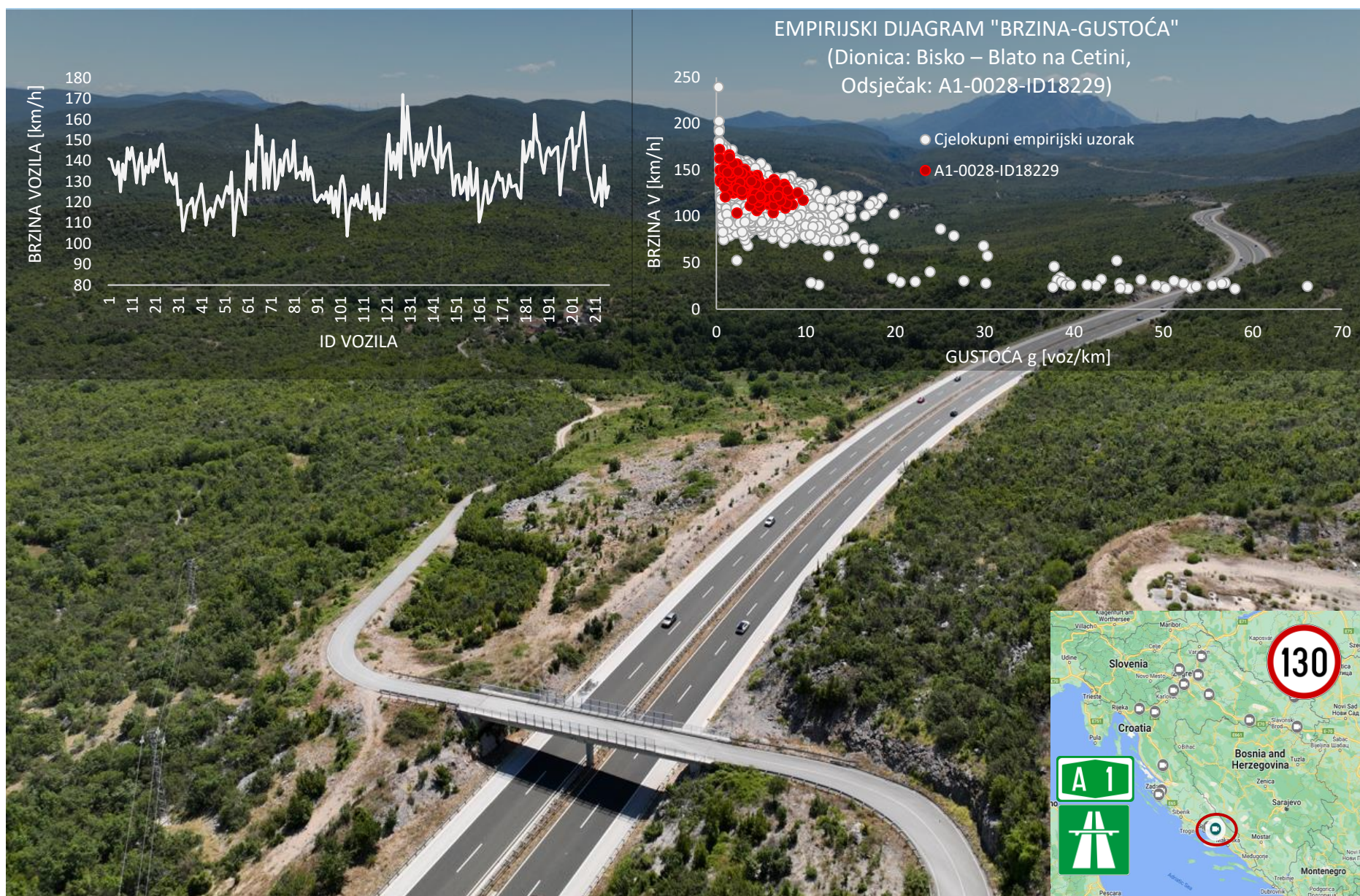
**PRIOLOG A. DETALJAN DIJAGRAM TOKA FAZA ISTRAŽIVANJA**



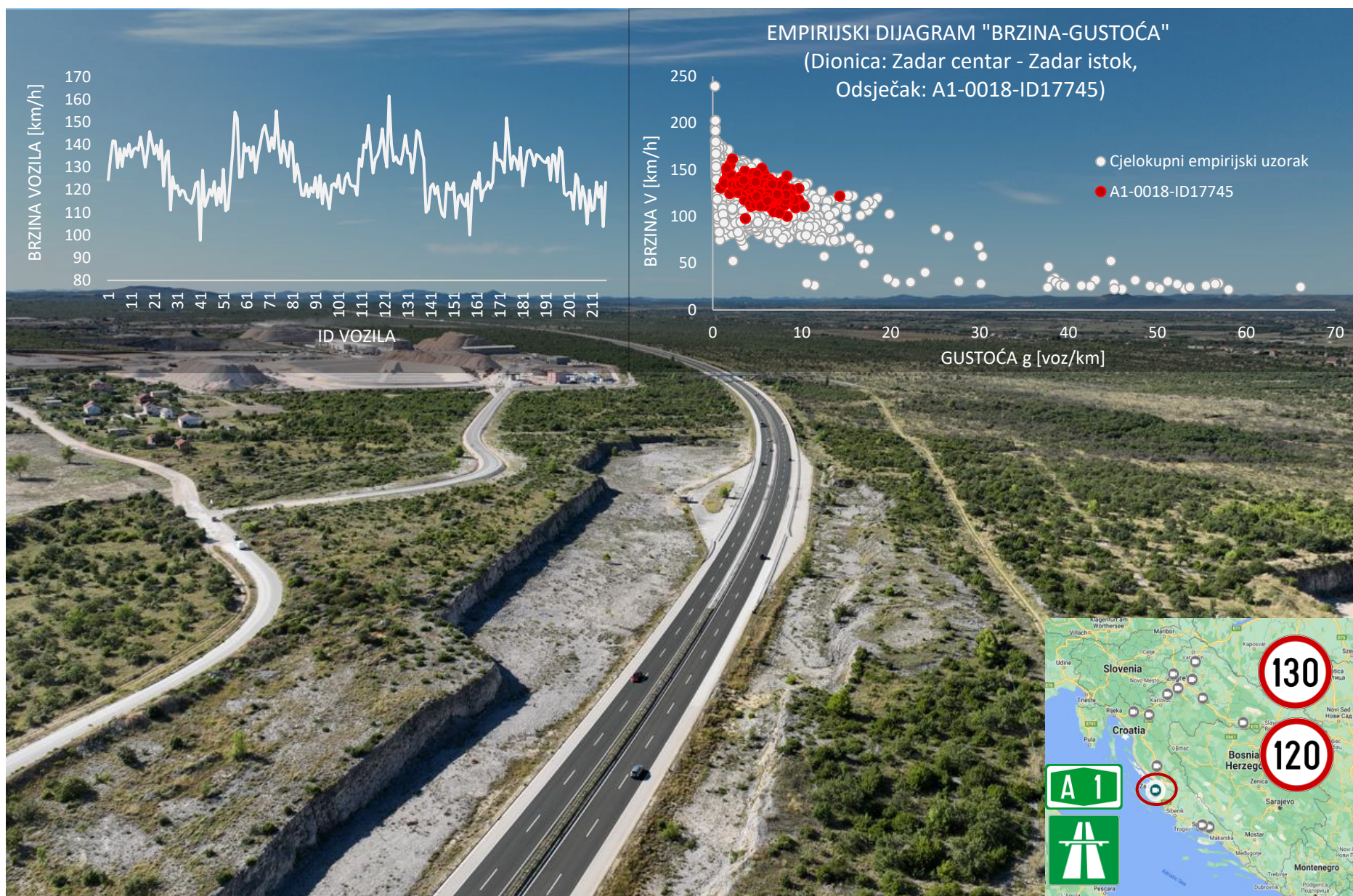
## PRILOG B. PREGLEDNI PRIMJERI FOTODOKUMENTACIJE PRIKUPLJENE TERENSKIM ISTRAŽIVANJEM NA ODABRANIM SEGMENTIMA CESTA VISOKOG UČINKA S GRAFIČKIM PRIKAZIMA OSNOVNIH REZULTATA REGRESIJSKE ANALIZE



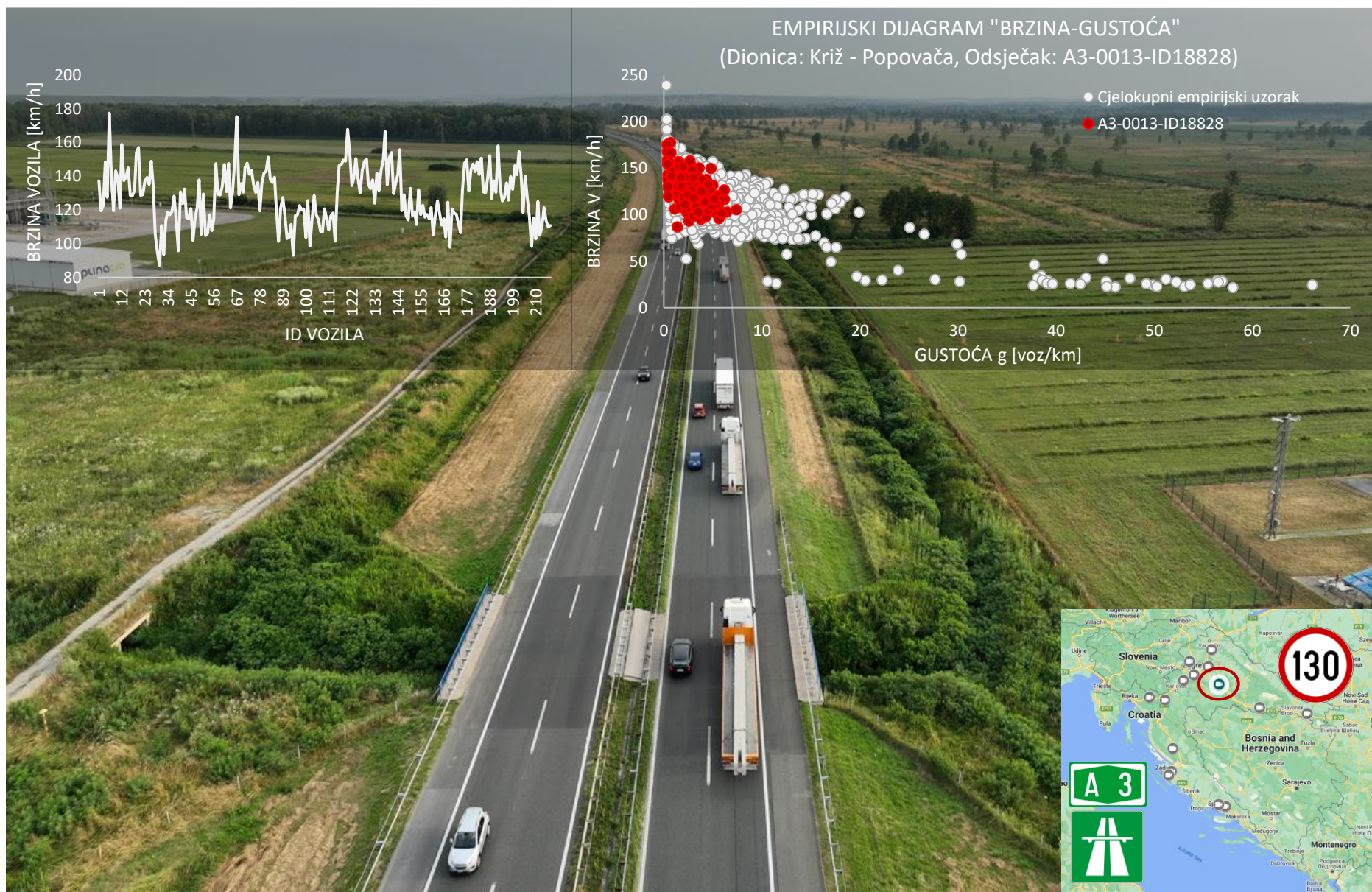




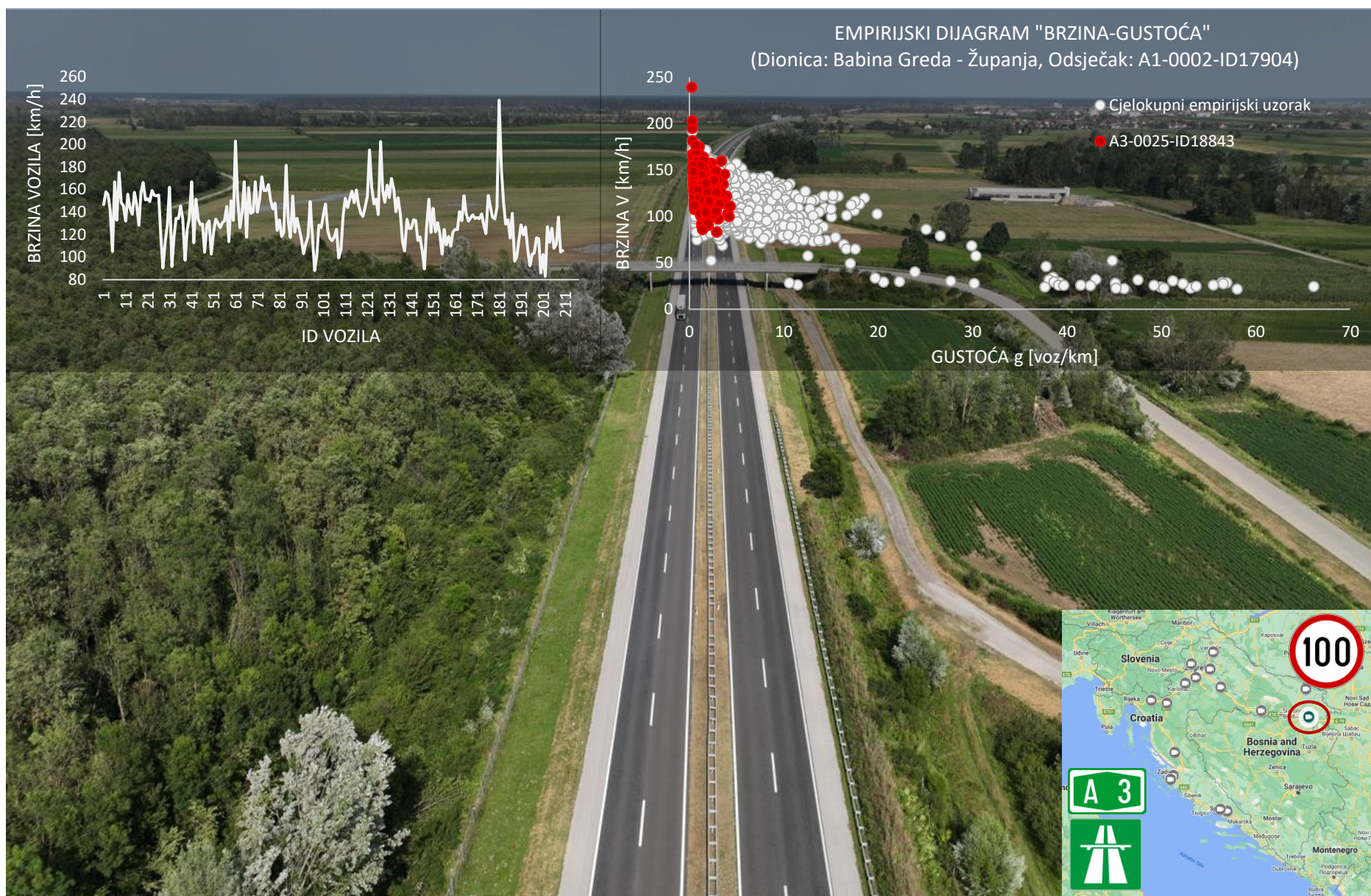




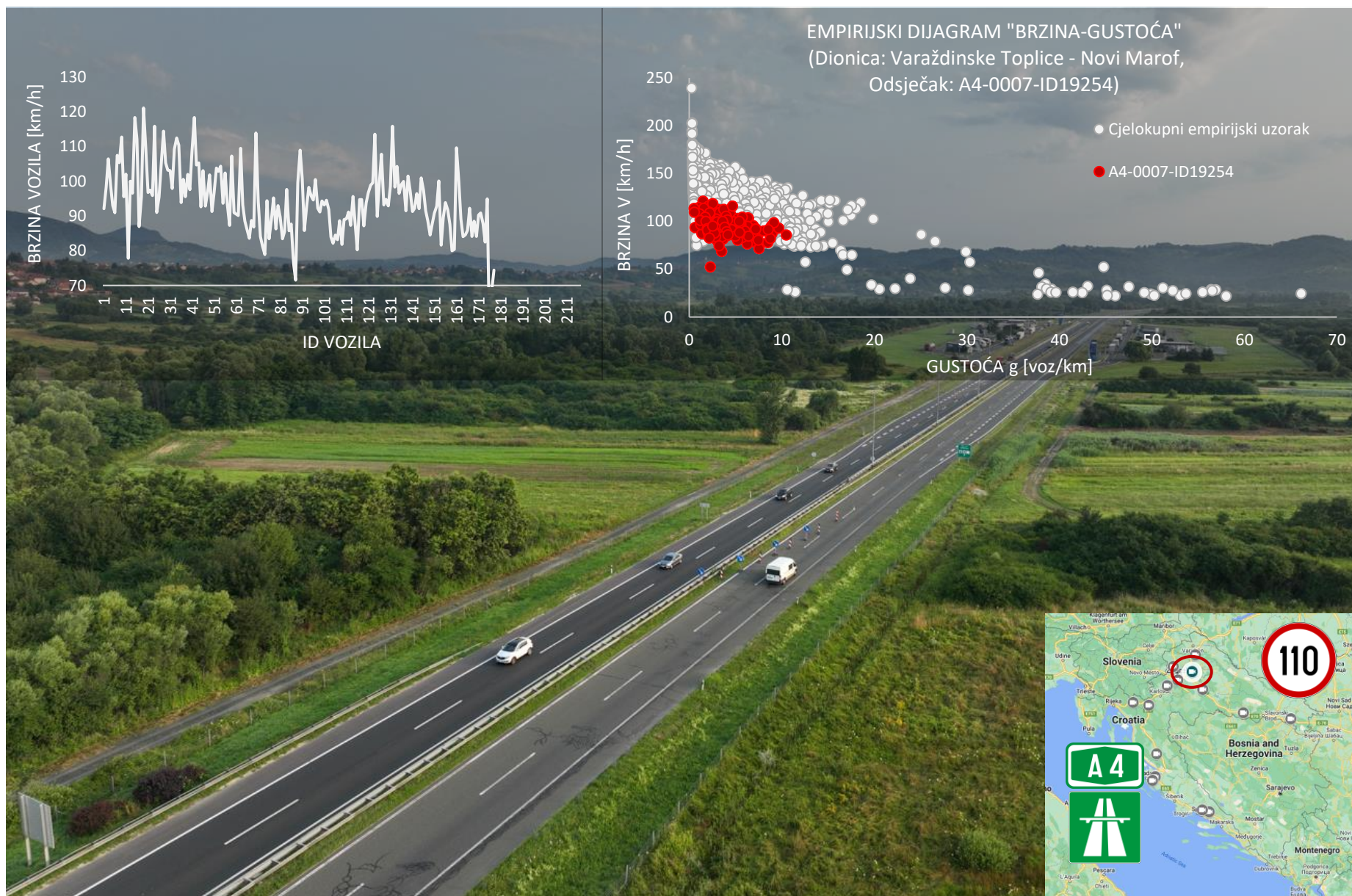




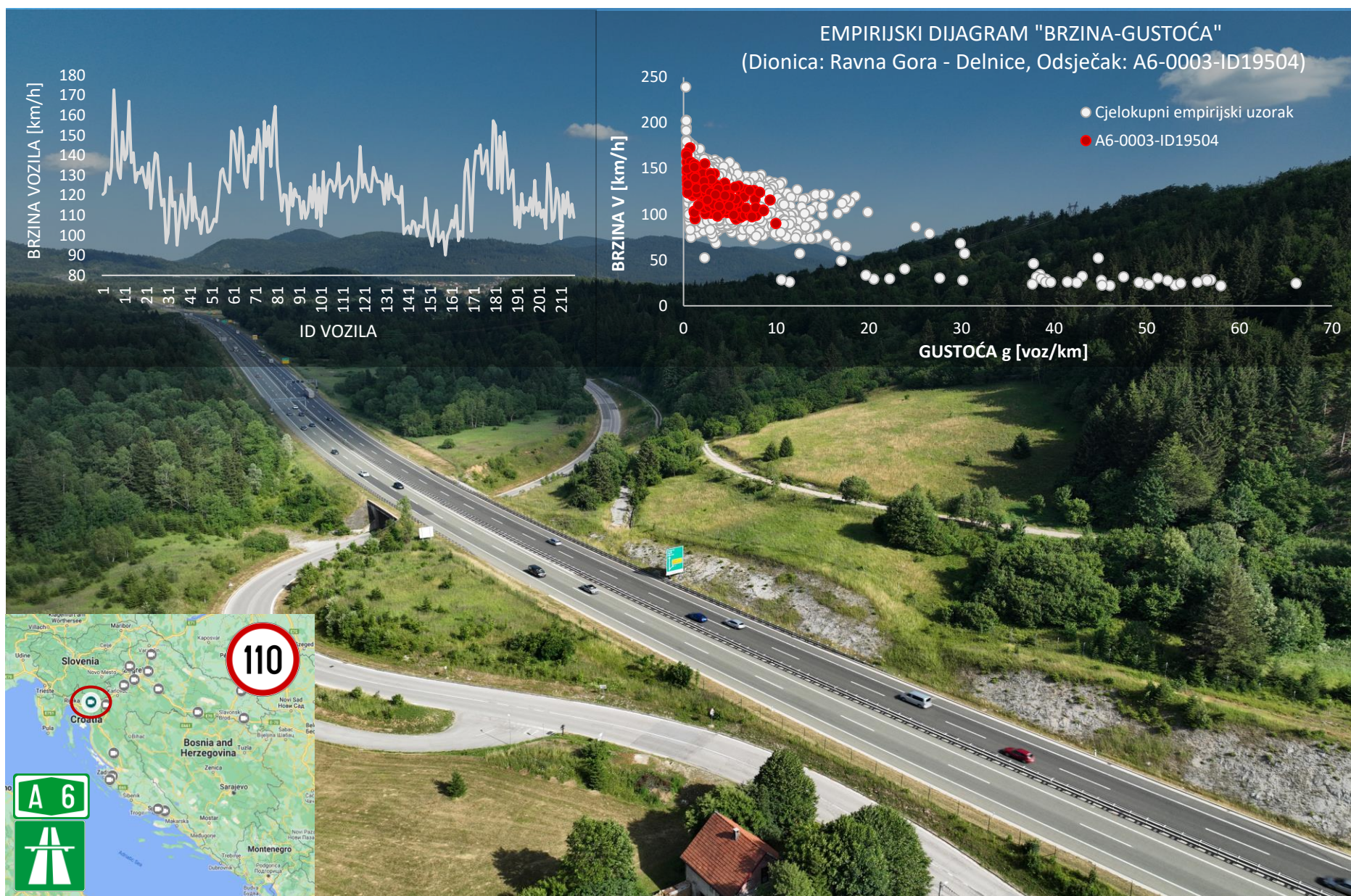




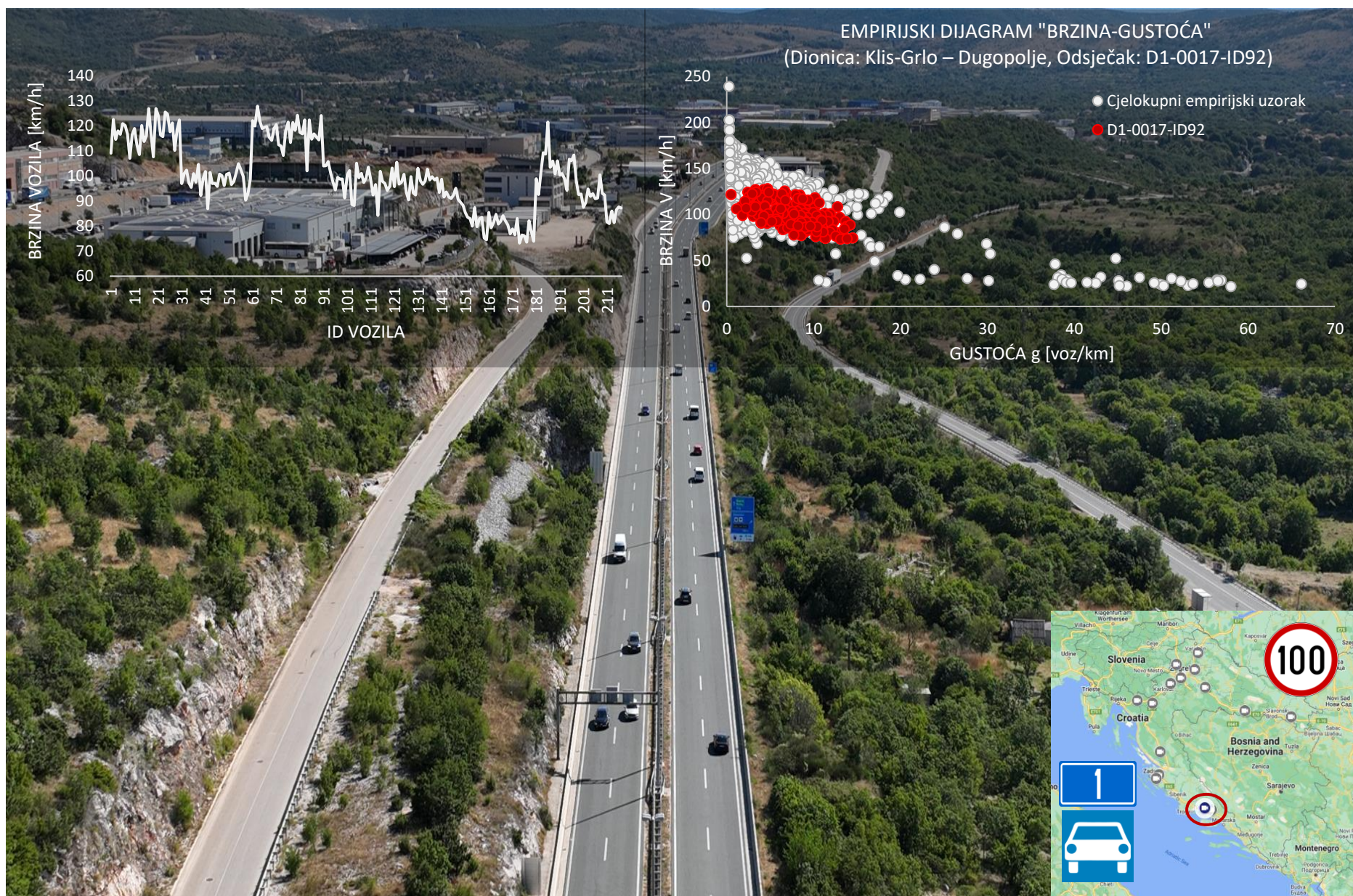




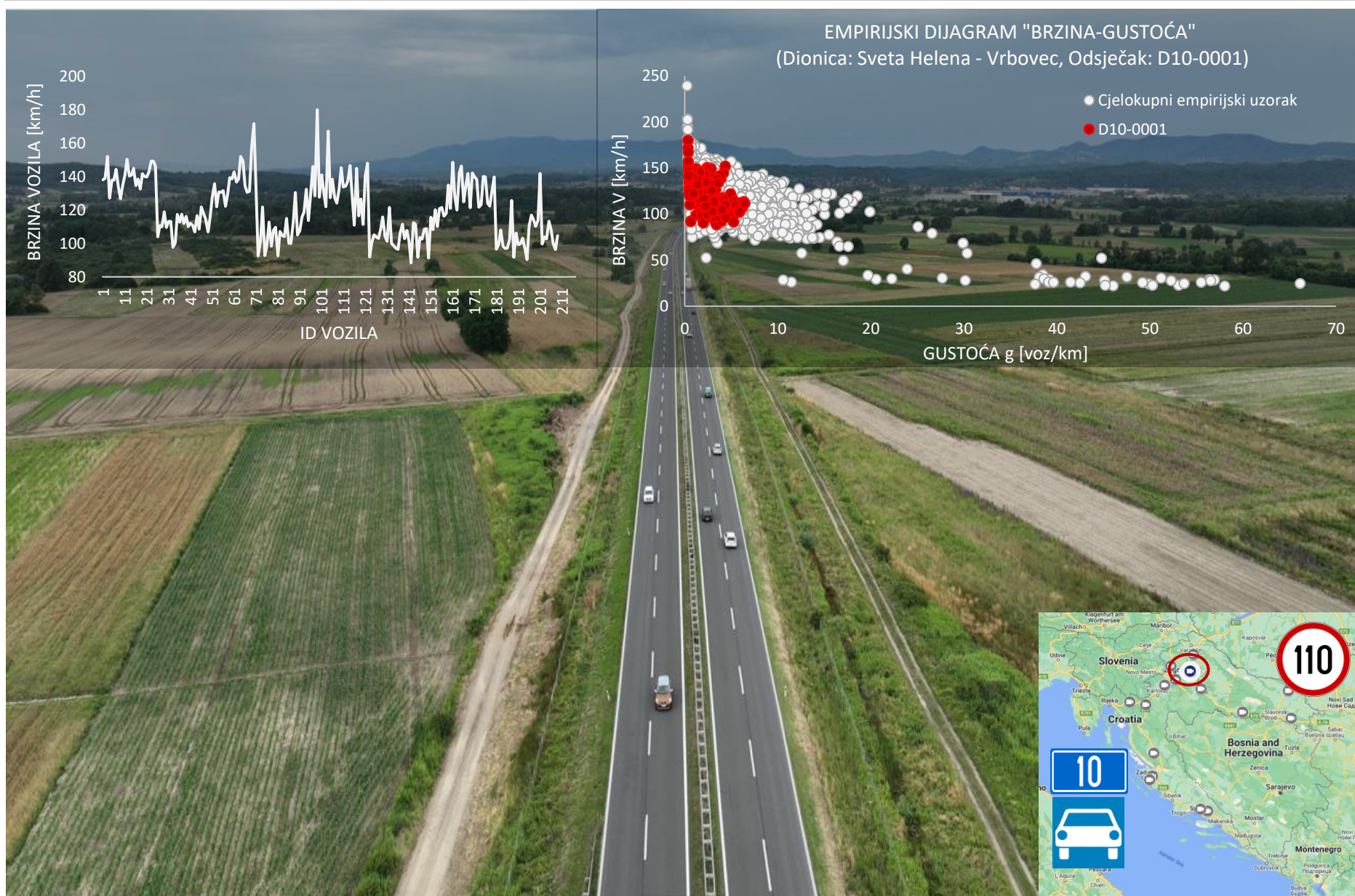












## ŽIVOTOPIS



Bojan Jovanović, mag.ing.traff., rođen je 3. prosinca 1987. godine u gradu Zagrebu u Republici Hrvatskoj. Državljanin je Republike Hrvatske i po nacionalnosti Hrvat. Pohađao je osnovnu školu Eugena Kumičića u Velikoj Gorici i Srednju tehničku školu Ruđera Boškovića u Zagrebu. Diplomirao je 2011. godine na Fakultetu prometnih znanosti, Sveučilišta u Zagrebu, s diplomskim radom pod naslovom „Optimizacija prometnih procesa na raskrižju Zagrebačka cesta – Buzinski prilaz“. Poslijediplomski doktorski studij „Tehnološki sustavi u prometu i transportu“ na Fakultetu prometnih znanosti u Zagrebu upisao je 2014. godine.

Njegova profesionalna karijera na Zavodu za prometno planiranje Fakulteta prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu započela je 2011. godine. U periodu od 2011. do 2017. godine zaposlen je na Zavodu u zvanju stručnog suradnika, nakon čega od 2017. do 2018. godine nastavlja svoju karijeru kao stručni suradnik u Centru za promet i logistiku d. o. o. Od 2019. godine do danas zaposlen je na Zavodu za prometno planiranje u zvanju asistenta, gdje uz sudjelovanje na izvođenju nastave iz kolegija Teorija prometnih tokova, Organizacija prijevoza putnika i Tarife i sustav naplate te vježbi iz kolegija Inženjerska grafika i dokumentiranje, nastavlja surađivati na izradi znanstvenih i stručnih projekata. Certificiran je od strane međunarodne organizacije iRAP za inspekciju, kodiranje, analizu i izvještavanje prema iRAP metodologiji za ocjenu sigurnosti cestovne infrastrukture.

Njegova glavna područja interesa uključuju teoriju prometnog toka, prometno-prostorno planiranje, modeliranje prometne potražnje, optimizaciju prijevoza putnika, projektiranje cestovne infrastrukture, sigurnost u cestovnom prometu te primjenu GIS sustava i skupova velikih podataka u cestovnom prometu.

## POPIS JAVNO OBJAVLJENIH RADOVA

### Znanstveni i stručni radovi u časopisima

1. **Jovanović, Bojan**; Ševrović, Marko; Luburić, Grgo, Comparative Analysis of Deterministic Fundamental Diagrams Representative of Continuous and Interrupted Traffic Flow on Selected Regional Road in Croatia // Applied sciences (Basel), 14 (2024), 2; 533, 25. doi: <https://doi.org/10.3390/app14020533> (međunarodna recenzija, članak, znanstveni)
2. **Jovanović, Bojan**; Shabanaj, Kamer; Ševrović, Marko, Conceptual Model for Determining the Statistical Significance of Predictive Indicators for Bus Transit Demand Forecasting. // Sustainability, 15 (2022), 1; 749, 18 doi:10.3390/su15010749 (međunarodna recenzija, članak, znanstveni)
3. Sumpor, Davor; Ševrović, Marko; Tokić, Sandro; **Jovanović, Bojan**, Korištenje iRAP metodologije pri selektiranju prometnih nesreća uzrokovanih umorom vozača cestovnih vozila. // Sigurnost: časopis za sigurnost u radnoj i životnoj okolini, 62 (2020), 3; 275-292 doi:10.31306/s.62.3.1 (međunarodna recenzija, članak, znanstveni)
4. Luburić, Grgo; Šantić, Žarko; **Jovanović, Bojan**, Prikaz koncepta organizacije upravljanja i održavanja cestovne infrastrukture na prostoru Južne Hercegovine. // TEC – Traffic Engineering & Communications, Scientific Journal of Traffic, Transport and Communications, 1 (2019), 46-53 (međunarodna recenzija, članak, stručni)

### Znanstveni i stručni radovi u zbornicima skupova s međunarodnom recenzijom

1. **Jovanović, Bojan**; Ševrović, Marko; Krajnović, Ivica, Primjena iRAP SRS metodološkog postupka za utvrđivanje utjecaja kritičnih čimbenika čovjek-vozilo-cesta na vjerojatnost događanja prometnih nesreća sa smrtno stradanim osobama na području Republike Hrvatske. // Proceedings of the VII International Symposium NEW HORIZONS 2019 of Transport and Communications / Čurguz, Zoran ; Marić, Bojan ; Malčić, Vladimir ; Bjelošević, Radenka (ur.). Doboj: University of East Sarajevo, Faculty of Transport and Traffic Engineering Doboj, 2019. str. 73-80 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)
2. Radosović, Goran; Ševrović, Marko; Brčić, Davor; **Jovanović, Bojan**, Planovi za podizanje razine sigurnosti cestovnog prometa u sklopu redovnog održavanja cesta. //

Road Safety in Local Community / Lipovac, Krsto (ur.). Beograd: Kriminalističko-policijska akademija, 2016. str. 315-324 (pozvano predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)

3. Luburić, Grgo; Radoš, Božica; **Jovanović, Bojan**, Determination and Assessment of Traffic Corridors for the Transport of Dangerous Goods. // 9th International Scientific Conference - POWA 2014, Sisak, 2014. str. 120-128 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)
4. Ševrović, Marko; **Jovanović, Bojan**; Viduka, Krešimir, Identified traffic safety risk levels comparative analysis on main roads in Croatia in 2007-2012 period. // KoREMA - Automatizacija u prometu 2014 / Željko Šakić (ur.). Zagreb, 2014. str. 37-40 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)
5. Ševrović, Marko; Miler, Mario; **Jovanović, Bojan**, Tram electric grid influence on GPS reception. // 7th GNSS Vulnerabilities and Solutions Conference Proceedings / Kos, Serdjo ; Filjar, Renato (ur.). Rijeka: University of Rijeka, Faculty of Maritime Studies Rijeka ; TheRoyal Institute of Navigation London, 2013. str. 185-197 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)
6. Dadić, Ivan; Horvat, Rajko; Ševrović, Marko; **Jovanović, Bojan**, Problems and solutions in logging of traffic accidents location data. // Road accidents prevention 2012 / Vujanić, Milan (ur.). Novi sad: Grid, Novi sad, 2012. str. 67-75 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)
7. Luburić, Grgo; **Jovanović, Bojan**; Perković, Antonia, Optimizacija prijevoza otpada na području Ličko-senjske županije. // Zbornik radova / Šutić, Branislav (ur.). Gospić: Veleučilište Nikola Tesla, 2013. str. 371-380 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), stručni)

### **Druge vrste radova**

1. **Jovanović, Bojan**; Ševrović, Marko; Jakovljević, Marijan; Ljubotina, Leonid, Developing the Safer Road Investment Plan – Examples from selected Slavonian counties in Croatia. // FERSI conference: Implementing evidence-based road safety measures, removing barriers and enhancing public support Hag, Nizozemska, 2022.. (<https://www.bib.irb.hr/1245919>) (poster, podatak o recenziji nije dostupan, ostalo, stručni)

2. Ševrović, Marko; **Jovanović, Bojan**; Krajnović, Ivica; Vertlberg, Juraj, Analiza sigurnosti prometa na dionici državne ceste DC3:Delnice - čvor Orehovica. // CESTE 2019. - Zbornik radova, Rovinj, Hrvatska, 2019. str. 306-317 (pozvano predavanje, podatak o recenziji nije dostupan, cjeloviti rad (in extenso), stručni)
3. **Jovanović, Bojan**; Ševrović, Marko; Vidović, Krešimir; Škaro, Damir, Measuring the pavement surface roughness using a smartphone devices. // 20th ITS World Congress Tokyo 2013 Proceedings Tokyo, Japan: Intelligent Transportation Society of America, 2013. (predavanje, recenziran, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni)