

# Optimizacija ruta dostavnih vozila u urbanim područjima

---

Vitolić, Izabela

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:708324>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti

**DIPLOMSKI RAD**

**OPTIMIZACIJA RUTA DOSTAVNIH VOZILA U URBANIM  
PODRUČJIMA**

**OPTIMIZATION OF DELIVERY VEHICLE ROUTES IN URBAN AREAS**

Mentor: prof. dr. sc. Jasmina Pašagić Škrinjar Student: Izabela Vitolić

JMBAG:0135246703

Zagreb, rujan 2023.

Zagreb, 25. svibnja 2023.

Zavod: **Zavod za transportnu logistiku**  
Predmet: **Prijevozna logistika II**

## **DIPLOMSKI ZADATAK br. 7345**

Pristupnik: **Izabela Vitolić (0135246703)**  
Studij: **Inteligentni transportni sustavi i logistika**  
Smjer: **Logistika**

Zadatak: **Optimizacija ruta dostavnih vozila u urbanim područjima**

Opis zadatka:

U radu je potrebno objasniti ciljeve prijevozne logistike te opisati probleme i rješenja dostave u urbanim područjima. Isto tako, potrebno je na primjeru prikazati optimizaciju ruta dostavnih vozila u urbanim područjima.

Mentor:

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit:

---

prof. dr. sc. Jasmina Pašagić Škrinjar

## SAŽETAK

Last mile se često opisuje kao faza opskrbnog lanca koja je najskuplja, neučinkovita i koja najviše zagađuje okoliš. Neke studije procjenjuju da last mile čini 13-75% ukupnih troškova opskrbnog lanca. Postoji puno načina na koji bi se ovakvi problemi reducirali u urbanim područjima. Jedan od učinkovitih minimiziranja troškova je optimizacija ruta. U radu će bit obrađene i korištene na primjeru matematičke metode kao što su Clark-Wright-ov algoritam ušteta i metoda najbližeg neposjećenog susjeda, cilj je određivanje rute koja će donijet najveću uštedu. S obzirom da gradski promet uvelike utječe na onečišćenja zraka, buku i zagađenja okoline, svrha ovog rada je uz optimizaciju ruta prikazati još načina pomoću kojih bi se moglo pozitivno utjecat na cijelokupni sustav.

KLJUČNE RIJEČI: optimizacija ruta, minimiziranje troškova, last mile, matematičke metode

## SUMMARY

The last mile is often described as the most expensive, inefficient and polluting phase of the supply chain. Some studies estimate that the last mile accounts for 13-75% of total supply chain costs. There are many ways to reduce such problems in urban areas. One of the effective minimization of costs is the optimization of routes. Mathematical methods such as the Clark-Wright savings algorithm and the nearest unvisited neighbor method will be processed and used in the paper, the goal being to determine the route that will bring the greatest savings. Given that city traffic greatly affects air pollution, noise and environmental pollution, the purpose of this work is to show, in addition to route optimization, other ways by which the entire system could be positively influenced.

KEY WORDS: route optimization, cost minimization, last mile, mathematical methods

## Sadržaj

1. UVOD .....	1
2. CILJEVI PRIJEVOZNE LOGISTIKE .....	2
3. PROBLEMI I RJEŠENJA DOSTAVE U URBANA PODRUČJA.....	5
3.1. Gradska logistika.....	5
3.2. Last mile logistika .....	8
3.3. Rješenja problema last mile logistike .....	11
3.3.1. Optimizacija ruta .....	11
3.3.2. Konsolidacija .....	16
3.3.3. Inovativna vozila.....	18
4. OPTIMIZACIJA RUTE DOSTAVNOG VOZILA NA PRIMJERU .....	21
4.1. Ulazni podaci.....	21
4.2. Primjena metoda za izračunavanje rute .....	22
4.2.1. Clark-Wrightov algoritam ušteda .....	22
4.2.2. Optimizacija ruteClark-Wright-ovim algoritmom - metoda s indikatorom T26	
4.2.3. Metoda najbližeg neposjećenog susjeda .....	31
4.3. Komparativna analiza dobivenih rezultata .....	37
5. ZAKLJUČAK.....	38
LITERATURA .....	40
POPIS SLIKA .....	42
POPIS TABLICA.....	43
POPIS GRAFOVA .....	45

# 1.UVOD

Prijevozna logistika je znanstvena disciplina i stručna djelatnost koja se bavi organizacijom i optimizacijom prijevoza robe i ljudi. Cilj joj je ispunjenje zahtjeva kupaca ili korisnika uz najmanje troškove. Obuhvaća proces planiranja, implementiranja te kontrole toka robe, informacija i financijskih sredstava pri dopremi robe do krajnjih korisnika.

Transport, koji obuhvaća do dvije trećine ukupnih logističkih troškova (troškovi prijevoza, pretovara, skladištenja, upravljanja zalihama, distribucije, carinskog zastupanja, itd.), specijalizirana je djelatnost koja s pomoću prometne suprastrukture i infrastrukture omogućuje prijevoz robe i ljudi te znatno utječe na karakteristike pružanja cjelovite logističke usluge. Sudjeluje u cijelom opskrbnom lancu od transporta sirovina i poluproizvoda do mjesta proizvodnje te gotovih proizvoda do skladišta i mjesta prodaje uz određivanje najpovoljnije rute. U radu će fokusirati na optimizaciji ruta.

Rad je podijeljen u pet cjelina:

1. Uvod
2. Ciljevi prijevozne logistike
3. Problemi i rješenja dostave u urbana područja
4. Optimizacija rute dostavnog vozila na primjeru
5. Zaključak

U poglavlju „Ciljevi prijevozna logistike“ definirat će se prijevozna logistika, njezini ciljevi i trendovi.

U poglavlju „Problemi i rješenja dostave u urbana područja“ definirat će se gradska logistika i njezina svrha. Predstavit će se najčešći problemi dostave u urbanim područjima i bit će obrađena suvremena i napredna rješenja pomoću kojih je moguće umanjiti negativan utjecaj tih problema.

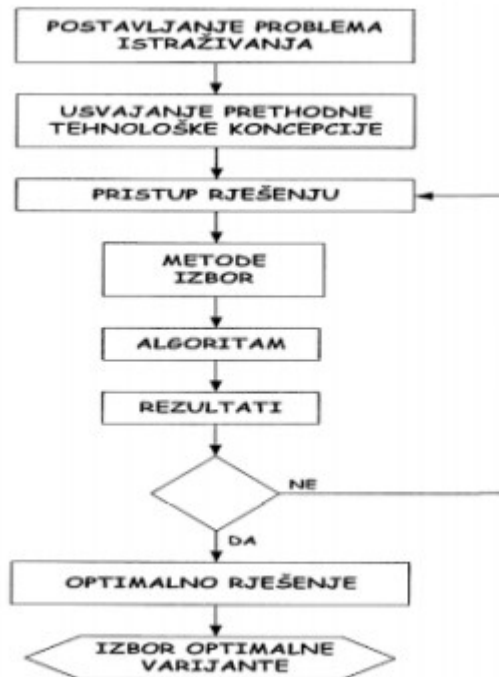
U poglavlju „Optimizacija rute dostavnog vozila na primjeru“ bit će korišteni matematički modeli optimizacije rute za optimizaciju dostavne rute unutar urbanog područja i bit će prikazana komparativna analiza dobivenih rezultata.

## 2.CILJEVI PRIJEVOZNE LOGISTIKE

Prijevozna logistika je znanstvena disciplina i stručna djelatnost koja se bavi organizacijom i optimizacijom prijevoza robe i ljudi. Cilj joj je ispunjenje zahtjeva kupaca ili korisnika uz najmanje troškove. Obuhvaća proces planiranja, implementiranja te kontrole toka robe, informacija i financijskih sredstava pri dopremi robe do krajnjih korisnika.

Prijevozna logistika omogućuje pokretanje proizvodnih procesa, otpremu gotovih proizvoda, povrat proizvoda. Djelovanje prijevozne logistike, s pomoću odgovarajućih elemenata, proizvodi transportno logističku uslugu i omogućuje obavljanje transportnih aktivnosti. Služi odabiranju odgovarajuće vrste prometa (cestovni, željeznički, zračni, pomorski ili riječni), pripremi prijevozne dokumentacije, dogovaranju termina prijevoza i dr.

Transport, koji obuhvaća do dvije trećine ukupnih logističkih troškova (troškovi prijevoza, pretovara, skladištenja, upravljanja zalihama, distribucije, carinskog zastupanja, itd.), specijalizirana je djelatnost koja s pomoću prometne suprastrukture i infrastrukture omogućuje prijevoz robe i ljudi te znatno utječe na karakteristike pružanja cjelovite logističke usluge. Sudjeluje u cijelom opskrbnom lancu od transporta sirovina i poluproizvoda do mjesta proizvodnje te gotovih proizvoda do skladišta i mjesta prodaje uz određivanje najpovoljnije rute. Dobro organiziran transportni sustav pruža bolju učinkovitost obavljanja transportnih usluga, smanjuje troškove te povećava kvalitetu usluge, a može povećati i konkurentnost transportiranoga proizvoda[10].



Slika 1. Dijagram općeg pristupa optimizaciji transportnog procesa[21]

Prijevozna logistika, kao jedan od ključnih segmenata opskrbnog lanca, omogućuje pozitivne efekte u toku suradnje proizvodnih i trgovačkih gospodarskih subjekata u cilju udovoljenja stalnim težnjama za smanjenjem cijena i troškova i povećanjem zarade. Kako bi se omogućilo smanjivanje cijene, nužne su određene optimizacije. Prilikom takvog postupka, potrebno je u samom početku odrediti pravilan pristup problemima s kojima se susreće. Dijagram općeg pristupa optimizaciji prikazan je na slici 1.

Jedan od zadataka prijevozne logistike je paralelno prostorno i vremenski približiti proizvođača i krajnjeg kupca. Njihova međusobna udaljenost kreira najveći trošak glede cijene transporta, ali u isto vrijeme rezultira raznim drugim troškovima (dugo tranzitno vrijeme isporuke robe kupcu ili smanjena dostupnost robe krajnjem potrošaču)[16].



Ciljevi prijevozne logistike relativna su stvar i ovise o mnogo čimbenika, ali kao opće ciljeve često se spominju:

- smanjenje relacije prijevoza,
- smanjenje troškova prijevoza,
- smanjenje tranzitnog vremena isporuke robe,
- smanjenje negativnog ekološkog utjecaja,
- povećanje dostupnosti robe krajnjem kupcu,
- povećanje sigurnosti i dr.

Sa stajališta prijevozne logistike, odnosno pružatelja logističkih usluga, nužno je pratiti trendove kako bi sustav mogao normalno funkcionirati. Trendovi u prijevoznom sustavu mogu biti obilježeni idućim karakteristikama:

- Rast potražnje; za prijevozom kako putnika tako i tereta. Povećava se broj putnika i količina tereta, ali i udaljenost na kojoj se prevozi;
- smanjenje troškova; troškovi u prijevozu bilježe pad tijekom nekoliko desetljeća pa čak i za skupe prijevoze zrakoplovom ili brodom;
- proširenje infrastrukture; rast potražnje i smanjenje troškova uvjetuju zahtjeve za prometnom infrastrukturom, kvantitativno i kvalitativno[16].

### 3. PROBLEMI I RJEŠENJA DOSTAVE U URBANA PODRUČJA

Distribucija obuhvaća tijek gotovih proizvoda od završetka procesa proizvodnje sve do konačne potrošnje. Međutim, distribucija robe se u logističkom kontekstu razvijala i nadmašila svoj izvorni oblik, kao i mnogi drugi gospodarski koncepti, a to je da se roba „samo“ preveze.

Distribucija robe u gradskim područjima rezultira zagušenjima u prometu, zastojećima, bukom, emisijom štetnih plinova i prometnim nezgodama koje stvaraju teretna i mala dostavna vozila. Gradska logistika ima za cilj optimizirati cjelokupni logistički sustav unutar gradskog područja i tako pozitivno utjecati na kvalitetu života u gradu bez bitnog utjecaja na razinu i kvalitetu distribucije[8].

#### 3.1. Gradska logistika

Gradsku logistiku može se definirati kao proces optimizacije logističkih i transportnih aktivnosti pojedinih tvrtki u nekom urbanom području, uvažavajući prometne, ekološke i energetske čimbenike, odnosno organizaciju urbanog transporta s ciljem zadovoljavanja određenih kriterija. Operativni poslovi nužni za efikasnu opskrbu gradskih središta robom te odvoženje materijala i raznih sekundarnih sirovina, obuhvaćeni su djelovanjem logističkih rješenja gradske logistike. Zadaci i ciljevi urbane logistike su:

- učinkovitije odvijanje prometa u gradovima smanjenjem broja teretnih vozila,
- smanjenje potrošnje energije,
- poboljšanje ekološkog stanja i
- povećanje razine kvalitete života u gradovima.

Četiri ključna čimbenika sustava distribucije robe u gradovima:

- stanovništvo,
- gradska uprava,
- pošiljatelji i primatelji i
- prijevoznici[8].

Svaki od navedenih čimbenika ima svoje zahtjeve i ciljeve koji su vrlo često suprotstavljeni, međutim interes za razvoj gradske logistike imaju svi navedeni

sudionici. Od sudionika sustava gradske logistike stanovništvo je najvažnije jer teži što većoj kvaliteti života, odnosno smanjenju štetnog utjecaja prometa na okoliš te i samoj sigurnosti u gradskim sredinama.

Svaki objekt u gradu u kojem se obavlja neka od gradskih funkcija i koji inicira neki od logističkih zahtijeva prijevoza, skladištenja, prekrcaja, držanja zaliha i pakiranja, jest generator logističkih tokova, u ovom slučaju tokova gradske logistike. Prema tome, generatori gradskih logističkih tokova su trgovine, industrija, ustanove i kućanstva.

Kada se govori o sustavima opskrbe gradova, koristi se jedan od tri osnovna sustava:

- centralizirani sustav,
- decentralizirani sustav,
- hibridni sustav.

U realizaciji tokova gradske logistike prisutni su svi vidovi i sve tehnologije prijevoza: od cestovnog, željezničkog, vodnog i cijevnog prijevoza do različitih kontejnerskih sustava i tehnologija vertikalnog prijevoza, a u posljednje se vrijeme sve veća pažnja posvećuje intermodalnim sustavima prijevoza robe.

Prijevoz robe cestovnim prometnicama najzastupljeniji je oblik prijevoza u realizaciji tokova na području gradova. Kretanje robe prometnicama može se realizirati na više načina i to: teretnim vozilima, kombi i putničkim vozilima, motorima, biciklima, autobusima ili pješice. U distribuciji robe sve su više prisutna kombi i pick-up vozila, a razlozi su mnogobrojni: otežan pristup središnjim gradskim zonama, smanjenje veličine i rast frekvencije isporuka, što zahtijeva vozila dobrih manevarskih sposobnosti.

Za isporuku robe na kućnu adresu, kao oblik opskrbe u centralnim gradskim ulicama sve se češće koriste motocikli ili posebno konstruirani gradski bicikli s košaricom koja može biti veličine i do jedne palete. Gradske zone u kojima je zabranjen promet motornim vozilima opskrbljuju se biciklom ili na klasičan način kada čovjek nosi isporuku korištenjem različitih prijenosnih sredstava, od košare do posebno konstruiranih kolica[8].

Suvremena logistika mora biti održiva kako bi bila učinkovita, kako bi mogla ispuniti rastuće zahtjeve i kako bi sačuvala kvalitetan okoliš i ekonomske i društvene uvjete. Održivi promet je promet koji zadovoljava trenutne prometne i transportne potrebe bez ugrožavanja mogućnosti budućih generacija da ostvare svoje potrebe[8].

Danas, u 2023. godini, više od 73% europskog stanovništva živi u urbanim područjima, dok se očekuje da se taj porast poveća na 85% do 2050. Ova pojava urbanizacije rezultirala je sve većom potražnjom gradskog prijevoza. Iz tog razloga, urbani promet i s njim povezana razina zagušenja prvi su i glavni motivi koji potiču lokalne vlasti na djelovanje i kontroliranje procesa urbane mobilnosti. Prometno zagušenje u svakom je slučaju glavni čimbenik među negativnim utjecajima koje korisnici „percipiraju“ izravno, pogotovo u slučaju prijevoza robe, troškova proizvodnje i cjelokupnog proizvodnog lanca. Na primjer, u Europi je gradski teretni prijevoz odgovoran za 25% emisije CO<sub>2</sub> u gradskom prijevozu i 30-50% ostalih onečišćujućih tvari u prometu.

Jedno od pitanja koje se mora riješiti u ovom pokušaju ažuriranja i razvoja je učinkovita distribucija robe u gradu. Složenost organiziranja gradske distribucije tereta upravlja velikim nizom aktivnosti proizašlih iz odnosa različitih sudionika s različitim i često sukobljenim potrebama i ciljevima te brojnim negativnim posljedicama za okoliš i društvenim učincima, poput zagušenja zraka i zagađenje bukom i povećanje opasnosti od sigurnosti. Gradski teretni prijevoz predstavlja osnovnu komponentu u životu grada. Osim rješavanja problema „posljednjeg kilometra“, gradski teretni prijevoz uključuje i niz dodatnih procesa: rukovanje i skladištenje robe, upravljanje zalihama, otpadom i povratom. Iako se mnogi od ovih procesa ili njihovih dijelova izvode izvan urbanih područja, oni i dalje imaju utjecaj na gradsko poslovanje[1].

### 3.2. Last mile logistika

Postoje mnoge definicije last mile logistike, no uobičajeno stajalište je da se ona odnosi na posljednju fazu opskrbnog lanca, od posljednjeg distribucijskog centra do željene odredišne točke primatelja. Brzi rast uglavnom je potaknut sve većom urbanizacijom i rastom stanovništva, razvojem e-trgovine, promjenom ponašanja potrošača, inovacijama i sve većom pozornošću na održivosti.

Last mile se često opisuje kao faza opskrbnog lanca koja je najskuplja, neučinkovita i koja najviše zagađuje okoliš. Neke studije procjenjuju da last mile čini 13-75% ukupnih troškova opskrbnog lanca, ovisno o različitim čimbenicima. Učinkovitost ovisi o više čimbenika, kao što su gustoća potrošača, vremenski okvir, zagušenje, fragmentacija isporuka te veličina i homogenost pošiljke[14].

Last mile logistika uzrokuje različite vanjske utjecaje, posebice emisije stakleničkih plinova, onečišćenje zraka, buku i zagušenja. Stoga je potrebno bolje razumijevanje ove faze opskrbnog lanca kako bi se poboljšala njezina ekonomska, ekološka i društvena održivost[2].

Last mile dostava predstavlja značajan problem za generirani volumen prometa u urbanom području. Obično je rascjepkano i nekoordinirano: pošiljatelji angažiraju različite pružatelje logističkih usluga i prijevoznike za dostavu trgovcima u gradovima. To dovodi do niskog faktora opterećenja vozila, velikog broja ruta, visokih vanjskih učinaka i velikih troškova sustava[18].

Za razliku od velike dostave i distribucije, ne šalje se veliki broj proizvoda na jednu lokaciju. Umjesto toga, dostavljači nose veliku količinu manjih paketa, svaki s jedinstvenim odredištima. To je ustvari srž problema last mile dostave, više zaustavljanja znači složenije rute, više vremena mirovanja i više vremena na putu. To znači da se mora održavati veća flota dostavnih vozila i vozača za slanje malog broja proizvoda. Osim toga, za neke proizvode je potrebno izvršiti unutarnju dostavu, što je još jedan korak koji može dodatno zakomplicirati proces[15].

Tijekom dostave unutar urbanog područja dostavljači koriste lokalne ceste. Manji dostavni kamioni i kombiji, primjer prikazan na slici 2, u prosjeku troše 6.5 milja po galonu (približno 2.76 kilometara po litri) pri stalnoj brzini od 55 milja na sat (približno 88.51 kilometara po satu). Za dostavu u urbanom području 55 miljanije realna prosječna brzina za flotu dostave. Koliko će se nisko spustiti ovisi o lokalnoj cesti i prometnoj situaciji. Potreba za usporavanjem, zaustavljanjem i ubrzavanjem u kratkim intervalima ima značajan utjecaj i na prosječne brzine i na potrošnju goriva[15].



Slika 2. GLS dostavni kombi[17]

U urbanoj logistici last mile dostave, mala poboljšanja mogu imati golemi utjecaj tijekom dužih perioda, jer su gradske usluge dostave robe aktivnosti koje se ponavljaju. Sa stajališta tehnoloških inovacija, u bliskoj budućnosti usluge last mile logistike mogle bi se uvelike obavljati bespilotnim vozilima, robotima i UAV-ovima. To bi moglo stvoriti prilike za integraciju digitalizacije i automatizacije u logističkim industrijama, uključujući teretna područja last mile logistike[2].

Digitalizacija omogućuje razvoj učinkovitijih i fleksibilnijih rješenja opskrbnog lanca usmjerenih na kupce. Digitalni opskrbni lanci mogu pružiti međusobno povezane logističke sustave, pametno skladištenje i napredne alate za analizu informacija za učinkovito upravljanje cijelim opskrbnim lancima. Na taj bi se način,

primjerice, first mile logistika i područja opskrbnog lanca last mile logistike mogla optimizirati na integrirani način[2].

Odgovarajuća primjena automatizacije i digitalizacije sustava last mile logistike mogla bi smanjiti neuspješne isporuke u slučajevima isporuke dostave na kućni prag i olakšati optimizaciju sustava prijevoza robe kao što su problemi rutiranja vozila(VRP). Konkretno, tvrtke mogu kombinirati VRP s električnim vozilima kako bi poboljšale učinkovitost last mile logistike.

Procjene urbanih teretnih rješenja temeljene na simulacijskom modelu posljednjih su godina u porastu. Ovo olakšava razvoj baze znanja i omogućuje mnogim sudionicima da unaprijede svoje razumijevanje o dinamičnim urbanim teretnim logističkim sustavima. Takvi simulacijski modeli mogu se koristiti za razvoj i analizu različitih teretnih sustava last mile logistike.

Za last mile logistiku laka vozila su održivija alternativa velikim kamionima. Konkretno, električna vozila su ekološki prihvatljivija, ali ne mogu izbjeći prostorna ograničenja(problemi parkiranja i zagušenja), u usporedbi s električnim teretnim biciklima koji smanjuju probleme zagušenja jer koriste biciklističke staze. Ovi bicikli također proizvode manje emisije i buke te smanjuju probleme s parkiranjem budući da se mogu parkirati na pločnicima.

Uvođenje rješenja Industrije 4.0 u upravljanju opskrbnim lance korištenje naprednih tehnologija kao što su identifikacija vozila, GPS i alati za pametne telefone omogućuje pametno planiranje i optimizaciju usluga last mile logistike u stvarnom vremenu. Omogućuje proizvodnim i uslužnim tvrtkama da povećaju učinkovitost. Uvođenje tehnologija Industrije 4.0 dovodi do povećanja suradnje između sudionika last mile logističkih lanaca. Takva suradnja mogla bi minimizirati potrošnju energije i vrijeme izvršenja naloga[2].

U optimizaciji uštede energije u last mile logistici, vremenski okvir isporuke robe i kapacitet utovara vozila važni su parametri(ograničenja) koje treba uzeti u obzir jer ti čimbenici mogu značajno utjecati na pouzdanost, fleksibilnost te troškovnu i ekološku učinkovitost dostave robe[18].

Sama tehnologija ne može riješiti složene izazove last mile logistike. Upravljački aspekt treba dobro integrirati u dizajn last mile logistike. Tvrtke s

učinkovito organiziranom logističkom konfiguracijom i upravljanjem imaju konkurentsku prednost. Na primjer, odgovarajuća implementacija inovativnih pristupa kao što su suradnja, ekonomija dijeljenja, korištenje paketomata(točke za preuzimanje), satelitskih objekata kao što lokacije za pretovar moglo bi imati ekonomske i ekološke koristi.

Jedan inovativni pristup upravljanju je prikupljanje i dostava robe noću. To bi moglo smanjiti potrošnju goriva i emisije CO<sub>2</sub> za oko 20%. Korištenje višestrukih traka mogla bi dovest do smanjenja potrošnje goriva za 10%, odnosno 7% smanjenja emisijeCO<sub>2</sub>. Dostava izvan radnog vremena noću korištenjem tiših kamiona može poboljšati održivost last mile logistike[2].

### **3.3. Rješenja problema last mile logistike**

Razvoj ICT-a i industrije 4.0 promiče optimizaciju urbane logistike gdje se mogu primjeniti algoritmi i različite tehnike optimizacije. U razvoju algoritama i tehnika optimizacije u last mile logistici posebno su važni sljedeći čimbenici: podaci u stvarnom vremenu, algoritmi za dinamičko planiranje ruta, rješenja za upravljanjem voznom parkom, uređaji za praćenje, identifikacijski uređaji[2].

#### **3.3.1. Optimizacija ruta**

Za svaku fizičku distribuciju proizvoda koji se šalju na veći broj odredišta, odnosno kupaca, potrebno je projektirati rute kojima će se ta roba dostavljati. Pri projektiranju rute, najčešća početna metoda je „problem trgovačkog putnika“ (engl. *travelingsalesman problem*) gdje se istovremeno projektira veći broj ruta. Također, „problem rasporeda vozila“ (engl. *vehiclescheduling problem*) predstavlja jedinstveno planiranje prijevoznih ruta.

Planiranje ruta slijedi ove ciljeve:

- minimiziranje transportnih putova,
- minimiziranje vremena transporta,
- minimiziranje proporcionalnih troškova,
- minimiziranje broja vozila[8].



Osnovni problem planiranja ruta sastoji se od dva dijela, no između ostalog javljaju se i ostali problemi koji otežavaju planiranje. Problemi se dijele na temeljne i dodatne probleme. Dijelovi osnovnog, temeljnog problema odnose se na:

- dodjeljivanje kupaca za pojedine rute,
- utvrđivanje redoslijeda kupaca unutar rute.

Dodatni problemi koji otežavaju planiranje ruta su:

- ograničeni kapaciteti (dimenzije težine i volumena, jedinica količine narudžbi i kapaciteta vozila se razlikuju te svaka za sebe može djelovati ograničavajuće, a i trajanje pojedine rute može biti vremenski ograničeno temeljem zakonskih propisa),
- različit vozni park (u temeljnom procesu polazi se od neograničenog broja jednakih vozila),
- vremenski okvir kupaca (prilikom isporuke često treba paziti na kratko vrijeme prihvata robe kod kupca, stoga je potrebno uzeti u obzir najranije i najkasnije vrijeme do kada pošiljka treba stići do kupca),
- okviri za vozila (pojedina vozila na raspolaganju mogu biti u različitom vremenu),
- višestruko uvođenje vozila po danu (pojedino vozilo može dnevno izvršiti više ruta).

Generalni problem planiranja ruta uvjetuje velike napore u planiranju ruta i izračunima istih. Stoga se praksa zadovoljava i približnim rješenjima.

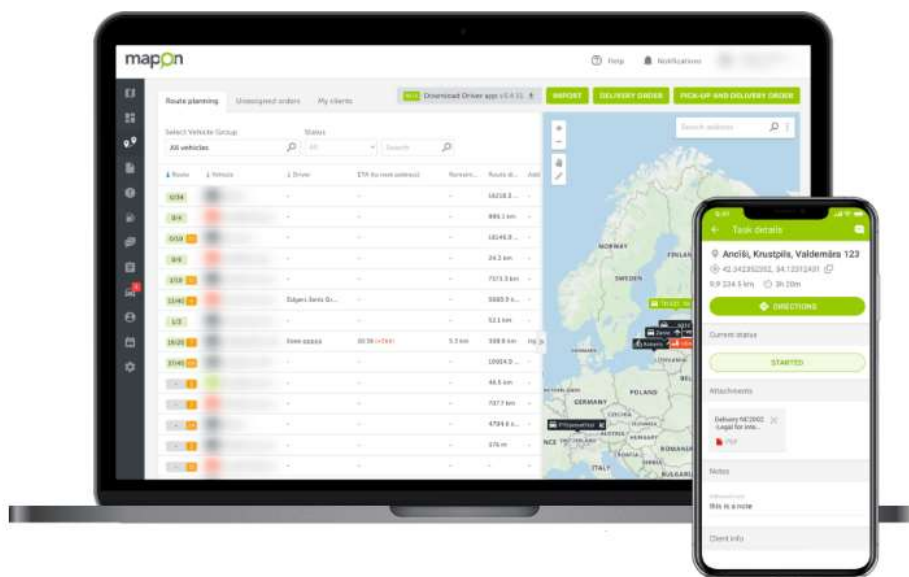
Prošireni postupci su:

- postupci najboljeg sljedbenika,
- sukcesivno uključivanje stanica,
- saving – postupci (najbolje djelomične rute)[8].

Informacijska tehnologija bitno je doprinijela usavršavanju, ali i proširenju matematičkih postupaka planiranja ruta. U praksi se nude brojni softverski programi

za planiranje ruta kao što su npr.: OptiMap, WINQSB, Routeplanner-Michelin, TomTom My drive, MapQuest i mnogi drugi[9].

Jedno od takvih rješenja je MapOngo aplikacija. Prilikom optimizacije ruta aplikacija uzima u obzir sve postavljene kriterije, vremenski okvir dostave, područja zabrane prometa, prometna zagušenja i sl. Daje uvid u previđena vremena dostave i stalna ažuriranja vremena dostave tijekom dostave. Jedna od mnogobrojnih mogućnosti ove aplikacije je slanje rute na mobilnu aplikaciju vozača, tako da i operator i vozač imaju uvid u cijelu situaciju, prikaz sučelja je na slici 3[12].



Slika 3. Sučelja aplikacije MapOngo[12]

Tehnike minimiziranja troškova distribucije obično se fokusiraju na razvoj približno optimalnih planova distribucije korištenjem različitih tipova algoritama za rutiranje vozila. Gradska distribucija je, međutim, puno osjetljivija na neočekivane troškove i kašnjenja koji nastaju uslijed nepredviđenih negativnih utjecaja prilikom izvršenja planova isporuke, kao što su zadržavanja u prometu, kvarovi vozila, radovi na putu, nedostatak mjesta u skladištu korisnika i drugo. Mogu se razlikovati tri osnovna tipa problema:

- problemi koji nastaju od strane korisnika usluge: otkazivanje narudžbe, promjena vremena isporuke, novi zahtjevi korisnika, nedostatak mjesta za iskrcaj ili parkiranje,

- problemi koji nastaju zbog infrastrukture iliokruženja: gužve u prometu, kašnjenja zbog radova na infrastrukturi, utjecaj kiše ili snijega,
- problemi uzrokovani dostavnim vozilima: tipični primjeri podrazumijevaju prometne nezgode i/ili mehaničke nedostatke.

Svaka kategorija navedenih dinamičkih problema ima direktan utjecaj na izvršenje isporuke. Neočekivani događaji koji nastaju zbog infrastrukture i okruženja obično rezultiraju povećanjem vremena putovanja vozila, dok problemi nastali od strane korisnika rezultiraju ili povećanjem vremena usluge i ponovnog rutiranja vozila ili nepružanjem usluge uopće. Na kraju, u slučaju nastajanja problema od strane dostavnih vozila, efekt je obično parcijalna usluga ili odlaganje usluge.

Primjena samo inicijalnih planova distribucije, iako nužna, nije dovoljna za rješavanje takve vrste problema. Prednosti mobilnih tehnologija i tehnologija pozicioniranja omogućile su razvoj sustava za upravljanje voznim parkom koji omogućavaju teretnim prijevoznicima da prate svoj vozni park u realnom vremenu i poboljšaju učinak distribucije otklanjanjem nekih prethodno spomenutih problema. Međutim, sustavi koji se zasnivaju na ovim tehnologijama obično nisu projektirani da sustavno rješavaju nepredviđene događaje.

Usljed nesposobnosti sustava da izoliraju dio rasporeda isporuke na kojem se neočekivani događaj pojavio, s ciljem minimiziranja ometanja cjelokupnog rasporeda, intervencije se obično vrše manualno (na primjer, razgovorom između vozača i logističkih menadžera), o čemu ovisi i kvaliteta odluka.

Dinamika procesa distribucije uglavnom podrazumijeva algoritamske pristupe koji se fokusiraju na dinamički problem rutiranja vozila. Pored toga razvijeni su i različiti sustavi za praćenje vozila i detektiranje problema u gradskim sredinama. Većina ovih sustava fokusira se na upravljanje narudžbama koje pristižu tijekom izvršenja plana isporuke i trebaju biti dodijeljene vozilima u pokretu. Međutim, dinamičko naručivanje predstavlja samo podskup neočekivanih događaja koji mogu utjecati na učinak gradske distribucije tereta[9].

Pronalaženje optimalnih ruta za grupe vozila, problem rutiranja vozila (VRP), pripada klasi teških kombinatornih problema. Temeljni ciljevi su pronaći minimalni broj vozila, minimalno vrijeme putovanja ili minimalne troškove ruta. U praksi je osnovna formulacija problema VRP-a proširena na ograničenja kao što su npr.

kapacitet vozila ili vremenski interval u kojem svaki kupac mora biti poslužen, otkrivajući problem usmjeravanja vozila s kapacitetom(CVRP) i usmjeravanje vozila s problemom vremenskog okvira(VRPTW). Uglavnom problemi iz stvarnog svijeta obuhvaćaju ograničenja kapaciteta i vremena. Za rješavanje ovih problema veliki je izbor algoritama[4].

Optimalno rješenje logističkoga problema koji je matematički opisan može se dobiti primjenom egzaktnih metoda ili, ukoliko bi to iziskivalo neprihvatljivo puno vremena, primjenom heurističkih algoritama koji daju rješenja za koja se ne može sa sigurnošću tvrditi da su optimalna, no može se potvrditi njihova izvedivost s obzirom na zadana ograničenja[20].

Heuristika najbližeg susjeda je jedan od prvih algoritama za rješavanje „problema trgovačkog putnika, a često se koristi kao početno rješenje za testiranje heuristike popravljanja, ali rješenja su često daleko od optimalnih. Algoritam djeluje nasumičnim odabirom početnog grada iz skupa gradova, njegovim dodavanjem rute i označavanjem odabranog grada kao posjećenog. Zatim se iz skupa neposjećenih gradova traži najbliži grad prethodno dodanom i dodaje ga se ruti te označuje kao posjećenog. Ovaj se korak ponavlja sve dok svi gradovi nisu posjećeni[3].

Jedna od najpoznatijih heurističkih metoda, koja rješava problem usmjeravanja vozila, je ClarkeWright-ova metoda. Rješavanje uloge usmjeravanja Clarke-Wright-ovom metodom provodi se postupnim koracima. Prvo, pronalazi se najmanje poželjno rješenje koje se zatim poboljšava svakim postepenim korakom. Zahvaljujući ovom rješenju, definirani uvjeti se mogu nadgledati i kontrolirati u sljedećim koracima. Svako mjesto isporuke ima određeni zahtjev za prijevoz određenih količina po transportnim elementima. Prijevoz se izvodi vozilima, a njihova ruta započinje i završava u čvoru  $V_0$ , i njihov kapacitet je ograničen. Cilj je sastaviti skupove ruta za vozila da ispune zahtjev da svaka isporučena točka bude zadovoljna samo jednom vožnjom vozila, a ukupni troškovi prijevoza moraju biti minimalni. Temeljem svega predstavljenog, mogu se izdvojiti dva osnovna uvjeta prihvatljivosti rješenja:

- svaki kupac mora biti opslužen samo jednom (unutar jedne rute),
- ne smije se prekoračiti kapacitet opsluživanja vozila[10].

Jedan od algoritama je i Clark-Wright algoritam ušteta s indikatorom T. Algoritam Clark-Wright u početku konstruira rute naprijed-natrag  $(0, i, 0)$  za  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) te ih postupno spaja primjenjujući kriterij štednje. Točnije, spajanje dviju ruta  $(0 \leftrightarrow i, \leftrightarrow 0)$  i  $(0 \leftrightarrow j \leftrightarrow 0)$  u jednu rutu  $(0 \leftrightarrow i \leftrightarrow j \leftrightarrow 0)$  stvara uštedu  $S_{ij} = C_{0i} + C_{0j} - C_{ij}$ . Budući da su uštede ostale iste u algoritmu, one se mogu unaprijed izračunati. U takozvanoj paralelnoj verziji algoritma koja se čini 1.najboljom, izvedivo spajanje ruta koje donosi najveće uštede provodi se pri svakoj iteraciji, sve dok više nije moguće izvesti spajanje. Ovaj jednostavan algoritam posjeduje prednosti intuitivnog, primjenjivog i brzog postupanja. Ovakva metoda može se koristiti za početno rješenje za sofisticiranije algoritme[10].

Problemi optimiranja, na kakve se mogu svesti mnogi logistički problemi, učinkovito se rješavaju linearnim programiranjem, odnosno pomoću modela linearnoga programiranja. Ovakav pristup rješavanju problema uključuje sljedeće pretpostavke:

- Traži se maksimum ili minimum funkcije cilja.
- Varijable odlučivanja (argumenti funkcije cilja) međusobno su neovisne, a njihov je utjecaj na vrijednost funkcije cilja zbrojiv.
- Relacije između vrijednosti funkcije cilja i varijabla odlučivanja, kao i relacije ograničenja mogu se izraziti linearnim jednadžbama ili nejednadžbama (radi dobivanja konačnoga rješenja u nejednadžbama nije dopušteno  $< i >$ , nego samo  $\leq i \geq$ ).
- Ulazni su podatci konstante unutar promatranoga područja, odnosno razdoblja definirane s određenom točnošću (u prihvatljivim granicama tolerancije)[20].

### 3.3.2. Konsolidacija

Korištenje „proximity“ stanica ili „proximity“ točaka inovativna je strategija za poboljšanje učinkovitosti last mile dostave, posebno za distribuciju malih i srednjih paketa. Ovaj se pristup temelji na korištenju depo stanica gdje se roba može skladištiti kada kupci nisu kod kuće dok je ne mogu preuzeti, čime se izbjegava rizik neuspješne isporuke. Odgovarajućim mjerama vrijeme isporuke se skraćuje, a obujam povećava, postaje moguće napuniti tijekom noći, kada je promet slab. Ovaj pristup dovodi do ekonomskih i ekoloških koristi[18].

Jedan od načina je i bento-box sustav za skladištenje isporučenih paketa dok ih kupac ne preuzme. Mogu se nalaziti u stambenim četvrtima, unutar trgovačkih centara, središnjih trgova, itd.. Ovakav sustav dostave koristi električna vozila jer su udaljenosti prijevoza vrlo kratke.

Slična strategija su ormarići za pakete, odnosno paketomati. Postigli su veliku primjenu posljednjih godina, te su sustave prihvatili mnogi logistički operateri kao što su DHL za isporuke kupcima; Austrijska pošta predstavila je Post24 Paketomate za pohranu i slanje paketa u bilo koje doba dana i noći. Danas nekoliko e-prodavača osim dostave na kućnu adresu, koriste koncept blizine točke za povrat robe od strane kupaca. Mjesto može biti pick and pay punkt ili elektronski samoposlužni ormarići.

U prvom slučaju, nakon online naručivanja, robu je moguće preuzeti i platiti na istom mjestu. U drugom slučaju, ormarić se može otvoriti jedinstvenim kodom za preuzimanje koji se šalje e-poštom ili uslugom kratkih poruka na vlastiti telefon. Automatski, sve informacije o dostupnosti, lokaciji i preuzimanje online su u stvarnom vremenu putem ICT-a[18]. Primjer paketomata u Hrvatskoj su Paket24 paketomati Hrvatske Pošte (slika 4) i paketomati GLS-a, oni su također dostupni 0-24 kao što je slučaj kod paketomata DHL-a. Prednost ovakvog načina dostave je dostupnost osobito za otočna područja do kojih vozila dostave moraju dolaziti trajektima i ostalim načinima prijevoza.



Slika 4. Paketomat Paket24 Hrvatske pošte[11]

### 3.3.3. Inovativna vozila

Inovacije uvedene na tržište vozila imale su snažan učinak: nove tehnologije motora, autonomna vozila i nova sredstva isporuke prava su pokretačka snaga onoga što je automobilska industrija predstavila u prošlom stoljeću. Električna, hibridna i električna vozila s gorivim ćelijama tehnološke su inovacije koje mogu smanjiti vanjske učinke: imaju pozitivan učinak na zagađenje okoliša i buku te su zrele za tržište. Glavno ograničenje električnih vozila povezano je s autonomijom baterije (u prosjeku manje od 150 km, uz nekoliko iznimaka) i dugim vremenom punjenja.

Istraživači su usredotočeni na poboljšanje performansi baterije i optimizaciju rutiranja u last mile dostavi. Mišljenje ljudi je da električna vozila s gorivim ćelijama imaju sigurnosnih problema, ali korišteni sustavi su vrlo pouzdani. Štoviše, potrebna im je mrežna struktura za gorivo koja još nije razvijena. Međutim, prednost im je velika autonomija i kratko vrijeme punjenja.

Hibridna vozila su najprodavanija među navedenima, jer imaju nižu investicijsku cijenu i visoku autonomiju (gorivo+električna baterija). Električna vozila L-kategorije, kao što su mopedi i motocikli, kao i četverocikli, tricikli (slika 5) i druga mala vozila s tri ili četiri kotača, čine još jedan inovativni prijedlog s uvođenjem lakih sredstava za mobilnost i dostavu, prikladnih za urbana područja. Okretni su, s malim utjecajem na grad, trebaju malo mjesta za parkiranje i korisni su za dostavu malih paketa. Ovakva vozila su manja i lakša od tradicionalnih vozila, vrlo su korisni za postizanje ovih ciljeva jer skraćuju vrijeme isporuke bez potrebnog izgubljenog vremena parkiranja, potrošnje goriva, emisije zraka i buke [18].



Slika 5. Električni tricikl GLS-a[16]

Autonomna vozila i vozila na zahtjev smatraju se jedinima od najatraktivnijih tehnologija posljednjih godina. Omogućuju navođenje vozila bez ljudske intervencije. Postoje različite razine automatizacije od one bez automatizacije do potpune automatizacije. Poluautonomna i potpuno autonomna vozila su u fazi testiranja; mnoge tvrtke danas ulažu u ovu tehnologiju i u teretnom prometu.

Izvedeni iz vojnog sektora, autonomni i bespilotni sustavi dijele se na bespilotne letjelice (UAV), kopnene bespilotne sustave i pomorske bespilotne sustave. UAV-ovi su najviše korišteni u civilnoj primjeni u posljednjih nekoliko godina. U javnom sektoru bespilotne letjelice otvaraju nove mogućnosti. Transportne i dostavne tvrtke testirale su dronove za dostavu paketa: DHL s PaketKopterom (slika 6), Amazon s Amazon PrimeAir, Google s Project Wingom i nedavno GeoPoste s GeoDroneom. Otvaraju se nova pitanja u uslugama logističke podrške bespilotnim letjelicama u gradskoj dostavi. Tvrtka E-novia je predstavila zanimljiv projekt, gdje se zemaljski dron-robot koristi u logistici zadnje milje za dostavu paketa u urbanim područjima [18].





Slika 6. Dron za dostavu PaketKopter DHL-a[13]



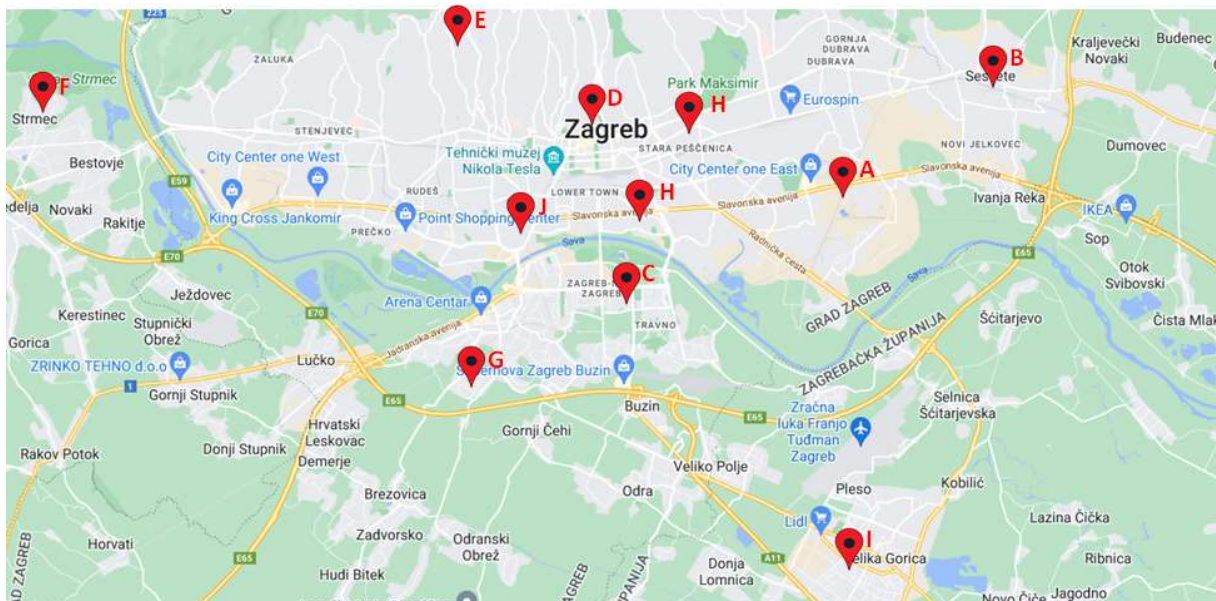
Slika 7. Dron-robot za dostavu paketa[5]

## 4.OPTIMIZACIJA RUTE DOSTAVNOG VOZILA NA PRIMJERU

U ovom poglavlju bit će matematički obrađena ruta za vozilo koje dostavlja robu kupcima na području Zagreba i okolice. Matematičke metode koje će biti korištene su: Clark-Wright-ov algoritam ušteta, Clark-Wright-ov algoritam ušteta-metoda s indikatorom T te metoda najbližeg susjeda. U prethodnom poglavlju opisana je osnovna metodologija izračuna za navedene matematičke modele, dok će u ovom poglavlju na primjerima detaljno biti prikazan i objašnjen izračun.

### 4.1. Ulazni podaci

Podaci koji se koriste u ovom radu su proizvoljno određene lokacije i udaljenosti između tih lokacija na području Grada Zagreba i okolice koje su prikazane na slici 8. Primjer je dostava robe iz skladišta na određene lokacije. Početni čvor rute je skladište na Robnim terminalima Zagreb(Žitnjak), vozilo dostavlja robu na deset lokacija i vraća se ponovno u početni čvor. Udaljenosti između početnog čvora i ostalih čvorova prikazane su u tablici 1., a matrica udaljenosti između čvorova prikazana je u tablici 2. Početno rješenje, odnosno trivijalno, je jedno vozilo za svaku lokaciju i iznosi 229,6km, a intuitivno rješenje ove rute vozila je  $a \leftrightarrow b \leftrightarrow c \leftrightarrow d \leftrightarrow e \leftrightarrow f \leftrightarrow g \leftrightarrow h \leftrightarrow i \leftrightarrow j \leftrightarrow k \leftrightarrow a$  i iznosi 132,10 km.



Slika 8. Prikaz proizvoljno određenih lokacija za dostavu

Tablica 1. Podaci o ruti vozila

	Lokacija	Udaljenosti od početnog čvora(km)
a	Skladište	0
b	Lokacija 1	7,4
c	Lokacija 2	8
d	Lokacija 3	9,2
e	Lokacija 4	13,5
f	Lokacija 5	25
g	Lokacija 6	14
h	Lokacija 7	5,9
i	Lokacija 8	17
j	Lokacija 9	8,7
k	Lokacija 10	6,1

Tablica 2. Matrični prikaz udaljenosti za rutu vozila

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

## 4.2. Primjena metoda za izračunavanje rute

### 4.2.1. Clark-Wrightov algoritam ušteta

Prvi korak optimizacije ovom metodom je izračunavanje ušteta. Navedene uštete dobiju se korištenjem formule (1) a postupak je prikazan u nastavku na slici 9:

$$S_{ij}=d(B,i)+d(B,j)-d(i,j)$$



$S_{bc}=d(a,b)+d(a,c)-d(b,c)=7,4+8-21=-5,6$	$S_{ef}=d(a,e)+d(a,f)-d(e,f)=13,5+25-19=19,5$
$S_{bd}=d(a,b)+d(a,d)-d(b,d)=7,4+9,2-13=3,6$	$S_{eg}=d(a,e)+d(a,g)-d(e,g)=13,5+14-13=14,5$
$S_{be}=d(a,b)+d(a,e)-d(b,e)=7,4+13,5-18=2,9$	$S_{eh}=d(a,e)+d(a,h)-d(e,h)=13,5+5,9-9,8=9,6$
$S_{bf}=d(a,b)+d(a,f)-d(b,f)=7,4+25-4=-7,6$	$S_{ei}=d(a,e)+d(a,i)-d(e,i)=13,5+17-22=8,5$
$S_{bg}=d(a,b)+d(a,g)-d(b,g)=7,4+14-31=-9,6$	$S_{ej}=d(a,e)+d(a,j)-d(e,j)=13,5+8,7-8,8=13,4$
$S_{bh}=d(a,b)+d(a,h)-d(b,h)=7,4+5,9-4=3$	$S_{ek}=d(a,e)+d(a,k)-d(e,k)=13,5+6,1-8,7=1,9$
$S_{bi}=d(a,b)+d(a,i)-d(b,i)=7,4+17-19=5,4$	$S_{fg}=d(a,f)+d(a,g)-d(f,g)=25+14-19=2$
$S_{bj}=d(a,b)+d(a,j)-d(b,j)=7,4+8,7-16=-1$	$S_{fh}=d(a,f)+d(a,h)-d(f,h)=25+5,9-2=1,9$
$S_{bk}=d(a,b)+d(a,k)-d(b,k)=7,4+6,1-9,3=4,2$	$S_{fi}=d(a,f)+d(a,i)-d(f,i)=25+17-3=12$
$S_{cd}=d(a,c)+d(a,d)-d(c,d)=8+9,2-6,7=1,5$	$S_{fj}=d(a,f)+d(a,j)-d(f,j)=25+8,7-17=16,7$
$S_{ce}=d(a,c)+d(a,e)-d(c,e)=8+13,5-11=1,5$	$S_{fk}=d(a,f)+d(a,k)-d(f,k)=25+6,1-24=7,1$
$S_{cf}=d(a,c)+d(a,f)-d(c,f)=8+25-24=9$	$S_{gh}=d(a,g)+d(a,h)-d(g,h)=14+5,9-9,4=1,5$
$S_{cg}=d(a,c)+d(a,g)-d(c,g)=8+14-6,3=15,7$	$S_{gi}=d(a,g)+d(a,i)-d(g,i)=14+17-14=17$
$S_{ch}=d(a,c)+d(a,h)-d(c,h)=8+5,9-4=9,9$	$S_{gj}=d(a,g)+d(a,j)-d(g,j)=14+8,7-6,1=16,6$
$S_{ci}=d(a,c)+d(a,i)-d(c,i)=8+17-11=14$	$S_{gk}=d(a,g)+d(a,k)-d(g,k)=14+6,1-12=8,1$
$S_{cj}=d(a,c)+d(a,j)-d(c,j)=8+8,7-5,7=11$	$S_{hi}=d(a,h)+d(a,i)-d(h,i)=5,9+17-15=7,9$
$S_{ck}=d(a,c)+d(a,k)-d(c,k)=8+6,1-6,8=7,3$	$S_{hj}=d(a,h)+d(a,j)-d(h,j)=5,9+8,7-4,1=1,5$
$S_{de}=d(a,d)+d(a,e)-d(d,e)=9,2+13,5-5,8=16,9$	$S_{hk}=d(a,h)+d(a,k)-d(h,k)=5,9+6,1-4,8=7,2$
$S_{df}=d(a,d)+d(a,f)-d(d,f)=9,2+25-24=1,2$	$S_{ij}=d(a,i)+d(a,j)-d(i,j)=8,7+6,1-16=9,7$
$S_{dg}=d(a,d)+d(a,g)-d(d,g)=9,2+14-12=11,2$	$S_{ik}=d(a,i)+d(a,k)-d(i,k)=8,7+6,1-19=4,1$
$S_{dh}=d(a,d)+d(a,h)-d(d,h)=9,2+5,9-7,4=7,7$	$S_{jk}=d(a,j)+d(a,k)-d(j,k)=8,7+6,1-6,7=8,1$
$S_{di}=d(a,d)+d(a,i)-d(d,i)=9,2+17-2=1,6$	
$S_{dk}=d(a,d)+d(a,k)-d(d,k)=9,2+6,1-5,4=9,9$	

Slika 9. Prikaz računanja ušteta

Nakon što su uštete za svaki par čvorova izračunate, radi lakšeg pregleda, potrebno je raspisati uštete u tablicu. Tablicom 3. prikazane su uštete prema redoslijedu grana.

Tablica 3. Uštede za vozilo prema redosljedu vrhova

Relacija(i,j)	Ušteda(i,j)	Relacija(i,j)	Ušteda(i,j)	Relacija(i,j)
(b,c)	-5,6	(c,j)	11	(f,g)
(b,d)	3,6	(c,k)	7,3	(f,h)
(b,e)	2,9	(d,e)	16,9	(f,i)
(b,f)	-7,6	(d,f)	10,2	(f,j)
(b,g)	-9,6	(d,g)	11,2	(f,k)
(b,h)	0,3	(d,h)	7,7	(g,h)
(b,i)	5,4	(d,i)	6,2	(g,i)
(b,j)	0,1	(d,j)	10,6	(g,j)
(b,k)	4,2	(d,k)	9,9	(g,k)
(c,d)	10,5	(e,f)	19,5	(h,i)
(c,e)	10,5	(e,g)	14,5	(h,j)
(c,f)	9	(e,h)	9,6	(h,k)
(c,g)	15,7	(e,i)	8,5	(i,j)
(c,h)	9,9	(e,j)	13,4	(i,k)
(c,i)	14	(e,k)	10,9	(j,k)

Sljedeći korak je dobivene uštede rangirati prema količini uštede za sve grane od najveće do najmanje, što je prikazano Tablicom 4. Ovaj korak nije nužan, ali znatno skraćuje problematiku u idućem koraku gdje se moraju uzimati grane čije su uštede najveće, po redu.

Tablica 4. Uštede za vozilo rangirane prema količini uštede

Relacija(i,j)	Ušteda(i,j)	Relacija(i,j)	Ušteda(i,j)	Relacija(i,j)
(f,g)	20	(d,i)	10,6	(d,h)
(e,f)	19,5	(c,d)	10,5	(c,k)
(g,i)	17	(c,e)	10,5	(h,k)
(d,e)	16,9	(g,h)	10,5	(f,k)
(f,j)	16,7	(h,j)	10,5	(d,i)
(g,j)	16,6	(d,f)	10,2	(b,i)
(c,g)	15,7	(c,h)	9,9	(b,k)
(e,g)	14,5	(d,k)	9,9	(i,k)
(c,i)	14	(i,j)	9,7	(b,d)
(e,j)	13,4	(e,h)	9,6	(b,e)
(f,i)	12	(c,f)	9	(b,h)
(d,g)	11,2	(e,i)	8,5	(b,j)
(c,j)	11	(g,k)	8,1	(b,c)
(e,k)	10,9	(j,k)	8,1	(b,f)
(f,h)	10,9	(h,i)	7,9	(b,g)

Posljednji korak u ovoj metodi je formiranje rute prema dobivenim uštedama. Prilikom određivanja rute potrebno je, uz dobivene uštede, zadovoljiti sva ograničenja koje je potrebno ispuniti. U nastavku je detaljno prikazan i opisan postupak određivanja rute:

- $(f,g) \Rightarrow a \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow a$  ; relacija  $(f,g)$  predstavlja najveću uštedu te se postavlja kao početak rute,
- $(e,f) \Rightarrow a \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(e,f)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $f$  vanjski u ruti,
- $(g,i) \Rightarrow a \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(g,i)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $g$  vanjski u ruti,
- $(d,e) \Rightarrow a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(d,e)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $e$  vanjski u ruti,
- $(f,j),(g,j),(c,g)$  i  $(e,g)$  se ne mogu pridružiti ruti jer su točke  $f,g$  i  $e$  unutarnji čvorovi u ruti,
- $(c,i) \Rightarrow a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(c,i)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $i$  vanjski u ruti,
- $(e,j),(f,i)$  i  $(d,g)$  se ne mogu pridružiti ruti jer su točke  $e,f$  i  $g$  unutarnji čvorovi u ruti,
- $(c,j) \Rightarrow a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(c,j)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $c$  vanjski u ruti,
- $(e,k),(f,h),(d,j),(c,d),(c,e)$  i  $(g,h)$  se ne mogu pridružiti ruti jer su točke  $e,f,g$  i  $c$  unutarnji čvorovi u ruti,
- $(h,j) \Rightarrow a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(h,j)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $j$  vanjski u ruti,
- $(d,f)$  i  $(c,h)$  se ne mogu pridružiti ruti jer su točke  $f$  i  $c$  unutarnji čvorovi u ruti,
- $(d,k) \Rightarrow a \rightarrow k \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(d,k)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $d$  vanjski u ruti,
- uštede od  $(i,j)$  do  $(b,i)$  se ne mogu priključiti jer ne ispunjavaju uvjete,
- $(b,k) \Rightarrow a \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$  ; iduća najveća ušteda je  $(b,k)$  te se može uključiti u rutu pošto je čvor  $k$  vanjski u ruti.

Koristeći Clark-Wright-ovu metodu ušteda dobiveno je iduće rješenje za ovu

rutu:  $a \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$

Potrebna udaljenost, prema Clark-Wright-ovoj metodi, koju vozilo mora prijeći kako bi prikupilo svu robu je 106,6km.

#### 4.2.2. Optimizacija rute Clark-Wright-ovim algoritmom - metoda s indikatorom T

Za izračun optimizacija na ruti moguće se poslužiti s matricom iz prethodnog primjera Clark-W-ovog algoritma ušteta. U ovom primjeru neće biti potrebna potpuna matrica već samo njena polovica pošto je grad simetričan, što znači da su udaljenosti od A do B jednake kao od B do A. Tablica 5. prikazuje vrijednosti u gornjoj polovici matrice iznad dijagonale s izračunatim uštedama između svakog čvora. Uštete se računaju kao i u prethodnoj metodi prema formuli (1).

Tablica 5. Prikaz matrice ušteta rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a		2	2	2	2	2	2	2	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Nakon definirane polu-matrice potrebno je pronaći najveću uštedu između čvorova. Taj čvor može se priključiti u rutu jedino ako su zadovoljeni svi uvjeti. Bitno je da oba čvora nisu već priključena na rutu te da je indikator T za oba čvora veći od 0. Najveća ušteta u matrici nalazi se između čvorova f i g i iznosi 20 km. Niti jedan čvor nije priključen na rutu te je indikator za oba čvora veći od 0. Pošto su oba uvjeta zadovoljena, čvor (f,g) može se priključiti na rutu te indikatori na svakom čvoru smanjiti za 1. Novonastala ruta je: a → f → g → a.



Tablica 6. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduća najveća ušteda nalazi se u čvoru (e,f) te iznosi 19,5 km. Uvjeti su zadovoljeni, tj. čvor e se ne nalazi na ruti te su indikatori T veći od 0. Oba indikatora smanjuju se za 1 te je novonastala ruta: a → e → f → g → a.

Tablica 7. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	2	2	1	0	1	2	2	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduća najveća ušteda nalazi se u čvoru (g,i) te iznosi 17 km. Uvjeti su zadovoljeni, tj. čvor i se ne nalazi na ruti te su indikatori T veći od 0. Oba indikatora smanjuju se za 1 te je novonastala ruta:

a → e → f → g → i → a.



Tablica 8. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	2	2	1	0	0	2	1	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduća najveća ušteda nalazi se u čvoru (d,e) te iznosi 16,9 km. Uvjeti su zadovoljeni, tj. čvor d se ne nalazi na ruti te su indikatori T veći od 0. Oba indikatora smanjuju se za 1 te je novonastala ruta: a → d → e → f → g → i → a.

Tablica 9. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	2	1	0	0	0	2	1	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduće najveće uštede nalaze se u čvorovima (f,j), (g,j), (c,g) i (e,g). Pošto nijedan čvor ne ispunjava uvjete preskaču se i ne uzimaju se u rutu. Iduća najveća ušteda koja zadovoljava uvjete je čvor (c,i) s uštedom od 14 km. Indikatori od svakog čvora se smanjuju za 1 te je novonastala ruta: a → d → e → f → g → i → c → a.

Tablica 10. Prikaz matrice ušteta rute vozila dobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	1	1	0	0	0	2	0	2	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduće najveće uštede su u čvorovima (e,j),(f,i) i (d,g), no pošto ne zadovoljavaju uvjete zanemaruje ih se i preskače. Iduća najveća ušteta je čvor (c,j) te zadovoljava uvjete. Indikatori od svakog čvora se smanjuju za 1 i novonastala ruta je: a → d → e → f → g → i → c → j → a.

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	0	1	0	0	0	2	0	1	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Tablica 11. Prikaz matrice ušteta rute vozila dobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

Iduće najveće uštede su u čvorovima (e,k),(f,h),(d,j),(c,d),(c,e) i (g,h), no pošto ne zadovoljavaju uvjete zanemaruje ih se i preskače. Iduća najveća ušteta je čvor (h,j) s uštedom od . Indikatori od svakog čvora se smanjuju za 1 i novonastala ruta je: a → d → e → f → g → i → c → j → h → a.

Tablica 12. Prikaz matrice ušteta rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	0	1	0	0	0	1	0	0	2
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduće najveće uštede su u čvorovima (d,f) i (c,h), no pošto ne zadovoljavaju uvjete zanemaruje ih se i preskače. Iduća najveća ušteta je čvor (d,k) s uštedom od . Indikatori od svakog čvora se smanjuju za 1 i novonastala ruta je:

$a \rightarrow k \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$ .

Tablica 13. Prikaz matrice ušteta rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Iduće najveće uštede su u čvorovima (i,j) i (b,i), no pošto ne zadovoljavaju uvjete zanemaruje ih se i preskače. Iduća najveća ušteta je čvor (b,k) s uštedom od . Indikatori od svakog čvora se smanjuju za 1 i novonastala ruta je:

$a \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow i \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow h \rightarrow a$ .

Tablica 14. Prikaz matrice ušteta rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T

	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
b		-5,6	3,6	2,9	-7,6	-9,6	0,3	5,4	0,1	4,2
c			10,5	10,5	9	15,7	9,9	14	11	7,3
d				16,9	10,2	7,7	7,7	6,2	10,6	9,9
e					19,5	14,5	9,6	8,5	13,4	10,9
f						20	10,9	12	16,7	7,1
g							10,5	17	16,6	8,1
h								7,9	10,5	7,2
i									9,7	4,1
j										8,1
k										

Ovime je kompletirana ruta, što se također može zaključiti prema indikatorima svakoga čvora. Moraju na kraju optimizacija svi biti jednaki 0, osim dva vanjska čvora, koji su i ovom primjeru b i h. Tablicom 14. prikazana je polu-matrica skraćnja za ovaj primjer na kraju optimizacije. Kompletirana ruta ima krajnjih 106,6 km kao i u prošlom primjeru Clark-Wrightovim algoritmom ušteta.

#### 4.2.3. Metoda najbližeg neposjećenog susjeda

Iduća metoda kojom će se pokušati optimizirati ruta je metoda najbližeg susjeda. Sami izračun vrši se na principu potrage za najbližim mogućim čvorom. Nakon toga se traži idući neiskorišteni najbliži čvor, sve dok se svi ne iskoriste. Nakon što se uzme zadnji čvor, spaja se s početnom točkom.

Prvi najbliži čvor početnoj točki je čvor h, međusobne udaljenosti 5,9 km. Uzimajući taj čvor u rutu, križa se navedeni stupac te je novonastala ruta: a → h → a. Prikaz postupka prikazan je Tablicom 15.

Tablica 15. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prošlom odabranom je c. Udaljen je od prethodnog čvora 4 km te se kao takav uvrštava u novu rutu. Novonastala ruta je:  $a \rightarrow h \rightarrow c \rightarrow a$

Tablica 16. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Nakon spajanja prva dva čvora, idući najbliži prethodnom je čvor j, te je udaljen 5,7 km. Novonastala ruta :  $a \rightarrow h \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow a$ .

Tablica17.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3		11	5,7	6,2
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor g. Udaljen je od prethodnog čvora 6,1 km te novonastala ruta sad izgleda : a → h → c → j → g → a.

Tablica18.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3		11	5,7	6,2
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor d. Udaljen je od prethodnog čvora 12 km te novonastala ruta sad izgleda : a → h → c → j → g → d → a.



Tablica 19. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	15	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3		11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	21	6,2	12	12	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	15	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor k. Udaljen je od prethodnog čvora 5,4 km te novonastala ruta sad izgleda :  $a \rightarrow h \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow g \rightarrow d \rightarrow k \rightarrow a$ .

Tablica 20. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	15	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3		11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	21	6,2	12	12	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	15	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor e. Udaljen je od prethodnog čvora 8,7 km te novonastala ruta sad izgleda :  $a \rightarrow h \rightarrow c \rightarrow j \rightarrow g \rightarrow d \rightarrow k \rightarrow e \rightarrow a$ .

Tablica 21. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	19	0	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor b. Udaljen je od prethodnog čvora 18 km te novonastala ruta sad izgleda : a → h → c → j → g → d → k → e → b → a.

Tablica 22. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	19	0	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	16	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	16	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor i. Udaljen je od prethodnog čvora 19 km te novonastala ruta sad izgleda : a → h → c → j → g → d → k → e → b → i → a.



Tablica 23. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	15	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	15	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

Idući najbliži čvor prethodno odabranom je čvor f. Udaljen je od prethodnog čvora 30 km. U nastavku Tablicom 24. prikazana je kompletna matrica za ovaj primjer. Krajnji oblik rute je: a → h → c → j → g → d → k → e → b → i → f → a. Duljina rute iznosi 139,8 km, razlika između ove rute i trivijalne iznosi 7,70 km.

Tablica 24. Kompletirani matrični prikaz optimizirane rute metodom najbližeg susjeda

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	7,4	8	9,2	13,5	25	14	5,9	17	8,7	6,1
b	7,4	0	21	13	18	40	31	13	19	16	9,3
c	8	21	0	6,7	11	24	6,3	4	11	5,7	6,8
d	9,2	13	6,7	0	5,8	24	12	7,4	20	7,3	5,4
e	13,5	18	11	5,8	0	19	13	9,8	22	8,8	8,7
f	25	40	24	24	19	0	19	20	30	17	24
g	14	31	6,3	12	13	19	0	9,4	14	6,1	24
h	5,9	13	4	7,4	9,8	20	9,4	0	15	4,1	4,8
i	17	19	11	20	22	30	14	15	0	15	19
j	8,7	16	5,7	7,3	8,8	17	6,1	4,1	15	0	6,7
k	6,1	9,3	6,8	5,4	8,7	24	12	4,8	19	6,7	0

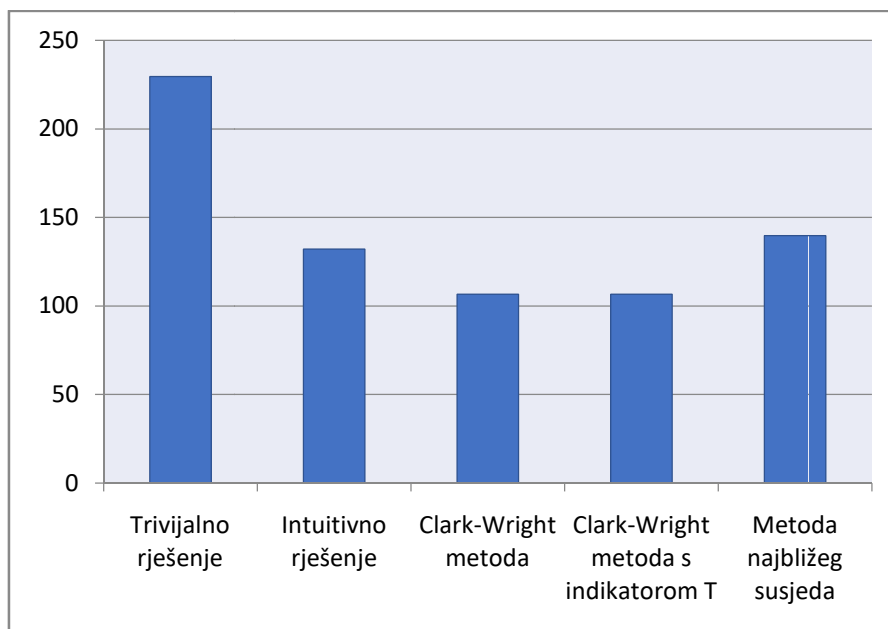
### 4.3. Komparativna analiza dobivenih rezultata

Dobivene rezultate algoritama potrebno je usporediti. Tablicom 25. prikazani su rezultati, odnosno udaljenosti koje vozilo treba prijeći na osnovu matematičkih modela.

Tablica 25. Prikaz dobivenih rješenja koristeći matematičke modele

	Trivijalno rješenje	Intuitivno rješenje	Clark Wright-ov algoritam ušteta	Clark-Wright-ov algoritam – metoda s	Metoda najbližeg susjeda	<u>NAJBOLJE RJEŠENJE</u>
Ruta vozila	229,6	132,1 km	106,6 km	106,6 km	139,8 km	<b><u>106,6 km</u></b>

Usporedbom iz tablice 25. može se zaključiti da je Clark-Wright-ov algoritam dao najbolje rješenje. Ruta vozilaza najbolji rezultat ima 106,6 km. Taj rezultat dale su obje Clark-Wrightove metode, dok metoda najbližeg susjeda daje rezultat od 139,8 km što je daleko od optimalnog rješenja. U nastavku grafički je prikazan odnosi između dobivenih rješenja.



Graf 1. Odnos dobivenih rješenja na temelju matematičkih metoda

## 5.ZAKLJUČAK

Jedan od zadataka prijevozne logistike je paralelno prostorno i vremenski približiti proizvođača i krajnjeg kupca. Njihova međusobna udaljenost kreira najveći trošak glede cijene transporta, ali u isto vrijeme rezultira raznim drugim troškovima (dugo tranzitno vrijeme isporuke robe kupcu ili smanjena dostupnost robe krajnjem potrošaču).

Distribucija robe u gradskim područjima rezultira zagušenjima u prometu, zastojećima, bukom, emisijom štetnih plinova i prometnim nezgodama koje stvaraju teretna i mala dostavna vozila. Gradska logistika ima za cilj optimizirati cjelokupni logistički sustav unutar gradskog područja i tako pozitivno utjecati na kvalitetu života u gradu bez bitnog utjecaja na razinu i kvalitetu distribucije.

Suvremena logistika mora biti održiva kako bi bila učinkovita, kako bi mogla ispuniti rastuće zahtjeve i kako bi sačuvala kvalitetan okoliš i ekonomske i društvene uvjete. Održivi promet je promet koji zadovoljava trenutne prometne i transportne potrebe bez ugrožavanja mogućnosti budućih generacija da ostvare svoje potrebe.

U urbanoj logistici last mile dostave, mala poboljšanja mogu imati golemi utjecaj tijekom dužih perioda, jer su gradske usluge dostave robe aktivnosti koje se ponavljaju. Sa stajališta tehnoloških inovacija, u bliskoj budućnosti usluge last mile logistike mogle bi se uvelike obavljati bespilotnim vozilima, robotima i UAV-ovima. To bi moglo stvoriti prilike za integraciju digitalizacije i automatizacije u logističkim industrijama, uključujući teretna područja last mile logistike.

Digitalizacija omogućuje razvoj učinkovitijih i fleksibilnijih rješenja opskrbnog lanca usmjerenih na kupce. Digitalni opskrbni lanci mogu pružiti međusobno povezane logističke sustave, pametno skladištenje i napredne alate za analizu informacija za učinkovito upravljanje cijelim opskrbnim lancima. Na taj bi se način, primjerice, first mile logistika i područja opskrbnog lanca last mile logistike mogla optimizirati na integrirani način.

Optimalno rješenje logističkoga problema koji je matematički opisan može se dobiti primjenom egzaktnih metoda ili, ukoliko bi to iziskivalo neprihvatljivo puno vremena, primjenom heurističkih algoritama koji daju rješenja za koja se ne može sa

sigurnošću tvrditi da su optimalna, no može se potvrditi njihova izvedivost s obzirom na zadana ograničenja.

Usporedbom dobivenih rezultata može se zaključiti da je Clark-Wright-ov algoritam dao najbolje rješenje. Ruta vozilaza najbolji rezultat ima 106,6 km. Taj rezultat dale su obje Clark-Wrightove metode, dok metoda najbližeg susjeda daje rezultat od 139,8 km što je daleko od optimalnog rješenja.

## LITERATURA

1. Aktualno.hr. *Plan održive urbane logistike*. Preuzeto s:<https://vzaktualno.hr/plan-odrzive-urbane-logistike/> [Pristupljeno: kolovoz 2023.]
2. Bosona T. Urban freight last mile logistics-Challenges and opportunities to improve sustainability: A literature review. *Sustainability*. 2020;12(21): 8769 Preuzeto s:<https://www.mdpi.com/2071-1050/12/21/8769>[Pristupljeno rujan 2023. ]
3. Carić T. *Nastavni tekst iz kolegija Optimizacija prometnih procesa*. 2014: Zagreb Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu
4. Carić T., Gold H. *Vehicle routing problem*. 2008: I-Tech Preuzeto s: [https://bib.irb.hr/datoteka/433524.Vehnicle\\_Routing\\_Problem.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/433524.Vehnicle_Routing_Problem.pdf) [Pristupljeno: kolovoz 2023.]
5. E-novia. *Milan: with the self-driving droid YAPE the experimentation for efficient and sustainable last mile deliveries kicksoff*. Preuzeto s:<https://e-novia.it/en/milan-with-the-self-driving-droid-yape-the-experimentation-for-efficient-and-sustainable-last-mile-deliveries-kicks-off/>[Pristupljeno kolovoz 2023.]
6. GLS. *Naslovna stranica*. Preuzeto s : <https://gls-group.com/HR/hr/home>[Pristupljeno: kolovoz 2023.]
7. Jeřábek K., Majercak P., Kliertik T., Valaskova K. Application of Clark and Wright's Savings Algorithm Model to Solve Routing Problem in Supply Logistics. *NAŠE MORE*. 2016; 63(3):117-118. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/162576> [Pristupljeno: kolovoz 2023.]
8. Kolarić G., Skorić L. Metode distribucije u gradska središta. *Tehnički glasnik*. 2014; 8(4). Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/131570> [Pristupljeno: kolovoz 2023.]
9. Kolarić M. *Planovi održive urbane logistike*. Završni rad, Sveučilište Sjever; 2020.
10. Leksikografski zavod Miroslav Krleža. *Transportna logistika*. Preuzeto s: <https://tehnika.lzmk.hr/transportna-logistika/> [Pristupljeno: kolovoz, 2023]

11. Lider. *Hrvatska pošta postavila više od 150 paketomata diljem Hrvatske*. Preuzeto s :[https://lidermedia.hr/ukratko/hrvatska-posta-postavila-vec-vise-od-150-paketomata-diljem-hrvatske-143035#google\\_vignette](https://lidermedia.hr/ukratko/hrvatska-posta-postavila-vec-vise-od-150-paketomata-diljem-hrvatske-143035#google_vignette)[Pristupljeno: kolovoz 2023.]
12. Mapon. *Naslovna stranica*. Preuzeto s: <https://www.mapon.com/hr/nasa-rjesenja/planiranje-rute>[Pristupljeno: rujan 2023.]
13. Merkur.de. *Gibt es eine Zukunft für Liefer-Drohnen?*. Preuzeto s: <https://www.merkur.de/wirtschaft/amazon-dhl-logistik-zweifel-drohnen-zukunft-4085744.html>[Pristupljeno: rujan 2023.]
14. Olsson J., Hellstrom D., Palsson Henrik. Framework of last mile logistics research: A systematic review of the literature. *Sustainability*. 2019; 11(24):7131 Preuzeto s: <https://www.mdpi.com/2071-1050/11/24/7131> [Pristupljeno: kolovoz 2023.]
15. OptimoRoute. *What is last mile delivery? Costs & how to optimize*. Preuzeto s: <https://optimoroute.com/last-mile-delivery/>[Pristupljeno: kolovoz 2023]
16. Pašagić Škrinjar J. *Prijevozna logistika II*, autorizirana predavanja, Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu, 2021./2022.
17. Preuzeto s: <https://www.joico.hr/pages/dostava>[Pristupljeno: kolovoz 2023.]
18. Ranier L., Digiesi S., Silvestri B., Roccotelii M. A review of last mile logistics innovations in an externalities cost reduction vision. *Sustainability*. 2018; 10(3): 782 Preuzeto s: <https://www.mdpi.com/2071-1050/10/3/782#B78-sustainability-10-00782>[Pristupljeno: kolovoz 2023.]
19. Segetlija Z.: *Uvod u poslovnu logistiku*. Osijek: Ekonomski fakultet Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku; 2008.
20. Stanković R., Pašagić Škrinjar J. *Autorizirana predavanja iz kolegija Logistika i transportni modeli*. 2015: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu
21. Županović I. *Tehnologija cestovnog prijevoza*. Zagreb: Fakultet prometnih znanost ;2002.

## POPIS SLIKA

Slika 1. Dijagram općeg pristupa optimizaciji transportnog procesa.....	3
Slika 2. GLS dostavni kombi.....	9
Slika 3. Sučelja aplikacije MapOn go.....	13
Slika 4. Paketomat Paket24 Hrvatske pošte.....	17
Slika 5. Električni tricikl GLS-a.....	19
Slika 6. Dron za dostavu PaketKopter DHL-a.....	20
Slika 7. Dron-robot za dostavu paketa.....	20
Slika 8. Prikaz proizvoljno određenih lokacija za dostavu.....	21
Slika 9. Prikaz računanja ušteda .....	23

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Podaci o ruti vozila .....	22
Tablica 2. Matrični prikaz udaljenosti za rutu vozila .....	22
Tablica 3. Uštede za vozilo prema redosljedu vrhova.....	24
Tablica 4. Uštede za vozilo rangirane prema količini uštede .....	24
Tablica 5. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	26
Tablica 6. Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	27
Tablica 7.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	27
Tablica 8.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	28
Tablica 9.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	28
Tablica 10.Prikaz matrice ušteda rute vozila dobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T .....	29
Tablica 11.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	29
Tablica 12.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	30
Tablica 13.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	30
Tablica 14.Prikaz matrice ušteda rute voziladobivene Clark-Wright-ovim algoritmom s indikatorom T.....	31
Tablica 15.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	32
Tablica 16.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	32
Tablica 17.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	33
Tablica 18.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ....	33
Tablica 19.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	34
Tablica 20.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	34
Tablica 21.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	35
Tablica 22.Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda ..	35



Tablica 23. Matrični prikaz izračuna rute vozila pomoću metode najbližeg susjeda .	36
Tablica 24. Kompletirani matrični prikaz optimizirane rute metodom najbližeg susjeda .....	36
Tablica 25. Prikaz dobivenih rješenja koristeći matematičke modele .....	37

## **POPIS GRAFOVA**

Graf 1.Odnos dobivenih rješenja na temelju matematičkih metoda..... 37

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
Vukelićeva 4, 10000 Zagreb

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je DIPLOMSKI RAD  
(vrsta rada)

isključivo rezultat mojega vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju upotrijebljene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog/diplomskog rada pod naslovom OPTIMIZACIJA RUTE DOSTAVNOG VOZILA U URBANOM PODRUČJU, u Nacionalni repozitorij završnih i diplomskih radova ZIR.

Student/ica:

U Zagrebu, 13.09.2023.

Izabela Vitolic', Izabela Vitolic'  
(ime i prezime, *potpis*)