

# Primjena Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama

---

**Ujlaki, Dominik**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:696491>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-20**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti

**ZAVRŠNI RAD**

**PRIMJENA MONTE CARLO SIMULACIJE ZA UPRAVLJANJE  
ZALIHAMA**

**INVENTORY MANAGEMENT WITH MONTE CARLO SIMULATION**

Mentor: doc. dr. sc. Diana Božić

Student: Dominik Ujlaki

JMBAG:0135246014

Zagreb, kolovoz 2023.

## SAŽETAK

Upravljanje zalihama predstavlja jedan od ključnih elemenata pri poslovanju nekog poduzeća što rezultira smanjenjem troškova i oslobađanjem prostora za skladištenje viška zaliha. Korištenje Monte Carlo simulacije korisno je u upravljanju zalihama jer omogućuje precizno određivanje ključnih parametara za daljnje unapređenje poslovanja. Upravljanje zalihama je od velike važnosti za efikasno poslovanje svakog poduzeća.

Analiza koja je prezentirana u ovom radu pruža bolji uvid u mogućnost optimizacije zaliha, što rezultira smanjenjem troškova i maksimizacijom raspoloživog prostora za skladištenje. Primjenom Monte Carlo simulacije, dobivaju se precizniji podaci i parametri koji su ključni za donošenje informiranih poslovnih odluka. Uspješno upravljanje zalihama nije statičan proces, već zahtijeva kontinuirano praćenje, analizu i prilagodbu strategija. Ova metoda omogućuje poduzećima da uspješno upravljaju zalihama, čime postižu veću učinkovitost i konkurentsku prednost na tržištu.

**KLJUČNE RIJEČI:** Zalihe; upravljanje zalihama; Monte Carlo simulacija; smanjenje troškova; analiza

## SUMMARY

Inventory management is one of the key elements in running a business. It leads to cost reductions and frees up storage space for excess inventory. The use of Monte Carlo simulation is of great value for inventory management as it allows the accurate determination of key parameters for further operational improvements. Efficient inventory management is essential for the effective operation of any business.

The analysis presented in this paper provides a deeper insight into inventory optimisation that leads to cost reduction and maximisation of available storage space. By applying Monte Carlo simulation, more accurate data and parameters are obtained, which are essential for making informed business decisions. Successful inventory management is not a static process, but requires continuous monitoring, analysis and adjustment of strategies. With this method, companies can effectively manage their inventories to achieve greater efficiency and a competitive advantage in the market.

**KEY WORDS:** supplies; inventory management; Monte Carlo simulation; expense reduction; analysis

Zagreb, 4. travnja 2023.

Zavod: **Zavod za transportnu logistiku**  
Predmet: **Upravljanje zalihama**

## **ZAVRŠNI ZADATAK br.** **7231**

Pristupnik: **Dominik Ujlaki (0135246014)**  
Studij: **Inteligentni transportni sustavi i**  
logistika Smjer: **Logistika**

Zadatak: **Primjena Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama**

Opis zadatka:

U radu je potrebno navesti značajke upravljanja zalihama, te ukratko opisati Monte Carlo metodu. Na primjeru iz realnog sektora potrebno je prikazati projekciju opravdanih investicija u zalihe s aspekta potražnje za tim proizvodom. Primjenom Monte Carlo simulacije potrebno je odrediti početnu i završnu dnevnu zalihu odabranog artikla. Nakon provedene simulacije potrebno je analizirati dobivene rezultate.

Mentor:

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

---

doc. dr. sc. Diana Božić

# SADRŽAJ

1. Uvod.....	1
2. Zalihe i važnost upravljanja njima .....	2
2.1 Općenito o zalihama .....	2
2.2. Vrste zaliha .....	3
2.3 Planiranje i kontrola zaliha.....	6
3. Monte Carlo simulacija .....	9
4.Primjer primjene Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama .....	12
5. Zaključak.....	19
LITERATURA .....	21
POPIS SLIKA .....	22
POPIS TABLICA.....	23

## 1. Uvod

Tema ovog završnog rada je primjena Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama. Upravljanje zalihama važan je dio svake organizacije i određuje koliko i što se nabavlja, uz što manje troškove i uz što veću dobit za poduzeće. Jedan od alata za pomoć pri upravljanju i kontroli zaliha je Monte Carlo simulacija.

Monte Carlo simulacija, tehnika koja se temelji na korištenju slučajnih brojeva i događaja za modeliranje i analizu različitih problema, izdvojila se kao dobar alat za rješavanje izazova upravljanja zalihama. Ova metoda, prvobitno razvijena u sklopu atomske fizike tijekom Drugog svjetskog rata, brzo je pronašla primjenu u mnogim industrijama, uključujući ekonomiju, matematiku, inženjering, te posebno logistiku i upravljanje opskrbnim lancem.

U suvremenom poslovnom okruženju, gdje se organizacije suočavaju s rastućim izazovima i konkurencijom, upravljanje zalihama postaje ključna komponenta poslovne strategije. Učinkovito upravljanje zalihama ne samo da osigurava kontinuirani protok resursa, već i izravno utječe na financijsku stabilnost i konkurentnost poduzeća. Upravljanje zalihama zahtijeva precizno balansiranje između držanja dovoljnih zaliha za zadovoljenje potreba kupaca i minimiziranja troškova povezanih s njihovim održavanjem.

Cilj ovog završnog rada je istražiti i analizirati primjenu Monte Carlo simulacije u kontekstu upravljanja zalihama te demonstrirati njezinu moć u donošenju informiranih odluka u vezi s nabavom, praćenjem i optimizacijom zaliha.

## 2. Zalihe i važnost upravljanja njima

Zalihe su jedan od ključnih elemenata u opskrbnom lancu i kao takve vrlo je važno efektivno upravljati njima.

### 2.1 Općenito o zalihama

Zalihe su ključni element u svim fazama opskrbnog lanca, uključujući nabavu, proizvodnju, potrošnju i distribuciju. One igraju ulogu poveznice između sudionika opskrbnog lanca poput dobavljača, proizvođača, distributera i kupaca. Učinkovita suradnja između ovih sudionika ovisi o pravilnom toku informacija, proizvoda, usluga i financijskih sredstava.

U idealnom scenariju, optimizacija upravljanja zalihama značila bi održavanje točno određene količine zaliha. Međutim, u stvarnom poslovnom okruženju, precizno predviđanje potražnje za proizvodima je izuzetno rijetko. Zbog promjenjivih uvjeta na tržištu, sudionici opskrbnog lanca moraju držati određene količine zaliha kako bi osigurali kontinuitet svojih operacija [1].

Zalihe se formiraju kao rezultat prekida kontinuirane opskrbe materijalima i proizvodima unutar opskrbnog lanca. Održavanje odgovarajućih zaliha igra ključnu ulogu u [1]:

- Zaštiti poslovanja i proizvodnje u nepredvidljivim okolnostima.
- Omogućavanju isplativih nabavki i proizvodnje.
- Pružanju fleksibilnosti u suočavanju s promjenama u ponudi i potražnji.
- Održavanju glatke i neprekidne opskrbe materijalima u okviru proizvodnog i poslovnog sustava.

Upravljanje zalihama je vitalno za sve organizacije, jer se moraju donositi odluke kada, koliko i što nabaviti. Cilj je minimizirati troškove financiranja zaliha, istovremeno pružajući visoku kvalitetu usluge korisnicima i ostvarujući dobit za poduzeće. Ključni izazov je postizanje što većeg koeficijenta obrtaja zaliha, jer prevelike zalihe uzrokuju nepotrebne troškove, dok premalene mogu ugroziti kontinuitet poslovanja. Napredak u informacijskoj tehnologiji i razvoj raznih modela za planiranje i kontrolu zaliha donijeli su značajna poboljšanja u upravljanju zalihama u tržišno orijentiranim sustavima [1].

## 2.2. Vrste zaliha

Postoje tri osnovne kategorije zaliha koje se temelje na vrsti robe koja se čuva [2]:

- **Zalihe sirovina i materijala:** Ova kategorija obuhvaća sve potrebne sirovine i materijale koje poduzeće naručuje kako bi ih upotrijebilo za vlastitu proizvodnju i pripremu.
- **Nedovršena proizvodnja:** U ovoj kategoriji nalaze se sredstva koja su trenutno u procesu proizvodnje i na kojima se provode određene operacije kako bi se stvorio gotov proizvod.
- **Zalihe gotovih proizvoda i trgovačke robe:** Ova kategorija obuhvaća gotove proizvode koji su spremni za daljnju distribuciju i prodaju na tržištu [2].

Osim toga, zalihe na skladištu mogu se dodatno klasificirati prema nekoliko različitih kriterija [3]:

- **Vrsti robe koja se skladišti:** Ovisno o vrsti robe, zalihe se mogu razlikovati i organizirati na odgovarajući način.
- **Stvarnoj i planiranoj količini:** Različite količine zaliha održavaju se na temelju stvarnih potreba i planiranih normativa.

Ovisno o različitim faktorima, kao što su planirani standardi, trenutno stanje, motivacija i potreba za neprekidnim odvijanjem procesa proizvodnje ili prodaje, zalihe se mogu podijeliti na različite vrste [3]:

### 1) Minimalne zalihe

Minimalne zalihe predstavljaju najmanju količinu robe koja je nužna za pravovremeno ispunjenje obveza poduzeća. Kako bi se odredila minimalna količina, bitno je razmotriti dnevnu potrošnju ili prodaju robe, ovisno o prirodi poslovanja (npr., proizvodnji ili distribuciji), i također uzeti u obzir rokove isporuke. Važno je napomenuti da održavanje minimalnih zaliha ima smisla isključivo za poduzeća koja nemaju sezonske fluktuacije u potražnji. Ove minimalne zalihe izračunavaju se kao rezultat umnoška prosječne dnevne potrošnje i vremena potrebnog za nabavu [3].

### 2) Maksimalne zalihe

Maksimalna zaliha predstavlja gornju granicu robe u skladištu iznad koje se ne smije nabavljati nova roba. Održavanje maksimalnih zaliha postaje ključno kada proizvodnja ili narudžbe od strane kupaca variraju tokom godine, čime se osigurava da poduzeće ima dovoljno zaliha kako bi zadovoljilo potražnju čak i u



razdobljima povećane potražnje ili oscilacija. Ima više mogućih načina da se izračuna količine robe koja predstavlja normu za maksimalnu zalihi. Najčešće se koristi način gdje se vrijednost najveće planirane prodaje podjeli s danima odabranog ili planiranog razdoblja i rezultat pomnoži s norma danima [4].

### 3) Optimalne zalihe

Optimalne zalihe predstavljaju razinu zaliha koja omogućuje efikasno poslovanje s minimalnim troškovima. Prilikom određivanja optimalnih količina zaliha uzimaju se u obzir razni faktori kao što su troškovi nabave, troškovi prijevoza, troškovi skladištenja i troškovi održavanja zaliha. Troškovi nabave uključuju troškove kupnje i druge troškove nastale u procesu dovođenja zaliha u optimalno stanje i na trenutnu lokaciju. Troškovi kupnje se sastoje od kupovne cijene, carine, poreza, troškova prijevoza, troškova čuvanja i rukovanja i svih drugih troškova koji se mogu dodati troškovima nabave umanjene za subvencije [5].

### 4) Sigurnosne zalihe

Sigurnosne zalihe, poznate i kao mrtve zalihe, igraju ključnu ulogu u osiguravanju stabilne opskrbe proizvodnje i zadovoljavanju potreba kupaca. Međutim, njihovo održavanje nosi određene troškove i zahtijeva pažljivo planiranje. Uobičajena količina zaliha određuje se statističkim podacima kako bi se predvidjela budućnost te se pretpostavlja kako neće biti promjena tijekom nadolazećeg perioda. Sigurnosne zalihe, s druge strane, dizajnirane su kako bi se nosile s nepredvidivim promjenama u potražnji i različitim izazovima u opskrbnom lancu. Ove zalihe služe kao osiguranje protiv mogućih prekida u opskrbi, proizvodnji, transportu ili nepouzdanim informacijama. One pružaju fleksibilnost i sigurnost u poslovanju, ali je važno upravljati njima kako bi se minimizirali povezani troškovi [4].

### 5) Prosječne

Čine prosjek stanja zaliha robe tijekom određenog vremenskog razdoblja, najčešće godine. Izračunavaju se kao aritmetička sredine određenog broja zaliha na skladištu [4].

## 6) Špekulativne

Ove zalihe, poznate kao strategijske zalihe, nisu obično držane radi trenutnih potreba, već se nabavljaju u većim količinama iz različitih razloga. To može uključivati iskorištavanje količinskih popusta od dobavljača, anticipiranje budućih nestašica sirovina ili kupovinu po povoljnijim cijenama kako bi se iskoristio očekivani rast u budućnosti. Kao primjer takvih situacija možemo navesti naftu, posebno tijekom kriznih događanja u zemlji koja je veliki proizvođač nafte. Ovakve zalihe često se koriste kao strateška rezerva i mogu biti od ključne važnosti za osiguravanje kontinuiteta poslovanja i upravljanje rizicima [4].

## 7) Nekurentne

Nekurentne zalihe, poznate i kao zastarjele zalihe, predstavljaju robu koja iz različitih razloga nije prodana u planiranom vremenskom razdoblju i više nema potražnje na tržištu. Razlozi za nastanak nekurentnih zaliha mogu uključivati loše procjene potražnje, prevelike narudžbe zbog povoljnih cijena, neprecizne procjene tržišta i slično. Držanje ovih zaliha generira dodatne troškove zbog potrebe za skladištenjem, a vrijednost tih zaliha obično opada tijekom vremena. Nakon određenog razdoblja, vrijednost nekurentnih zaliha može postati manja od ukupnih početnih troškova koji su nastali pri nabavi i skladištenju te robe. Zbog toga se takve zalihe svrstavaju u kategoriju zastarjelih ili mrtvih zaliha [5].

## 8) Signalne

Predstavlja količinu zaliha koja djeluje kao signal da je vrijeme za započeti proces nabave kako bi se nadopunile zalihe prije nego što padnu na sigurnosnu razinu. To se provodi kako se u slučaju nekog rizika sigurnosna zaliha ne bi morala koristiti. Poduzeće određuje koliko će iznositi signalna zaliha na temelju informacija o potrošnji i vremenu trajanja nabave za planirano razdoblje. Kada zalihe padnu ispod ove razine, to je znak da je vrijeme za pokretanje procesa nabave kako bi se osigurala kontinuirana opskrba i izbjeglo kritično smanjenje zaliha. Ovaj pristup pomaže poduzeću da bolje upravlja svojim zalihama i minimizira rizike povezane s nestašicom proizvoda [5].

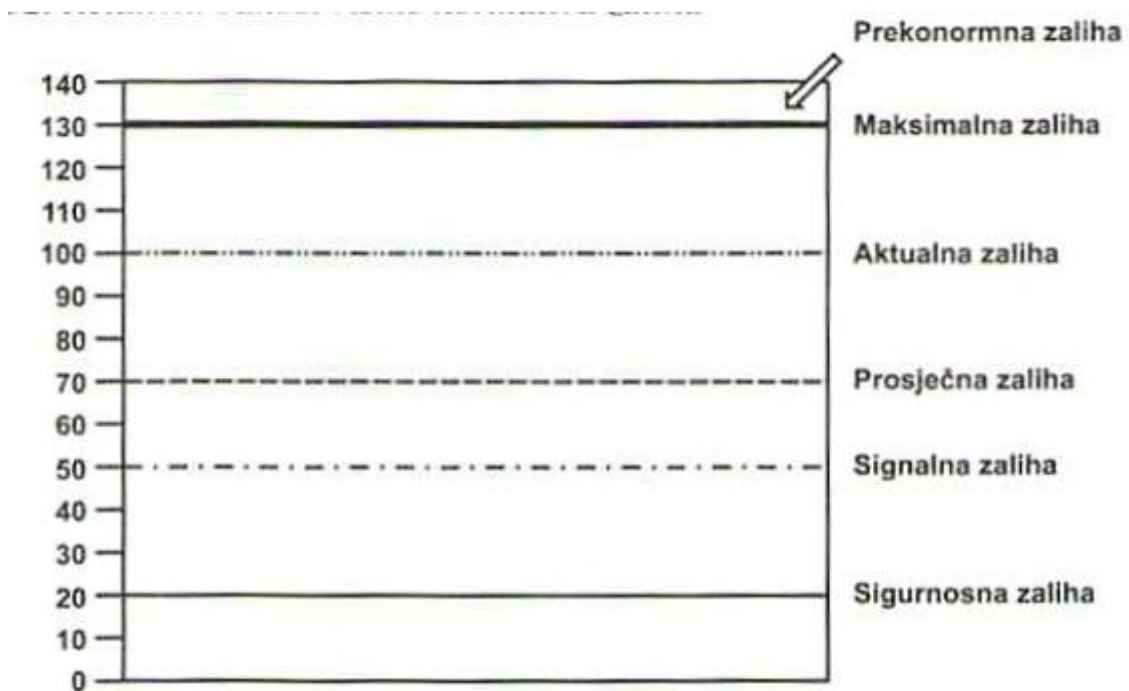
## 9) Sezonske

Sezonske zalihe predstavljaju količine robe koje se naručuju jednokratno u većim količinama kako bi se zadovoljila sezonska potražnja. Ove zalihe su

vrsta špekulativnih zaliha, što znači da se temelje na predviđanju visoke potražnje tijekom određenog razdoblja, poput blagdana ili sezone. Ključno je napomenuti da se za sezonske zalihe obično naručuju velike količine robe. Primjer sezonskih zaliha su božićni ukrasi. Poduzeća koja proizvode ili prodaju božićne ukrase često će naručiti velike količine tih proizvoda unaprijed kako bi bili spremni zadovoljiti veliku potražnju tijekom blagdanske sezone [4].

Svaka od ovih kategorija zaliha ima svoju svrhu i značajnost u okviru upravljanja zalihama, ovisno o specifičnim potrebama i ciljevima organizacije.

Na slici 1. prikazan je relativni odnos visine normativa zaliha. Normativi zaliha se mijenjaju u skladu sa promjenama uvjeta na tržištu nabave i potrebama potrošnje i prodaje poduzeća [5].



Slika 1. Odnos visine normativa zaliha

Izvor: Ferišak, V. (2006) Nabava: Politika – Strategija – Organizacija – Management. II. aktualizirano i dopunjeno izdanje. Zagreb: vlastita naklada, str. 318

## 2.3 Planiranje i kontrola zaliha

Zalihe se formiraju zbog nesklada između nabave i potrošnje određenih materijala ili proizvoda. Kada nabava ne uspije pravilno pratiti potrošnju, dolazi do nesrazmjera, što rezultira promjenjivim razinama zaliha. Količina zaliha varira između minimalnih i maksimalnih vrijednosti, ovisno o dinamici nabave i potrošnje.

Planiranje i kontrola zaliha imaju ključnu ulogu u održavanju neprekinutog toka materijala između nabave i potrošnje. Cilj je osigurati prisutnost potrebnih zaliha kad su potrebne. Za učinkovito planiranje i upravljanje zalihama, važno je uzeti u obzir različite čimbenike koji utječu na razinu zaliha. Ovi čimbenici mogu se podijeliti u nekoliko kategorija [6]:

- **Stanje na tržištu nabave:** To uključuje dostupnost robe i materijala na domaćem tržištu i potrebu za uvozom.
- **Usklađenost proizvodnje i nabave, popunjenost skladišta:** Ovo se odnosi na to kako dobro proizvodnja i nabava koordiniraju svoje aktivnosti, uključujući razinu popunjenosti skladišta.
- **Financijske mogućnosti:** To se odnosi na dostupnost vlastitih sredstava za financiranje zaliha i mogućnost dobivanja kredita.
- **Ostale okolnosti gospodarskog okruženja:** Ovo obuhvaća dostupnost skladišnog prostora i organizaciju prikladnog transporta.
- **Poslovna aktivnost gospodarskog okruženja:** To uključuje izbor dobavljača, putove nabave i pravilnost plaćanja dobavljačima.

Važno je napomenuti da ti čimbenici ne utječu izravno na količinu zaliha; umjesto toga, indirektno utječu putem faktora kao što su količina dostupne robe i materijala, cijene, vrijeme isporuke i razina pouzdanosti i sigurnosti poslovanja.

Potražnja za određenim proizvodima može se analizirati kroz dva osnovna modela [6]:

- **Nezavisni model potražnje:** Ovaj model karakterizira velike fluktuacije u potražnji za određenim proizvodima tijekom određenih vremenskih razdoblja.
- **Zavisni model potražnje:** Ovaj model karakterizira visoka potreba za značajnim zalihama određenih proizvoda po narudžbi u određenim vremenskim razdobljima [6].

Količina zaliha na skladištu ovisi o različitim čimbenicima, uključujući karakteristike robe koja se skladišti, obujam proizvodnje, učestalost naručivanja, broj skladišta u distribucijskoj mreži, uvjeti skladištenja, uvjeti transporta te uvjeti na domaćem i stranom tržištu [6].

Sustavno planiranje i kontrola zaliha su ključni za održavanje stabilnosti u lancu opskrbe. Prekomjerne zalihe mogu rezultirati povećanim troškovima skladištenja i rizicima povezanim s nekurentnim zalihama. Premalije zalihe mogu uzrokovati prekide u proizvodnji, nisku razinu usluge kupcima i nemogućnost zadovoljenja njihovih potreba. Kako bi se izbjegle ove neželjene situacije, organizacije primjenjuju različite sustave planiranja i kontrole zaliha. Postoje tri osnovna sustava planiranja i kontrole zaliha: tradicionalni, periodički i kontinuirani sustavi [6].

- **Tradicionalni sustav:** Ovaj sustav koristi dvije osnovne tehnike - kontinuirano popunjavanje zaliha i periodičko popunjavanje zaliha. U kontinuiranom popunjavanju zaliha, zalihe se obnavljaju čim padnu ispod određene razine. S druge strane, periodičko popunjavanje zaliha podrazumijeva obnavljanje zaliha u određenim vremenskim intervalima.
- **Periodički sustav:** Ovaj sustav uključuje planiranje i popunjavanje zaliha u određenim vremenskim intervalima, bez obzira na trenutačnu razinu zaliha. To se često koristi u manjim organizacijama ili onima s ograničenim brojem artikala na zalihi.
- **Kontinuirani sustav:** Ovaj sustav temelji se na praćenju stvarnih zaliha u stvarnom vremenu. Kada zalihe padnu ispod određene točke, automatski se izdaje narudžba za njihovo ponovno punjenje. Ovo je napredniji pristup i često se koristi u većim organizacijama s kompleksnim lancima opskrbe.

Za veće organizacije i one s više lokacija, upotreba suvremenih informacijsko-komunikacijskih sustava često je neophodna kako bi se optimiziralo upravljanje zalihama. Ovi sustavi omogućuju bolje praćenje i kontrolu zaliha te pomažu u postizanju ravnoteže između troškova skladištenja i kontinuirane dostupnosti proizvoda.

### 3. Monte Carlo simulacija

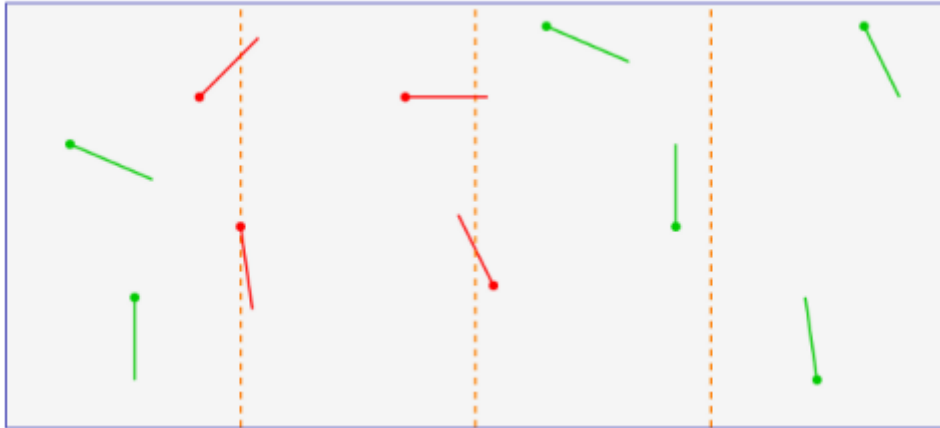
Monte Carlo simulacija je metoda koja se koristi za modeliranje i analizu različitih situacija i procesa koristeći slučajne brojeve i događaje. Ova simulacija nazvana je po gradu Monte Carlo u Monaku, poznatom po kockarnicama i igrama na sreću. Monte Carlo simulacija ima široku primjenu u raznim područjima, uključujući znanost, inženjering, financije, ekonomiju, matematiku, fiziku i mnoge druge discipline [7].

Nekoliko ključnih karakteristika i primjena Monte Carlo simulacije su:

1. **Slučajnost:** Monte Carlo simulacija temelji se na upotrebi slučajnih brojeva i vjerojatnosti kako bi se modelirale nesigurnosti i varijabilnosti u različitim procesima.
2. **Modeliranje kompleksnih problema:** Ova metoda omogućava modeliranje i analizu kompleksnih problema koji se ne mogu riješiti analitički ili matematički precizno.
3. **Vjerojatnost i statistika:** Monte Carlo simulacija često se koristi za procjenu vjerojatnosti različitih ishoda i statističkih svojstava sustava ili procesa.
4. **Optimizacija:** Može se koristiti za optimizaciju različitih sustava ili procesa, kao što su financijski portfelji, proizvodni procesi ili logistički lanac.
5. **Financije:** U financijskom sektoru, Monte Carlo simulacija često se koristi za procjenu rizika i donošenje investicijskih odluka.
6. **Inženjering:** U inženjeringu, koristi se za analizu složenih sustava, kao što su strukturalni dizajni, termalna analiza ili hidraulički sustavi.
7. **Fizika i znanost:** Monte Carlo simulacija koristi se za modeliranje fizikalnih procesa, kao što su interakcije subatomske čestice ili termalna ravnoteža.
8. **Ekonomska analiza:** U ekonomiji, Monte Carlo simulacija može se koristiti za procjenu budućih ekonomskih ishoda, cijena dionica ili kamatnih stopa.

Monte Carlo simulacija omogućava analitičarima da modeliraju različite scenarije i procijene rizike i potencijalne ishode. Koristi se kada je potrebno uzeti u obzir nesigurnost i varijabilnost u analizi ili planiranju te kada su tradicionalni analitički pristupi nedovoljni za rješavanje složenih problema.

Prvi oblici Monte Carlo simulacija potiču još iz 18. stoljeća kada je francuski znanstvenik Buffon prezentirao metodu bacanja igle kako bi dobio broj  $\pi$ . Taj primjer smatra se najranijim primjerom primjene Monte Carlo metoda. Na slici 7. prikazan je Buffonov problem igle [8].

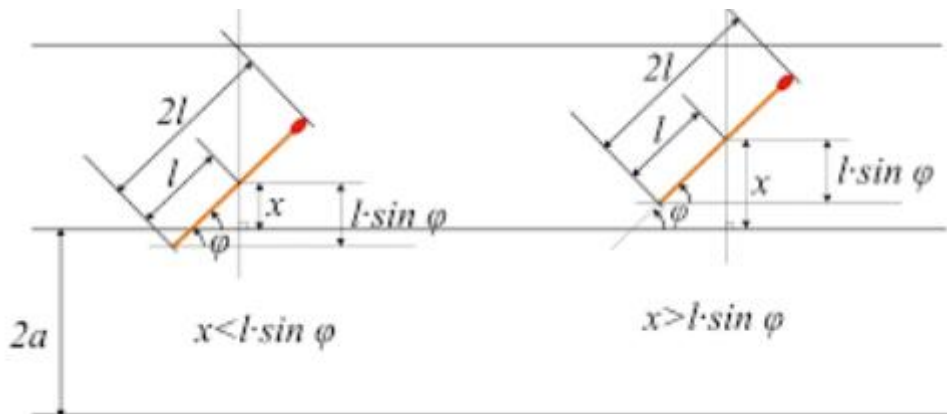


Slika 2: Buffonov problem igle

Izvor: [8]

Metoda se bazira na tome da se igla duljine  $2l$  nasumično baca na ravnu podlogu podijeljenu paralelnim pravcima udaljenim jedan od drugog za  $2a$ , pri čemu je  $l < a$ . Ovo znači da igla ne može sjeći dva pravca istovremeno. Na slici 8. prikazan je mogući položaj igle u odnosu na pravac. Vjerojatnost ( $P$ ) da igla siječe neki od pravaca može se izračunati prema formuli (6).

$$P = \frac{2l}{\pi a} \quad (1)$$



Slika 3: Položaj igle u Buffonovom problemu

Izvor: [8]

Gdje je:

- $2l$  – duljina igle
- $a$  – polovica udaljenosti između 2 paralelna pravca
- $\varphi$  - manji kut kojeg igla zatvara s pravcem

- $x$  - udaljenost središta igle do najbližeg pravca

Kut  $\phi$  može imati samo vrijednosti iz intervala  $[0, \pi/2]$ , a  $x$  iz  $[0, a]$ . Slijedi da je skup elementarnih događaja jednak  $\Omega = [0, \pi/2] \times [0, a]$ . Iz slike (3), vidljivo je da će igla sjeći pravac samo u slučaju kada je  $x < l \sin \phi$ . U situaciji kada vrijedi jednakost igla će samo dirati pravac.  $A$  je događaj koji predstavlja slučaj kada igla presječe pravac, odnosno:

$$A = \{\text{Igla siječe pravac}\} = \{(\phi, x) \in \Omega : x < l \sin \phi\}.$$

Primjenom geometrijske vjerojatnosti dobiju se sljedeći rezultati:

$$\lambda(A) = \int_0^{\pi/2} l \sin \phi \, d\phi = l \quad (2)$$

$$P = P(A) = \frac{\lambda(A)}{\lambda(\Omega)} = \frac{l}{\frac{a\pi}{2}} = \frac{2l}{a\pi} \quad (3)$$

Budući da vjerojatnost ( $P$ ) može biti procijenjena i kao omjer ukupnog broja bacanja u kojemu je igla pogodila linije i ukupnog broja bacanja, vrijednost broja  $\pi$  se tada može računati kao  $\pi = 2l / P a$ .

Buffon je 1777. godine izvodeći pokus bacio iglu 1000 puta i dobio  $\pi \approx 3.15$ . Talijanski matematičar Mario Lazzarini 1901. godine bacio je iglu 3408 puta i dobio točnost broja  $\pi$  u šest znamenaka. Njegova igla bila je dugačka 2.5 cm, dok je duljina između pravaca bila 3 cm. Broj bacanja u kojima je igla pogodila pravce iznosio je 1808 pa je aproksimacija broja  $\pi$  dobivena iz: [9]

$$\frac{1808}{3408} = \frac{2 * 2.5}{3 * \pi} \rightarrow \pi = \frac{355}{113} = 3.1415929204$$



## 4.Primjer primjene Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama

U nastavku je prikazan primjer upravljanja zalihama jedne trgovine na primjeru jednog proizvoda (toster), pomoću Monte Carlo simulacije korištenjem MS Excel-a.

Prema podacima o prodaji promatranog proizvoda za promatranu trgovinu cilj je bio prvo izračunati dnevnu frekvenciju potražnje za promatranim proizvodom. Ova frekvencija važna je za određivanje buduće količine narudžbe promatranog proizvoda (Q) kao i točke ponovnog naručivanja (R).

Pretpostavlja se da promatrana trgovina radi 300 dana godišnje. Statističkom analizom povijesnih podataka o prodaji promatranog proizvoda generirane su vrijednosti kako je prikazano u tablici 1.

Prvi stupac označava potražnju odnosno broj prodanih tostera u jednom danu. Drugi stupac označava broj dana u kojima je prodana određena količina tostera. Treći stupac označava vjerojatnost prodaje određenog broja tostera u godini. Računa se tako da podijelimo ukupan broj dana u kojem je prodan određen broj tostera s ukupnim brojem radnih dana trgovine.

Tablica1. Dnevna frekvencija potražnje tostera

Potražnja	Frekvencija	Vjerojatnost
0	15	$15/300=0.05$
1	30	$30/300=0.1$
2	60	$60/300=0.2$
3	90	$90/300=0.3$
4	45	$45/300=0.15$
5	30	$30/300=0.1$
6	30	$30/300=0.1$

Izvor: Autor

Promatrajući zadnjih 150 narudžbi minimalno vrijeme dolaska narudžbe od trenutka kada se naruči sve dok toster ne stigne je 2 dana, dok je maksimalno vrijeme 4 dana.

U trenutnom stanju na raspolaganju je 14 tostera i nema potrebe za novom narudžbom. Važno je odrediti optimalnu količinu narudžbe (Q) i točku ponovnog naručivanja (R) kako bi se minimizirali ukupni troškovi. Ti troškovi uključuju fiksne troškove narudžbe, troškove držanja zaliha te troškove koji nastaju u slučaju isteka zaliha (*Stockout cost*).

Prema početnim pretpostavkama i podacima prikupljenim tijekom prethodnih godina, procijenjeni fiksni trošak narudžbe za toster iznosi 320 kuna. Trošak držanja toster na zalihama iznosi 0.2 kune po danu, dok je trošak nedostatka zaliha (*Stockout cost*) za ovaj proizvod 105 kuna. Pretpostavlja se da dućan posluje 300 dana u godini. U tablici 2. je određena količina narudžbe (Q) i točka ponovnog naručivanja (R) prema dostupnim podacima, te se provjerava mogu li postojati bolje optimalne vrijednosti za Q i R kako bi dodatno smanjili ukupne troškove.

Tablica 2. Početne Q i R vrijednosti

Polje W13	Količina narudžbe (Q)	18 komada
Polje W14	Točka ponovnog naručivanja (R)	6 komada

Izvor: Autor

U nastavku, potrebno je odrediti donje i gornje granice vjerojatnosti potražnje kao kako je prikazano u tablici 3. Počinje se postavljajući donju granicu na 0, a gornju granicu na početnu vjerojatnost, u ovom slučaju 0.05. U idućem koraku, donja granica se postavlja na vrijednost gornje granice iz prethodnog koraka, dok se gornja granica dobije tako da se zbroji donja granica i vjerojatnost iz drugog polja ( $0.05+0.1$ ). Ovaj postupak se ponavlja za svaku vjerojatnost u tablici. Na kraju, se dobiva da je gornja granica 1.

Tablica 3. Određivanje granica vjerojatnosti potražnje

T	U	V	W
Potražnja	Vjerojatnost	Doljnja granica	Gornja granica
0	0,05	0	0,05
1	0,1	0,05	0,15
2	0,2	0,15	0,35
3	0,3	0,35	0,65
4	0,15	0,65	0,8
5	0,1	0,8	0,9
6	0,1	0,9	1

Izvor: Autor

U tablici 4 prikazani su ključni podaci za izračun ukupnih troškova, a objašnjenje podataka i način izračuna u MS Excelu je kako slijedi:

1. U stupcu A se nalaze radni dani u godini, što u ovom primjeru iznosi 300.

2. Stupac B sadrži podatke o trenutnom broju zaliha, koji predstavljaju preostalu količinu iz prethodnog dana (stupac G). Za prvi dan uzeta je početna zaliha od 14 komada tostera.
3. Stupac C prikazuje pristigle proizvode koji se izračunavaju pomoću COUNTIF naredbe (=COUNTIF(L\$4:L4;A5)\*W\$13).
4. Stupac D sadrži dostupne zalihe koje se računaju kao zbroj početnih zaliha i pristiglih proizvoda.
5. Stupac E sadrži dnevnu potražnju koja se dobije naredbom =LOOKUP(RAND();V\$4:V\$10;T\$4:T\$10).
6. U stupcu F nalazi se ispunjena potražnja za taj dan, a dobiva se minimalnom vrijednošću između dostupnih zaliha i potražnje (=MIN(D4;E4)).
7. U stupcu G se nalaze završne zalihe koje se dobivaju razlikom ispunjene potražnje od dostupnih zaliha za taj dan.
8. U stupcu H računamo *stockout* koji se dobije razlikom potražnje kupca i ispunjene dnevne potražnje.
9. U stupcu I određuje se količina završne zalihe zajedno s narudžbom. Ovo je važno zbog toga što se narudžbu može čekati i do 4 dana, a ovako se sprječava naručivanje novih narudžbi svakog dana prije nego narudžba stigne. Računa se kao završna zaliha+ narudžba prethodnog dana umanjena za ispunjenu potražnju tog dana, zatim se to zbroji s umnoškom ponovne narudžbe i količinom narudžbe Q.
10. U stupcu J računamo granicu ponovne narudžbe, koja naručuje proizvode samo ako je završna zaliha+ narudžba manja ili jednaka točki ponovne narudžbe (=IF(I4<=W\$14;1;0)).
11. U stupcu K imamo vrijeme isporuke koje se dobiju kao slučajni broj između maksimalnog i minimalnog vremena isporuke (=RANDBETWEEN(W\$17;W\$18)).
12. U stupcu L se nalazi dan dolaska narudžbe, koji se računa samo ako je nešto ponovno naručeno. Računa se kao zbroj vremena potrebnog za isporuku i današnjeg dana. Na primjer, ako je naručena nova narudžba na 26. dan i potrebna su 2 dana da stigne, dan dolaska narudžbe je 28. dan.

U tablici 4. prikazani su podaci za 30 dana od ukupno 300 dana. Polje W13 označava količinu narudžbe Q, a polje W14 označava točku ponovnog naručivanja R (tablica 2.)

Tablica 4. Excel izračunati podaci za proizvod

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Dani	Početna zaliha	Pristigli proizvodi	Dostupne zalihe	Potražnja	Ispunjena potražnja	Završna zaliha	Stockout	Završna zaliha + narudžba	Ponovna narudžba	Vrijeme isporuke	Dan dolaska narudžbe
1	14	0	14	5	5	9	0	9	0	2	0
2	9	0	9	5	5	4	0	4	1	4	7
3	4	0	4	3	3	1	0	19	0	3	0
4	1	0	1	2	1	0	1	18	0	4	0
5	0	0	0	2	0	0	2	18	0	2	0
6	0	0	0	3	0	0	3	18	0	3	0
7	0	18	18	4	4	14	0	14	0	3	0
8	14	0	14	3	3	11	0	11	0	2	0
9	11	0	11	2	2	9	0	9	0	2	0
10	9	0	9	4	4	5	0	5	1	2	13
11	5	0	5	4	4	1	0	19	0	3	0
12	1	0	1	5	1	0	4	18	0	2	0
13	0	18	18	0	0	18	0	18	0	3	0
14	18	0	18	3	3	15	0	15	0	2	0
15	15	0	15	1	1	14	0	14	0	4	0
16	14	0	14	3	3	11	0	11	0	3	0
17	11	0	11	3	3	8	0	8	0	4	0
18	8	0	8	2	2	6	0	6	1	2	21
19	6	0	6	3	3	3	0	21	0	3	0
20	3	0	3	4	3	0	1	18	0	4	0
21	0	18	18	2	2	16	0	16	0	2	0
22	16	0	16	3	3	13	0	13	0	3	0
23	13	0	13	4	4	9	0	9	0	4	0
24	9	0	9	4	4	5	0	5	1	3	28
25	5	0	5	1	1	4	0	22	0	2	0
26	4	0	4	4	4	0	0	18	0	3	0
27	0	0	0	0	0	0	0	18	0	4	0
28	0	18	18	4	4	14	0	14	0	4	0
29	14	0	14	5	5	9	0	9	0	3	0
30	9	0	9	3	3	6	0	6	1	4	35

Izvor: Autor

Nakon izračuna zapisanih u tablici 4., računaju se troškovi u tablici 5.

1. Trošak držanja zaliha računa se kao umnožak završne zalihe dana i troška držanja zaliha (trošak držanja zaliha iznosi 0.2kn/danu).
2. Trošak nedostatka zaliha računa se kao umnožak *stockouta* iz tablice 4 i prethodno definiranog *stockout* troška (početni *Stockout* trošak iznosio je 105kn)
3. Ukupni trošak se računa kao zbroj svih ostalih troškova.

Tablica 5. Svi troškovi

Trošak držanja zaliha [kn]	Stockout cost [kn]	Trošak narudžbe [kn]	Ukupni trošak[kn]
1,8	0	0	1,8
0,8	0	320	320,8
0,2	0	0	0,2
0	105	0	105
0	210	0	210
0	315	0	315
2,8	0	0	2,8
2,2	0	0	2,2
1,8	0	0	1,8
1	0	320	321
0,2	0	0	0,2
0	420	0	420
3,6	0	0	3,6
3	0	0	3
2,8	0	0	2,8
2,2	0	0	2,2
1,6	0	0	1,6
1,2	0	320	321,2
0,6	0	0	0,6
0	105	0	105
3,2	0	0	3,2
2,6	0	0	2,6
1,8	0	0	1,8
1	0	320	321
0,8	0	0	0,8
0	0	0	0
0	0	0	0
2,8	0	0	2,8
1,8	0	0	1,8
1,2	0	320	681

Izvor: Autor

U tablici 5. prikazani su troškovi za prvih 30 dana. Kada se na isti način izračunaju troškovi za svih 300 radnih dana, dobije se ukupan godišnji trošak kako je prikazano u tablici 6.

Tablica 6. Ukupni godišnji troškovi

Trošak držanja zaliha [kn]	Stockout cost [kn]	Trošak narudžbe [kn]	Ukupni troškovi [kn]
400.8kn	17115kn	12800kn	30315.8kn

Izradio: Autor

Primjenom naredbe „Što-ako analiza“ (*eng. What If Analysis*) u MS Excelu kreirana je podatkovna tablica gdje se simulira godišnji trošak 2000 puta, te je uzeta aritmetička sredina svih dobivenih rezultata (tablica 7.). Simulacija se može ponoviti s bilo kojim brojem iteracija (u ovom je primjeru odlučeno za 2 000 ponavljanja).

Tablica 7. Prosječni troškovi nakon 2 000 simulacija

Prosjek			
Trošak držanja zaliha	Trošak zaliha	Trošak narudžbe	Ukupni trošak
385.8258 kn	18738.2475 kn	12860.16 kn	31984.23 kn

Izvor: Autor

Izvodi se još jedna simulacija s promijenjenim vrijednostima Q i R kako bi se pokušala dobiti najbolja kombinacija tih dviju varijabli, uz zadovoljenje kriterija minimalnog troška. Odlučeno je povećati i smanjiti količinu narudžbe proizvoda te povećati točku ponovnog naručivanja kako bi se dobile optimalne razine za te parametre, s ciljem smanjena ukupnih troškova. Uzeto je 5 različitih kombinacija (tablica 8.).

Tablica 8. Razlika u troškovima nakon promjene Q i R

Scenario Summary						
	početni podaci	pokušaj 1	pokušaj 2	pokušaj 3	pokušaj 4	pokušaj 5
<b>Varijable</b>						
Q	18	18	20	15	15	18
R	6	6	6	8	10	12
<b>Rezultat</b>						
\$T\$27	965,5025	964,20625	1103,767	872,8275	1045,31575	1473,096
\$U\$27	18769,695	18809,5425	17172,6975	15181,005	9176,5275	4225,305
\$V\$27	12864,96	12853,44	11818,08	16164,8	17429,92	15428,96
\$W\$27	32546,17175	32533,7015	30272,68875	32021,326	27663,8225	21098,4895

Izvor:Auto

Simulacija se izvodi u MS Excel-u pomoću naredbe „Što-ako analiza“ koristeći funkciju „Upravljanje scenarija“. U toj funkciji upisuju se nove kombinacije vrijednosti Q i R. Ova opcija omogućuje usporedbu više različitih scenarija. Iz tablice 8. se vidi da od 5 isprobanih scenarija, pokušaj 5 gdje je vrijednost  $Q=18$ , a vrijednost  $R=12$  ima najmanje ukupne troškove, čak za 11 447.21175 kn manje u usporedbi s početnim pokušajem gdje je  $Q=18$ , a  $R=6$ . Trošak držanja zaliha u pokušaju 5 je nešto veći u odnosu na početni pokušaj zbog veće količine proizvoda na zalihama, ali zato je trošak narudžbe znatno manji (skoro 4.5 puta). Na temelju toga zaključuje se da povećanje točke ponovnog naručivanja R rezultira smanjenjem ukupnih troškova.

## 5. Zaključak

U ovom završnom radu prikazani su općeniti pojmovi o zalihama, vrstama zaliha i nekim metodama upravljanja njima. Zalihe predstavljaju ključni element u svim fazama opskrbnog lanca, uključujući nabavu, proizvodnju, potrošnju i distribuciju. Iako bi u idealnim uvjetima uvijek upravljali istom određenom količinom zaliha, u stvarnom okruženju to je gotovo nemoguće. Iz tog razloga koriste se razne metode koje pomažu u najefikasnijem upravljanju zalihama. Jedna od tih metoda je Monte Carlo simulacija koja se koristi za modeliranje i analizu različitih situacija i procesa koristeći slučajne brojeve i događaje.

U današnje vrijeme, upravljanje zalihama je vrlo važan proces za svako poduzeće i postoji više načina kako se može optimizirati taj proces. Čimbenici koji utječu na razinu zaliha uključuju stanje na tržištu nabave, usklađenost proizvodnje i nabave, popunjenost skladišta, financijske mogućnosti, okolnosti i poslovne aktivnosti gospodarskog okruženja. Neefikasno upravljanje zalihama stvara poduzeću velike troškove, zauzima prostor i stvara velike probleme pri vođenju poslovanja.

Monte Carlo simulacija predstavlja ključni alat u situacijama gdje je nužno obuhvatiti nesigurnost i varijabilnost pri analizi ili planiranju, a tradicionalni analitički pristupi su ograničeni u rješavanju kompleksnih problema. Ova simulacija omogućuje modeliranje različitih scenarija, uzimajući u obzir širok spektar mogućnosti i ishoda. To pridonosi donošenju bolje informiranih odluka u stvarnim i dinamičnim okolinama poslovanja. Konačno, Monte Carlo simulacija pruža snažan alat za donošenje informiranih poslovnih odluka u uvjetima nesigurnosti. Kombinirajući analizu s kreativnim razmišljanjem o mogućim scenarijima, ova tehnika omogućuje organizacijama da bolje razumiju svoje poslovanje i optimiziraju strategije za postizanje uspjeha u dinamičnom poslovnom okruženju.

Za ovaj rad uzet je primjer poslovanja trgovine te su se iz dobivenih prošlogodišnjih podataka o prodaji tostera izračunali ukupni troškovi zaliha. Upotrijebila se Monte Carlo simulacija kako bi se dobili što točniji podaci koji će se koristiti za upravljanje zalihama te je određena najefikasnija količina narudžbe (Q) i točka ponovnog naručivanja (R).

Nakon prikupljenih svih potrebnih podataka za izračun ukupnih troškova, ukupnih količina zaliha i ostalih ključnih parametara, koristi se Monte Carlo simulacija kako bi se simulirali dobiveni rezultati troškova u neograničenom broju iteracija (u ovom primjeru je to bilo 2000 iteracija). Dobiveni rezultat te simulacije označava aritmetičku sredinu troškova nakon 2000 iteracija. Nakon toga se izvodi još jedna simulacija gdje se mijenja vrijednost Q i R kako bi se dobila najbolja kombinacija tih dviju varijabli.

Povećanjem točke ponovnog naručivanja (R) dolazi se do najmanjeg troška zaliha. Iz toga su izvučene potrebne informacije koje služe za bolje i efikasnije



upravljanje zalihama u budućnosti. Korištenjem Monte Carlo simulacije istovremeno se analizira i uspoređuju velike količine podataka, što je ključno za optimizaciju budućeg poslovanja.

## LITERATURA

- [1] Tomašić, D. Logistički model optimizacije upravljanja zalihama, doktorska disertacija, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2010.
- [2] ] <https://www.inventure.com.hr/upravljanje-zalihama-sto-su-zalihe-velicina-zaliha/>  
[Pristupljeno 15.7.2022.]
- [3] Gorički, G. Modeli upravljanja zalihama. Završni rad. Sveučilište u Varaždinu, Sveučilište Sjever; 2017. Preuzeto s <https://zir.nsk.hr/islandora/object/unin%3A1531/datastream/PDF/view> [Pristupljeno: 14. srpnja 2022.]
- [4] Klišanin, I. Prikaz modela za planiranje zaliha. Završni rad. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti; 2021. Preuzeto s: <https://zir.nsk.hr/islandora/object/fpz%3A2449/datastream/PDF/view> [Pristupljeno: 14. srpnja 2022.]
- [5] Samobolec, D. Određivanje optimalnih količina zaliha. Završni rad. Sveučilište u Varaždinu, Sveučilište Sjever; 2017. Preuzeto s: <https://repositorij.unin.hr/islandora/object/unin:1434/preview> [Pristupljeno: 14. srpnja 2022.]
- [6] prof. dr. sc. Mario Šafran, *Osnove upravljanja zalihama* [Prezentacija] Fakultet prometnih znanosti sveučilišta u Zagrebu. 2021.
- [7] Rigo, B. Primjena simulacijskih modela u optimiranju skladišnih sustava. Završni rad. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti; 2021. Preuzeto s: <https://repositorij.fpz.unizg.hr/islandora/object/fpz%3A1112/datastream/PDF/view>  
[Pristupljeno: 20. srpnja 2022.]
- [8] Budetić M. Monte Carlo metoda. Diplomski rad. Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku; 2020. Preuzeto s <https://zir.nsk.hr/islandora/object/mathos%3A483/datastream/PDF/view> [Pristupljeno 14. srpnja 2022.]
- [9] Leepaitoon S., Bunternngchit C. *The Application of Monte Carlo Simulation for Inventory Management: aCase Study of a Retail Store*. Thailand: King Mongkut's University of Technology North Bangkok; 2019 Preuzeto s: [https://zbook.org/read/a0653\\_the-application-of-monte-carlo-simulation-for-inventory.html](https://zbook.org/read/a0653_the-application-of-monte-carlo-simulation-for-inventory.html) [Pristupljeno: 20. srpnja 2022.]

## POPIS SLIKA

Slika 1. Relativni odnos visine normativa zaliha

Slika 2: Buffonov problem igle

Slika 3: Položaj igle u Buffonovom problemu

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Početna pretpostavka modela

Tablica 2. Karakteristični pokazatelji modela

Tablica 3. Karakteristični pokazatelji modela

Tablica 4. Izabrani proizvodi (10SKU)

Tablica 5. Nepovratni troškovi odabranih proizvoda

Tablica 6. Raspon slučajnih brojeva godišnje potražnje

Tablica 7. Raspon slučajnih brojeva vremena isporuke

Tablica 8. Potražnja od najvećeg do najmanjeg rezultata

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
Vukelićeva 4, 10000 Zagreb

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI


Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je \_\_\_\_\_ završni rad \_\_\_\_\_  
(vrsta rada)

isključivo rezultat mojega vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju upotrijebljene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog/diplomskog rada pod naslovom Primjena Monte Carlo simulacije za upravljanje zalihama, u Nacionalni repozitorij završnih i diplomskih radova ZIR.

Student/ica:

U Zagrebu, 10.09.2023.

Dominik Ujlaki   
(ime i prezime, potpis)