

# Numerički proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila u krozzvučnoj i nadzvučnoj struji zraka

---

**Globlek, Matej**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:219689>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-17**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



**Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti**

**DIPLOMSKI RAD**

**NUMERIČKI PRORAČUN AERODINAMIČKIH KARAKTERISTIKA  
AEROPROFILA U KROZZVUČNOJ I NADZVUČNOJ STRUJI  
ZRAKA**

**NUMERICAL AERODYNAMIC CHARACTERISTICS ESTIMATION  
OF AIRFOIL IN TRANSONIC AND SUPERSONIC AIR FLOW**

**Mentor: doc. dr. sc. Karolina Krajček Nikolić**

**Student: Matej Globlek  
JMBAG: 0135244602**

**Zagreb, rujan 2022.**

Zagreb, 4. svibnja 2022.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**  
Predmet: **Teorija leta III**

## DIPLOMSKI ZADATAK br. 6754

Pristupnik: **Matej Globlek (0135244602)**  
Studij: **Aeronautika**

Zadatak: **Numerički proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila u  
krozzvučnoj i nadzvučnoj struji zraka**

### Opis zadatka:

U radu je potrebno na primjeru odabranog aeroprofila naprije egzaktnom metodom, a potom i primjenom računalne dinamike fluida odrediti aerodinamičke karakteristike u krozzvučnoj i nadzvučnoj struji zraka pri različitim napadnim kutovima. Dobivene rezultate potrebno je validirati i komentirati eventualne razlike. Dati zaključke.

Mentor:

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit:



doc. dr. sc. Karolina Krajček Nikolić

## SAŽETAK

Cilj ovog diplomskog rada je bio provesti numerički proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila u kروزzvučnoj i nadzvučnoj struji zraka. Proračun je napravljen pomoću računalne dinamike fluida (CFD-*Computational Fluid Dynamics*) unutar ANSYS *Fluent Student Software*-a koji koristi matematičke odnose i algoritme, dobivene rješavanjem kompletnih Navier-Stokes-ovih jednadžbi, za analizu i dobivanje rezultata, kao što su koeficijenti uzgona i otpora, te sile uzgona i otpora koje određuju mogućnosti aeroprofila. U ovom radu je provedena CFD analiza na nadzvučnom „dijamantnom“ dvostruko simetričnom klinastom aeroprofilu oko kojeg je modelirano kروزzvučno i nadzvučno strujanje uz promjenu napadnog kuta. Promatrana strujanja su stlačiva i turbulentna, te se koristi DB rješavač (*density-based solver*), koji daje dobre rezultate za stlačiva strujanja kروزzvučnih i nadzvučnih brzina. Koeficijenti uzgona i otpora za kروزzvučno strujanje nisu konvergirali prema konačnoj stalnoj vrijednosti, te se pri visoko podzvučnoj (kروزzvučnoj) brzini ne mogu uzeti s pouzdanošću u njihovu točnost, ali pri kروزzvučnoj brzini niske nadzvučne vrijednosti, koeficijenti su, iako bez potpune konvergencije, poprimili konačnu vrijednost te se mogu uzeti s pouzdanošću u njihovu točnost. Koeficijenti uzgona i otpora za nadzvučno strujanje, dobiveni numeričkim pristupom, uspoređeni su s teorijskim rezultatima, za koje je proveden egzaktni proračun u ovom radu, te je postignuto gotovo savršeno podudaranje.

**KLJUČNE RIJEČI:** računalna dinamika fluida (CFD); aerodinamičke karakteristike; aeroprofil; kروزzvučno strujanje; nadzvučno strujanje

## **SUMMARY**

Objective of this master thesis was to conduct numerical aerodynamic characteristics estimation of airfoil in transonic and supersonic air flow. Estimation was made using Computational Fluid Dynamics (CFD) within ANSYS Fluent Student Software which incorporates mathematical relations and algorithms, obtained by solving complete Navier-stokes equations, to analyze and obtain results, such as lift and drag coefficients, and lift and drag forces which determine airfoil capabilities. In this paper, CFD analysis was conducted on supersonic diamond double symmetrical wedge shaped airfoil, over which a transonic and supersonic flow was modelled, with change of angle of attack. Observed flows are compressible and turbulent and density-based solver is used, which gives good results for transonic and supersonic compressible flows. Lift and drag coefficients for transonic flow didn't converge towards finite constant value, and at high subsonic (transonic) speed they can't be taken with confidence in their accuracy, but at transonic speed of low supersonic value, coefficients have, although without complete convergence, obtained finite value and can be taken with confidence in their accuracy. Lift and drag coefficients for supersonic flow, obtained with numerical approach, are compared with theoretical results, for which exact estimation was made, and almost perfect agreement was achieved.

**KEY WORDS:** Computational Fluid Dynamics (CFD); aerodynamic characteristics; airfoil; transonic flow; supersonic flow

# SADRŽAJ

1. Uvod .....	1
2. Karakteristike nadzvučnih aeroprofila .....	3
2.1. Podjela aerodinamičkih strujanja .....	3
2.1.1. Podzvučno strujanje .....	5
2.1.2. Krozzvučno strujanje .....	5
2.1.3. Nadzvučno strujanje .....	6
2.1.4. Hiperzvučno strujanje .....	6
2.2. Brzina širenja zvuka, stlačivost i Machov broj .....	7
2.3. Nadzvučni aeroprofil .....	10
3. Primjena računalne dinamike fluida za proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila .....	13
3.1. Što je CFD? .....	13
3.2. Prednosti i nedostaci CFD-a .....	16
3.3. CFD analiza .....	18
3.3.1. Postavljanje slučaja – pretproces .....	19
3.3.2. Numeričko rješenje – CFD rješavač .....	20
3.3.3. Rezultati i vizualizacija – Postproces .....	23
3.4. ANSYS <i>Fluent</i> .....	23
4. Proračun aerodinamičkih karakteristika pri krozzvučnim i nadzvučnim brzinama .....	24
4.1. Numerički pristup .....	24
4.2. Teorijski pristup – Primjena egzaktne teorije na „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil .....	30
5. Rezultati i validacija rezultata .....	37
5.1. Krozzvučno strujanje brzinom $Ma = 0.9$ u rasponu napadnih kuteva od $0^\circ$ do $20^\circ$ (korak $4^\circ$ ) .....	37
5.2. Krozzvučno strujanje brzinom $Ma = 1.1$ u rasponu napadnih kuteva od $0^\circ$ do $20^\circ$ (korak $4^\circ$ ) .....	40
5.3. Nadzvučno strujanje brzinom $Ma = 2.5$ u rasponu napadnih kuteva od $0^\circ$ do $20^\circ$ (korak $4^\circ$ ) .....	44
5.4. Rezultati .....	47
6. Zaključak .....	56
Literatura .....	58
Popis slika .....	60
Popis tablica .....	61
Popis grafova .....	62
Prilozi .....	63

## 1. Uvod

Nakon izuma zrakoplova, razvoj tehnologije u području aerodinamike je toliko napredovao da su zrakoplovi sve brži i sve veći, nego što je bio prvi zrakoplov braće Wright. Taj napredak i razvoj je u stalnom rastu, te se svodi na pronalaženje učinkovitih i kvalitetnih rješenja u dizajnu aeroprofila kako bi se ostvarile što bolje aerodinamičke karakteristike. Kada je brzina određenog objekta malo ispod ili iznad vrijednosti brzine širenja zvuka, tada se ta brzina objekta definira kao kروزvučna, a kada brzina objekta prekorači brzinu širenja zvuka u istom mediju, kaže se da je postigao nadzvučnu brzinu. Mach-ov broj  $Ma$  se često koristi za opisivanje brzine nekog objekta u odnosu na brzinu zvuka. Kod kروزvučnih strujanja bitno je razmatrati fizikalna ponašanja i podzvučnih i nadzvučnih strujanja. Pri nadzvučnim brzinama leta nastaju udarni valovi, koji su oštri prostorni diskontinuiteti gustoće, brzine i tlaka struje zraka. Zbog iznenadnih promjena karakteristika struje zraka, kao što je tlak, bitno je poznavati utjecaj udarnog vala na neki objekt u kretanju radi očuvanja strukturalnog integriteta i stabilnosti. Jedan od suvremenih načina istraživanja kروزvučnih i nadzvučnih brzina leta, te proračuna aerodinamičkih karakteristika je računalna dinamika fluida, CFD (*Computational fluid dynamics*).

Predmet diplomskog rada je numerički proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila u kروزvučnoj i nadzvučnoj struji zraka. U radu će biti prikazani različiti načini proračuna aerodinamičkih karakteristika pri različitim strujanjima, te njihova usporedba. Diplomski rad se sastoji od šest poglavlja:

1. Uvod,
2. Karakteristike nadzvučnih aeroprofila,
3. Primjena računalne dinamike fluida za proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila,
4. Proračun aerodinamičkih karakteristika pri kروزvučnim i nadzvučnim brzinama,
5. Rezultati i validacija rezultata, te
6. Zaključak.

Prvo poglavlje diplomskog rada je Uvod u kojem se iznose predmet rada te njegova struktura.

Nakon uvodnog poglavlja slijedi drugo poglavlje u kojem su opisana aerodinamička strujanja, povezanost brzine širenja zvuka, stlačivosti i Mach-ova broja, te nadzvučni aeroprofil, koji su bitni za daljnju analizu i proračune.

Treće poglavlje obuhvaća računalnu dinamiku fluida i njenu primjenu za proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila, kao što su koeficijent uzgona i koeficijent otpora. U ovom poglavlju su objašnjene prednosti i nedostaci CFD-a, te detaljna temeljna CFD analiza po koracima. Završno potpoglavlje tiče se jedne od danas najkorištenijih platformi za modeliranje i proračune karakteristika fluida, ANSYS *Fluent Student Software*, koji se i koristi za proračun u ovom radu.

U četvrtom poglavlju opisan je numerički proračun kروزvučnog i nadzvučnog (uz numerički, opisan je i teorijski proračun) strujanja oko nadzvučnog „dijamantnog“ dvostruko

simetričnog klinastog aeroprofila, uz promjenu napadnog kuta aeroprofila u navedenim strujanjima, što je i glavni cilj ovog rada.

U petom poglavlju su izneseni rezultati oba proračuna i njihova usporedba.

Šesti dio rada je Zaključak koji je donesen na temelju istraživanja i vlastitih promišljanja.

Na kraju rada se uz popis literature nalazi i popis slika, tablica, grafova i priloga prikazanih u tekstu rada.

Svrha istraživanja u sklopu ovog diplomskog rada je primijeniti svoje dosadašnje znanje aerodinamike i proračuna aerodinamičkih karakteristika u krozzvučnoj i nadzvučnoj struji zraka, te nadogradnja znanja u području računalne dinamike fluida. U ovom radu je predstavljen numerički i teorijski (analitički) pristup analizi karakteristika aeroprofila kada je brzina strujanja krozzvučna i nadzvučna, uz određivanje aerodinamičkih karakteristika na primjeru „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila, pri različitim napadnim kutevima. Za proračun se koristi besplatni program za primjenu računalne dinamike fluida *ANSYS Fluent Student Software*.

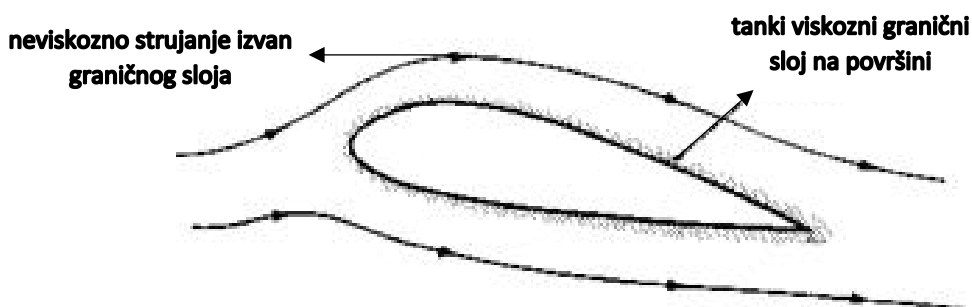


## 2. Karakteristike nadzvučnih aeroprofila

Ovo poglavlje obuhvaća nekoliko potpoglavlja u kojima je objašnjena podjela aerodinamičkog strujanja, povezanost brzine širenja zvuka, stlačivosti i Mach-ovog broja, i u konačnici nadzvučni aeroprofil i njihove karakteristike. Upravo na jednom takvom nadzvučnom aeroprofilu će se provoditi kasnija analiza i proračuni.

### 2.1. Podjela aerodinamičkih strujanja

Glavni aspekt fluida (plin ili tekućina) je mogućnost molekula da se gibaju slobodno i nasumično u svim smjerovima. Pri njihovom gibanju prenosi se masa, količina gibanja i energija s jedne pozicije u fluidu na drugu. Ovaj prijenos na molekularnoj razini dovodi do različitih fenomena kao što su difuzija mase, viskoznost i toplinsko provođenje. Pri svakom stvarnom strujanju događaju se ovi fenomeni, i takva strujanja nazivamo viskozima. U suprotnosti s njima su neviskozna strujanja u kojima se ne događaju navedeni mehanizmi viskoznosti i trenja, difuzije mase ili toplinske provodljivosti. Iako neviskozna strujanja ne postoje u prirodi, za većinu praktičnih aerodinamičkih primjena može se pretpostaviti neviskozno strujanje, jer područje unutar kojeg se događaju jaki disipativni mehanizmi je vrlo tanko (viskozni granični sloj) u usporedbi s cijelim strujnim poljem oko površine aeroprofila (Slika 1). Teorija neviskognog strujanja dovoljno dobro predviđa distribuciju tlaka i uzgon za tanka tijela, te daje dobar prikaz strujnog polja oko tijela. Međutim, kako je trenje glavni izvor otpora, ova teorija ne može ponuditi adekvatno rješenje ukupnog otpora [1].

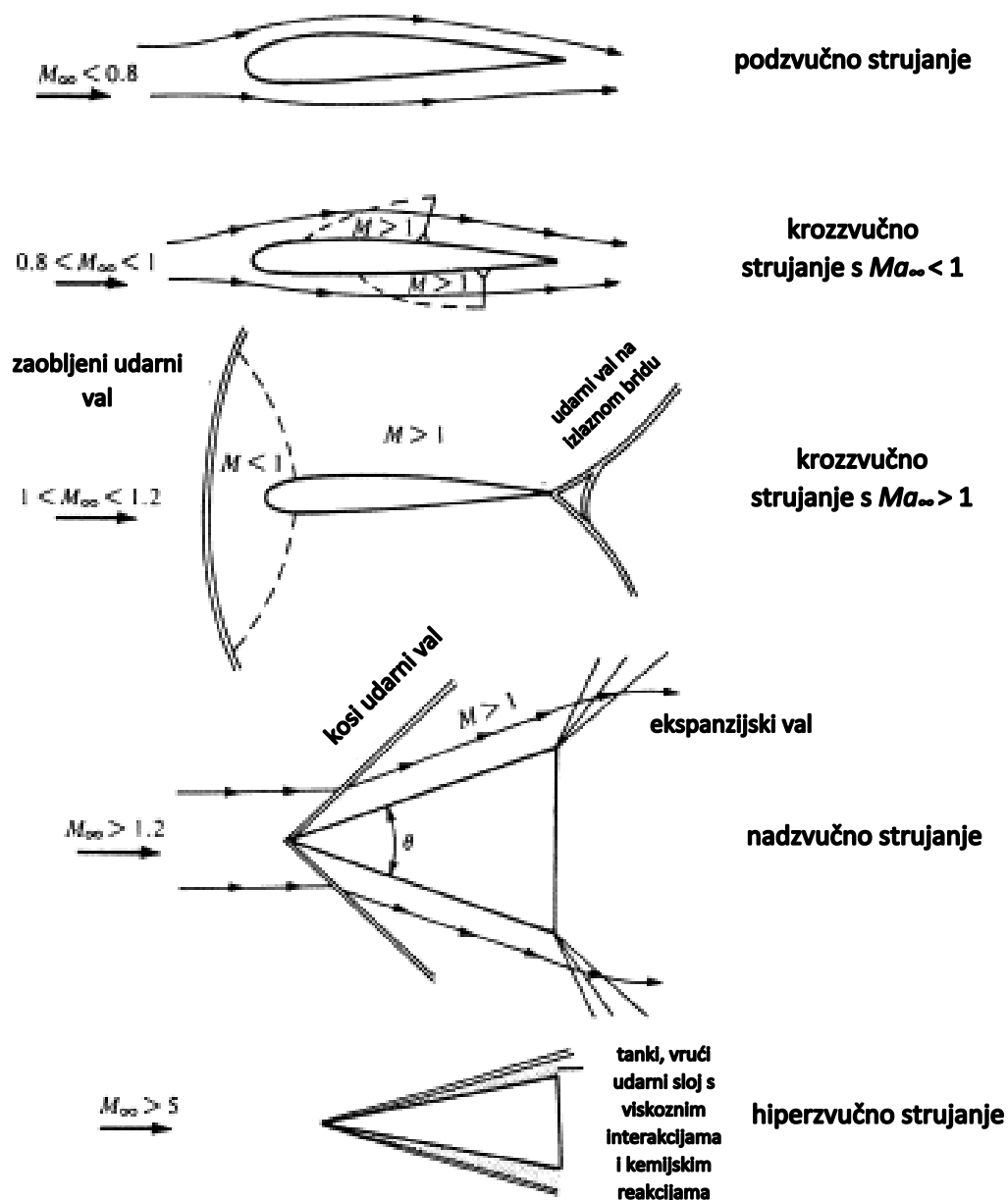


**Slika 1. Neviskozno strujanje izvan graničnog sloja i tanki viskozni granični sloj na površini aeroprofila**

Izvor: [1]

Druga podjela strujanja uključuje podjelu na nestlačivo i stlačivo strujanje. Strujanje u kojem je gustoća fluida  $\rho$  konstantna je nestlačivo. Nasuprot tome, strujanje fluida u kojem je gustoća promjenjiva naziva se stlačivo. U stvarnosti, sva strujanja su, u većoj ili manjoj mjeri stlačiva. Nestlačivo strujanje, s potpuno konstantnom gustoćom, se ne događa u prirodi.

Međutim, brojni aerodinamički problemi se mogu modelirati kao nestlačivi bez značajnije pogreške u preciznosti rezultata. Strujanje plinova pri niskim Mach-ovim brojevima je približno nestlačivo. Za  $Ma < 0.3$  uvijek se može bez velike pogreške uzeti da je gustoća konstantna,  $\rho = \text{const}$ . Let svih zrakoplova od početaka zrakoplovstva pa sve do pred II. svjetski rat, kao i let današnjih malih zrakoplova općeg zrakoplovstva, također predstavlja problem nestlačivog strujanja. Osim toga, postoji ogromna količina eksperimentalnih i teorijskih aerodinamičkih podataka važećih za nestlačivo strujanje. S druge strane, strujanja s velikim brzinama moraju se promatrati kao stlačiva, te se za takva strujanja gustoća može mijenjati u širokom rasponu vrijednosti [1].



Slika 2. Podjela strujanja prema Mach-ovom broju

Izvor: [1]

Prema [1], podjela aerodinamičkih strujanja najčešće se izvodi prema vrijednosti Mach-ovog broja. Ako je  $Ma$  lokalni Mach-ov broj u proizvoljnoj točki u strujnom polju, tada je prema definiciji strujanje u toj točki:

- podzvučno (*subsonic*) za  $Ma < 1$ ,
- zvučno (*sonic*) za  $Ma = 1$ ,
- nadzvučno (*supersonic*) za  $Ma > 1$ .

Postoji i detaljnija podjela strujanja prema vrijednosti Mach-ovog broja, prikazana na slici 2, prema kojoj strujanje može biti:

- podzvučno,
- krozzvučno (*transonic*) s  $Ma_\infty < 1$  (visoko podzvučno strujanje; *high subsonic*),
- krozzvučno (*transonic*) s  $Ma_\infty > 1$ ,
- nadzvučno i
- hiperzvučno strujanje (*hypersonic*).

### 2.1.1. Podzvučno strujanje

Strujno polje se definira kao podzvučno ako je Mach-ov broj u svakoj točki manji od jedan ( $Ma < 1$ ). Podzvučna strujanja imaju glatke strujnice, bez skokovitih promjena u nagibu. Budući da je brzina strujanja u svakoj točki manja od brzine zvuka, poremećaji u struji (npr. skretanje struje ispred prednjeg brida ili iza izlaznog brida, koji se šire brzinom zvuka) šire se u svim smjerovima i utječu na cijelo strujno polje. Mach-ov broj slobodne struje zraka  $Ma_\infty$  manji od jedan ne mora značiti i potpuno podzvučno strujanje preko cijelog aeroprofila. Pri prolasku preko aeroprofila, brzina strujanja se povećava iznad brzine slobodne struje, i ako je  $Ma_\infty$  dovoljno blizu jedan, lokalni Mach-ov broj može narasti iznad jedan u određenim područjima struje. Općenito se uzima da  $Ma_\infty < 0.8$  osigurava podzvučno strujanje preko tankih, zaobljenih tijela. Za debela, tupa tijela  $Ma_\infty$  mora biti još manji da bi se osiguralo potpuno podzvučno strujanje. Nestlačivo strujanje može se prikazati kao specijalni granični slučaj podzvučnog strujanja kada Mach-ov broj teži k nuli,  $Ma \rightarrow 0$  [1].

### 2.1.2. Krozzvučno strujanje

Ako je  $Ma_\infty$  blizu jedan, strujanje može lokalno postati nadzvučno ( $Ma > 1$ ). Na gornjoj i donjoj površini aeroprofila pojavljuju se područja s nadzvučnim strujanjem, koja prestaju kroz slabe udarne valove iza kojih strujanje opet postaje podzvučno (krozzvučno strujanje  $\rightarrow$  visoko podzvučno strujanje) [1].

Ako se  $Ma_\infty$  poveća malo iznad jedan, nastaje zaobljeni udarni val ispred aeroprofila. Iza udarnog vala strujanje je lokalno podzvučno ( $Ma < 1$ ). Ovo podzvučno strujanje potom ekspanzira do niskih nadzvučnih vrijednosti preko aeroprofila. Na izlaznom bridu profila nastaju slabi udarni valovi, najčešće u obliku ribljeg repa. Krozzvučna strujna polja karakteriziraju miješana podzvučno-nadzvučna područja, pa treba uzeti u obzir fizikalno

ponašanje obje vrste strujanja. Ponovno se, općenito, može uzeti da se za tanka, vitka tijela krozvučno strujanje događa pri Mach-ovim brojevima slobodne struje u rasponu  $0.8 < Ma_\infty < 1.2$  [1].

### 2.1.3. Nadzvučno strujanje

Strujno polje je nadzvučno ako je Mach-ov broj u svakoj točki strujnog polja veći od jedan. Nadzvučna strujanja često su karakterizirana pojavom udarnih valova kroz koje se svojstva strujanja i strujnica mijanjaju skokovito, diskontinuirano (nasuprot glatkim, kontinuiranim promjenama u podzvučnom strujanju). Za nadzvučno strujanje preko oštrokutnog profila, strujanje ostaje nadzvučno iza kosog udarnog vala koji nastaje na prednjem bridu profila. Česta pojava u nadzvučnom strujanju su i ekspanzijski valovi. Ovdje je uvjet  $Ma_\infty > 1.2$  čisto kvalitativnog karaktera. Ako se npr. kut profila, označen s  $\theta$  dovoljno poveća, kosi udarni val će se odvojiti od prednjeg brida profila, i oblikovat će se jaki zaobljeni udarni val ispred profila, te područje podzvučnog strujanja iza udarnog vala. Dakle, potpuno nadzvučno strujanje je narušeno ako je kut  $\theta$  dovoljno velik pri određenom Mach-ovom broju  $Ma_\infty$ . Odvajanje udarnog vala može se dogoditi pri bilo kojoj vrijednosti Mach-ovog broja većoj od jedan, a vrijednost kuta  $\theta$  pri kojoj se to događa povećava se s povećanjem  $Ma_\infty$ . Nasuprot tome, ako se kut  $\theta$  smanji do beskonačno male vrijednosti, strujno polje vrijedit će za  $Ma_\infty \geq 1$ , što također pokazuje da je uvjet  $Ma_\infty > 1.2$  samo orijentacijska vrijednost. Kako je lokalna brzina u nadzvučnom strujanju veća od brzine zvuka, poremećaji nastali u nekoj točki struje ne mogu se širiti uzstrujno (kao u podzvučnom strujanju). Ova osobina je jedna od najvažnijih fizikalnih razlika između podzvučnog i nadzvučnog strujanja. To je i osnovni razlog zašto se udarni valovi događaju u nadzvučnom strujanju, a ne u podzvučnom strujanju [1].

### 2.1.4. Hiperzvučno strujanje

Ako se promatra profil s konstantim kutom  $\theta$  i pretpostavi daljnje povećavanje Mach-ovog broja iznad jedan, udarni valovi se približavaju površini profila. Također, povećava se jakost udarnog vala, što dovodi do značajnog povećanja temperature u području između udarnog vala i površine profila (udarni sloj). Ako je  $Ma_\infty$  dovoljno velik, udarni sloj postaje vrlo tanak, pa dolazi do međudjelovanja između udarnog vala i viskoznog graničnog sloja na površini profila. Temperatura u udarnom sloju postaje dovoljno visoka da omogućava razvoj kemijskih reakcija u zraku. Molekule kisika  $O_2$  i dušika  $N_2$  se cijepaju, tj. dolazi do disocijacije molekula plina. Dakle, kad Mach-ov broj  $Ma_\infty$  dovoljno naraste tako da viskozne interakcije i kemijske reakcije postaju dominantna pojava u strujanju, takvo strujno polje se naziva hiperzvučnim. Ovdje je, također, vrijednost  $Ma_\infty > 5$  orijentacijskog karaktera. Hiperzvučna aerodinamika naročito se proučavala u periodu od 1955. do 1970. jer se svemirska vozila vraćaju u Zemljinu atmosferu s Mach-ovim brojevima između 25 i 36. Danas je hiperzvučna aerodinamika samo dio cijelog spektra stvarnih brzina leta [1].

## 2.2. Brzina širenja zvuka, stlačivost i Machov broj

Zvuk je mehanički, longitudinalan val koji titra i uzrokuje promjenu tlaka u mediju (zraku) koje naše uho čuje, te putuje kroz zrak određenom konačnom brzinom. Na primjer, zvuk grmljavine dolazi do promatrača nekoliko trenutaka nakon bljeska munje u daljini. Brzina zvuka je vrlo značajna veličina koja dominira u proučavanju karakteristika stlačivog strujanja. Propagacija zvuka kroz plin se temelji na molekularnom gibanju. Ako se promatra spomenuti udar groma, on predstavlja oslobađanje električne energije ("električno pražnjenje") gdje se dio energije prenosi na molekule zraka u neposrednoj blizini munje. Te molekule s povećanom razinom energije gibaju se u svim smjerovima na slučajan način i pritom se povremeno sudaraju s okolnim molekulama. Kroz procese sudara prenose im dio energije. Na taj način se oslobođena energija kroz niz uzastopnih sudara molekula ("domino efekt") širi kroz zrak. Budući da su veličine stanja plina, temperatura  $T$ , tlak  $p$  i gustoća  $\rho$ , na makroskopskoj razini prosječne vrijednosti mikroskopskog molekularnog gibanja, područja molekula s povećanom energijom su također područja s malim gradijentima lokalne temperature, tlaka i gustoće. Dakle, kada takvi energetske valovi od izvora (u ovom primjeru, munje) stignu do promatračeva uha (ili nekakvog drugog senzora), zapravo se čuje ili osjeća slaba promjena tlaka. To je zvuk, i širenje energetskih valova jednostavno je širenje zvučnih valova kroz plin. Budući da se zvučni valovi šire kroz mehanizam molekularnih sudara i da se molekule plina gibaju s prosječnom brzinom od  $\sqrt{(8 \cdot R \cdot T)/\pi}$  (prema kinetičkoj teoriji), gdje je  $R$  specifična ili individualna plinska konstanta ( $R = 287.053 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ), a  $T$  temperatura medija, moglo bi se očekivati da će to ujedno biti i brzina širenja zvučnih valova. U stvarnosti, brzina zvuka iznosi oko tri četvrtine prosječne molekularne brzine. Kako je prema kinetičkoj teoriji prosječna brzina molekula zavisna samo o temperaturi plina, može se pretpostaviti da brzina zvuka također zavisi samo o temperaturi [1].

Strujanje kroz zvučni val može se smatrati jednodimenzijским. Ono je i adijabatsko, jer ne postoji nikakav mehanizam prijenosa topline prema valu ili od njega. Gradijenti promjene veličina stanja i brzine ( $dT$ ,  $dp$ ,  $d\rho$  i  $da$ ) su beskonačno mali. Zbog toga su utjecaji disipativnih pojava (viskoznost, provođenje topline) zanemarivi. Sve navedeno pokazuje da je strujanje kroz zvučni val i adijabatsko i reverzibilno, odnosno strujanje je izentropsko [1].

Temeljni izraz za brzinu širenja zvuka  $a$  u plinu dan je jednadžbom:

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \quad (1)$$

gdje je  $\partial p$  parcijalna derivacija tlaka,  $\partial \rho$  parcijalna derivacija gustoće, dok indeks  $s$  označava konstantnu entropiju  $s$ . Brzina širenja zvuka u kalorijski savršenom plinu (plin u kojem se mogu zanemariti djelovanja međumolekularnih sila), ima jednadžbu sljedećeg oblika:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} \quad (2)$$

gdje je  $\kappa$  omjer specifičnih toplinskih kapaciteta po tlaku i specifičnom volumenu, i koji za zrak iznosi 1.4. Jednadžba predstavlja konačan izraz za brzinu širenja zvuka i njome je pokazano da brzina širenja zvuka u kalorijski savršenom plinu ovisi isključivo o temperaturi, što je u skladu s prije iznesenom činjenicom da se zvuk širi kroz molekularno gibanje gdje je prosječna brzina gibanja molekula također funkcija temperature. Brzina širenja zvuka pri standardnim atmosferskim uvjetima iznosi  $a = 340.3 \text{ m/s}$  [1].

Prema [1], sve tvari u prirodi su stlačive do neke veće ili manje mjere. Kad se na njih djeluje tlakom, njihova gustoća se mijenja. Ovo je posebno izraženo kod plinova, mnogo manje kod tekućina, a gotovo zanemarivo kod krutih tvari. Veličina koja govori koliko neka tvar može biti stlačena je specifična karakteristika tvari i naziva se stlačivost. Fizikalno, stlačivost  $\tau$  je postotna promjena volumena elementa fluida po jedinici promjene tlaka, što je prikazano jednadžbom:

$$\tau = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p} \quad (3)$$

gdje je  $v$  specifični volumen, a  $\partial v$  parcijalna derivacija specifičnog volumena. Kada se fluid stlačuje, njegova temperatura se povećava zavisno o količini topline razmijenjene s okolinom kroz granice sustava. Ako se temperatura fluidnog elementa održava konstantnom (nekim mehanizmom razmjene topline), tad se  $\tau$  definira kao izotermalna stlačivost  $\tau_T$ :

$$\tau_T = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \quad (4)$$

Ako nema razmjene topline između fluidnog elementa i okoline i ako se trenje može zanemariti, tada se proces stlačivanja događa izentropski, a  $\tau$  se definira kao izentropska stlačivost  $\tau_s$ :

$$\tau_s = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_s \quad (5)$$

gdje indeks  $s$  označava parcijalnu derivaciju pri konstantnoj entropiji. Veličine  $\tau_T$  i  $\tau_s$  su termodinamičke karakteristike fluida i njihove vrijednosti za pojedine fluide mogu se pronaći u različitim priručnicima fizikalnih osobina. Općenito, stlačivost plinova je nekoliko redova veličine veća od stlačivosti tekućina. Utjecaj stlačivosti pri određivanju osobina fluida u gibanju je vrlo značajna. Ako se u jednadžbi (3) specifični volumen zamijeni gustoćom,  $v = 1/\rho$ , dobiva se:

$$\tau = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (6)$$

što je prikazano u [1].

Definicija stlačivosti za izentropski slučaj dana je jednadžbom (5), u koju ako se uvrsti da je  $v = 1/\rho$  i  $\partial v = -\partial \rho / \rho^2$ , dobiva se:

$$\tau_s = -\rho \left[ -\frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s \right] = \frac{1}{\rho \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s}. \quad (7)$$

Iz jednadžbe (1) je vidljivo da je  $a^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$ . Kada se taj izraz uvrsti u jednadžbu (7), dobiva se sljedeće:

$$\tau_s = \frac{1}{\rho \cdot a^2} \quad (8)$$

odnosno

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot \tau_s}}. \quad (9)$$

Jednadžba (9) povezuje brzinu zvuka i stlačivost plina. Što je manja stlačivost, veća je brzina zvuka i obrnuto. U graničnom slučaju, za potpuno nestlačivi plin ( $\tau_s = 0$ ), brzina zvuka bi teorijski bila beskonačno velika. Tada bi za nestlačivo strujanje konačnom brzinom  $V$ , Mach-ov broj bio jednak nuli. Dakle, nestlačivo strujanje se može teorijski promatrati kao strujanje s nulnim Mach-ovim brojem [1].

Mach-ov broj je pogodan kriterij za određivanje stlačivosti strujanja. Mach-ov broj se definira kao omjer lokalne brzine strujanja  $V$  i lokalne brzine zvuka  $a$ :

$$Ma = \frac{V}{a}. \quad (10)$$

Kad je  $Ma > 0.3$ , strujanje se treba promatrati kao stlačivo. Za podzvučna strujanja, zavisno o željenoj ili traženoj preciznosti proračuna, gustoća se može uzimati kao konstanta ili kao varijabla, dok se za nadzvučna strujanja treba uzimati kao promjenjiva veličina. Jednadžbom (11) dan je odnos između statičke  $\rho$  i zaustavne gustoće  $\rho_0$  u zavisnosti o  $Ma$ :

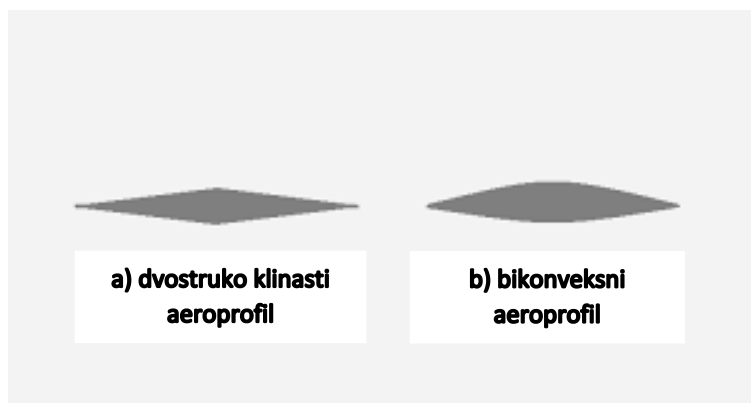
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma^2 \right)^{-\frac{1}{\kappa - 1}}. \quad (11)$$

Granica do koje se strujanje može smatrati nestlačivim obično se uzima vrijednost Mach-ovog broja 0.3. Pri malim podzvučnim brzinama, odnosno malim Mach-ovim brojevima (do  $Ma = 0.3$ ) promjena  $\rho/\rho_0$  je manja od 5 % i za sve praktične primjene takvo strujanje se može smatrati nestlačivim. Iznad  $Ma = 0.3$  promjena  $\rho/\rho_0$  postaje veća od 5 % i dalje raste s povećanjem Mach-ovog broja. Zbog toga se karakteristike strujanja trebaju izračunavati uzimajući u obzir učinke stlačivosti. Pri tome treba voditi računa da u stvarnosti nestlačivo strujanje ne postoji. Strujanje i na najmanjim Mach-ovim brojevima je, strogo gledano, stlačivo strujanje [1].

### 2.3. Nadzvučni aeroprofil

Aeroprofil je za zrakoplov jedna od najvažnijih komponenti, ako ne i najvažnija. Funkcija aeroprofila uključuje: stvaranje uzgona potrebnog za let i upravljivost zrakoplova, ostvarivanje poprečne stabilnosti zrakoplova, upravljivosti, uzgona pri polijetanju i slijetanju, ugradnju podvozja, motora, naoružanja na zrakoplov, te količinu goriva, streljiva, projektila, opreme, tereta, itd., s kojima zrakoplov može ostvariti let. Također, oblik i struktura aeroprofila treba biti takva da zadovoljava aerodinamičke zahtjeve, zahtjeve opterećenja i težine, te zahtjeve održavanja [2].

Nadzvučni aeroprofil je geometrija poprečnog presjeka konstruirana tako da efikasno stvara uzgon pri nadzvučnim brzinama. Takav aeroprofil je potreban kako bi zrakoplov mogao provoditi operacije u nadzvučnom režimu leta. Krila s takvim aeroprofilom ostvaruju željeni uzgon i, što je još važnije, stvaraju manje otpora u usporedbi s krilima s konvencionalnim tupim aeroprofilima koji se koriste na podzvučnim zrakoplovima. Obično je vrlo tanak i sastavljen ili od ravnina pod određenim kutom, dvostruko klinasti aeroprofil, slika 3 a), ili od nasuprotnih kružnih lukova, bikonveksni aeroprofil, slika 3 b), s oštrim prednjim i izlaznim bridovima, te može biti simetričan ili nesimetričan u odnosu na aerodinamičku tetivu [2], [4].



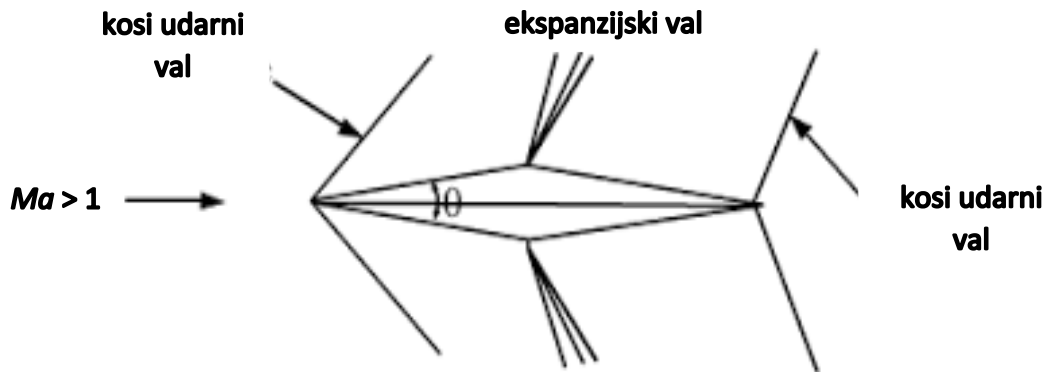
**Slika 3. Dvostruko klinasti i bikonveksni aeroprofil**

Izvor: [4]

Oštri bridovi sprječavaju oblikovanje zaobljenog udarnog vala ispred aeroprofila, odnosno stvaraju kose udarne valove na vrhu aeroprofila koji su puno slabiji u odnosu na zaobljene. Nizstrujno od prednjeg brida struja zraka postupno ekspandira preko površine aeroprofila kroz seriju ekspanzijskih valova. Prikaz kosih udarnih i ekspanzijskih valova na primjeru „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila moguće je vidjeti na slici 4. Udarni valovi i ekspanzijski valovi su normalna pojava kada zrakoplov leti brzinom većom od brzine širenja zvuka, odnosno pojavljuju se kad je  $Ma > 1$ . Kada se objekt (ili poremećaj) kreće brže nego što „informacija“ može propagirati kroz okružujući fluid, tada taj fluid ne može reagirati na taj poremećaj prije nego što poremećaj ne stigne do njega. Drugim riječima, objekt, odnosno poremećaj se kreće brzinom  $Ma > 1$ , gdje je  $Ma$  lokalna karakteristika struje

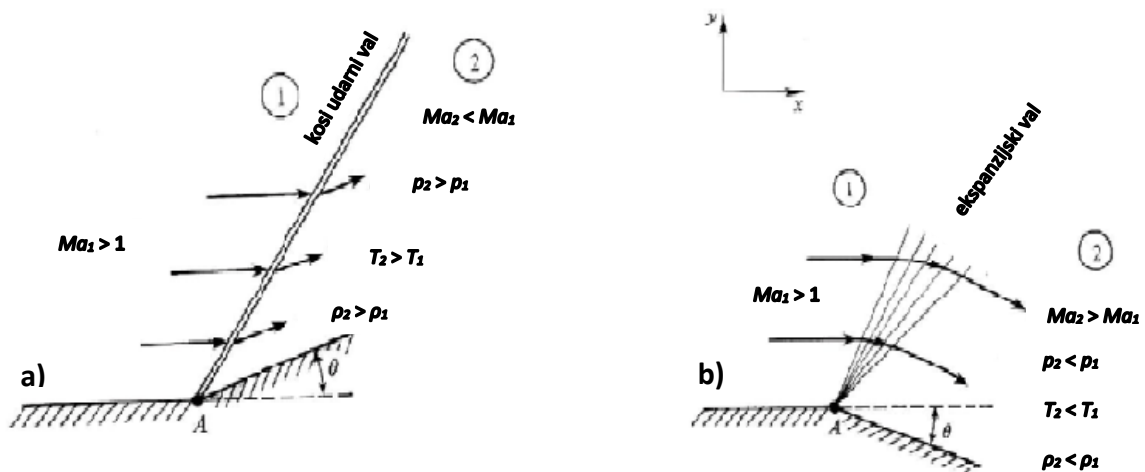


zraka, tj. omjer lokalne brzine strujanja i lokalne brzine širenja zvuka. Karakteristike struje zraka (Mach-ov broj, brzina strujanja, temperatura, gustoća, tlak zraka,...) se pri prolasku kroz udarni val gotovo odmah mijenjaju. Mach-ov broj se smanjuje, brzina strujanja se smanjuje, dok tlak, temperatura i gustoća rastu.



Slika 4. Kosi udarni i ekspanzijski valovi

Izvor: [1]



Slika 5. Struja zraka kroz kosi udarni i ekspanzijski val

Izvor: [1]

Udarni valovi se oblikuju kada struja skreće u sebe, odnosno kada dolazi do „suženja“ strujnog kanala (Slika 5 a)). Poremećaj tlaka se kreće nadzvučnom brzinom i potiskuje okolni zrak, pri čemu se, u tom području strujanja, zvučni valovi ne mogu širiti uzstrujno, te dolazi do naglog diskontinuiranog povećanja tlaka. Ekspanzijski valovi se oblikuju kada nadzvučna struja zraka skreće od sebe, tj. dolazi do „širenja“ strujnog kanala, što je vidljivo na slici 5 b). Kako se ekspanzijski valovi sastoje od beskonačno mnogo slabih Mach-ovih valova, duž kojih je strujanje izentropsko, tada se cijelo područje ekspanzijskih valova može promatrati kao izentropsko. To omogućuje korištenje izentropskih relacija za proračun termodinamičkih veličina. Iza

ekspanzijskih valova dolazi do povećanja Mach-ova broja, dok se tlak, temperatura i gustoća smanjuju [5], [6].

Kod mnogih primjena udarni valovi i ekspanzije se mogu promatrati kao stabilne, stalne u području ispitivanja, te se analize stabilnih, stalnih stanja mogu primijeniti za analizu ovih valova i njihovih ponašanja. Teorija kosih udarnih i ekspanzijskih valova se koristi kako bi se razumjela klasična primjena „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila u nadzvučnom strujanju i kako bi se dobile karakteristike strujanja iza valova i izračunali koeficijenti uzgona i otpora. Termodinamičke veličine i karakteristike strujanja su konstantne u područjima strujanja između udarnih valova i ekspanzijskih valova. Jedine promjene strujanja se događaju upravo unutar njih [5], [7].

Oblik nadzvučnih aeroprofila je u potpunoj suprotnosti s podzvučnim aeroprofilima, koji imaju zaobljeni prednji brid kako bi se sprječilo odvajanje struje zraka pri širokom rasponu napadnih kuteva. Zaobljeni prednji brid bi se pri nadzvučnom letu ponašao kao tupo tijelo i time uzrokovao nastanak zaobljenog udarnog vala koji bi značajno povećao otpor [2].

Pri proučavanju nadzvučnih aeroprofila trebalo bi se više usredotočiti na aerodinamičke performanse zato što dobro dizajniran aeroprofil može ravnomjerno rasporediti opterećenje, kao i smanjiti otpor zraka kako bi se postigli željeni aerodinamički zahtjevi. Debljina aeroprofila, zakrivljenost i napadni kut se mijenjaju kako bi se postigao dizajn koji će uzrokovati male devijacije smjera struje zraka. Pri danim uvjetima leta, aerodinamičke karakteristike nadzvučnih aeroprofila, odnosno aerodinamički koeficijenti, strogo su zavisni o samoj geometriji aeroprofila [2], [3].

Pri proračunu aerodinamičkih karakteristika koristi se najčešće jedan od dva tipa nadzvučnog aeroprofila, „dijamantni“ ili zakrivljeni dvostruko simetrični aeroprofil. U ovom radu, analiza se provodi na „dijamantnom“ dvostruko simetričnom klinastom aeroprofilu, koji se vrlo često koristi pri dizajnu nadzvučnih zrakoplova. Ovakav model aeroprofila je izabran jer je ustanovljeno da približno simetričan aeroprofil bi pridonio ostvarivanju najveće aerodinamičke efikasnosti, odnosno ostvarivanju maksimalnog koeficijenta uzgona uz minimalni koeficijent otpora. Aeroprofil je modeliran u programu *ANSYS Fluent Student Software*, te su korištene vlastite dimenzije i uvjeti strujanja. Cilj je napraviti numerički proračun za navedeni aeroprofil u krozvučnoj i nadzvučnoj struji zraka, pritom mijenjajući napadni kut, te zabilježiti rezultate aerodinamičkih karakteristika i validirati ih.

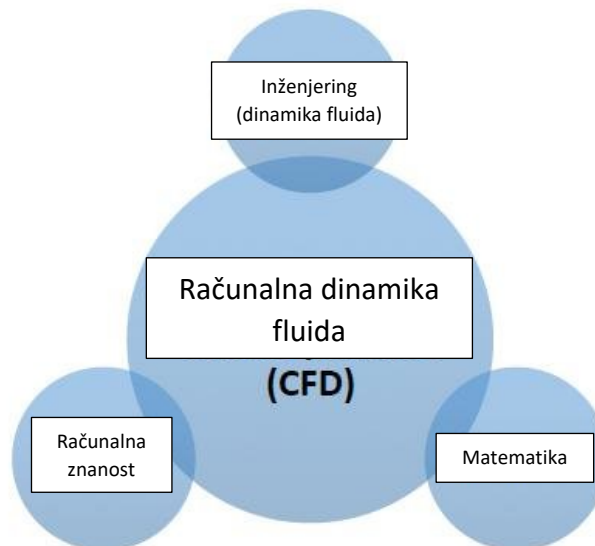
### 3. Primjena računalne dinamike fluida za proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila

Računalna dinamika fluida objedinjuje matematičke odnose i algoritme sa svrhom analize i rješavanja problema u pogledu strujanja fluida. CFD analiza aeroprofila daje rezultate kao što su koeficijenti uzgona i otpora, koji određuju mogućnosti aeroprofila [8].

U ovom poglavlju objašnjene su temeljne postavke, prednosti i nedostaci CFD-a, CFD analiza, te jedna od danas najviše korištenih platformi za modeliranje i proračune karakteristika fluida, ANSYS *Fluent Student Software*.

#### 3.1. Što je CFD?

CFD predstavlja novu granu koja integrira područja mehanike fluida ne samo s matematikom, nego i s računalnim znanostima, kao što je prikazano na slici 6. Na samim počecima svoje primjene, CFD je bio usko i jedino povezan s visoko tehnološkim područjima aeronautike i astronautike, dok je danas postao široko rasprostranjena metodologija u rješavanju složenih problema moderne inženjerske prakse. CFD, iako proizašao iz različitih disciplina mehanike fluida i termodinamike (prijenos topline), također se sve više primjenjuje i u drugim važnim područjima, posebno u kemijskom inženjerstvu, civilnim granama, zaštiti okoliša itd.. Izgradnja novih i boljih, poboljšanih sustava i optimizacija provedena na postojećoj opremi kroz računalne simulacije rezultira povećanom efikasnošću uz smanjenje troškova [1], [8].



**Slika 6. Različite discipline sadržane unutar CFD-a**

Izvor: [8]

Kada se govori o mehanici fluida, promatra se fluid u pokretu, gibanju ili u stanju mirovanja. CFD je najviše povezan s proučavanjem fluida u pokretu te kako ponašanje strujanja fluida utječe na procese koji uključuju provođenje topline i moguće kemijske reakcije u slučaju izgaranja. CFD se fundamentalno zasniva na temeljnim jednadžbama dinamike fluida, koje su obično u diferencijalnom ili integralnom obliku (Tablica 1). One predstavljaju matematičke izraze zakona očuvanja u fizici. Fizikalni zakoni koji su usvojeni za potrebe CFD-a su sljedeći:

- masa je očuvana za fluid,
- drugi Newton-ov zakon - veličina promjene količine gibanja jednaka je zbroju sila koje djeluju na fluid,
- prvi zakon termodinamike - veličine promjene energije jednaka je zbroju veličine dodane topline i veličine rada koji se izvrši nad fluidom.

Kako bi se riješile ove jednadžbe, one se pretvaraju u računalne programe ili pakete koristeći programske jezike visokih razina. Važno je napomenuti da je za CFD bitno poznavanje i razumijevanje fizikalnih pojava tijekom gibanja fluida, jer CFD upravo te pojave analizira i predviđa. Svi CFD programi i paketi se temelje na ovim jednadžbama, te su fizikalni aspekti graničnih uvjeta strujanja fluida i izrazi, kojima su matematički predstavljeni, razvijeni s obzirom na činjenicu da numerički oblik graničnih uvjeta jako ovisi o određenom matematičkom obliku temeljnih jednadžbi i algoritmima koji se koriste. Strujanje fluida se proučava kroz niz numeričkih simulacija, u kojima se upravo koriste računalni programi i paketi kako bi se dobila numerička rješenja [8], [9].

CFD je također postao jedna od tri osnovne metode ili pristupa (uz CFD, to su analitički i eksperimentalni) koji se koriste pri rješavanju problema u dinamici fluida ili prilikom provođenja topline. Sva tri pristupa su međusobno povezana. Iako je analitički pristup još uvijek dosta zastupljen i prakticiran uz provođenje eksperimenata kako bi se potvrdili rezultati, računalni pristup također dobiva na sve većoj važnosti, ponajviše kod složenih strujanja fluida. Brz uzlet i evolucija CFD-a posljedica je potrebe za brzim i točnijim metodama proračuna strujnih polja u različitim područjima primjene, npr. zrakoplovstvo (zrakoplovi, raketni motori), automobilizam (smanjenje otpora za automobile i kamione, poboljšanje usisa zraka u motore), biomedicinski inženjering (protok krvi kroz umjetna srca, disanje), kemijski inženjering (strujanje fluida kroz cijevi i pumpe), civilni i okolišni inženjering (širenje zagađivača okoliša, tok rijeka), itd.. Kroz CFD se može dobiti detaljan uvid kako bi dijelovi nekog sustava trebali raditi, te u skladu s time napraviti poboljšanja [8].

**Tablica 1. Temeljne jednadžbe za stlačivo strujanje u Kartezijevom koordinatnom sustavu**

Očuvanje mase	
$m$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$
Očuvanje količine gibanja	
$M_x$	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \left( S_u = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + S'_u \right)$
$M_y$	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial v}{\partial z} \right] + \left( S_v = -\frac{\partial \rho}{\partial y} + S'_v \right)$
$M_z$	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho ww)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial w}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \left( S_w = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + S'_w \right)$
Očuvanje energije	
$E$	$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uh)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vh)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho wh)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial h}{\partial z} \right] + \frac{\partial p}{\partial t} + \phi + S_T$
Jednadžbe turbulencije	
$k$	$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uk)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vk)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho wk)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right] + (S_k = \rho(P - D))$
$\varepsilon$	$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \varepsilon)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \varepsilon)}{\partial z} = \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] + \left( S_\varepsilon = \rho \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} D) \right)$
gdje je	$P = 2\mu_T \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu_T \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \mu_T \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{3} \rho \mu_T k \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$ $D = \varepsilon$

Izvor: [8]

U dinamici fluida postoji velik broj komercijalnih CFD paketa koji omogućuju modeliranje strujanja oko različitih objekata. Računalne simulacije omogućuju prikazivanje svojstava i detalja koje je teško, skupo ili nemoguće izmjeriti ili vizualizirati eksperimentalno. Prvi korak pri modeliranju određenog slučaja uključuje izradu geometrije i mreže (*mesh, grid*), pomoću pretprocesora. Većina vremena na CFD projektima u industriji je obično posvećena definiranju mreže kako bi se postigla što bolja geometrija, i u konačnici što veća preciznost i točnost rezultata. Nakon definiranja i izrade mreže s pripadajućim točkama, slijedi rješavanje jednadžbi zadanog slučaja. Osnovni koraci procesa pri rješavanju određenog slučaja su sljedeći:

1. ciljevi i svrha modeliranja su definirani, te su napravljeni geometrija modela i mreža,
2. proračun i nadziranje postupka rješavanja,
3. ispitivanje rezultata i njihova pohrana, te ,ako je potrebno, revizija numeričkih ili fizikalnih parametara modela [8].

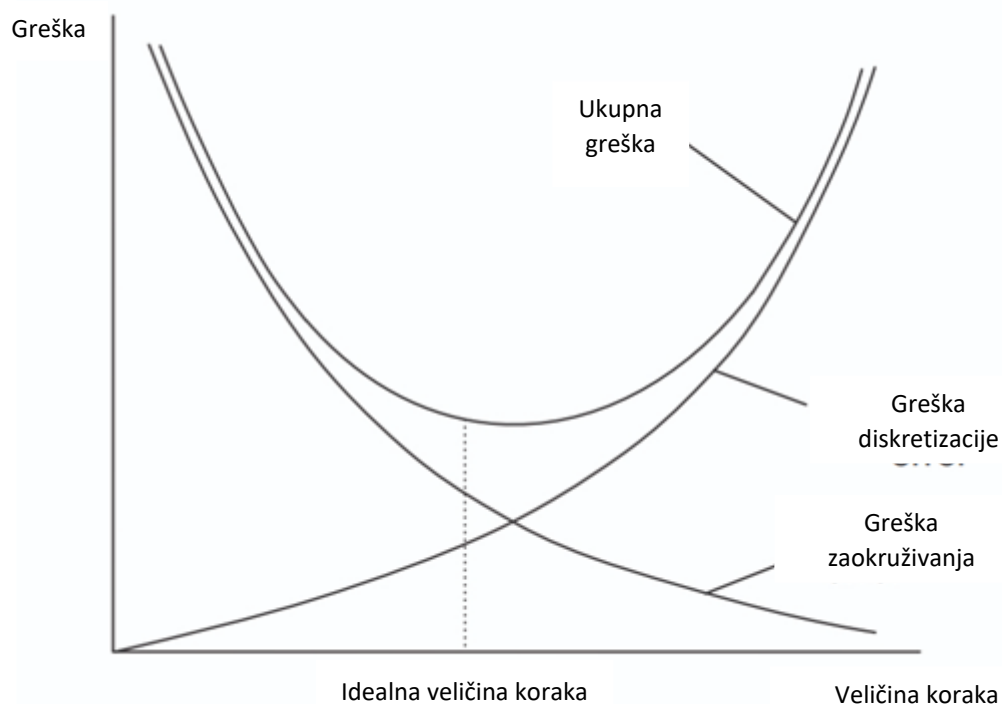
### 3.2. Prednosti i nedostaci CFD-a

Postoji mnogo prednosti kada se razmatra primjena CFD-a. Prvo, teorijski razvoj računalnih znanosti je usredotočen na konstrukciju i rješenja temeljnih jednadžbi, te aproksimacije tih jednažbi. CFD s druge strane predstavlja savršenu priliku za detaljnije proučavanje specifičnih veličina u temeljnim jednadžbama što dovodi do novih smjerova u teorijskom razvoju. Drugo, CFD nadopunjuje eksperimentalni i analitički pristup pružajući isplative načine simulacija realnog strujanja fluida. CFD značajno smanjuje vrijeme i troškove u dizajnu i proizvodnji u usporedbi s eksperimentalnim pristupom, te nudi mogućnost rješavanja niza složenih strujanja, što je teško postići analitičkim pristupom. Treće, CFD ima kapacitet simulirati uvjete strujanja koji se ne mogu reproducirati u eksperimentima na području geofizike i biološke dinamike fluida (npr. nuklearna katastrofa ili tsunami). Četvrto, CFD može pružiti puno detaljnih, vizualnih i opsežnih informacija, nego potonji pristupi, čime se dolazi do lakšeg razumijevanja procesa koji se događaju pri strujanju fluida [8].

Kada se govori o nedostacima CFD-a, oni se više tiču njegovih ograničenja. Numeričke greške postoje u samim proračunima što dovodi do razlika između računalno dobivenih i stvarnih rezultata. Vizualizacija numeričkih rješenja pomoću vektora, kontura ili animiranih filmova nekontinuiranog strujanja fluida je dosad najefektivniji način kojim se može prikazati ogromna količina podataka iz samog proračuna. Međutim, postoji opasnost od pogrešnog rješenja, koje naizgled može izgledati točno, ali ne odgovarati očekivanom ponašanju strujanja. Brojni autori različitih paketa CFD-a su iznijeli netočne numerički proizvedene karakteristike strujanja, ali koje su isto tako interpretirane kao prihvatljive u pogledu fizikalnih fenomena. Različiti dijagrami i slike strujanja dobivene simulacijama mogu dati osjećaj stvarnosti mehanike fluida unutar nekog sustava, ali one postaju beskorisne ako nisu kvantitativno točne. Zato je jako važno da se numerički rezultati detaljno ispituju prije nego

što se donesu zaključci. Također, korisnici CFD-a moraju naučiti kako pravilno analizirati i donositi zaključke na temelju dobivenih rezultata [8].

Korisnik treba biti svjestan ne samo postojanja grešaka u računalno dobivenim rješenjima, već, još važnije, korisnik mora razlikovati jednu u odnosu na drugu. Greške koje se pojavljuju su: greška diskretizacije, greška zaokruživanja (linearizacije), greška prilikom iteracije ili konvergencije, greška u fizikalnom modeliranju, te ljudska greška. Slika 7 prikazuje ovisnost greškaka i veličine koraka [8], [10].



**Slika 7. Greška diskretizacije, zaokruživanja i sveukupne greške kao funkcija mreže i/ili veličine vremenskog koraka**

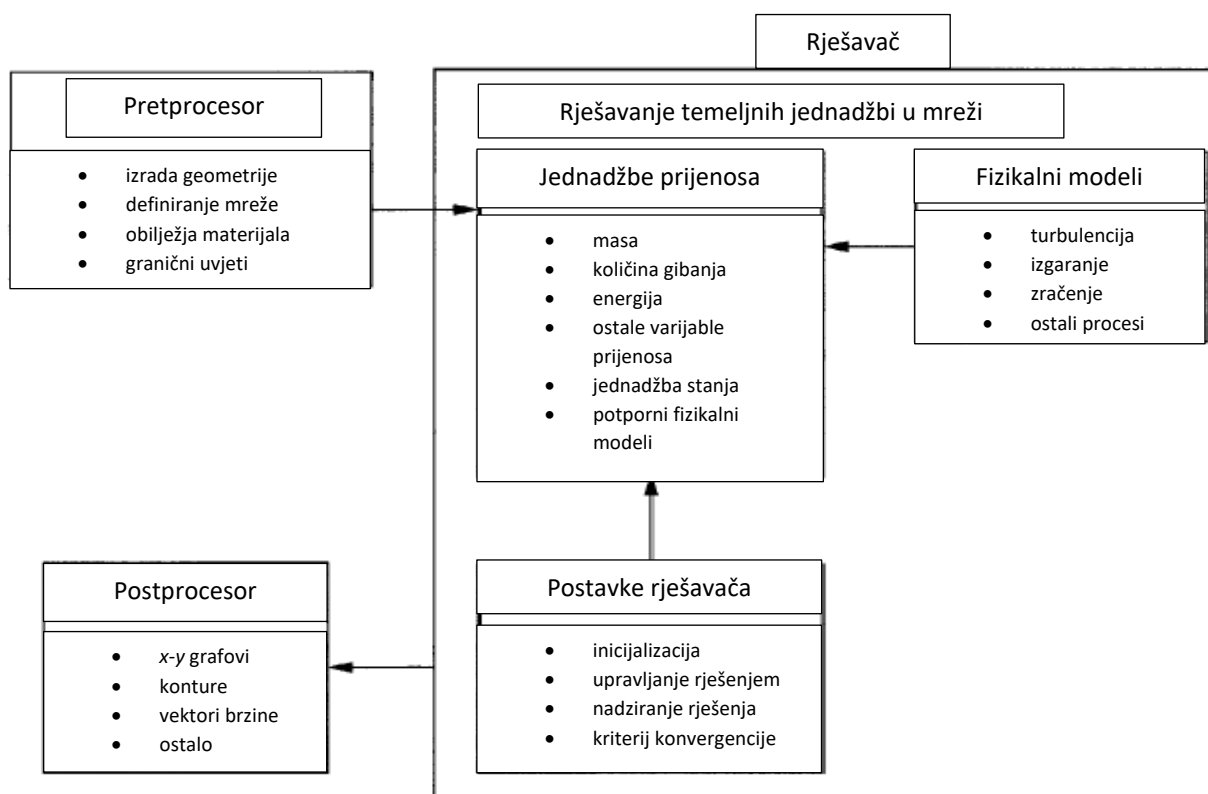
Izvor: [8]

Greška diskretizacije je greška koja nastaje u procesu pretvorbe integralnog oblika jednadžbe u algebarski oblik. Ona se može smanjiti tako da se jednostavno poveća broj ćelija domene, odnosno da se provede prilagodba mreže (*mesh refinement*). Drugi način kako je se može smanjiti je da se poveća točnost interpolacije vrijednosti ćelije. Kako su algebarske jednadžbe nelinearne, moraju se linearizirati pretpostavljajući vrijednost ćelije. U tom procesu pretvorbe nelinearnih algebarskih jednadžbi u linearizirane algebarske jednadžbe povezane s vrijednošću ćelije (najčešće je to vrijednost u sredini ćelije), nastaje greška zaokruživanja, koja se razlikuje od greške diskretizacije. Kako bi se smanjila greška zaokruživanja, program pokušava iterativno doći do vrijednosti ćelije, te nakon svake iteracije ažurira informaciju pretpostavke vrijednosti ćelije. Proces iteracije prestaje kada nestabilnosti mase i količine gibanja padnu ispod određene tolerancije. Kada bi se postigla točna rješenja nelinearnih

algebarskih jednadžbi, navedene nestabilnosti bi bile jednake nuli. No kako postoji greška zaokruživanja, nikad se neće postići nula. Međutim, ako su postignute vrijednosti ispod tolerancije, tada je greška prihvatljiva. Česta pogreška u shvaćanju ovih grešaka je da će se prilagodbom mreže i povećanjem broja ćelija greška zaokruživanja smanjiti. Međutim, ono što se događa je da iteracije teško postižu konvergenciju. Drugim riječima greška diskretizacije pada, a greška zaokruživanja raste [8], [10].

### 3.3. CFD analiza

Gotovo svi današnji komercijalni i pojedini *shareware* CFD paketi uključuju aplikacije i okoline prilagođene grafičkom korisničkom sučelju (*graphical user interface-GUI*) kako bi se unijeli parametri slučaja i ispitati dobiveni rezultati. Kodovi, koji su strukturirani pomoću složenih numeričkih algoritama koji mogu riješavati različite slučajeve strujanja fluida, omogućuju cjelovitu CFD analizu koja se sastoji od tri glavna elementa: pretprocesora, rješavača (*solver*) i postprocesora (Slika 8) [8].



**Slika 8. Međusobna povezanost tri glavna elementa unutar sučelja CFD analize**

Izvor: [8]



### 3.3.1. Postavljanje slučaja – pretproces

#### *Korak 1 – Stvaranje geometrije*

Prvi korak bilo koje CFD analize je definirati i izraditi geometriju područja strujanja, koje predstavlja računalnu domenu za CFD proračune. Prilikom izrade geometrije vrlo je važno omogućiti dinamici fluida da se dovoljno razvija duž čitave duljine računalne domene [8].

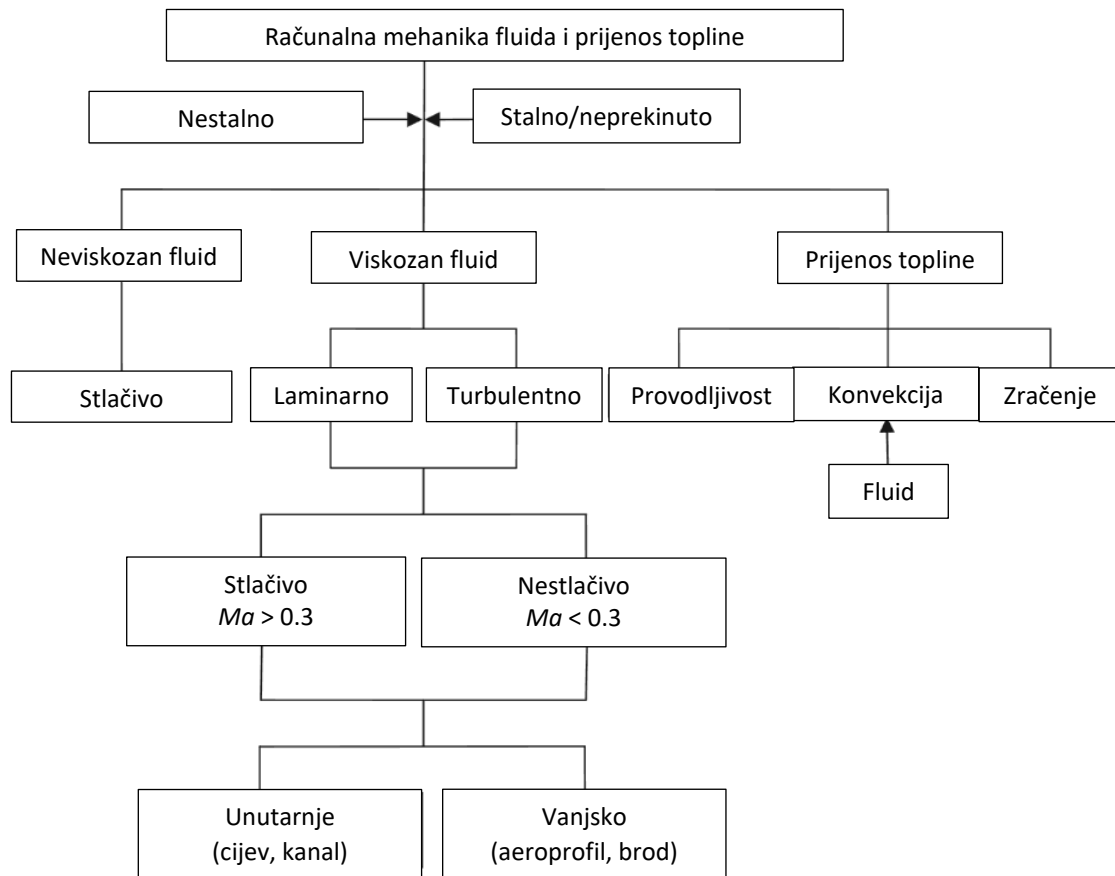
#### *Korak 2 – Definiranje mreže*

Drugi korak je definiranje mreže, koji je ujedno i jedan od najvažnijih koraka pretprocesa. U ovom koraku se domena dijeli na velik broj manjih, nepreklapajućih poddomena, što rezultira nastankom mreže ćelija (elementi ili kontrolni volumeni) duž čitave geometrije. Strujanja fluida se u svakoj od ovih ćelija rješavaju numerički tako da su diskretne vrijednosti karakteristika strujanja, kao što su brzina strujanja, tlak, temperatura i drugi parametri od interesa, određeni. Preciznost CFD rješenja jako ovisi upravo o broju ćelija u mreži, odnosno povećanje broja ćelija će povećati točnost rješenja. Također, dobivena rješenja ovise i o drugim čimbenicima kao što su tip mreže, red točnosti numeričke metode, prikladnost korištenih tehnika odabranih za pojedini slučaj [8].

#### *Korak 3 – Odabir fizikalnih uvjeta i karakteristika fluida i određivanje graničnih uvjeta*

Treći korak se sastoji od prepoznavanja i formuliranja slučaja strujanja u smislu fizikalnih fenomena. Korisnik CFD-a mora odabrati prikladne fizikalne uvjete strujanja kako bi se pravilno simulirale karakteristike strujanja fluida. Također, treba voditi računa i o fluidu (npr. zrak ili voda koji imaju različita fluidna i toplinska obilježja) koji se koristi unutar domene. Na slici 9 je prikazan dijagram toka koji prikazuje različita strujanja fluida i prijenos topline, koji se mogu koristiti za CFD analizu [8].

Zbog složene prirode ponašanja strujanja fluida, korisnik CFD-a mora definirati prikladne uvjete koji će preslikati stvarni fizikalni prikaz strujanja fluida u rješivi CFD slučaj. U četvrtom koraku pretprocesa se upravo to nastoji postići. Kako unutar domene strujanja postoje slojevi gdje strujanje počinje, odnosno završava, potrebni su odgovarajući granični uvjeti radi prilagođavanja ponašanja fluida koji ulazi i izlazi iz domene. Domena naravno može imati i otvorene granice. Iako su uvjeti kada su otvorene granice i dalje predmet teoretskih rasprava, ovaj slučaj je i dalje najjednostavniji i najjeftiniji oblik za postići i opisati u usporedbi s mnogim drugim zadovoljavajućim CFD odabirima. Granični uvjeti su također potrebni za postavljanje vanjskih nepokretnih granica čvrstog zida (*solid wall*), koje okružuju geometriju strujanja i zidove mogućih unutarnjih prepreka unutar domene [8].



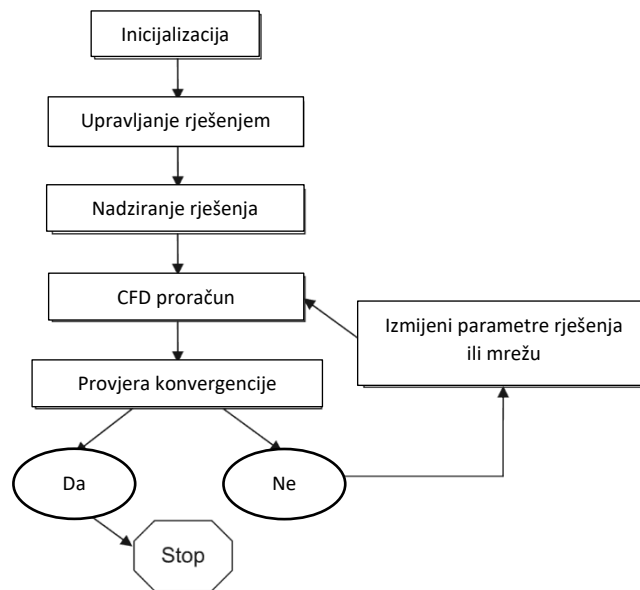
**Slika 9. Dijagram toka različitih fizikalnih strujanja unutar CFD-a**

Izvor: [8]

Za potrebe ovog diplomskog rada naglasak je na strujanjima fluida koja postižu brzine blizu i iznad brzine širenja zvuka, koja su se ranije klasificirala kao krozvučna i nadzvučna strujanja (tu pripadaju i hiperzvučna strujanja, ali ona nisu predmet ovog rada). Rasprostranjenost ovakvih složenih strujanja je vidljiv u mnogim aerodinamičkim istraživanjima. Pri velikim brzinama, viskozna područja strujanja postaju jako tanka, te se velik dio domene rješenja može promatrati kao neviskoznan. Ako bi se primijenili granični uvjeti za viskozno strujanje na područje strujanja koje je gotovo čitavo neviskozno, to bi dovelo do neprirodnog ponašanja udarnih valova koji se šire kroz domenu strujanja, te pogrešnih rezultata [8].

### 3.3.2. Numeričko rješenje – CFD rješavač

Potrebni procesi procedure za dobivanje računalnog rješenja su: inicijalizacija, upravljanje rješenjem, nadziranje rješenja, CFD proračun i provjera konvergencije (Slika 10) [8].



**Slika 10. Postupak dobivanja rješenja**

Izvor: [8]

#### *Korak 4 – inicijalizacija i upravljanje rješenjem*

Četvrti korak CFD analize uključuje dva procesa koji su sastavni dio rješavača, a to su inicijalizacija i upravljanje rješenjem. Osnovni fizikalni fenomeni kod stvarnih strujanja fluida, koja su uglavnom složena i nelinearna, obično zahtijevaju da se ključni fenomen rješava kroz iterativni pristup rješenju. Iterativna procedura uključuje sve diskretne vrijednosti karakteristika strujanja, kao što su brzina, tlak, temperatura, itd., inicijaliziraju prije proračuna rješenja. Teorijski, početni uvjeti mogu biti proizvoljni. Međutim, u praksi, dobro i pomno odabrani početni uvjeti nose određene prednosti i ključni su za iterativnu proceduru, iz dva razloga, a to su:

- ako se početni uvjeti približavaju završnom ustaljenom rješenju, brže će iterativna procedura konvergirati i rezultirati kraćim vremenom proračuna,
- ako su početni uvjeti daleko od realnih rezultata, bit će potreban veći broj pokušaja i više vremena kako bi se postigla tražena konvergencija. Također, neispravno uneseni ili neodgovarajući početni uvjeti mogu uzrokovati nepredviđena ponašanja tijekom iterativne procedure, te dovesti do divergencije, odnosno do pogrešnih rezultata. Postavljanje potrebnih parametara tijekom procesa upravljanja rješenjem zahtijeva odabir potrebnih diskretizacijskih (interpolacijskih) shema i odabir odgovarajućih iterativnih rješavača [8].

Većina današnjih kodova koristi metodu konačnih volumena kao standardnu metodu pronalazanja numeričkog rješenja. Osnovna ideja metode konačnih volumena je da se domena strujanja podijeli na manje kontrolne volumene (infinitezimalno mali volumeni), te da se na svaki od tih malih dijelova primijeni očuvanje (konzervacija), odnosno da se primijeni

metoda konačnih razlika na konačnu volumensku ćeliju u prostoru. To se postiže korištenjem temeljnih jednadžbi u integralnom obliku. Konačni rezultat je set algebarskih izraza temeljnih jednadžbi. Metodom konačnih volumena se primjenjuje očuvanje direktno, prije nego indirektno, tako da se na svaki mali element volumena primijeni očuvanje i time očuvaju veličine na diskretan način [1], [8].

### *Korak 5 – nadziranje konvergencije*

Peti korak uključuje međusobno povezane operacije tri procesa: nadziranja rješenja, CFD proračuna i provjere konvergencije. Dva aspekta koja karakteriziraju uspješno CFD rješenje su konvergencija iterativnog procesa i nezavisnost mreže. Konvergencija se može obično procijeniti kroz kontinuirano praćenje neravnoteža do kojih dolazi zbog složenosti numeričkih proračuna algebarskih jednadžbi u svakom iterativnom koraku. Ove neravnoteže mjere ukupnu konzervaciju karakteristika strujanja i poznate su pod nazivom ostaci (*residuals*) koji se promatraju kroz kodove GUI-a (npr. ANSYS *Fluent*). Konvergentno rješenje se postiže kad broj ostataka padne ispod kriterija konvergencije ili neke tolerancije koja se prethodno postavlja unutar parametara upravljanja iterativnih rješavača. Drugim riječima, dolazi do konstantnog smanjenja, a ne nakupljanja neželjenih ravnoteža. Osim ispitivanja ostataka, korisnik može koristiti i druge varijable nadziranja kao što su uzgon, otpor ili moment kako bi odredio konvergenciju numeričkih proračuna. Uz sve navedeno, korisnik bi također trebao provjeriti ukupnu ravnotežu mase i ravnotežu topline za sustav strujanja fluida unutar računalne domene [8].

Postizanje konvergentnog rješenja može se postići pomnim odabirom različitih podrelaksacijskih faktora. To su faktori kojima se ograničava vrijednost za koju se pojedina varijabla mijenja u sljedećoj iteraciji u odnosu na prethodnu, a zbog nelinearnosti u jednadžbama, važno je pratiti promjenu varijable. Većina komercijalnih kodova sadrži neki oblik ovih faktora kako bi se povećala stabilnost numeričke procedure i omogućila konvergencija iterativnog procesa. Odgovarajuće vrijednosti ovih faktora se mogu jedino postići opsežnim istraživanjem različitih slučajeva strujanja. Primjeri podrelaksacijskih faktora su turbulentna kinetička energija, razina specifične disipacije, turbulentna viskoznost, itd. [8].

Procjena grešaka nastalih neodgovarajućim dizajnom mreže osnovnog strujanja može biti prilično naporno. Priprema dobrog početnog dizajna mreže zahtijeva predznanje ili uvid u očekivana obilježja strujanja. Jedini način kako ukloniti greške je provoditi proceduru konstantnog „pročišćavanja“, tj. prilagođavanja početne mreže do trenutka kada ključni rezultati nemaju zamjetnih promjena. Sistematsko traženje rezultata neovisnih o mreži (*grid-independent*) obično vodi prema postizanju visoko kvalitetnih CFD rješenja [8].

### 3.3.3. Rezultati i vizualizacija – Postproces

CFD-om se mogu stvoriti žive grafičke slike, prikazane kroz čitav spektar boja, te CFD ima mogućnost efektnog predstavljanja računalnih rezultata što je neprocjenjiv alat za dizajn. Komercijalni CFD kodovi, kao što je ANSYS *Fluent*, ubacuju unutar svojih GUI-a impresivne vizualizacijske alate kako bi korisnik mogao grafički prikazati dobivene rezultate CFD proračuna na kraju računalne simulacije. Prikazi konačnih rezultata mogu biti u obliku  $x$ - $y$  grafa, ili prikazani pomoću kontura ili vektora, animacijom, i drugo [8].

### 3.4. ANSYS *Fluent*

ANSYS CFD paketi su za inženjere koji trebaju donijeti bolje i brže odluke. CFD simulacijski paketi ANSYS-a su visoko ocijenjeni i preporučljivi za korištenje zbog svoje računalne memorije i snage, te preciznih rezultata. Laki za korištenje i za razumjeti, ali opet snažni, CFD softveri omogućuju ubrzan razvoj proizvoda. ANSYS CFD paketi pružaju mogućnost nevjerojatnog razvoja kroz inovacije uz optimizaciju rasta proizvoda i margina kako bi se brzo smanjila pogreška. ANSYS pruža potrebne alate, npr. za povećanje efikasnosti motora s unutarnjim izgaranjem ili simulacije stvaranja leda u letu (*icing*) [11].

Među najpoznatijim ANSYS CFD paketima je ANSYS *Fluent* koji je vodeći industrijski softver za simulaciju strujanja fluida, poznat po naprednim mogućnostima modeliranja za širok raspon stlačivog ili nestlačivog, laminarnog ili turbulentnog strujanja, preciznosti i pouzdanosti. ANSYS *Fluent* pruža više vremena za inovacije i postizanje najpogodnijih performansi proizvoda, te je opsežno provjeren u različitim područjima primjene. Pomoću ANSYS *Fluent*-a se mogu stvoriti napredni fizikalni modeli i analizirati raznolikost fluida i njegovih modela, a sve u lakom za korištenje i prilagodljivom prostoru. Temeljne karakteristike ANSYS *Fluent*-a su: korisniku prilagođeno sučelje, jedan prozor na zaslonu, ujednačen i efikasan tijek rada, najbolji fizikalni modeli u pojedinom području primjene, te paralelne mogućnosti za umrežavanje i rješavanje. Također, ANSYS *Fluent* posjeduje komplet modela slobodnih površina i višefaznih strujanja, te se temelji na metodi konačnih volumena. Svi paketi se konstantno ažuriraju dodavanjem sve više i više novih elemenata i modula kao što su nelinearna analiza, dinamička analiza i tehnike optimizacije. ANSYS *Fluent* provodi analizu i dobivanje rješenja prema već ranije spomenutim elementima CFD analize, a to su: pretprocesor, rješavač (procesor) i postprocesor (rezultati) [11], [12].

Za potrebe ovog rada koristi se besplatan program ANSYS *Fluent Student Software*, koji je dostupan svima i kojeg je moguće preuzeti na sljedećoj poveznici: <https://www.ansys.com/academic/students/ansys-student>.

## 4. Proračun aerodinamičkih karakteristika pri krozzvučnim i nadzvučnim brzinama

U ovom poglavlju se modelira krozzvučno i nadzvučno strujanje oko „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila, uz promjenu napadnog kuta u navedenim strujanjima, kako bi se u sljedećem poglavlju napravila usporedba s rezultatima dobivenim teorijskim ili analitičkim pristupom.

Cilj je istražiti utjecaj dizajna „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila, te promjene brzine i napadnog kuta na njegove aerodinamičke karakteristike. ANSYS program se temelji na egzaktnoj teoriji udarnih valova kako bi se odredio raspored tlaka na aeroprofilu, a time i odgovarajući aerodinamički koeficijenti. Ustanovljeno je da su aerodinamički koeficijenti aeroprofila promjenjivi s njegovim dizajnom. Kao što je ranije spomenuto, približno simetričan aeroprofil bi pridonio ostvarivanju najveće aerodinamičke efikasnosti, odnosno ostvarivanju maksimalnog koeficijenta uzgona uz minimalni koeficijent otpora, te se stoga i koristi „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil [2], [11].

### 4.1. Numerički pristup

Numerički pristup, odnosno primjena CFD-a je potrebna kada nije moguće dobiti egzaktno rješenje, tj. nije moguće primijeniti teorijski pristup, te kada nije moguće pojednostavljenje jednadžbi očuvanja. Pristup se temelji na korištenju punog seta nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi s viskožnošću, toplinskom provodljivosti, itd., tzv. Navier-Stokes-ove jednadžbe, koje se diskretiziraju u algebarske oblike. Konačni rezultat je set brojeva koji predstavljaju rješenje temeljnih jednadžbi očuvanja [1], [8].

U ovom poglavlju je postavljeno i riješeno krozzvučno i nadzvučno strujanje oko „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila koristeći DB rješavača (*density-based solver*) u ANSYS *Fluent*-u. Moguće je koristiti i PB rješavač (*pressure-based solver*), ali povijesno gledajući razvoj i primjenu ove dvije vrste rješavača, za stlačiva strujanja velikim brzinama najbolje se pokazao DB rješavač, dok je PB rješavač korišten za nestlačiva strujanja malim brzinama. Međutim, oba rješavača su proširena i preformulirana da provode proračun u širokom rasponu brzina i uvjeta strujanja [8], [11], [12], [13].

Geometrija se odnosi na 2D „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil. Za zrak je postavljeno da je stlačivi savršeni plin. Granični uvjeti su:

- zid bez klizanja (*no-slip wall*) za aeroprofil,
- tlačno daleko polje (*pressure far-field*),
- mjereni tlak (*gauge pressure*): 101325 Pa,
- brzina slobodne struje zraka:
  - za krozzvučno strujanje:  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$ ,
  - za nadzvučno strujanje:  $Ma = 2.5$ ,
- temperatura zraka:  $T = 288.15$  K,

- gustoća zraka:  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ,
- $\alpha$  (napadni kut):  $0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, 20^\circ$ .

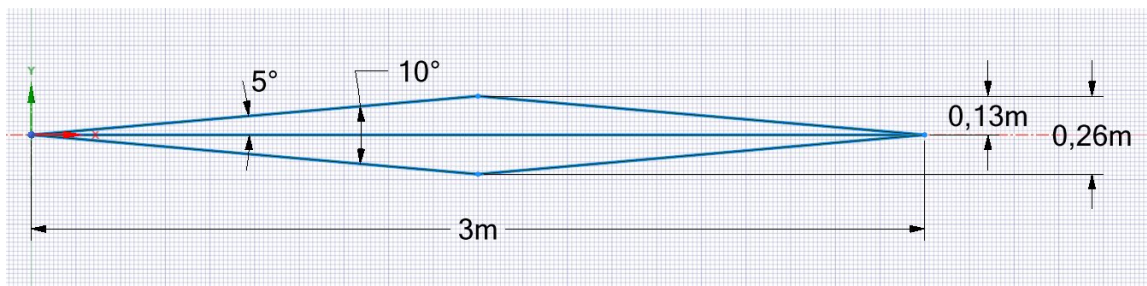
Postupak postavljanja i definiranja mreže i potrebnih parametara, te provođenje simulacija i dobivanje rješenja opisani su u sljedećim potpoglavljima-koracima, prema uputama u [13], [14].

#### Korak 1

Po ulasku u program ANSYS *Workbench* pokreće se sustav za analizu *Fluid Flow (Fluent)*, te daje naziv po želji, npr. *Supersonic Airfoil* (za potrebe ovog rada korišten je ovaj naziv). Nakon toga vrlo je važno postaviti tip analize na 2D.

Geometrija i modeliranje aeroprofila je napravljeno koristeći *Space Claim* i *Design Modeler* (Slika 11). Dimenzije aeroprofila su sljedeće:

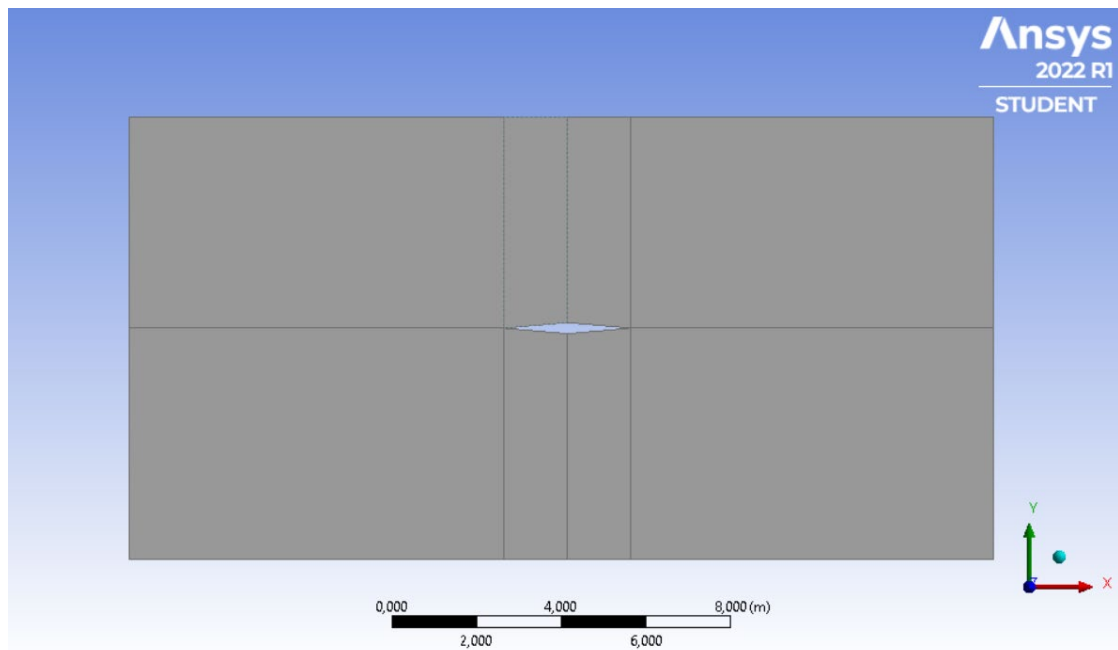
- $c$  (tetiva) = 3 m,
- $t$  (debljina aeroprofila) = 0.26 m,
- $\delta$  (unutarnji kut) =  $10^\circ$ .



**Slika 11. Dimenzije "dijamantnog" dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila u ANSYS Fluent Space Claim-u**

Aeroprofil je postavljen u ishodište koordinatnog sustava pod napadnim kutom  $\alpha = 0^\circ$ , te je oko njega napravljena površina u obliku pravokutnika proizvoljnih dimenzija (u ovom radu  $212.8 \text{ m}^2$ ) koja predstavlja domenu, odnosno područje analize strujanja zraka oko aeroprofila. Također, područje oko aeroprofila je podijeljeno na osam dijelova kako bi se kasnije postiglo što bolje definiranje mreže. Sve navedeno je prikazano na slici 12.

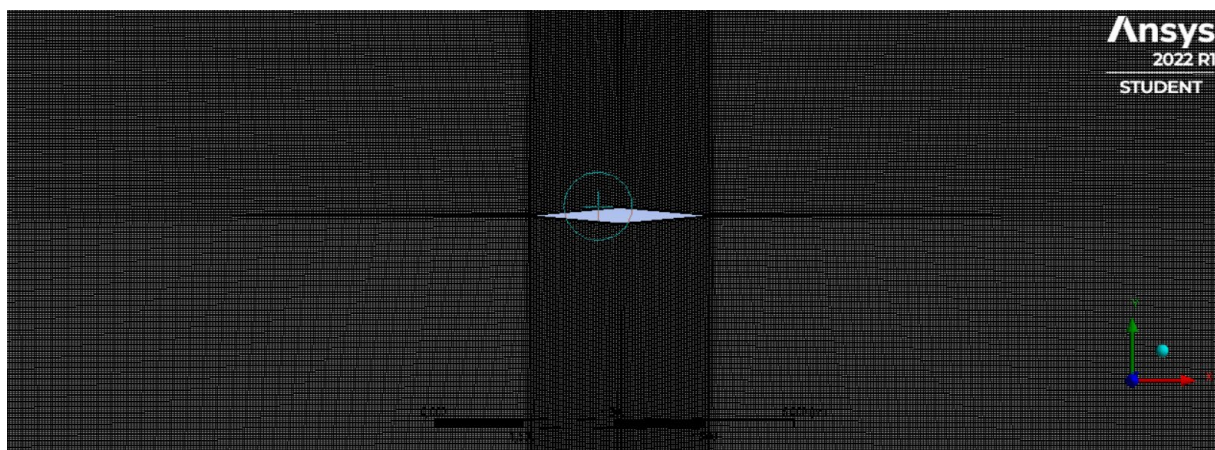




**Slika 12. Nadzvučni aeroprofil u Design Modeler-u**

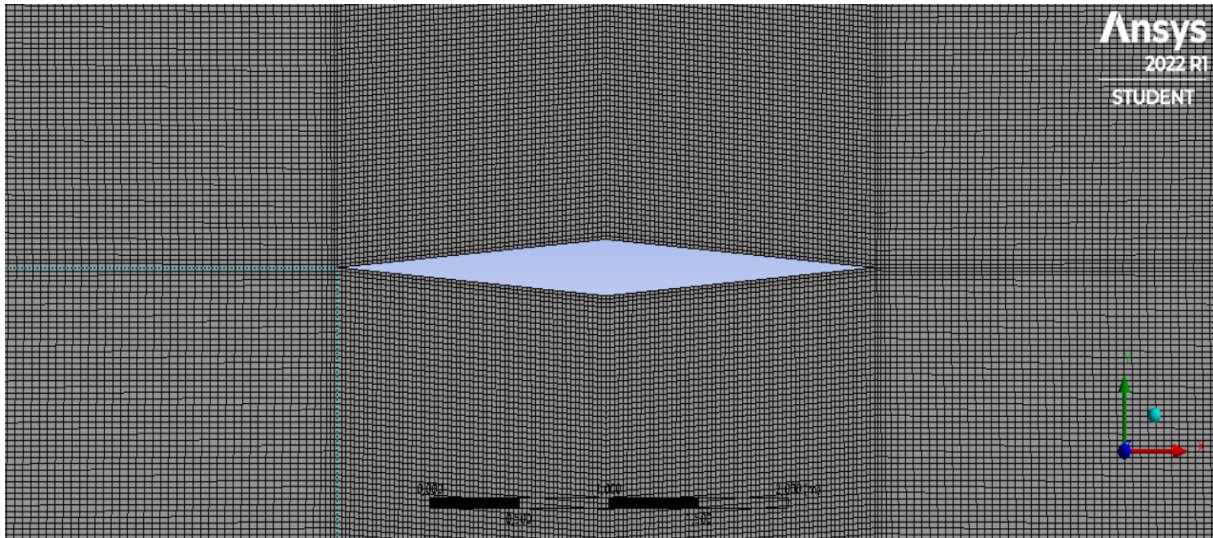
### Korak 2

Drugi korak predstavlja definiranje mreže. Definiranje lica mreže, tj. područja oko aeroprofila, provodi se tako da se označavaju svi rubovi i linije, s podjelom mreže na manja područja, posebno u području oko aeroprofila kako bi se za kasniji proračun dobili što precizniji rezultati. U ovom koraku vrlo važno je označiti i rubove područja istraživanja i imenovati ih kao *FAR-FIELD*, te označiti rubove aeroprofila i imenovati ih kao *AIRFOIL WALL*. Na slikama 13, 14, 15 je prikazana ostvarena mreža.

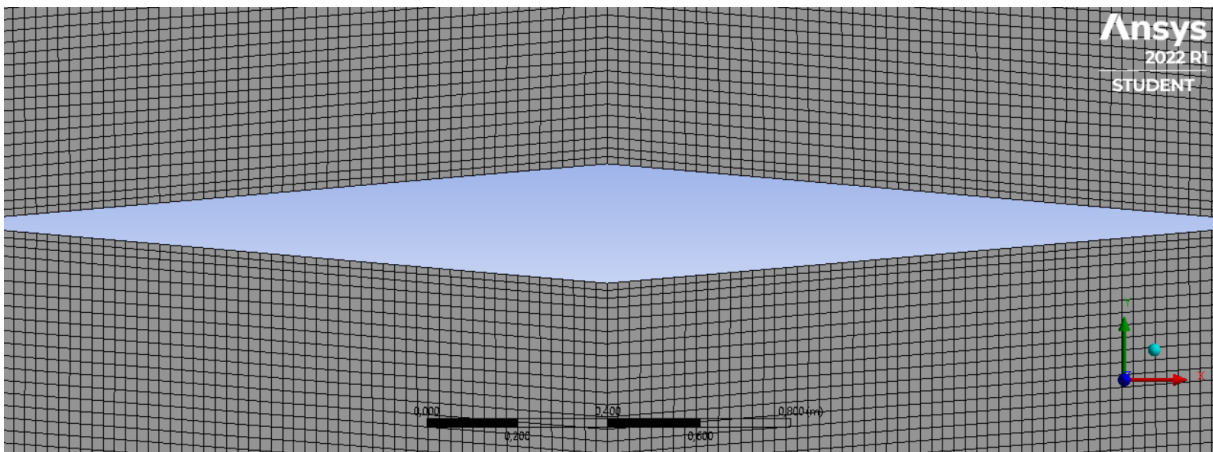


**Slika 13. Mreža**





**Slika 14. Mreža oko aeroprofila**



**Slika 15. Detaljan prikaz mreže oko aeroprofila**

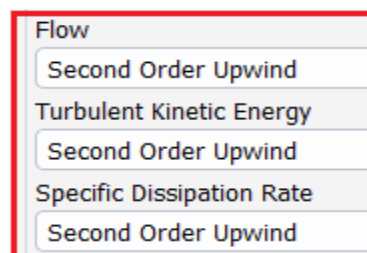
### Korak 3

Treći korak je inicijalizacija slučaja i postavljanje početnih postavki (*Setup*). Na početku je postavljena mogućnost za dvostruku preciznost, te je broj paralelnih procesa rješavača postavljen na četiri. U ovom koraku je jako važno postavljanje fizikalnih uvjeta. Tip rješavača koji se koristi je DB rješavač, te je uključeno djelovanje gravitacije (na  $y$ -os je postavljena vrijednost  $-9.81 \text{ m/s}^2$ ). Važno je naglasiti da je vrijeme stalno, odnosno da nema utjecaj na strujanje nakon što se postave početni uvjeti, te da je 2D prostor definiran kao ravnina. Uključeno je korištenje energije, te se za viskozni model koristi SST (*Shear Stress Transport*)  $k - \omega$  model turbulencije (Prilog 1). Prema [8] i [10] modeli turbulencije se uglavnom koriste za izmjenu izvornih nestalnih Navier-Stokes-ovih jednadžbi, na način da se uvode prosječne i fluktuirajuće vrijednosti kako bi se dobile Reynolds-ove prosječne Navier-Stokes-ove jednadžbe (*Reynolds Averaged Navier-Stokes-RANS*). Modeli turbulencije

temeljeni na RANS jednadžbama su poznati kao statistički modeli turbulencije zbog statističkog postupka za dobivanje traženih jednadžbi [8]. Za medij je korištena gustoća idealnog plina, te viskoznost prema Sutherland-ovom zakonu (metoda tri koeficijenta). Vrijednosti ostalih veličina, poput specifične topline, toplinske provodljivosti i molekularne mase, ostavljene su kako su zadane programom. U graničnim uvjetima za daleko polje (*far-field*) odabran je tip tlačnog dalekog polja, postavljeni su željeni Mach-ov broj (u ovom radu: 0.9, 1.1, 2.5), mjereni tlak vrijednosti 101325 Pa i temperatura 288.15 K, s intenzitetom turbulencije od 5 %, te omjerom turbulentne viskoznosti vrijednosti 10. Promjena napadnog kuta je ostvarena tako da se mijenja  $X$  i  $Y$  komponenta smjera strujanja. Jednostavnim proračunom trigonometrijskih funkcija  $\sin$  i  $\cos$  zadanog kuta ostvaruju se različiti napadni kutevi pri određenoj brzini strujanja. Za zid aeroprofila odabran je zid bez klizanja. Uvjet bez klizanja (*no-slip*) označava da granični uvjet na površini aeroprofila pretpostavlja da je relativna brzina jednaka nuli između površine i plina (u ovom slučaju zraka) točno na površini. U operativnim uvjetima postavljen je operativni tlak na 0 Pa. Važno je provjeriti operativne uvjete. Kada se gustoća u materijalima postavlja na idealni plin, *Fluent* izračunava gustoću koristeći apsolutni tlak. Međutim, tlak koji se unosi za proračun je mjereni tlak, ne apsolutni. Stoga, ako se ne postavi operativni tlak na 0 Pa, dobit će se pogrešna gustoća za strujno polje. U završnom dijelu ovog koraka odabran je proračun od početne točke dalekog polja i postavljena referentna površina iznosa 3 m<sup>2</sup> (približna površina aeroprofila), uz pregled ostalih parametara.

#### Korak 4

Za dobivanje numeričkog rješenja, u metodama koje se koriste za prostornu diskretizaciju, odabrana je metoda drugog reda uz vjetar (*Second Order Upwind*) za turbulentnu kinetičku energiju i omjer specifične disipacije (Slika 16).



**Slika 16. Postavke prostorne diskretizacije**

Potom je odabran izbornik upravljanja rješenjem (*Solution Controls*) gdje je postavljen Courant-ov broj na vrijednost 5. Courant-ov broj predstavlja nedimenzionalni vremenski korak. DB rješavač postiže stalno rješenje tako da započinje s početnom pretpostavkom rješenja i nastavlja u pseudovremenu dok se ne postigne konvergencija. Courant-ov broj upravlja vremenskim korakom kojeg koristi rješavač. Što je veća vrijednost Courant-ovog broja, rješenje će brže konvergirati, ali neće biti stabilno, te postoji mogućnost da čak

divergira. S druge strane, što je manja vrijednost, sporije će se postići konvergencija, ali rješenje je puno stabilnije.

Pod izbornikom *Report Definitions* napravljene su dodatne dvije veličine, koeficijenti otpora i uzgona, koji će se kasnije uz ostale ostatke (kontinuitet,  $x$ -brzina,  $y$ -brzina, energija,  $k$ ,  $\omega$ ) prikazati grafički i brojčano. Za pokretanje dobivanja rješenja korištena je standardna inicijalizacija, te je postavljeno da proračun počinje od dalekog polja. Potom je uslijedila provjera početnih, ranije unesenih vrijednosti, te je pokrenuta inicijalizacija. Pod aktivnostima proračuna postavljeno je spremanje povezanih datoteka slučajeva (*Save associated case file* → *Each time*) nakon 200 iteracija (proizvoljno odabrana vrijednost), kako bi se lakše pratile promjene, te bilježili i pohranjivali rezultati. Također, moguće je odabrati dodatne veličine pod izbornikom *Data File Quantities*, osim osnovnih veličina zadanih programom, koje su uračunavaju za postproces. Odabrane dodatne veličine za ovaj rad su Mach-ov broj i statički tlak. Nakon toga je postavljen željeni broj iteracija, a za potrebe ovog rada on iznosi 2000, izvršena je još jedna provjera mreže i onoga što predloži sam program kako bi se postigla što bolja konvergencija i preciznije rješenje, i potom je pokrenut proračun. Ono što je dobiveno je dijagrami odnosa broja iteracija s različitim vrijednostima (kontinuitet,  $x$ -brzina,  $y$ -brzina, energija,  $k$ ,  $\omega$ , koeficijent uzgona, koeficijent otpora), koji su prikazani kasnije u radu.

#### Korak 5

Peti korak predstavlja rezultate i njihovu analizu, tzv. *CFD-Post* odnosno postproces. U ovom koraku je općenito moguće prikazati konture (prikazane kasnije u ovom radu), vektore, strujnice, volumene, itd. različitih veličina, npr. tlaka, Mach-ova broja, te birati način njihova prikaza. Također, u ovom koraku je moguće napraviti ponovno definiranje mreže, tj. prilagodbu mreže ako korisnik nije zadovoljan izgledom npr. kontura tlaka ili Mach-ova broja, odnosno ako su konture dosta mutne, te želi izoštriti njihov prikaz. To je moguće postići pomoću registra ćelija promjenjiva polja (*field-variable cell register*), gdje se najčešće koristi gradijent tlaka kao derivativ, te se unosi raspon vrijednosti gradijenta tlaka koji se očekuje npr. u području udarnog vala, na osnovu minimalne i maksimalne vrijednosti koju prikazuje program. Nakon prilagodbe mreže, može se uočiti u prozoru prikaza rezultata broj originalnih i prilagođenih ćelija, koji nakon prilagodbe mreže poraste, te usporedbom dvaju rezultata, može se uočiti razlika u debljini udarnog vala na površini aeroprofila (udarni val je tanji kod prilagođene mreže nego kod izvorne, odnosno izgleda izoštreno). To pokazuje da prilagođena mreža konvergira prema stvarnom slučaju i stvarnom rješenju. Važno je naglasiti da prilagodba mreže ne utječe bitno na vrijednosti iza valova, nego upravo na debljinu vala [6]. U ovom radu nije provedena ponovna prilagodba mreže jer se konture Mach-ova broja i tlaka mogu dobro uočiti (nema zamućenja).

#### 4.2. Teorijski pristup – Primjena egzaktno teorije na „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil

Egzaktna teorija ili teorijski (analitički) pristup koristi se kada je moguće fizikalno pojednostavljenje ili aproksimacija jednačbi kako bi se dobilo analitičko rješenje. Za teorijski pristup se koriste temeljne jednačbe očuvanja kontinuiteta, količine gibanja i energije za 1D nevizkozni stlačivi protok, što je razlika u odnosu na 2D viskozni stlačivi protok koji koristi ANSYS *Fluent*. Određivanje aerodinamičkih karakteristika krozvučnog strujanja vrlo je složeno zbog same prirode ovog strujanja, odnosno karakteristika i fizikalnih ponašanja i podzvučnog i nadzvučnog strujanja, naglog povećanja otpora u rasponu brzina oko vrijednosti  $Ma = 1$ , nastajanja vrtložnog strujanja itd., te se proračuni uglavnom provode ili numeričkim pristupom ili eksperimentalno. Također, važno je naglasiti da se za takvo strujanje koriste modeli aeroprofila koji obuhvaćaju karakteristike i nadzvučnih i podzvučnih aeroprofila, najčešće promjenjive geometrije, čime se ostvaruju bolje aerodinamičke karakteristike strujanja, tj. veći koeficijent uzgona, uz što manji koeficijent otpora [1], [9].

Za ovaj rad, kao što je već ranije spomenuto, izabran je nadzvučni „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil kako bi se i teorijski proračunalo i prikazalo ponašanje aerodinamičkih karakteristika oko navedenog aeroprofila pri nadzvučnom strujanju.

Na početku analize nadzvučnog strujanja važno je odrediti geometriju, odnosno veličine kuteva i stranica aeroprofila korištenjem trigonometrijskih i ostalih matematičkih funkcija na temelju zadanog aeroprofila. Nakon toga slijedi određivanje pojava na gornjim i donjim pločama aeroprofila (gornjaka i donjaka) na temelju zadanih uvjeta strujanja fluida. Pojave se odnose na nastanak kosog udarnog vala (kompresija) ili ekspanzijskog vala (Prandtl-Meyer-ova ekspanzija).

Ako dolazi do pojave kosog udarnog vala, potrebno je na temelju unutarnjeg kuta aeroprofila i napadnog kuta odrediti kut skretanja struje zraka  $\theta$  pomoću kojeg je moguće, uz zadanu brzinu slobodne struje zraka  $Ma_1$ , iz  $\theta - \beta - Ma$  dijagrama (Prilog 2) odrediti valni kut  $\beta$  (moguće ga je i izračunati). Nakon toga se može odrediti normalna komponenta Mach-ova broja ispred udarnog vala  $Ma_{n,1}$  prema jednačbi:

$$Ma_{n,1} = Ma_1 \cdot \sin \beta . \quad (12)$$

Iz tablice karakteristika normalnih udarnih valova (Prilog 3) za poznati  $Ma_{n,1}$  moguće je očitati omjer tlakova iza (tlak  $p_2$ ) i ispred (tlak  $p_1$ ) udarnog vala, te normalnu komponentu Mach-ova broja iza udarnog vala  $Ma_{n,2}$ . Na temelju omjera tlakova, za zadani tlak ispred udarnog vala moguće je odrediti tlak iza udarnog vala. Također, omjer tlakova, odnosno tlak iza udarnog vala  $p_2$  i  $Ma_{n,2}$  moguće je izračunati i pomoću sljedećih jednačbi:

$$p_2 = p_1 \cdot \left[ 1 + \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \cdot (Ma_{n,1}^2 - 1) \right] \quad (13)$$

$$Ma_{n,2}^2 = \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_{n,1}^2}{\kappa \cdot Ma_{n,1}^2 - \frac{\kappa - 1}{2}} \quad (14)$$

Na temelju  $Ma_{n,2}$  može se izračunati Mach-ov broj iza udarnog vala  $Ma_2$  prema formuli:

$$Ma_2 = \frac{Ma_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} \quad (15)$$

Na temelju dobivenih vrijednosti trebao bi se vidjeti pad Mach-ova broja na neku manju nadzvučnu vrijednost u odnosu na Mach-ov broj ispred udarnog vala, uz povećanje tlaka iza udarnog vala u odnosu na onaj ispred.

Ako dolazi do širenja strujnica zraka, nastaju ekspanzijski valovi kod kojih dolazi do obrnutog slučaja, odnosno dolazi do povećanja Mach-ova broja iza njih uz smanjenje tlaka. Kako bi odredili ove vrijednosti, potrebno je na početku odrediti kut  $\theta$ , te nakon njega Prandtl-Meyer-ovu funkciju  $v_1 (Ma_1)$  prema sljedećoj jednadžbi:

$$v_1 (Ma_1) = \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \cdot (Ma_1^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{Ma_1^2 - 1} \quad (16)$$

Također  $v_1 (Ma_1)$  moguće je očitati iz tablice Prandtl-Meyer-ove funkcije i Mach-ova kuta (Prilog 4), gdje se ovisno o zadanom  $Ma_1$  može uzeti približna vrijednost ili se može koristiti interpolacija za dobivanje preciznijih rješenja. Kako je  $\theta = v_2 (Ma_2) - v_1 (Ma_1)$ , može se izračunati  $v_2 (Ma_2)$ , te ponovnim korištenjem tablice za dobiveni  $v_2 (Ma_2)$  se može očitati ili interpolirati vrijednost  $Ma_2$ . Kako je strujanje kroz ekspanzijske valove izentropsko, zaustavni tlak  $p_0$  i zaustavna temperatura  $T_0$  su konstante kroz val, tj.  $T_{0,2} = T_{0,1}$  i  $p_{0,2} = p_{0,1}$ , pa slijedi:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2/T_{0,2}}{T_1/T_{0,1}} = \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_2^2} \quad (17)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2/p_{0,2}}{p_1/p_{0,1}} = \left( \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_1^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma_2^2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (18)$$

Vrijednosti tlaka i temperature iza ekspanzijskih valova mogu se odrediti i iz omjera zaustavnog i statičkog tlaka, odnosno zaustavne i statičke temperature, koji se mogu očitati iz tablice karakteristika izentropskog strujanja (Prilog 5).

Za izračunate tlakove i poznate duljine stranica, odnosno površina pojedinih dijelova aeroprofila, moguće je izračunati silu uzgona  $F_L$  i silu otpora  $F_D$  po jedinici raspona, pritom

vodeći računa da su sile okomite na smjer brzine slobodne struje zraka. Da bi se izračunali koeficijenti uzgona i otpora, potreban je dinamički tlak koji se može izračunati pomoću sljedeće jednadžbe:

$$q_1 = \frac{\kappa}{2} \cdot p_1 \cdot Ma_1 \quad (19)$$

nakon čega se mogu izračunati  $c_l$  i  $c_d$ :

$$c_l = \frac{F_L}{q_1 \cdot A} \quad (20)$$

$$c_d = \frac{F_D}{q_1 \cdot A} \quad (21)$$

gdje je  $A$  površina aeroprofila, te se izračunava kao umnožak aerodinamičke tetive  $c$  i broja jedan.

Drugi način kako doći do iznosa koeficijenata uzgona i otpora je pomoću linearne teorije. Za proračun se može koristiti dulja ili kraća (Ackeretova) metoda. Pri korištenju dulje metode, slučaj strujanja se rješava pomoću koeficijenata tlaka  $C_p$  u zavisnosti o kutu zakreta struje  $\theta$  prema sljedećoj jednadžbi:

$$C_p = \frac{2\theta}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \quad (22)$$

Kako je  $C_p = (p - p_\infty)/q_\infty$ , slijedi da je  $p = p_\infty + C_p \cdot q_\infty$ , pa se opet mogu izračunati sile uzgona i otpora na pojedinoj površini aeroprofila, te dobiti vrijednosti koeficijenata uzgona i otpora prema jednadžbama. Kraća metoda uključuje gotove izraze za koeficijent uzgona:

$$c_l = \frac{4\alpha}{\sqrt{Ma^2 - 1}}, \quad (23)$$

gdje je  $\alpha$  napadni kut izražen u radijanima, te koeficijent otpora:

$$c_d = \frac{4}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \left[ \alpha^2 + \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_g^2 + \bar{\sigma}_d^2) \right], \quad (24)$$

gdje su:

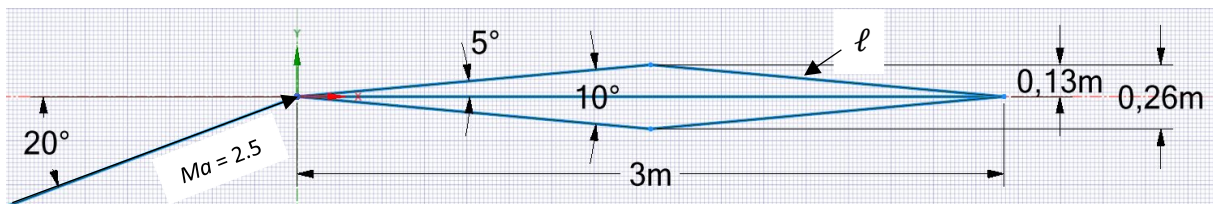
$$\bar{\sigma}_g^2 = \frac{1}{c} \int_0^c \left( \frac{dy}{dx} \right)_g^2 dx, \quad (25)$$

$$\bar{\sigma}_d^2 = \frac{1}{c} \int_0^c \left( \frac{dy}{dx} \right)_d^2 dx. \quad (26)$$

Indeksi  $g$  i  $d$  označavaju gornjaku, odnosno donjaku. Važno je pripaziti kod rješavanja da se za kuteve unose vrijednosti u radjanima, a ne u stupnjevima. Koeficijent valnog otpora  $c_d$ , koji postoji i u idealnom neviskoznom fluidu, u lineariziranoj nadzvučnoj teoriji ovisi o napadnom kutu, debljini aeroprofila i zakrivljenosti. Važno je napomenuti da linearna teorija nije primjenjiva na kروزzvučno strujanje! Detaljniji opis teorijskog pristupa opisan je u [1] i [15].

Na sljedećem primjeru (Slika 17) je prikazan proračun teorijskim, egzaktnim pristupom za  $Ma_\infty = 2.5$ ,  $\alpha = 20^\circ$ . Rezultati su zaokruženi na četiri decimale. Zadane vrijednosti su:

- $c = 3$  m,
- $t = 0.26$  m,
- $\delta = 10^\circ$ ,
- $p_\infty = 101325$  Pa,
- $T_\infty = 288,15$  K,
- $\rho_\infty = 1.225$  kg/m<sup>3</sup>,
- $\kappa = 1.4$ ,
- $q_\infty = 443296.875$  Pa, prema jednadžbi (19).



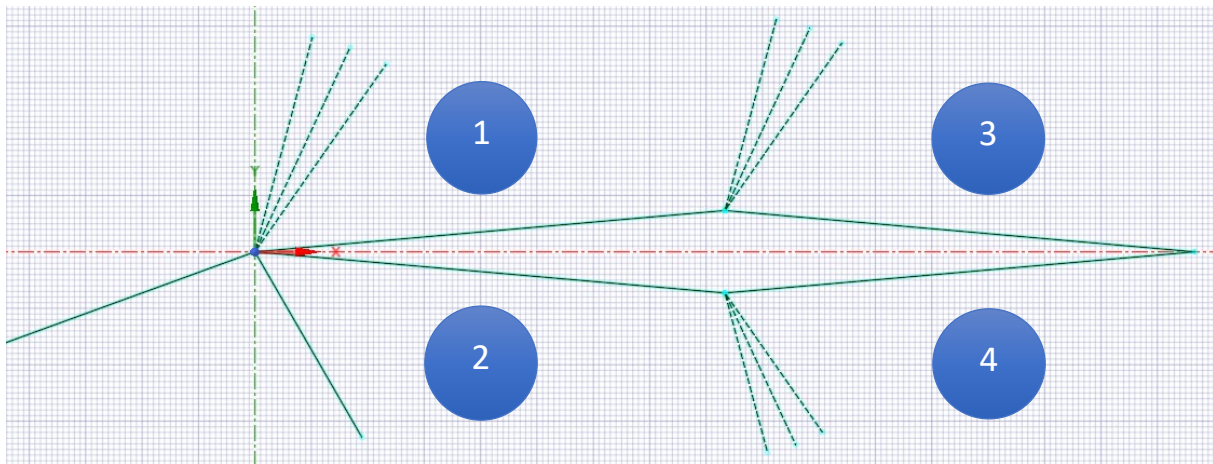
**Slika 17. Dimenzije aeroprofila**

Duljinu stranice  $\ell$  moguće je izračunati pomoću trigonometrijskih funkcija ili pomoću Pitagorina poučka. Dobiveni iznos stranice  $\ell$  je 1.5057 m, te kako se radi o dvostruko simetričnom aeroprofilu, sve četiri stranice aeroprofila imaju iste vrijednosti. Uz pomoć kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove (dostupan na *web* stranici: <https://www.engineering.com/>), moguće je odrediti vrijednosti Mach-ova broja i tlaka iza kosih udarnih i ekspanzijskih valova.

Kosi udarni i ekspanzijski valovi na slici 18 prikazani su ilustrativno, bez točnih vrijednosti valnog i Prandtl-Meyer-ova kuta. Na prvoj polovici aeroprofila na gornjaci (Slika 18, 1) dolazi do pojave ekspanzijskog vala, jer struja zraka skreće od sebe. Kut skretanja  $\theta_1$  iznosi  $15^\circ$ . Pomoću navedenog kalkulatora dobivene su sljedeće vrijednosti:

- $v_1 (Ma_\infty) = 39.1236^\circ$ ,
- $p_\infty/p_{0,\infty} = 0.0585$ .





**Slika 18. Kosi udarni valovi i ekspanzijski valovi na aeroprofilu**

Pomoću jednadžbe  $v_2 (Ma_1) = \theta_1 + v_1 (Ma_\infty)$  se izračunava  $v_2 (Ma_1)$  koji iznosi  $54.1236^\circ$ . Na osnovu njega se ponovno pomoću kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove mogu odrediti Mach-ov broj  $Ma_1$  i omjer statičkog i zaustavnog tlaka  $p_1/p_{0,1}$  iza ekspanzijskog vala. Dobivene vrijednosti su:

- $Ma_1 = 3.2368$ ,
- $p_1/p_{0,1} = 0.0192$ .

Pomoću jednadžbe (18) se izračunava omjer statičkih tlakova iza i ispred ekspanzijskog vala iz kojeg je onda moguće izračunati tlak iza ekspanzijskog vala koji iznosi:  $p_1 = 33176.5821$  Pa.

Na donjaci (Slika 18, 2) dolazi do pojave kosog udarnog vala, gdje kut skretanja  $\theta_2$  iznosi  $25^\circ$ . Pomoću kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove je dobiven Mach-ov broj iza udarnog vala koji iznosi  $Ma_2 = 1.3865$ , te omjer tlakova iza i ispred kosog udarnog vala  $p_2/p_\infty = 4.1433$  iz kojeg se dobiva da je  $p_2 = 419818.7944$  Pa.

Na gornjaci, na površini 3, dolazi ponovno do širenja strujnog kanala, tj. ekspanzijskog vala, gdje je  $\theta_3 = 10^\circ$ . Poznavajući vrijednost  $v_2 (Ma_1)$  može se izračunati  $v_3 (Ma_3)$  koji iznosi  $64.1236^\circ$ . Pomoću kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove se izračunava Mach-ov broj iza ekspanzijskog vala koji iznosi  $Ma_3 = 3.877$ , te omjer statičkog i zaustavnog tlaka iza ekspanzijskog vala koji iznosi  $p_3/p_{0,3} = 0.008$ . Pomoću jednadžbe (18) se izračunava  $p_3/p_1$ , te se dobiva da je  $p_3 = 13451.1416$  Pa.

Na donjaci na površini 4 također, nakon kosog udarnog vala, dolazi do pojave ekspanzijskog vala. Kut skretanja  $\theta_4$  iznosi  $10^\circ$ . Pomoću kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove na temelju  $Ma_2 = 1.3865$  se dobiva  $v_4 (Ma_2)$  koji iznosi  $8.5986^\circ$ , te omjer statičkog i zaustavnog tlaka  $p_2/p_{0,2}$  koji iznosi  $0.3203$ .  $v_5 (Ma_4)$  iznosi  $18.5986^\circ$ , te se ponovno pomoću kalkulatora za kose udarne i ekspanzijske valove izračunava  $Ma_4$  koji iznosi  $1.7269$ , te  $p_4/p_{0,4}$  koji iznosi  $0.1945$ . Pomoću jednadžbe (18) se izračunava  $p_4/p_2$ , te se dobiva da je  $p_4 = 254988.4135$  Pa.

Nakon toga slijedi proračun sila na pojedinu površinu prema sljedećim jednadžbama:



$$F_1 = p_1 \cdot \ell \cdot 1, \quad (27)$$

$$F_2 = p_2 \cdot \ell \cdot 1, \quad (28)$$

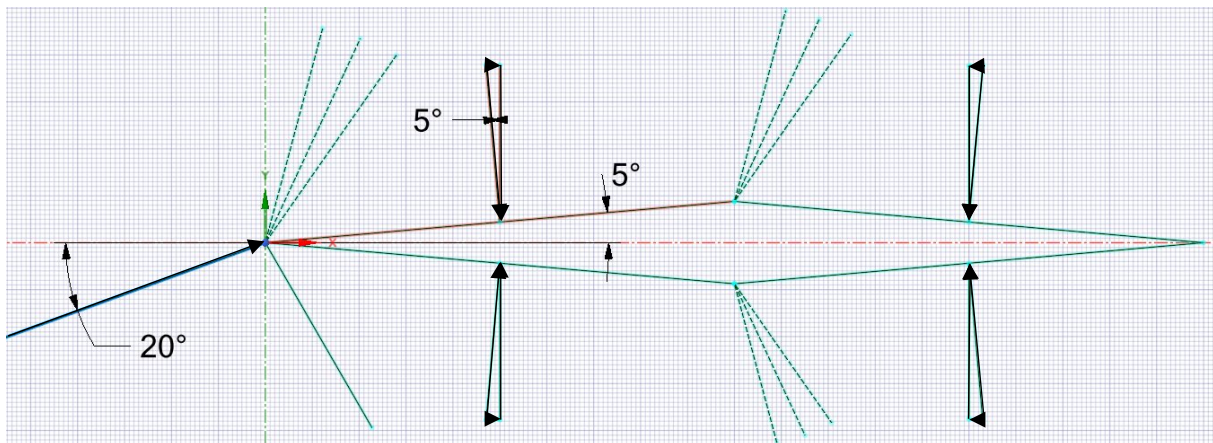
$$F_3 = p_3 \cdot \ell \cdot 1, \quad (29)$$

$$F_4 = p_4 \cdot \ell \cdot 1. \quad (30)$$

U tablici 2 su prikazane vrijednosti tlaka i sila dobivenih na temelju tlaka i površine. Dobivene sile su okomite na navedene površine. Na slici 19 su prikazani smjerovi djelovanja sila.

**Tablica 2. Vrijednosti tlaka i sila na površini aeroprofila**

Površina	$p$ [Pa]	$F$ [N]
1	33177	49955
2	419819	632134
3	13451	20254
4	254988	383944



**Slika 19. Sile na aeroprofilu**

Iz proračunatih sila na pojedinu površinu, potrebno je izračunati normalnu i aksijalnu silu,  $F_{rn}$  (u smjeru osi  $y$ ) i  $F_{ra}$  (u smjeru osi  $x$ ). Te dvije sile su međusobno okomite i promatraju se u odnosu na aerodinamičku tetivu, a ne u odnosu na nadolazeću struju zraka. Računaju se na sljedeći način:

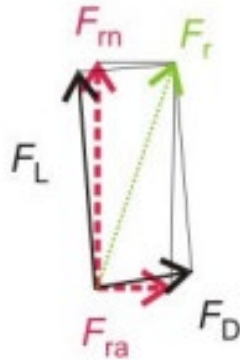
$$F_{rn} = \cos(5^\circ) \cdot (-F_1 + F_2 - F_3 + F_4) \quad (31)$$

$$F_{ra} = \sin(5^\circ) \cdot (F_1 + F_2 - F_3 - F_4). \quad (32)$$

Rješavanjem jednačbi dobivaju se rezultati:

$$F_{rn} = 942269.2262$$

$$F_{ra} = 24219.8133 .$$



**Slika 20. Sila uzgona i sila otpora**

Na slici 20 se može vidjeti odnos sile uzgona  $F_L$ , sile otpora  $F_D$ , te normalne i aksijalne sile. Sile uzgona i otpora se promatraju u odnosu na nadolazeću struju zraka, te su međusobno okomite. Preko trigonometrijskih funkcija  $\sin$  i  $\cos$  dolazi se do iznosa sile uzgona i sile otpora:

$$F_L = F_{rn} \cdot \cos(\alpha) - F_{ra} \cdot \sin(\alpha) \quad (33)$$

$$F_D = F_{rn} \cdot \sin(\alpha) + F_{ra} \cdot \cos(\alpha) . \quad (34)$$

Uvrštavajući vrijednosti u gornje jednačbe dobivaju se sljedeći rezultati:

$$F_L = 877159.7747$$

$$F_D = 345034.2356 .$$

Koristeći jednačbe (20) i (21) za proračun koeficijenta uzgona  $c_l$ , odnosno koeficijenta otpora  $c_d$  dobivaju se rješenja za koeficijente uzgona i otpora:

$$c_l = 0.6596$$

$$c_d = 0.2594 .$$

## 5. Rezultati i validacija rezultata

Ovo poglavlje obuhvaća rezultate dobivene ANSYS *Fluent Student Software*-om, odnosno numeričkim pristupom, prema postupku opisanom u potpoglavlju 4.1, te njihovu usporedbu (odnosi se samo na nadzvučno strujanje brzinom  $Ma = 2.5$ ) s rezultatima dobivenim teorijskim ili analitičkim pristupom. Rezultati, osim što su zapisani u tekstu, također su prikazani tablično i grafički. Vrijednosti su zaokružene na četiri decimale.

### 5.1. Krozvučno strujanje brzinom $Ma = 0.9$ u rasponu napadnih kuteva od $0^\circ$ do $20^\circ$ (korak $4^\circ$ )

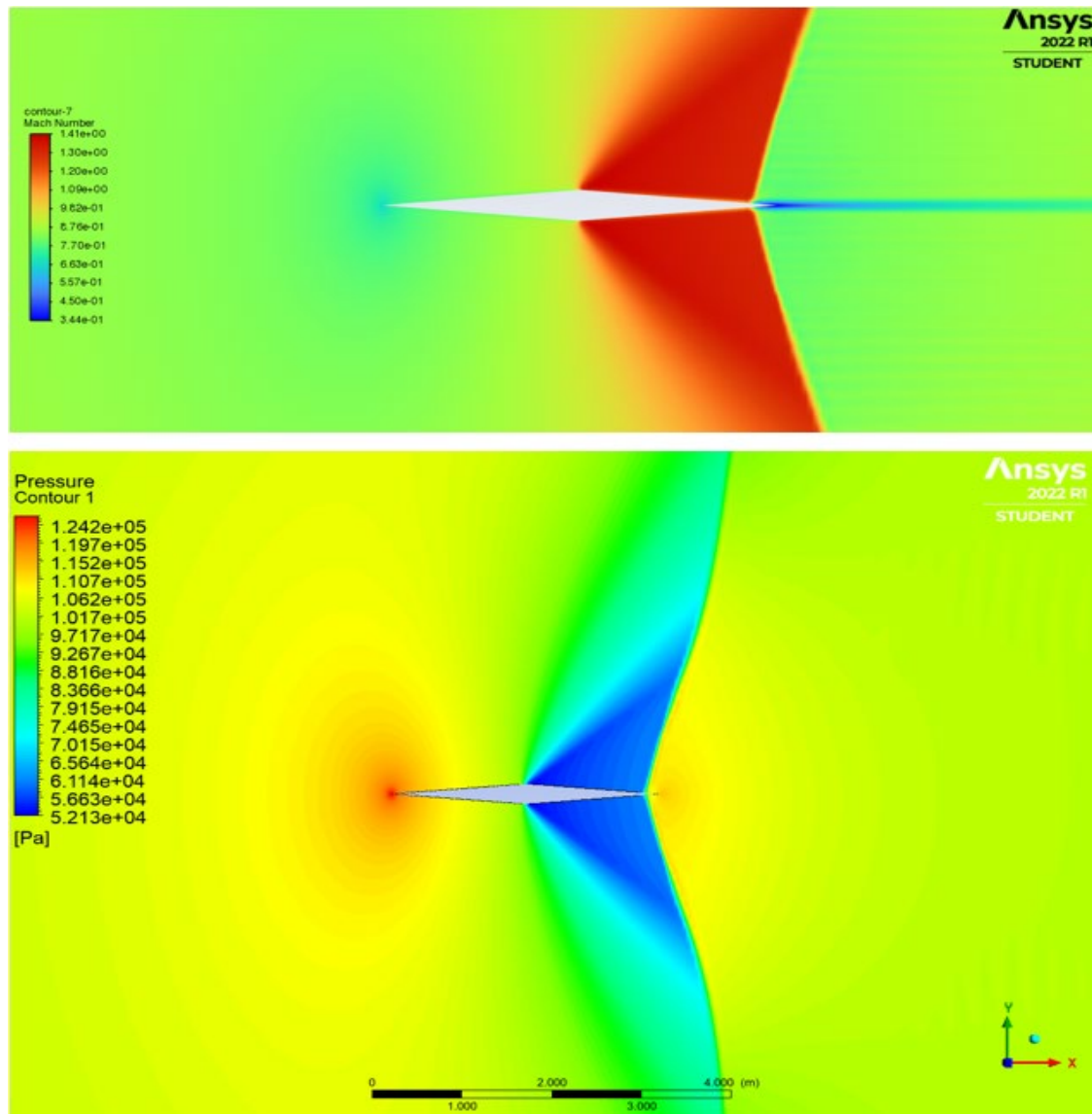
Pri krozvučnoj (visoko podzvučnoj) brzini od  $Ma = 0.9$ , u rasponu napadnih kuteva od  $0^\circ$  do  $20^\circ$  s korakom od  $4^\circ$ , postignuti su sljedeći rezultati (Tablica 3):

**Tablica 3. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri  $Ma = 0.9$**

$\alpha$ [ $^\circ$ ]	$Ma = 0.9$			
	$c_d$	$F_D$ [N]	$c_l$	$F_L$ [N]
0	0.0689	11866	-0.0031	-537
4	0.0712	12259	0.4453	76699
8	0.1334	22973	0.7975	137357
12	0.1967	33882	0.8976	154592
16	0.2847	49028	0.9182	158136
20	0.4363	75144	1.1324	195038

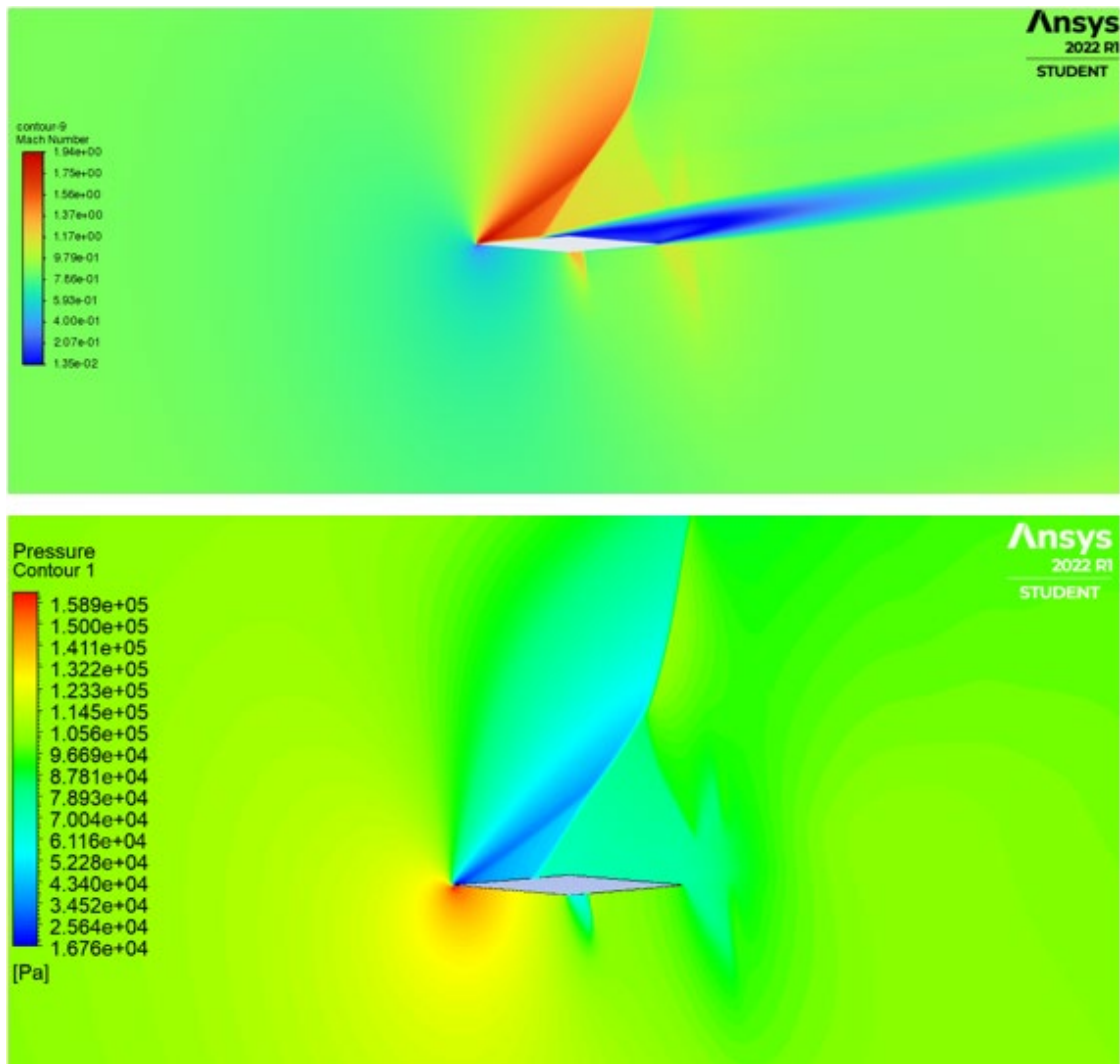
Iako je postavljeno 2000 iteracija za postizanje konvergencije nedimenzionalnih veličina (kontinuitet,  $x$ -brzina,  $y$ -brzina, energija,  $k$ ,  $\omega$ , koeficijent otpora, koeficijent uzgona), nije postignuta potpuna konvergencija niti u jednom slučaju, štoviše neke vrijednosti su i divergirale, što se može pripisati složenoj prirodi krozvučnog strujanja oko nadzvučnog „dijamantnog“ dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila. Zbog toga se koeficijenti otpora i uzgona ne mogu uzeti s pouzdanošću u njihovu točnost, iako su u nekim slučajevima počeli konvergirati prema konačnoj stalnoj vrijednosti. Pokušano je s većim brojem iteracija (5000) doći do potpune konvergencije, međutim s većim brojem iteracija rješenje je počelo dosta divergirati, te završilo u stalnoj petlji bez postizanja konačnog rezultata. Također, za jedan proračun je potrebno dosta vremena kako bi se postiglo rješenje. Važno je napomenuti da za ovaj rad nije korišteno računalo visoke kvalitete koje bi omogućilo brži rad, što bi svakako smanjilo vrijeme proračuna. Za uvid u dijagrame konvergencije ostataka, koeficijenata otpora i uzgona pri  $Ma = 0.9$  pogledati slike u Prilogu 6, gdje su prikazane konvergencije za kuteve  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  i  $20^\circ$ . Rezultati u tablici se odnose na zid aeroprofila, dok su na dijagramima vrijednosti vezane za čitavo područje strujanja.

Na slici 21 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 0^\circ$ . Moguće je vidjeti kako na prednjem bridu aeroprofila dolazi do smanjenja brzine, odnosno povećanja tlaka, te kako strujanjem preko aeroprofila dolazi do povećanja brzine (pada tlaka) i nadzvučnog strujanja, te stvaranja slabog udarnog vala u obliku ribljeg repa na izlaznom bridu.



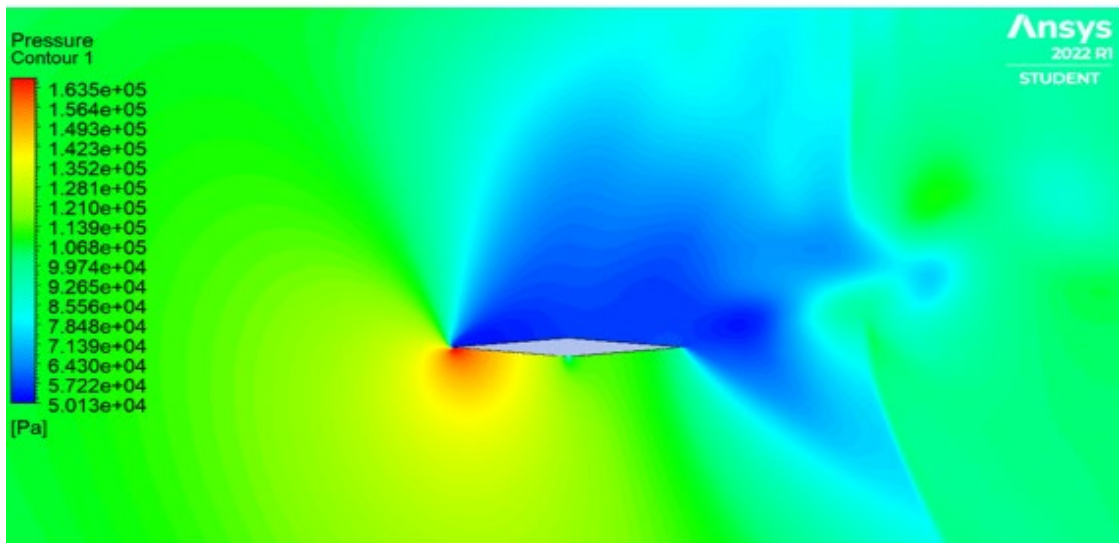
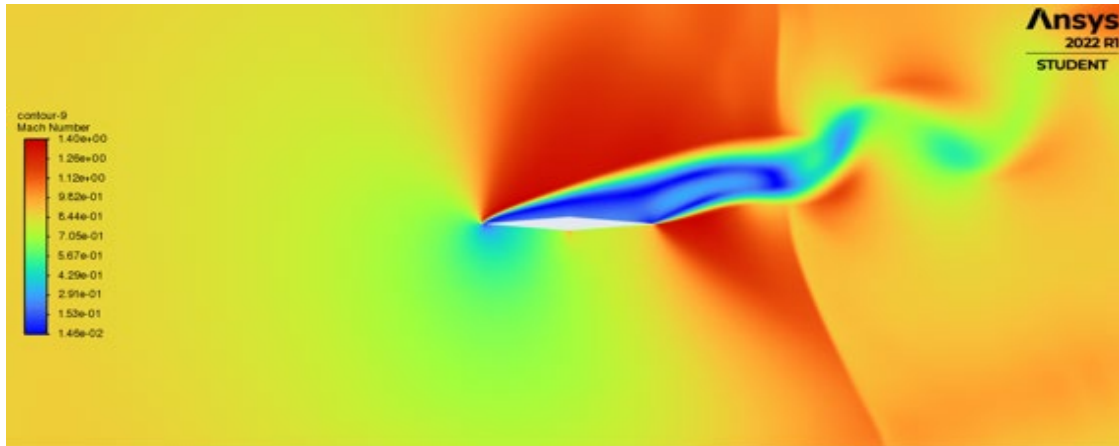
**Slika 21. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 0^\circ$**

Na slici 22 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 12^\circ$ . Na gornjaci i donjaci aeroprofila stvaraju se područja s nadzvučnim strujanjem, ali u odnosu na prethodni slučaj, na gornjaci se stvara područje na prvoj polovici aeroprofila, dok je na donjaci sve manje, te ga gotovo nema. Također, druga polovica gornjake aeroprofila prema izlaznom bridu je zahvaćena strujanjem jako malih podzvučnih brzina i padom tlaka, te gotovo da i nema strujanja. Porast tlaka je opet najveći na prednjem bridu.



**Slika 22. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 12^\circ$**

Na slici 23 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 20^\circ$ . Na gornjaci dolazi do potpunog podzvučnog strujanja jako malim brzinama, uz dodatni pad tlaka, odnosno dolazi do odvajanja graničnog sloja, dok je strujanje na nekoj udaljenosti iznad površine aeroprofila i dalje nadzvučno. Iza aeroprofila strujanje nije kontinuirano, te je nestalnih brzina, uz niske vrijednosti tlaka. Na donjaci je brzina strujanja gotovo identična brzini strujanja zraka ispred aeroprofila, osim na prednjem bridu gdje opet dolazi do smanjenja brzine i povećanja tlaka. Na nekoj udaljenosti iza aeroprofila dolazi do nastanka barijere, slabog udarnog vala koji zahvaća široko područje strujanja.



**Slika 23. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

5.2. Krozvučno strujanje brzinom  $Ma = 1.1$  u rasponu napadnih kuteva od  $0^\circ$  do  $20^\circ$  (korak  $4^\circ$ )

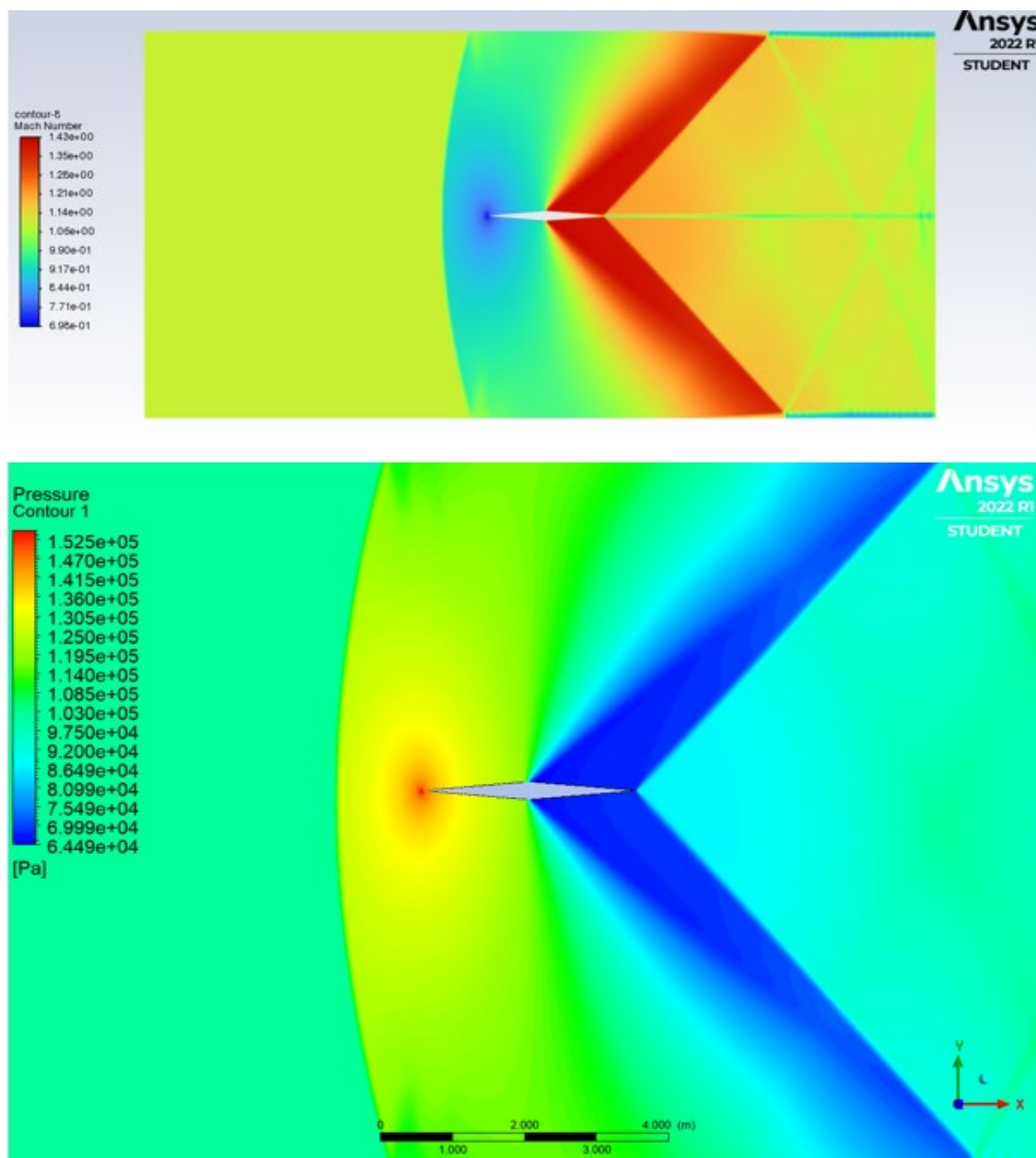
Pri krozvučnoj brzini od  $Ma = 1.1$ , u rasponu napadnih kuteva od  $0^\circ$  do  $20^\circ$  s korakom od  $4^\circ$ , postignuti su sljedeći rezultati (tablica 4):

**Tablica 4. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri  $Ma = 1.1$**

$\alpha$ [°]	$Ma = 1.1$			
	$c_d$	$F_D$ [N]	$c_l$	$F_L$ [N]
0	0.0647	16639	0.0076	1967
4	0.0803	20664	0.3898	100291
8	0.1447	37220	0.6836	175881
12	0.2404	61856	0.9221	237235
16	0.3792	97564	1.2104	311418
20	0.5331	137170	1.3886	357256

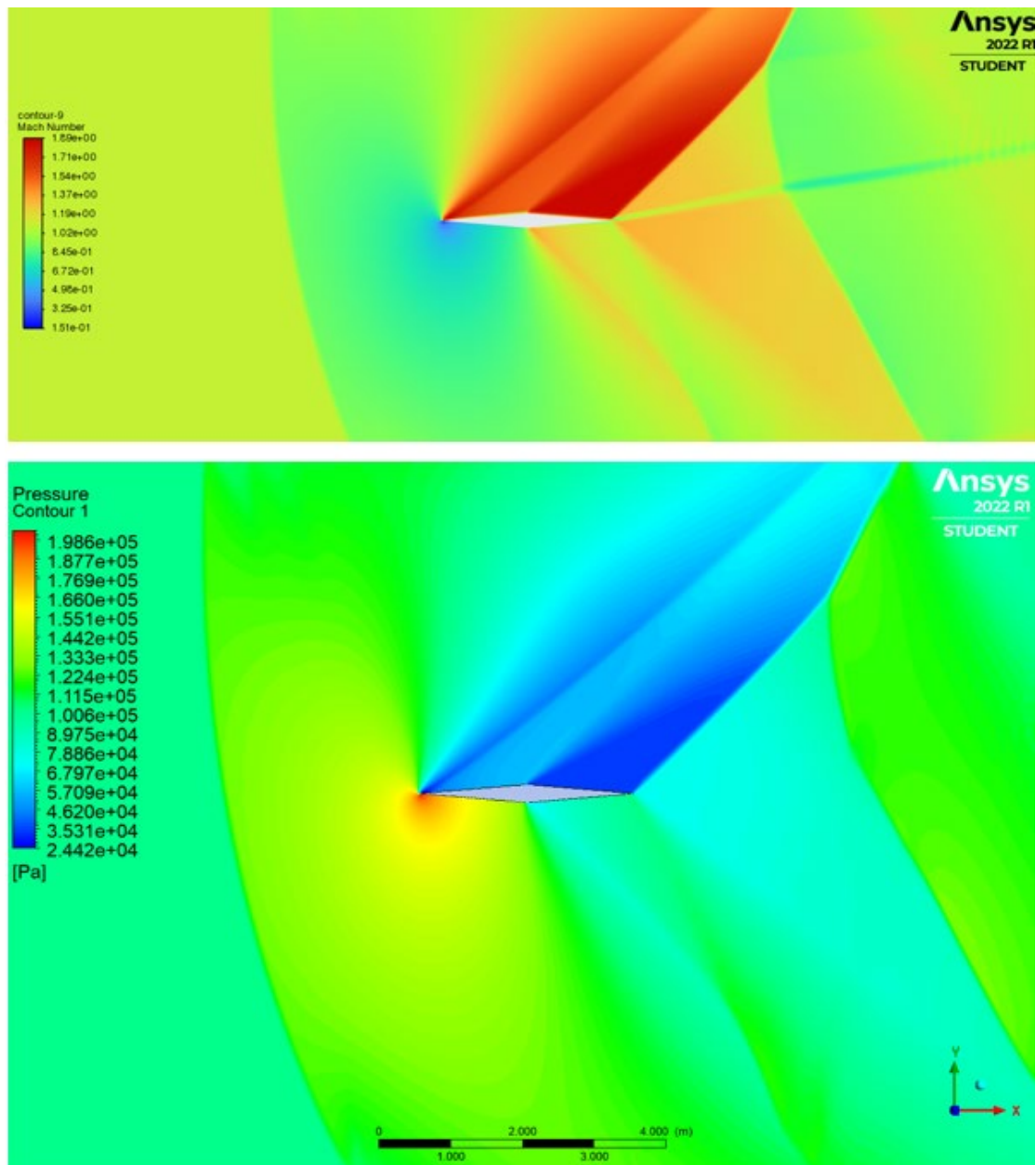


Iako je postavljeno 2000 iteracija za postizanje konvergencije nedimenzionalnih veličina (kontinuitet,  $x$ -brzina,  $y$ -brzina, energija,  $k$ ,  $\omega$ , koeficijent otpora, koeficijent uzgona), ni ovdje nije postignuta potpuna konvergencija niti u jednom slučaju, što se može pripisati razlozima navedenim u potpoglavlju 5.1. Također, i ovdje je pokušano s većim brojem iteracija postići rješenje, ali ponovno bez postizanja potpune konvergencije. Međutim, koeficijenti otpora i uzgona su u svim slučajevima poprimili konačne stalne vrijednosti, te se kao takvi mogu uzeti s pouzdanjem u njihovu točnost. Dijagrami konvergencije ostataka, koeficijenata otpora i uzgona pri  $Ma = 1.1$  su na slikama u Prilogu 6, za kuteve  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  i  $20^\circ$ . Rezultati u tablici se odnose na zid aeroprofila, dok su na dijagramima vrijednosti vezane za čitavo područje strujanja.



**Slika 24. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 0^\circ$**

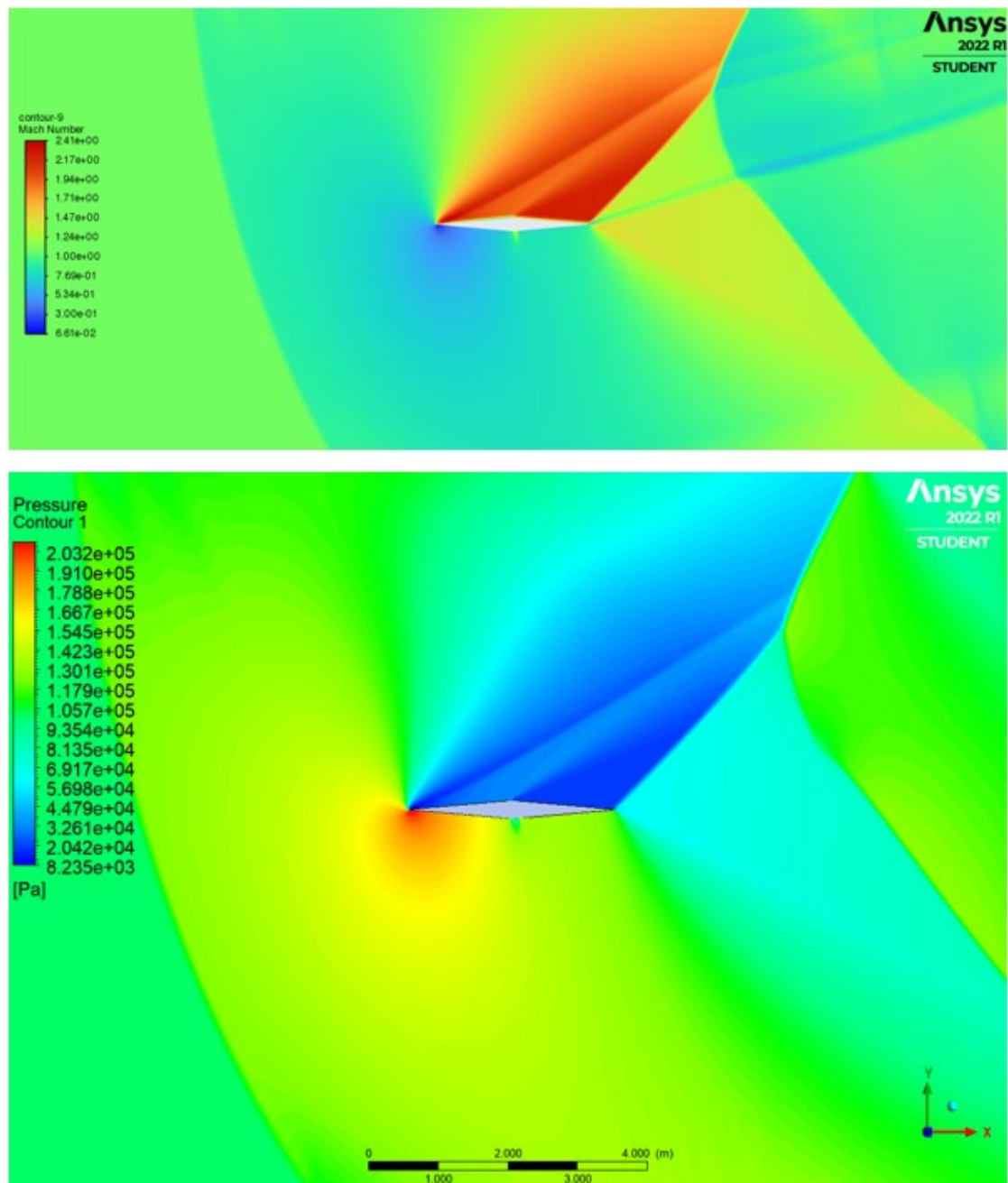
Na slici 24 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 0^\circ$ . Vidljivo je da dolazi do pojave zaobljenog udarnog vala ispred prednjeg brida aeroprofila iza kojeg se stvara podzvučno strujanje, te se tlak povećava. Na polovici aeroprofila vidljiv je prelazak podzvučnog u nadzvučno strujanje, uz pad tlaka, odnosno dolazi do nastanka ekspanzijskih valova, te se na izlaznom bridu ponovno stvara slabi udarni val u obliku ribljeg repa. Jako je zanimljivo uočiti da na nekoj udaljenosti daleko od aeroprofila udarni val prestaje, te prelazi u podzvučno strujanje, dok je iza aeroprofila strujanje dosta složeno sa stalnim promjenama brzine.



**Slika 25. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 12^\circ$**



Na slici 25 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 12^\circ$ . Vidljivo je i dalje postojanje zaobljenog udarnog vala ispred prednjeg brida aeroprofila iza kojeg dolazi do podzvučnog strujanja, te povećanja tlaka. Na prednjem bridu, na gornjaci, i dalje je prisutan udarni val, ali pod većim kutem. Na donjaci gotovo da i nema ekspanzijskih valova, te strujanje nakon zaobljenog udarnog vala prelazi iz podzvučnog u nadzvučno, ali su vrijednosti Mach-ova broja malo iznad jedan, tj. gotovo jednake strujanju ispred zaobljenog udarnog vala. Na nekoj udaljenosti iza aeroprofila prisutan je val sličan zaobljenom udarnom valu, te su velike promjene u vrijednostima brzine i tlaka.



**Slika 26. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

Na slici 26 su prikazane konture Mach-ova broja i konture tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 20^\circ$ . Vidljivo je i dalje postojanje zaobljenog udarnog vala ispred prednjeg brida aeroprofila iza kojeg je podzvučno strujanje, uz sve veće povećanje tlaka nego u prethodnim slučajevima. Na gornjaci aeroprofila i dalje prevladava nadzvučno strujanje koje je sve više položeno prema površini aeroprofila, dok na donjaci strujanje postaje potpuno podzvučno, uz manje nadzvučno područje prisutno na polovici donjake. Iza izlaznog brida aeroprofila strujanje je jako složeno, uz stalne promjene brzine i tlaka.

### 5.3. Nadzvučno strujanje brzinom $Ma = 2.5$ u rasponu napadnih kuteva od $0^\circ$ do $20^\circ$ (korak $4^\circ$ )

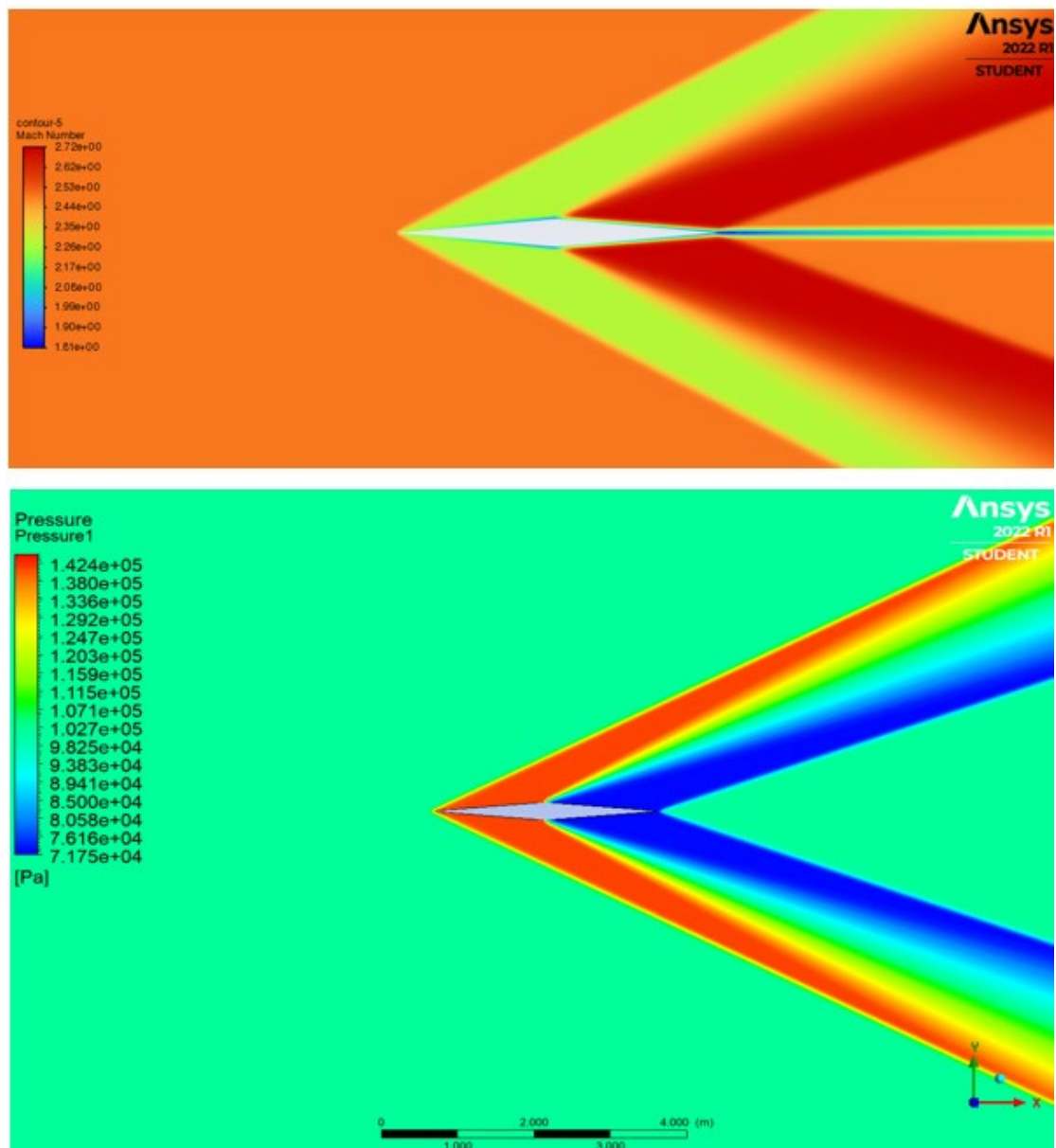
Pri nadzvučnoj brzini od  $Ma = 2.5$ , u rasponu napadnih kuteva od  $0^\circ$  do  $20^\circ$  s korakom od  $4^\circ$ , postignuti su sljedeći rezultati (tablica 5):

**Tablica 5. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri  $Ma = 2.5$**

$\alpha$ [°]	$Ma = 2.5$			
	$c_d$	$F_D$ [N]	$c_l$	$F_L$ [N]
0	0.0134	17828	$3.2774 \cdot 10^{-6}$	4
4	0.0224	29730	0.1249	166051
8	0.0497	65992	0.2517	334445
12	0.0965	128304	0.3818	507447
16	0.1653	219664	0.5173	687435
20	0.2601	345662	0.6616	879232

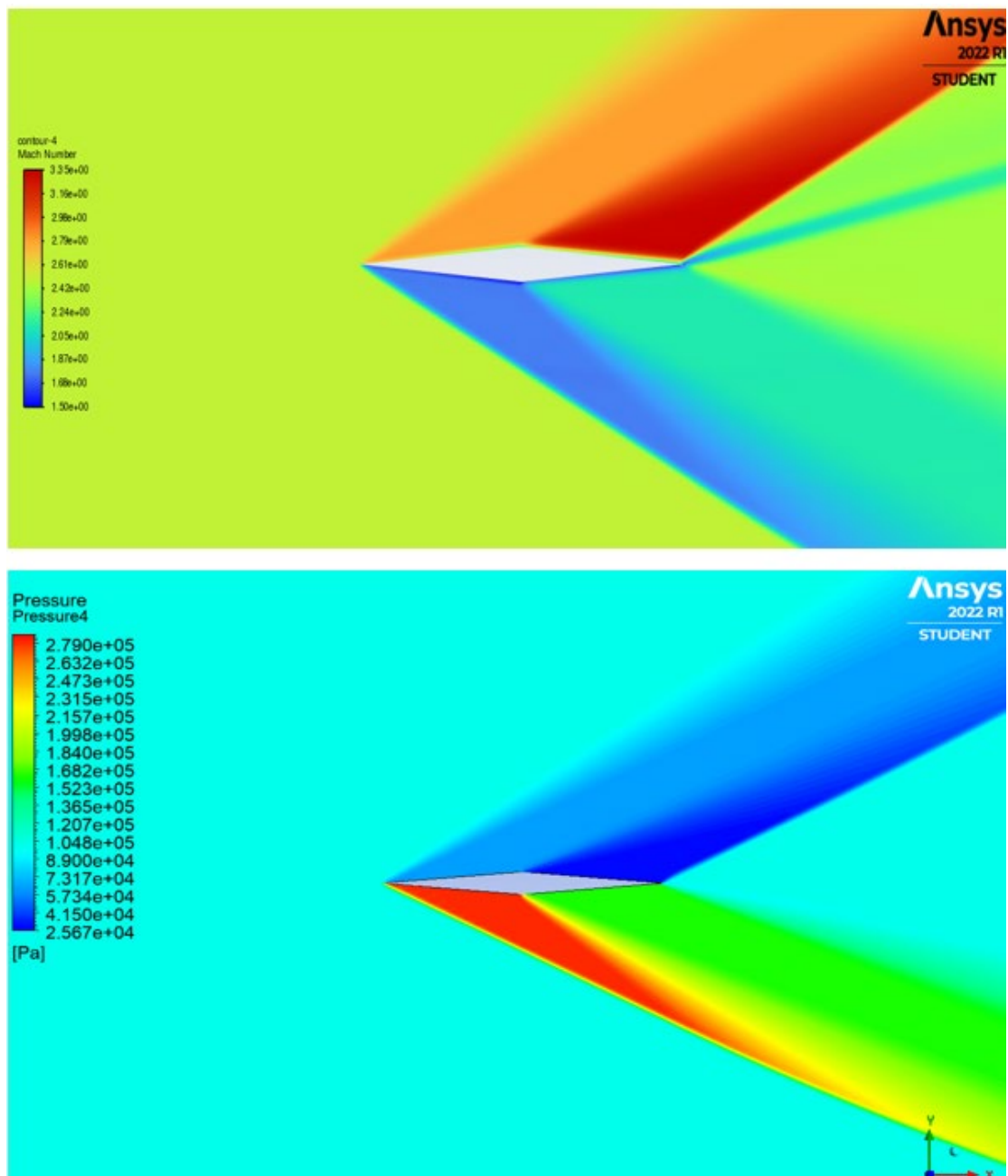
U svim slučajevima je postignuta potpuna konvergencija ostataka, koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona nakon 2000 iteracija pri napadnim kutevima  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  i  $20^\circ$ . Konvergencije ostataka, koeficijenata otpora i uzgona pri  $Ma = 2.5$  prikazane su na slikama u Prilogu 6, za kuteve  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  i  $20^\circ$ . Rezultati u tablici se odnose na zid aeroprofila, dok su na dijagramima vrijednosti vezane za čitavo područje strujanja.

Na slici 27 su prikazane konture Mach-ova broja i tlaka. Pri napadnom kutu od  $0^\circ$ , na prednjem bridu aeroprofila, nastaju kosi udarni valovi, i na gornjaci i na donjaci, iza kojih dolazi do smanjenja brzine na neku manju nadzvučnu vrijednost, uz povećanje tlaka u odnosu na tlak slobodne struje zraka ispred udarnog vala. Na drugoj polovici aeroprofila, i na gornjaci i donjaci, dolazi do pojave ekspanzijskih valova iza kojih dolazi do povećanja brzine na nadzvučnu vrijednost veću od  $Ma = 2.5$ , uz smanjenje tlaka. Zanimljivo je uočiti kako neposredno uz površinu aeroprofila prevladava strujanje malih nadzvučnih brzina što je posljedica djelovanja viskoznih efekata. Iza izlaznog brida se također proteže usko područje strujanja malih nadzvučnih brzina.



**Slika 27. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 0^\circ$**

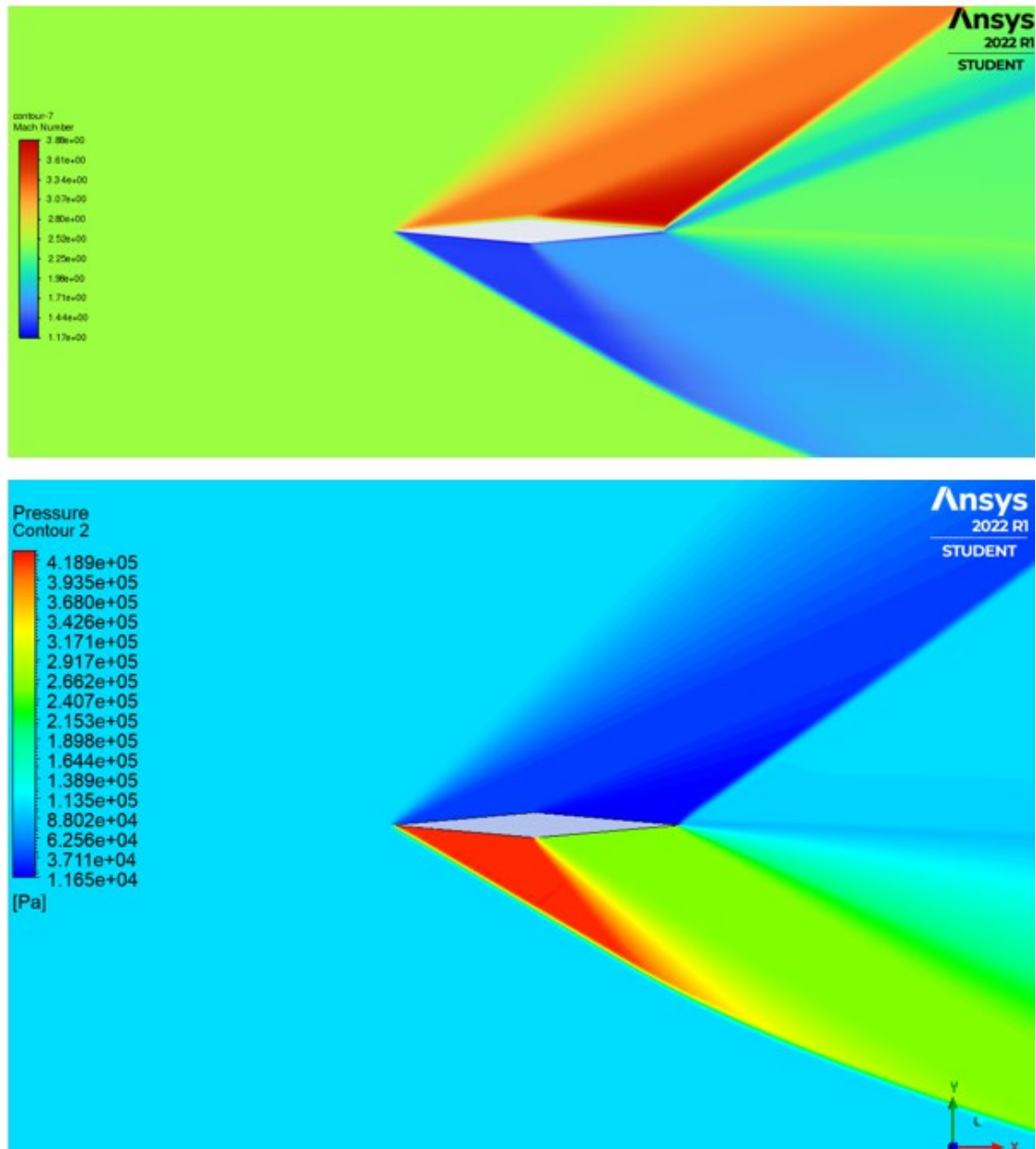
Na slici 28 su prikazane konture Mach-ova broja i tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 12^\circ$ . U odnosu na prethodni slučaj, na gornjaci, na prednjem bridu, dolazi do pojave jakog ekspanzijskog vala iza kojeg dolazi do velikog povećanja brzine i velikog smanjenja tlaka, dok se na donjaci i dalje stvara kosi udarni val, ali pod većim kutem skretanja ( $\theta = 17^\circ$ ), iza kojeg se brzina dodatno smanjuje, ali i dalje na nadzvučnu vrijednost, uz povećanje tlaka. Na drugoj polovici aeroprofila i dalje dolazi do pojave ekspanzijskih valova (na gornjaci su jači, dok su na donjaci slabiji), što je posljedica djelovanja kosog udarnog i ekspanzijskog vala na prvoj polovici aeroprofila. Na donjaci, neposredno uz površinu aeroprofila, i iza izlaznog brida male su nadzvučne brzine, dok je na neposredno uz površinu aeroprofila na gornjaci brzina gotovo jednaka brzini slobodne struje zraka, što je posljedica djelovanja viskoznosti.



**Slika 28. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 12^\circ$**

Na slici 29 su prikazane konture Mach-ova broja i tlaka nastale na aeroprofilu pri  $\alpha = 20^\circ$ . U odnosu na prethodni slučaj, na gornjaci dolazi do pojave još jačih ekspanzijskih valova iza kojih dolazi do još većeg povećanja brzine i smanjenja tlaka, dok se na donjaci i dalje stvara kosi udarni val, ali pod većim kutem skretanja ( $\theta = 25^\circ$ ), iza kojeg se brzina dodatno smanjuje na vrijednosti ispod  $Ma = 1.2$ , uz značajno povećanje tlaka ( $> 400000$  Pa). Na drugoj polovici aeroprofila, na gornjaci, iza ekspanzijskog vala brzina raste iznad  $Ma = 2.8$ , uz pad tlaka ispod  $12000$  Pa. Na donjaci, neposredno uz površinu aeroprofila, i iza izlaznog brida i dalje su male nadzvučne vrijednosti brzine, dok je na gornjaci, neposredno uz površinu aeroprofila, brzina gotovo jednaka brzini slobodne struje zraka, što je posljedica djelovanja

viskoznosti. Područje strujanja iza izlaznog brida, malih nadzvučnih brzina, je sve šire, te je pod sve većim kutem strujanja s obzirom na napadni kut slobodne struje zraka.



**Slika 29. Konture Mach-ova broja i tlaka pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

#### 5.4. Rezultati

Vrijednosti koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona, te sila otpora i uzgona pri kروزzvučnom strujanju različitim brzinama i nadzvučnom strujanju, pri različitim napadnim kutevima, prikazane su u tablicama 6 i 7. Važno je napomenuti da zbog složenosti i fizikalnih ponašanja kروزzvučnog strujanja (pri brzini  $Ma = 1.1$  dolazi do pojave zaobljenog udarnog vala

i složenog strujanja, što je prikazano slikama kontura Mach-ova broja i tlaka u potpoglavlju 5.2, a i vidljivo iz  $\theta - \beta - Ma$  dijagrama (Prilog 2), te postavljanja aeroprofila u takvo strujanje, koji je dizajniran i osmišljen za postizanje optimalnih vrijednosti pri nadzvučnom strujanju, jako je teško primijeniti teorijski pristup za dobivanje točnih i preciznih rezultata, te stoga on nije proveden u ovom radu. Iako se pri visoko podzvučnoj (krozzvučnoj) brzini koeficijenti otpora i uzgona i sile otpora i uzgona ne mogu uzeti s pouzdanošću u njihovu točnost, pri krozzvučnoj brzini niske nadzvučne vrijednosti, koeficijenti su, iako bez potpune konvergencije, poprimili konačnu vrijednost te se može pouzdati u njihovu točnost, a samim time i u točnost sila otpora i uzgona. Vrijednosti koeficijenata otpora i uzgona pri nadzvučnoj brzini  $Ma = 2.5$  su u potpunosti konvergirale, te se te vrijednosti, zajedno s vrijednostima sila otpora i uzgona, smatraju preciznim i točnim.

**Tablica 6. Vrijednosti  $c_d$  i  $c_l$  pri krozzvučnom strujanju brzinama  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$ , pri različitim  $\alpha$ , dobivene numeričkim pristupom**

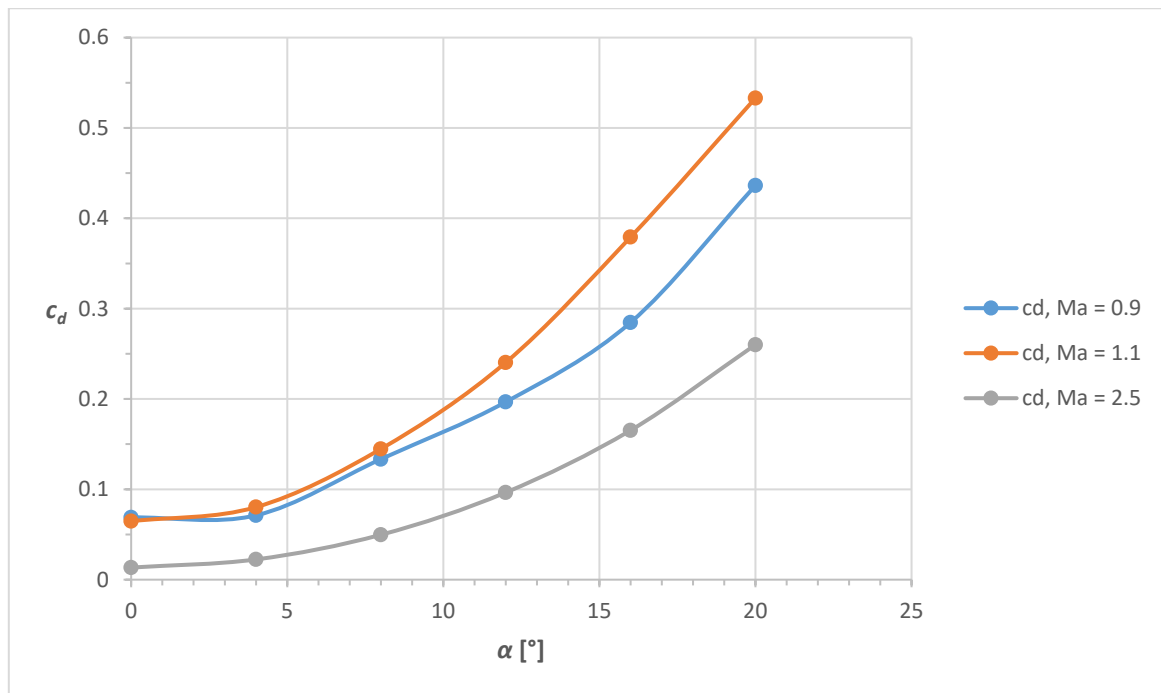
$\alpha$ [°]	$Ma = 0.9$		$Ma = 1.1$		$Ma = 2.5$	
	$c_d$	$c_l$	$c_d$	$c_l$	$c_d$	$c_l$
0	0.0689	-0.0031	0.0647	0.0076	0.0134	$3.2774 \cdot 10^{-6}$
4	0.0712	0.4453	0.0803	0.3898	0.0224	0.1249
8	0.1334	0.7975	0.1447	0.6836	0.0497	0.2517
12	0.1967	0.8976	0.2404	0.9221	0.0965	0.3818
16	0.2847	0.9182	0.3792	1.2104	0.1653	0.5173
20	0.4363	1.1324	0.5331	1.3886	0.2601	0.6616

**Tablica 7. Vrijednosti  $F_D$  i  $F_L$  pri krozzvučnom strujanju brzinama  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$ , pri različitim  $\alpha$ , dobivene numeričkim pristupom**

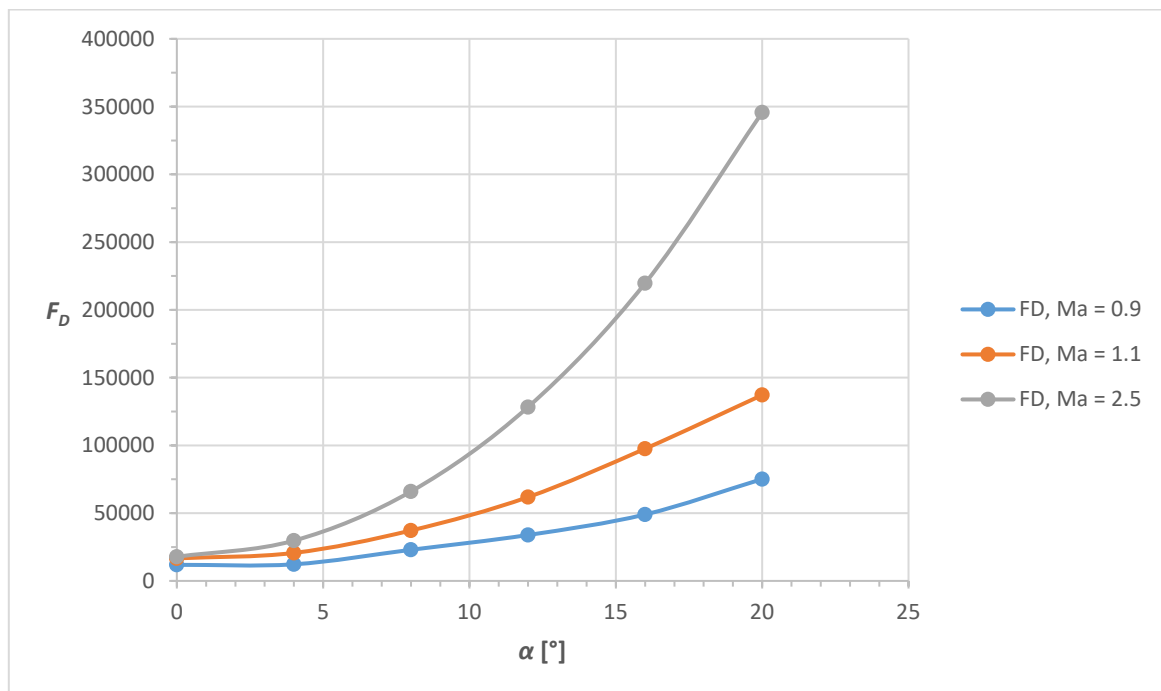
$\alpha$ [°]	$Ma = 0.9$		$Ma = 1.1$		$Ma = 2.5$	
	$F_D$ [N]	$F_L$ [N]	$F_D$ [N]	$F_L$ [N]	$F_D$ [N]	$F_L$ [N]
0	11866	-537	16639	1967	17828	4
4	12259	76699	20664	100291	29730	166051
8	22973	137357	37220	175881	65992	334445
12	33882	154592	61856	237235	128304	507447
16	49028	158136	97564	311418	219664	687435
20	75144	195038	137170	357256	345662	879232

Na grafu 1 je prikazana usporedba koeficijenata otpora pri različitim napadnim kutevima za krozzvučne brzine  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnu brzinu  $Ma = 2.5$ . Iz tablice 6 i grafa 1 moguće je uočiti kako se najveći koeficijenti otpora, pri povećanju napadnog kuta, ostvaruju pri brzini  $Ma = 1.1$ , a najmanji pri brzini  $Ma = 2.5$ . To pokazuje namjenu i svrhu nadzvučnog aeroprofila, a to je da se pri većim nadzvučnim brzinama postigne što manji

koeficijent otpora. Isto tako, ako se pogleda jednačba (24) (potpoglavlje 4.2), može se uočiti da, kako bi se izračunao koeficijent otpora, prema linearnoj teoriji je potrebno podijeliti izraz s korijenom razlike kvadrata Mach-ova broja i broja jedan.



**Graf 1. Koeficijenti otpora dobiveni numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$**

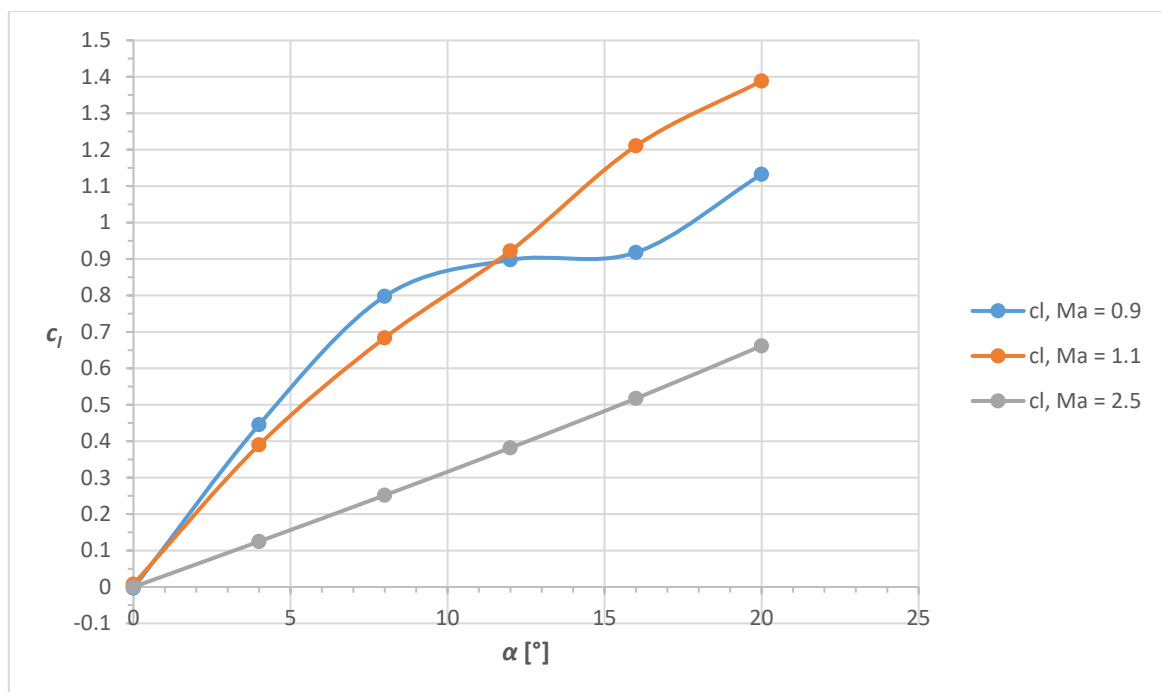


**Graf 2. Sile otpora dobivene numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$**



Na grafu 2 je prikazana usporedba sila otpora pri različitim napadnim kutevima za krozvučne brzine  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnu brzinu  $Ma = 2.5$ . Iz tablice 7 i grafa 2 moguće je uočiti kako se najveća sila otpora postiže pri brzini  $Ma = 2.5$ , što je posljedica upravo te brzine, koja utječe na dinamički tlak (jednadžba (19), potpoglavlje 4.2) koji je najveći pri toj brzini (između tri navedene), kojim se preko jednadžbe (21) onda izračunava sila otpora. Time se ostvaruje, kao što je rečeno, najveća sila otpora bez obzira što je pri  $Ma = 2.5$  najmanja vrijednost koeficijenta otpora. Također, na vrijednost sile otpora dodatno utječu kosi udarni valovi i ekspanzijski valovi koji uzrokuju velike promjene tlaka na površini aeroprofila.

Na grafu 3 je prikazana usporedba koeficijenata uzgona pri različitim napadnim kutevima za krozvučne brzine  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnu brzinu  $Ma = 2.5$ .



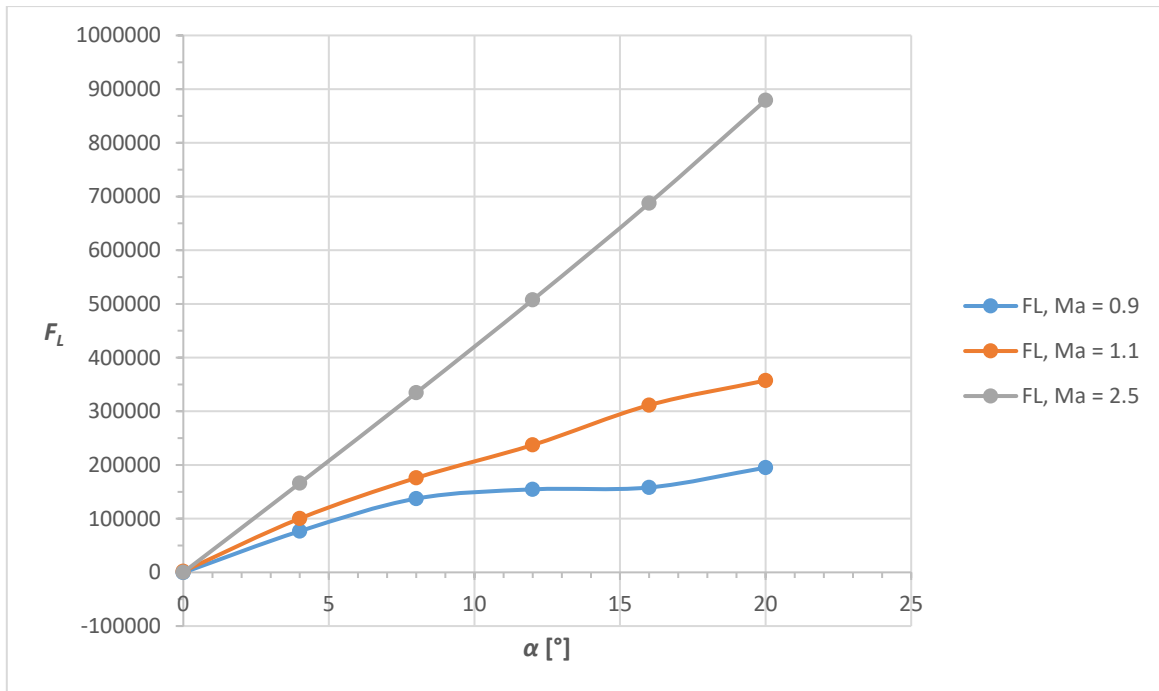
**Graf 3. Koeficijenti uzgona dobiveni numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$**

Iz tablice 6 i grafa 3 moguće je uočiti kako se najveći koeficijent uzgona pri povećanju napadnog kuta ostvaruje pri brzini  $Ma = 1.1$ , a najmanji pri brzini  $Ma = 2.5$ . Koeficijent uzgona pri brzini  $Ma = 0.9$ , u rasponu napadnih kuteva od  $8^\circ$  do  $16^\circ$ , bilježi jako spori rast što se može pripisati jako složenom strujanju koje se može vidjeti na slici 22 (potpoglavlje 5.2). Isto tako, koeficijent uzgona pri brzini  $Ma = 2.5$  je najmanji zbog toga što, ako se pogleda jednadžba (23) (potpoglavlje 4.2), za proračun koeficijenta uzgona, prema linearnoj teoriji, je potrebno podijeliti izraz s korijenom razlike kvadrata Mach-ova broja i broja jedan, što smanjuje vrijednost koeficijenta uzgona.

Na grafu 4 je prikazana usporedba sila uzgona pri različitim napadnim kutevima za krozvučne brzine  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$  i nadzvučnu brzinu  $Ma = 2.5$ . Iz tablice 7 i grafa 4 moguće

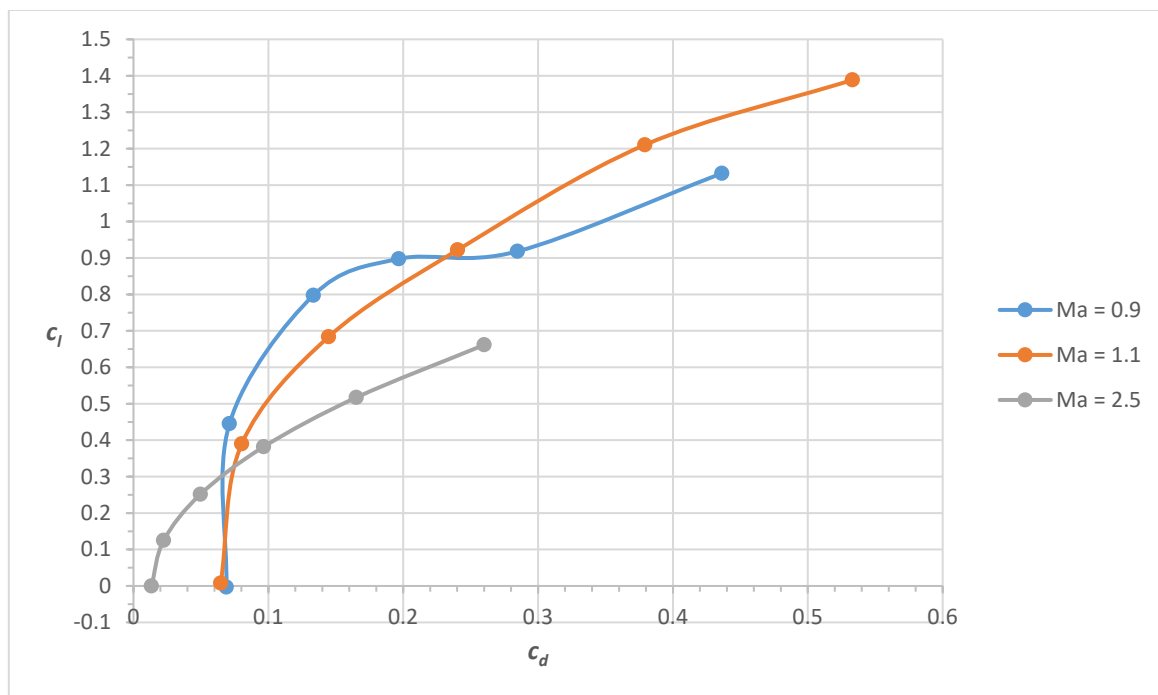


je uočiti kako se najveća sila uzgona postiže pri brzini  $Ma = 2.5$ , što je posljedica upravo te brzine, koja utječe na dinamički tlak (jednadžba (19), potpoglavlje 4.2) koji je najveći pri toj brzini (između tri navedene), kojim se preko jednadžbe (20) onda izračunava sila uzgona. Time se ostvaruje, kao što je rečeno, najveća sila uzgona bez obzira što je pri  $Ma = 2.5$  najmanja vrijednost koeficijenta uzgona među prikazanim vrijednostima. Također, na vrijednost sile uzgona dodatno utječu kosi udarni valovi i ekspanzijski valovi koji uzrokuju velike promjene tlaka na površini aeroprofila.



**Graf 4. Sile uzgona dobivene numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$**

Na grafu 5 su prikazane polare aeroprofila pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$ , na temelju podataka iz tablice 6.



**Graf 5. Polare aeroprofila dobivene na temelju numerički dobivenih koeficijenata otpora i uzgona pri  $Ma = 0.9$ ,  $Ma = 1.1$  i  $Ma = 2.5$**

Vrijednosti koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona, te sile otpora i sile uzgona pri nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$  pri različitim napadnim kutevima dobivene numeričkim pristupom uspoređene su s vrijednostima dobivenim teorijskim, egzaktnim pristupom. Egzaktno dobiveni rezultati ostvareni su pomoću postupka opisanog u potpoglavlju 4.2 (korištena je dulja metoda, a ne linearna teorija, radi postizanja što točnijih rezultata, te zbog toga što je linearna teorija primjenjiva pri malim napadnim kutevima), te uz pomoć kalkulatora za udarne i ekspanzijske valove. Vrijednosti su prikazane u tablicama 8 i 9.

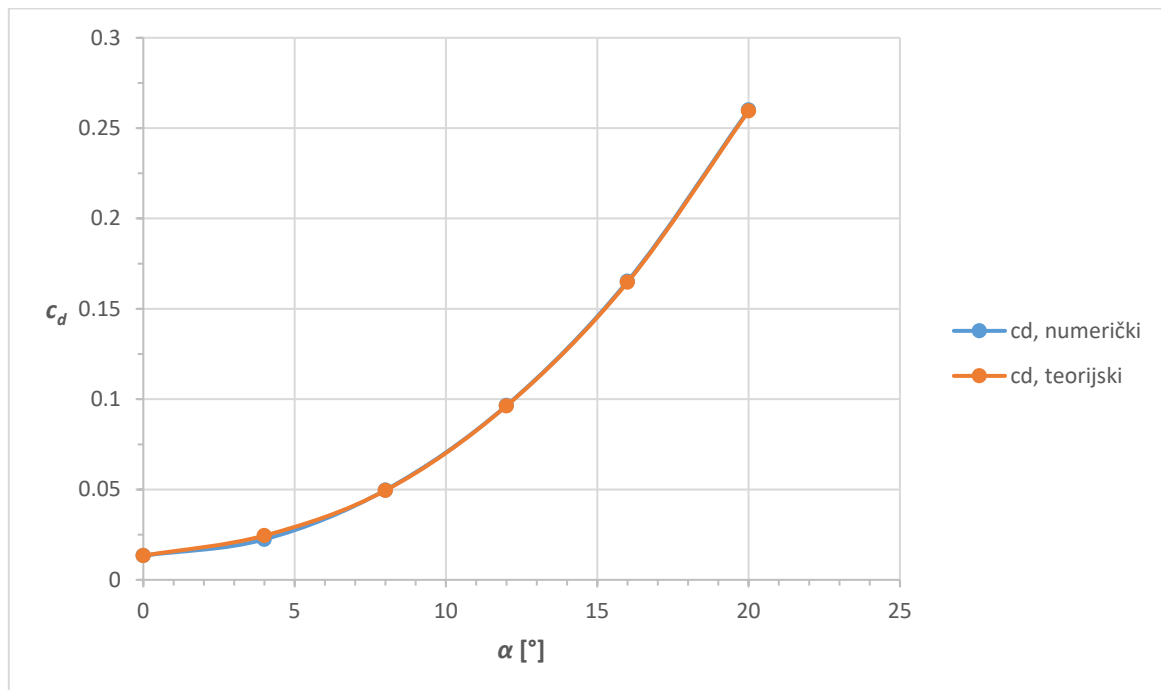
**Tablica 8. Vrijednosti  $c_d$  i  $c_l$  pri nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$ , pri različitim  $\alpha$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**

$\alpha$ [°]	$Ma = 2.5$			
	Numerički pristup		Teorijski pristup	
	$c_d$	$c_l$	$c_d$	$c_l$
0	0.0134	$3.2774 \cdot 10^{-6}$	0.0134	0
4	0.0224	0.1249	0.0245	0.1244
8	0.0497	0.2517	0.0495	0.2506
12	0.0965	0.3818	0.0963	0.3803
16	0.1653	0.5173	0.1647	0.5147
20	0.2601	0.6616	0.2595	0.6596

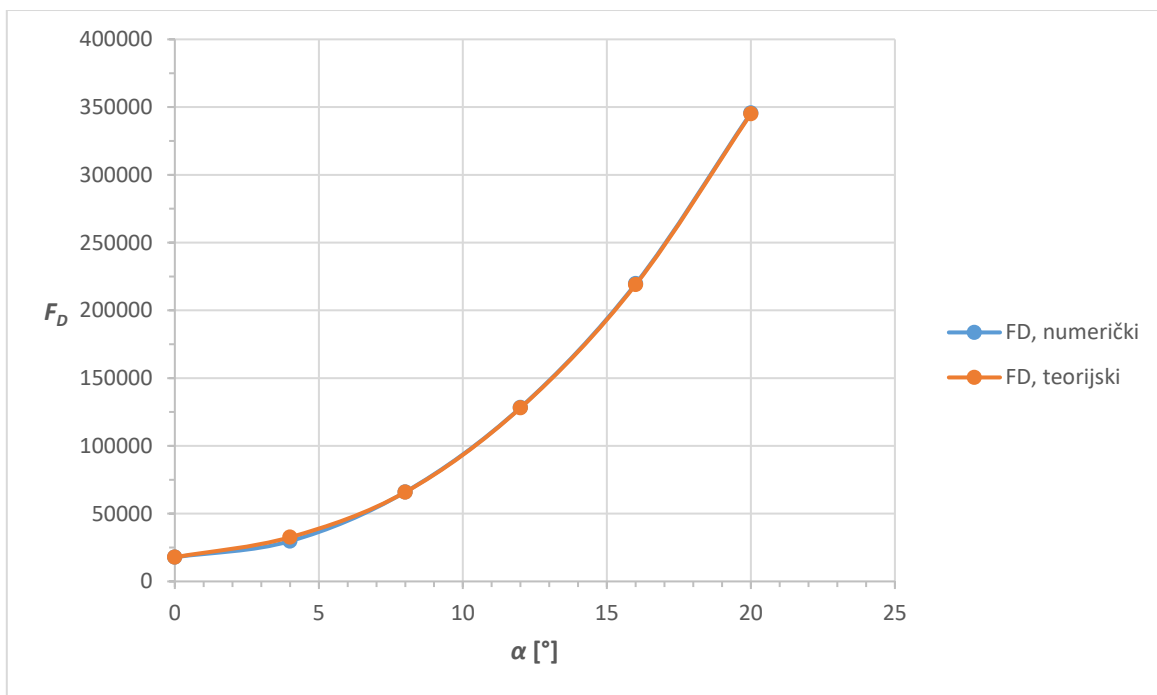
**Tablica 9. Vrijednosti  $F_D$  i  $F_L$  pri nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$ , pri različitim  $\alpha$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**

$\alpha$ [°]	$Ma = 2.5$			
	Numerički pristup		Teorijski pristup	
	$F_D$ [N]	$F_L$ [N]	$F_D$ [N]	$F_L$ [N]
0	17828	4	17861	0
4	29730	166051	32605	165384
8	65992	334445	65877	333212
12	128304	507447	128028	505747
16	219664	687435	219022	684479
20	345662	879232	345034	877160

Kao što se može vidjeti iz tablica 8 i 9, te na grafovima 6, 7, 8, 9 i 10 postiže se gotovo savršeno podudaranje rezultata (koeficijenata i sila otpora i uzgona, te polara) dobivenih računalnim, tj. numeričkim i teorijskim, tj. analitičkim pristupom. To pokazuje da su numerički dobiveni rezultati zaista precizni i točni, te da je korištenje CFD-a dovoljno pouzdano i precizno za provođenje simulacija i proračuna aerodinamičkih karakteristika. Na grafu 6 je prikazana usporedba koeficijenata otpora dobivenih numeričkim i teorijskim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri nadzvučnoj brzini  $Ma = 2.5$ .

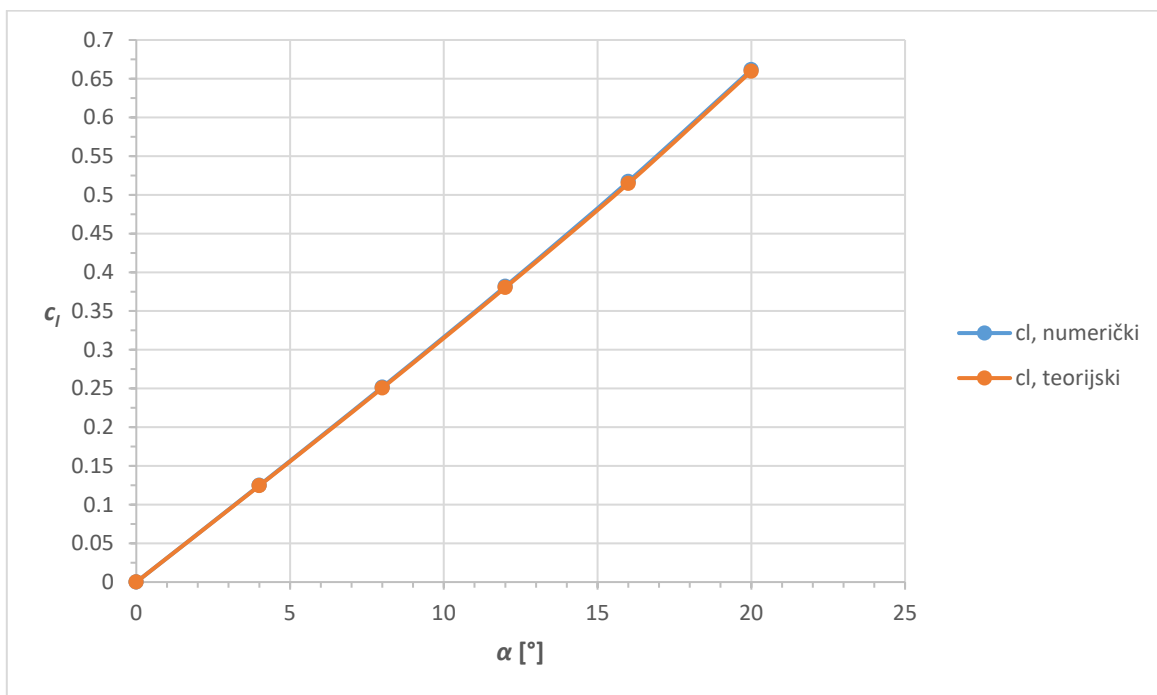


**Graf 6. Vrijednosti  $c_d$  pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**

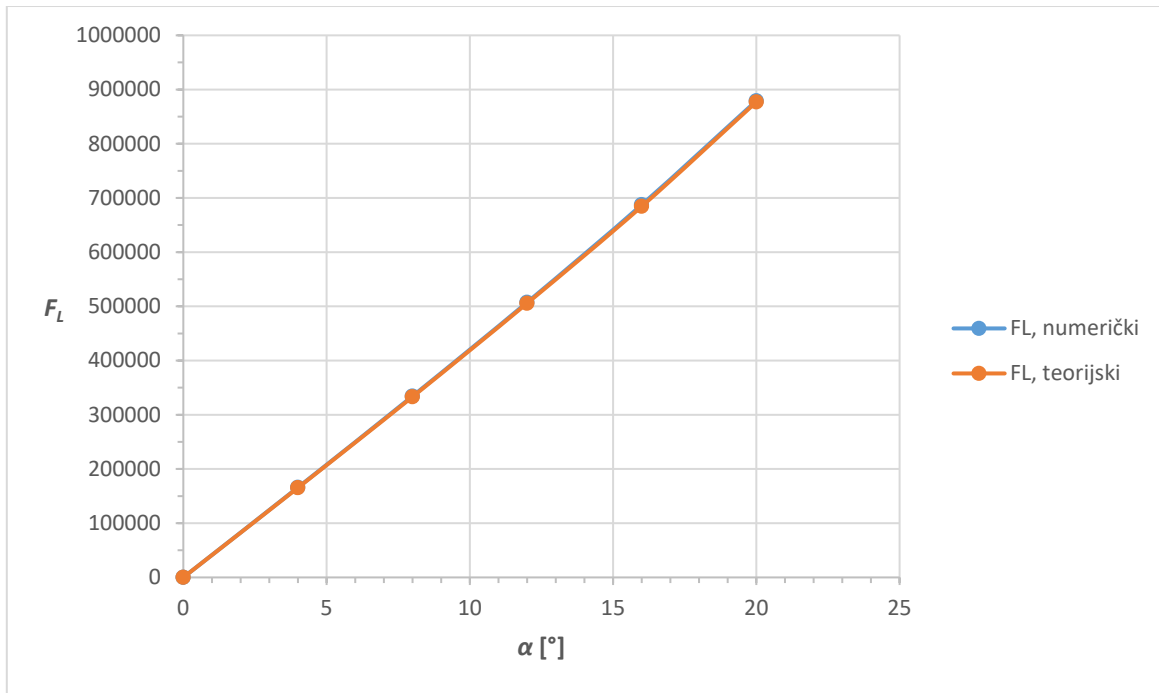


**Graf 7. Vrijednosti  $F_D$  pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**

Na grafu 7 je prikazana usporedba sila otpora dobivenih numeričkim i teorijskim pristupom pri različitim napadnim kutevima pri nadzvučnoj brzini  $Ma = 2.5$ . Na grafovima 8 i 9 je prikazana usporedba koeficijenata uzgona, odnosno sila uzgona dobivenih numeričkim i teorijskim pristupom pri različitim napadnim kutevima pri nadzvučnoj brzini  $Ma = 2.5$ .

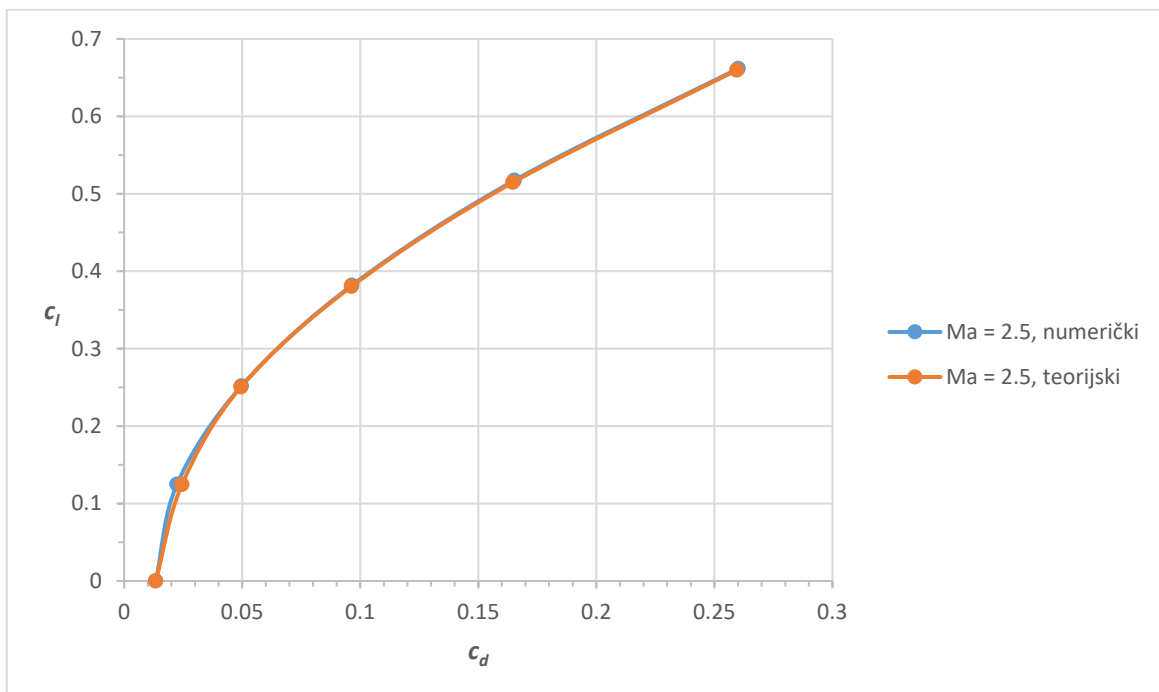


**Graf 8. Vrijednosti  $c_l$  pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**



**Graf 9. Vrijednosti  $F_L$  pri različitim napadnim kutevima, pri  $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom**

Na grafu 10 su prikazane polare aeroprofila pri  $Ma = 2.5$  dobivene na temelju numeričkih i teorijskih koeficijenata otpora i uzgona (Tablica 8).



**Graf 10. Polare aeroprofila dobivene na temelju vrijednosti koeficijenata otpora i uzgona, dobivenih numeričkim i teorijskim pristupom**

## 6. Zaključak

U ovom radu je razvijen numerički model pomoću ANSYS *Fluent Student Software*-a kako bi se prikazale karakteristike krozvučnog i nadzvučnog strujanja oko nadzvučnog aeroprofila pri različitim napadnim kutevima. Dobivena rješenja za nadzvučno strujanje brzinom  $Ma = 2.5$  su uspoređena s analitičkim rješenjima. Postignuto je gotovo savršeno podudaranje rezultata za sve slučajeve napadnog kuta.

Na početku rada su predstavljena različita aerodinamička strujanja, njihove karakteristike, utjecaj stlačivosti, brzine širenja zvuka i najvažnijeg parametra pri proučavanju strujanja fluida, a to je Machov broj. To je bilo vrlo važno za opisati jer se sam rad temelji na dvama područjima strujanja fluida, a to su krozvučno i nadzvučno strujanje. Nadalje je predstavljen nadzvučni aeroprofil kao jedna od vrsta aeroprofila namijenjena prije svega, kao što i samo ime kaže, za nadzvučno strujanje. Za ovaj rad je odabran „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil, koji se koristio kasnije u radu za numerički (za nadzvučno strujanje i teorijski ili egzaktni) proračun. Ustanovljeno je u različitim istraživanjima i analizama da bi simetričan aeroprofil pridonio ostvarivanju najveće aerodinamičke efikasnosti, odnosno ostvarivanju maksimalnog koeficijenta uzgona uz minimalni koeficijent otpora, te se i stoga koristio „dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil.

Računalna dinamika fluida, ili globalno puno poznatija kao skraćenica CFD, definirana je i detaljno objašnjena kroz nekoliko potpoglavlja. Što je to CFD, njegove prednosti i nedostaci, te analiza koja se provodi, objedinjeno je ovim radom. CFD paketi i analiza u svrhu postizanja što točnijih rezultata svakim danom se sve više usavršavaju, do te granice da se mogu provoditi simulacije za različite objekte, od vrlo jednostavnih (npr. aeroprofil u 2D ravnini što je i predmet ovog rada) do vrlo složenih (npr. čitav zrakoplov u 3D prostoru, krvožilni sustav,...), u različitim uvjetima, za različite primjene, pritom ostvarujući vrlo precizne rezultate. Jedan od tih paketa je ANSYS *Fluent Student Software*, jedna od danas najviše korištenih platformi za modeliranje i proračune karakteristika fluida, u kojem je proveden numerički proračun aerodinamičkih karakteristika u krozvučnoj i nadzvučnoj struji zraka. Postupak i tehnike analize su detaljno objašnjeni kroz pet koraka u kojima glavnu ulogu imaju tri glavna elementa svake CFD analize, a to su pretprocesor, rješavač i postprocesor.

Numerički proračun, kao što je ranije spomenuto, proveden je u krozvučnoj struji zraka pri brzinama od  $Ma = 0.9$  i  $Ma = 1.1$ , te nadzvučnoj struji zraka pri brzini od  $Ma = 2.5$ , pri različitim napadnim kutevima, u rasponu od  $0^\circ$  do  $20^\circ$  s korakom od  $4^\circ$ . „Dijamantni“ dvostruko simetrični klinasti aeroprofil, koji se koristio, je proizvoljnih dimenzija, te su odabrani uvjeti standardne atmosfere na razini mora. Ono što je važno napomenuti je da numerički proračun koristi djelovanje viskoznosti, trenja, te sila naprezanja, što se ne koristi pri teorijskom proračunu.

Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika, koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona, te sila otpora i uzgona pri krozvučnom strujanju različitim brzinama i nadzvučnom strujanju, pri

različitim napadnim kutevima, prikazane su u tablicama i grafički. Zbog složenosti i fizikalnih ponašanja krozvučnog strujanja, te postavljanja aeroprofila u takvo strujanje, koji je dizajniran i osmišljen za nadzvučno strujanje, jako je teško primijeniti teorijski pristup, te stoga on nije proveden u ovom radu. Također, nije moguće napraviti usporedbu s rezultatima dobivenim eksperimentalno (aerodinamički tunel) jer, kao što je rečeno, aeroprofil je proizvoljnih dimenzija i u proizvoljnim uvjetima, u različitim strujama zraka. Pri visoko podzvučnoj (krozzvučnoj) brzini, koeficijenti otpora i uzgona i sile otpora i uzgona ne mogu se uzeti s pouzdanošću u njihovu točnost jer rezultati nisu u potpunosti konvergirali. Međutim, pri krozvučnoj brzini niske nadzvučne vrijednosti, koeficijenti su, iako bez potpune konvergenije, poprimili konačnu vrijednost te se može pouzdati u njihovu točnost, a samim time i u točnost sila otpora i uzgona. Vrijednosti koeficijenata otpora i uzgona pri nadzvučnoj brzini  $Ma = 2.5$  su u potpunosti konvergirale, te se te vrijednosti, zajedno s vrijednostima sila otpora i uzgona, smatraju preciznim i točnim. Vrijednosti koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona, te sila otpora i uzgona pri nadzvučnom strujanju brzinom  $Ma = 2.5$  pri različitim napadnim kutevima, dobivene numeričkim pristupom, uspoređene su s vrijednostima dobivenim teorijskim, egzaktnim pristupom, te su postignuti gotovo jednaki rezultati, što pokazuje kako je CFD analiza vrlo pouzdan, brz i precizan izvor proračuna aerodinamičkih karakteristika različitih strujanja fluida. Ono što dodatno povećava vrijednost CFD-a je sam prikaz određenih vrijednosti, odnosno vizualizacija distribucije tlaka ili Mach-ova broja na aeroprofilu. Koristeći te informacije, lako se može odrediti mjesto nastanka udarnih valova, ekspanzijskih valova, ili mjesto najveće/najmanje brzine te najmanjeg/najvećeg tlaka. Navedene stvari prije nije bilo moguće prikazati bez složenih, eksperimentalnih postupaka koji najčešće zahtijevaju upotrebu aerodinamičkih tunela, koji sigurno daju najpreciznije rezultate, ali uz velike troškove izrade i održavanja, te velik utrošak vremena na razvoj i stavljanje gotovog proizvoda u rad. Zato CFD, u ovom slučaju ANSYS *Fluent*, predstavlja inovativan, pouzdan, te provjeren proizvod, ne samo za proračun aerodinamičkih karakteristika fluida, nego i u drugim područjima primjene, za postizanje točnih i preciznih rezultata.

## Literatura

1. Anderson JD Jr. *Fundamentals of aerodynamics*. 3. izd. New York: McGraw-Hill; 2001.
2. El-Gohary MHF, Ahmed MYM. *Investigating the Design Parameters of a Diamond-Shaped Supersonic Airfoil*. Kairo: Aerospace Sciences & Aviation Technology (ASAT); 2013.
3. Rathore APS. *Aerodynamic characteristics od diamond shaped airfoil at supersonic speed*. International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering (IJAME); 2018.
4. Kolluru R. *Numerical Study of Navier-Stokes Equations in Supersonic Flow over a Double Wedge Airfoil using Adaptive Grids*. Bengaluru: COMSOL Conference; 2012.
5. Ansys Innovation Space. *Shock-Expansion Theory*. Preuzeto s: <https://courses.ansys.com/index.php/courses/shock-expansion-theory/> [Pristupljeno: kolovoz 2022.]
6. Ansys Innovation Space. *Supersonic Flow Over a Wedge*. Preuzeto s: <https://courses.ansys.com/index.php/courses/supersonic-flow-over-a-wedge-using-ansys-workbench/> [Pristupljeno: kolovoz 2022.]
7. Karadi S. *Diamond-Airfoil Wing Analysis*. 2021.
8. Tu J, Yeoh G-H, Liu C. *Computational Fluid Dynamics, A Practical Approach*. 3. izd. Oxford: Butterworth-Heinemann; 2018.
9. Ansys Innovation Space. *Governing Equations of Fluid Dynamics*. Preuzeto s: <https://courses.ansys.com/index.php/courses/governing-equations-of-fluid-dynamics/> [Pristupljeno: srpanj 2022.]
10. Matak L. *Aerodynamic characteristics estimation of variable geometry airfoil in supersonic air flow*. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti; 2021.
11. Ansys. *Ansys Fluids Computational Fluid Dynamics (CFD) Simulation Software*. Preuzeto s: <https://www.ansys.com/products/fluids> [Pristupljeno: kolovoz 2022.]
12. Khan SA, Aabid A, Saleel CA. *CFD Simulation with Analytical and Theoretical Validation of Different Flow Parameters for the Wedge at Supersonic Mach Number*. International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering (IJMME); 2019.
13. Ansys Innovation Space. *Flow over an Airfoil Using Ansys Workbench*. Preuzeto s: <https://courses.ansys.com/index.php/courses/flow-over-an-airfoil/> [Pristupljeno: kolovoz 2022.]
14. Dodkey SM, Patil MK, Madhumitha M. *Aerodynamic Analysis of a Supersonic Airfoil at a Fixed Angle of Attack Using Computational Fluid Dynamics*. RIET-IJSET International Journal of Science Engineering and Technology; 2021.
15. Krajček Nikolić K, Franjković D. *Teorija leta III – Stlačivo strujanje fluida – Zbirka riješenih zadataka*. Zagreb: Fakultet prometnih znanosti; 2021.
16. Autodesk. *SST K-Omega Turbulence Models*. Preuzeto s: <https://knowledge.autodesk.com/support/cfd/learn->



[explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2014/ENU/SimCFD/files/GUID-0F5C4828-9F91-46B6-A16A-2578D72DCFCC-htm.html](https://explore.caas/CloudHelp/cloudhelp/2014/ENU/SimCFD/files/GUID-0F5C4828-9F91-46B6-A16A-2578D72DCFCC-htm.html) [Pristupljeno: kolovoz 2022.]

## Popis slika

Slika 1. Nevizkozno strujanje izvan graničnog sloja i tanki viskozni granični sloj na površini aeroprofila .....	3
Slika 2. Podjela strujanja prema Mach-ovom broju .....	4
Slika 3. Dvostruko klinasti i bikonveksni aeroprofil .....	10
Slika 4. Kosi udarni i ekspanzijski valovi .....	11
Slika 5. Struja zraka kroz kosi udarni i ekspanzijski val .....	11
Slika 6. Različite discipline sadržane unutar CFD-a .....	13
Slika 7. Greška diskretizacije, zaokruživanja i sveukupne greške kao funkcija mreže i/ili veličine vremenskog koraka .....	17
Slika 8. Međusobna povezanost tri glavna elementa unutar sučelja CFD analize .....	18
Slika 9. Dijagram toka različitih fizikalnih strujanja unutar CFD-a .....	20
Slika 10. Postupak dobivanja rješenja .....	21
Slika 11. Dimenzije "dijamantnog" dvostruko simetričnog klinastog aeroprofila u ANSYS Fluent Space Claim-u .....	25
Slika 12. Nadzvučni aeroprofil u Design Modeler-u .....	26
Slika 13. Mreža .....	26
Slika 14. Mreža oko aeroprofila .....	27
Slika 15. Detaljan prikaz mreže oko aeroprofila .....	27
Slika 16. Postavke prostorne diskretizacije .....	28
Slika 17. Dimenzije aeroprofila .....	33
Slika 18. Kosi udarni valovi i ekspanzijski valovi na aeroprofilu .....	34
Slika 19. Sile na aeroprofilu .....	35
Slika 20. Sila uzgona i sila otpora .....	36
Slika 21. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 0.9, \alpha = 0^\circ$ .....	38
Slika 22. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 0.9, \alpha = 12^\circ$ .....	39
Slika 23. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 0.9, \alpha = 20^\circ$ .....	40
Slika 24. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 1.1, \alpha = 0^\circ$ .....	41
Slika 25. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 1.1, \alpha = 12^\circ$ .....	42
Slika 26. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 1.1, \alpha = 20^\circ$ .....	43
Slika 27. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 2.5, \alpha = 0^\circ$ .....	45
Slika 28. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 2.5, \alpha = 12^\circ$ .....	46
Slika 29. Konture Mach-ova broja i tlaka pri $Ma = 2.5, \alpha = 20^\circ$ .....	47
Slika 30. $\theta - \beta - Ma$ dijagram .....	65
Slika 31. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 0.9, \alpha = 0^\circ$ .....	83
Slika 32. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 0.9, \alpha = 12^\circ$ .....	84
Slika 33. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 0.9, \alpha = 20^\circ$ .....	85
Slika 34. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 1.1, \alpha = 0^\circ$ .....	86
Slika 35. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 1.1, \alpha = 12^\circ$ .....	87
Slika 36. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 1.1, \alpha = 20^\circ$ .....	88
Slika 37. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 2.5, \alpha = 0^\circ$ .....	89
Slika 38. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 2.5, \alpha = 12^\circ$ .....	90
Slika 39. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri $Ma = 2.5, \alpha = 20^\circ$ .....	91

## Popis tablica

Tablica 1. Temeljne jednadžbe za stlačivo strujanje u Kartezijevom koordinatnom sustavu .....	15
Tablica 2. Vrijednosti tlaka i sila na površini aeroprofila .....	35
Tablica 3. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri $Ma = 0.9$ .....	37
Tablica 4. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri $Ma = 1.1$ .....	40
Tablica 5. Vrijednosti aerodinamičkih karakteristika pri $Ma = 2.5$ .....	44
Tablica 6. Vrijednosti $c_d$ i $c_l$ pri krozvručnom strujanju brzinama $Ma = 0.9$ i $Ma = 1.1$ i nadzvručnom strujanju brzinom $Ma = 2.5$ , pri različitim $\alpha$ , dobivene numeričkim pristupom .....	48
Tablica 7. Vrijednosti $F_D$ i $F_L$ pri krozvručnom strujanju brzinama $Ma = 0.9$ i $Ma = 1.1$ i nadzvručnom strujanju brzinom $Ma = 2.5$ , pri različitim $\alpha$ , dobivene numeričkim pristupom .....	48
Tablica 8. Vrijednosti $c_d$ i $c_l$ pri nadzvručnom strujanju brzinom $Ma = 2.5$ , pri različitim $\alpha$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom .....	52
Tablica 9. Vrijednosti $F_D$ i $F_L$ pri nadzvručnom strujanju brzinom $Ma = 2.5$ , pri različitim $\alpha$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom .....	53
Tablica 10. Karakteristike normalnih udarnih valova .....	66
Tablica 11. Prandtl-Meyer-ove funkcije i Mach-ov kut .....	73
Tablica 12. Karakteristike izentropskog strujanja .....	75

## Popis grafova

Graf 1. Koeficijenti otpora dobiveni numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 0.9$ , $Ma = 1.1$ i $Ma = 2.5$ .....	49
Graf 2. Sile otpora dobivene numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 0.9$ , $Ma = 1.1$ i $Ma = 2.5$ .....	49
Graf 3. Koeficijenti uzgona dobiveni numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 0.9$ , $Ma = 1.1$ i $Ma = 2.5$ .....	50
Graf 4. Sile uzgona dobivene numeričkim pristupom pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 0.9$ , $Ma = 1.1$ i $Ma = 2.5$ .....	51
Graf 5. Polare aeroprofila dobivene na temelju numerički dobivenih koeficijenata otpora i uzgona pri $Ma = 0.9$ , $Ma = 1.1$ i $Ma = 2.5$ .....	52
Graf 6. Vrijednosti $c_d$ pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom.....	53
Graf 7. Vrijednosti $F_D$ pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom.....	54
Graf 8. Vrijednosti $c_l$ pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom.....	54
Graf 9. Vrijednosti $F_L$ pri različitim napadnim kutevima, pri $Ma = 2.5$ , dobivene numeričkim i teorijskim pristupom.....	55
Graf 10. Polare aeroprofila dobivene na temelju vrijednosti koeficijenata otpora i uzgona, dobivenih numeričkim i teorijskim pristupom.....	55

## Prilozi

### Prilog 1

SST  $k - \omega$  model turbulencije je vrtložno-viskozni (engl. *eddy-viscosity*; faktor proporcionalnosti koji opisuje turbulentni prijenos energije kao rezultat gibanja vrtloga, koji dovodi do povećanja tangencijalnih naprezanja) model dvije jednačbe koji se koristi za mnoge aerodinamičke primjene. To je hibridni model koji objedinjuje Wilcox  $k - \omega$  i  $k - \epsilon$  modele. Wilcoxov model se aktivira u blizini zida, dok se  $k - \epsilon$  model u slobodnom strujanju. To omogućuje da se odgovarajući model upotrijebi kroz strujno polje:

- $k - \omega$  a model više odgovara za simulaciju strujanja u viskoznom podsloju,
- $k - \epsilon$  model je idealan za predviđanje ponašanja strujanja u područjima daleko od zida [16].

Temeljne jednačbe SST  $k - \omega$  modela su:

- kinetička energija turbulencije:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

- omjer specifične disipacije:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (2)$$

gdje je  $F_1$  (funkcija miješanja):

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3)$$

(napomena:  $F_1 = 1$  unutar graničnog sloja i 0 u slobodnoj struji),

a  $CD_{k\omega}$ :

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (4)$$

- kinematička vrtložna viskoznost:

$$v_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (5)$$

gdje je  $F_2$  (druga funkcija miješanja):

$$F_2 = \tan h \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (6)$$

-  $P_k$  (ograničavatelj proizvodnje):

$$P_k = \min \left( \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k \omega \right) \quad (7)$$

kako je prikazano u [16].

SST modeli imaju manju osjetljivost na uvjete slobodne struje (strujanje izvan graničnog sloja) nego mnogi drugi modeli turbulencije. Ograničavatelj smicanja pomaže  $k - \omega$  modelu da izbjegne izgradnju prekomjerne turbulentne kinetičke energije blizu točaka zastoja. SST modeli pružaju platformu za dodatne nadogradnje kao što su SAS (*Scale Adapted Simulation*) i laminarno-turbulentni prijenos. Napredni dijalog parametara turbulencije sadrži dodatne mogućnosti za  $k - \omega$  model, a to su: formuliranje inteligentnog zida (engl. *Intelligent Wall Formulation*), dalekog polja TKE (*Far-field TKE (Turbulent Kinetic Energy)*) i dalekog polja  $\omega$  (*Far-field  $\omega$* ). Formuliranje inteligentnog zida smanjuje osjetljivost rezultata na razinu prilagođavanja mreže duž zida. To je omogućeno kao zadano za SST  $k - \omega$ . Daleko polje TKE i daleko polje  $\omega$  definiraju vrijednosti graničnih uvjeta za intenzitet turbulencije i  $\omega$ :

$$\frac{U_\infty}{L} < \omega_{daleko\ polje} < 10 \frac{U_\infty}{L}, \quad (8)$$

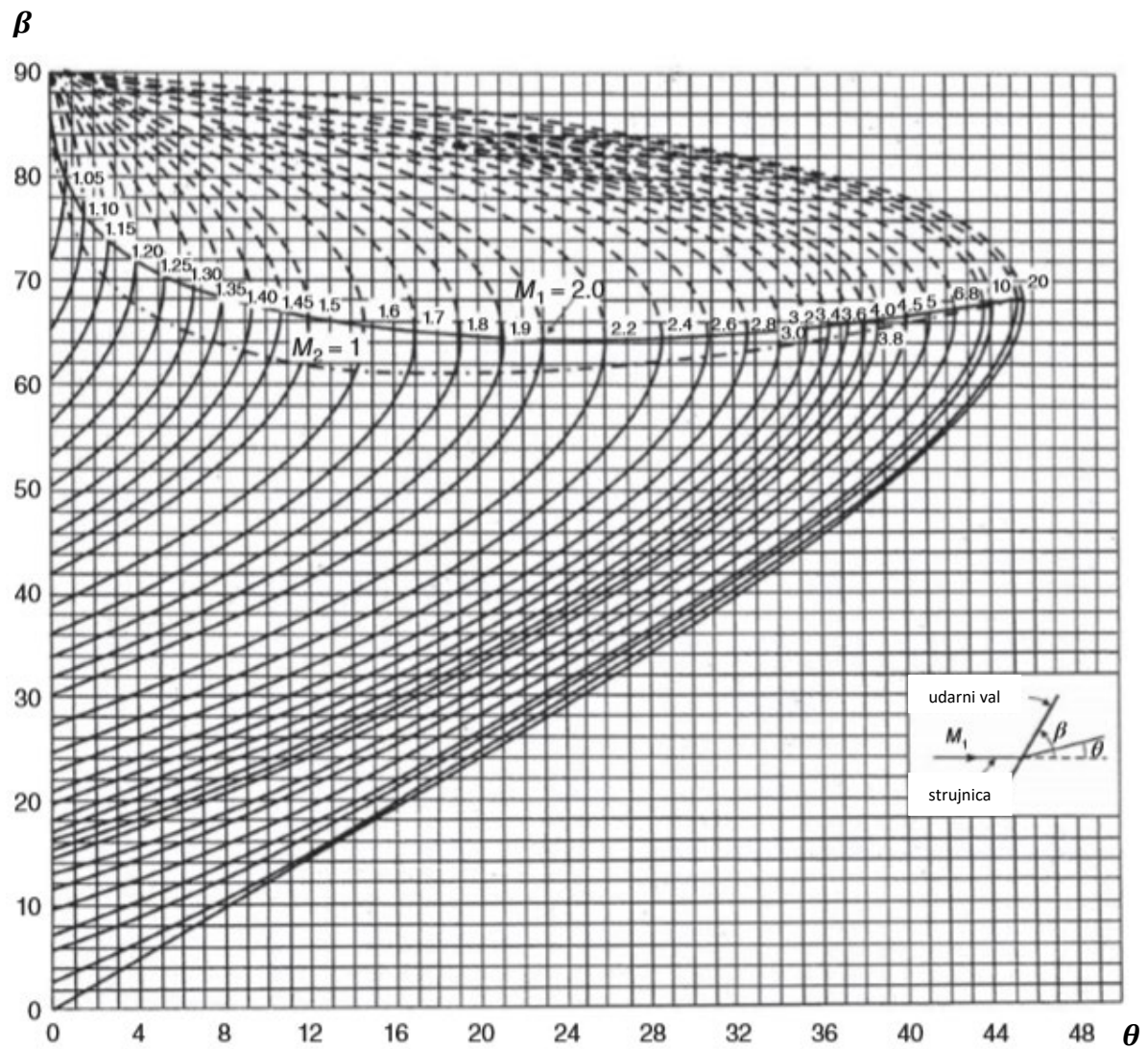
$$\frac{10^{-5} U_\infty^2}{Re_L} < k_{daleko\ polje} < \frac{0.1 U_\infty^2}{Re_L}. \quad (9)$$

Napomena:  $L$  je približna duljina domene.

Rezultirajuća turbulentna viskoznost slobodne struje (dobivena iz kombinacije ove dvije vrijednosti dalekih polja) bi trebala biti između umnoška  $10^{-5}$  i laminarne viskoznosti slobodne struje, te umnoška  $10^{-2}$  i laminarne viskoznosti slobodne struje [16].

Prilog 2

$\theta - \beta - Ma$  dijagram



Slika 30.  $\theta - \beta - Ma$  dijagram

Prilog 3

**Tablica 10. Karakteristike normalnih udarnih valova**

$Ma_1$	$p_2/p_1$	$p_{0,2}/p_{0,1}$	$\rho_2/\rho_1$	$T_2/T_1$	$Ma_2$
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.00
1.01	1.0235	1.0000	1.0167	1.0066	0.99
1.02	1.0471	1.0000	1.0334	1.0132	0.98
1.03	1.0711	1.0000	1.0502	1.0198	0.97
1.04	1.0952	0.9999	1.0671	1.0263	0.96
1.05	1.1196	0.9999	1.0840	1.0328	0.95
1.06	1.1442	0.9998	1.1009	1.0393	0.94
1.07	1.1691	0.9996	1.1179	1.0458	0.94
1.08	1.1941	0.9994	1.1349	1.0522	0.93
1.09	1.2195	0.9992	1.1520	1.0586	0.92
1.10	1.2450	0.9989	1.1691	1.0649	0.91
1.11	1.2708	0.9986	1.1862	1.0713	0.90
1.12	1.2968	0.9982	1.2034	1.0776	0.90
1.13	1.3231	0.9978	1.2206	1.0840	0.89
1.14	1.3495	0.9973	1.2378	1.0903	0.88
1.15	1.3763	0.9967	1.2550	1.0966	0.88
1.16	1.4032	0.9961	1.2723	1.1029	0.87
1.17	1.4304	0.9953	1.2896	1.1092	0.86
1.18	1.4578	0.9946	1.3069	1.1154	0.85
1.19	1.4855	0.9937	1.3243	1.1217	0.85
1.20	1.5133	0.9928	1.3416	1.1280	0.84
1.21	1.5415	0.9918	1.3590	1.1343	0.84
1.22	1.5698	0.9907	1.3764	1.1405	0.83
1.23	1.5984	0.9896	1.3938	1.1468	0.82
1.24	1.6272	0.9884	1.4112	1.1531	0.82
1.25	1.6563	0.9871	1.4286	1.1594	0.81
1.26	1.6855	0.9857	1.4460	1.1657	0.81
1.27	1.7151	0.9842	1.4634	1.1720	0.80
1.28	1.7448	0.9827	1.4808	1.1783	0.80
1.29	1.7748	0.9811	1.4983	1.1846	0.79
1.30	1.8050	0.9794	1.5157	1.1909	0.79
1.31	1.8355	0.9776	1.5331	1.1972	0.78
1.32	1.8661	0.9758	1.5505	1.2035	0.78
1.33	1.8971	0.9738	1.5680	1.2099	0.77
1.34	1.9282	0.9718	1.5854	1.2162	0.77
1.35	1.9596	0.9697	1.6028	1.2226	0.76
1.36	1.9912	0.9676	1.6202	1.2290	0.76
1.37	2.0231	0.9653	1.6376	1.2354	0.75
1.38	2.0551	0.9630	1.6549	1.2418	0.75
1.39	2.0875	0.9607	1.6723	1.2482	0.74
1.40	2.1200	0.9582	1.6897	1.2547	0.74
1.41	2.1528	0.9557	1.7070	1.2612	0.74
1.42	2.1858	0.9531	1.7243	1.2676	0.73
1.43	2.2191	0.9504	1.7416	1.2741	0.73
1.44	2.2525	0.9476	1.7589	1.2807	0.72
1.45	2.2863	0.9448	1.7761	1.2872	0.72
1.46	2.3202	0.9420	1.7934	1.2938	0.72
1.47	2.3544	0.9390	1.8106	1.3003	0.71



1.48	2.3888	0.9360	1.8278	1.3069	0.71
1.49	2.4235	0.9329	1.8449	1.3136	0.70
1.50	2.4583	0.9298	1.8621	1.3202	0.70
1.51	2.4935	0.9266	1.8792	1.3269	0.70
1.52	2.5288	0.9233	1.8963	1.3336	0.69
1.53	2.5644	0.9200	1.9133	1.3403	0.69
1.54	2.6002	0.9166	1.9303	1.3470	0.69
1.55	2.6363	0.9132	1.9473	1.3538	0.68
1.56	2.6725	0.9097	1.9643	1.3606	0.68
1.57	2.7091	0.9062	1.9812	1.3674	0.68
1.58	2.7458	0.9026	1.9981	1.3742	0.67
1.59	2.7828	0.8989	2.0149	1.3811	0.67
1.60	2.8200	0.8952	2.0317	1.3880	0.67
1.61	2.8575	0.8915	2.0485	1.3949	0.67
1.62	2.8951	0.8877	2.0653	1.4018	0.66
1.63	2.9331	0.8838	2.0820	1.4088	0.66
1.64	2.9712	0.8799	2.0986	1.4158	0.66
1.65	3.0096	0.8760	2.1152	1.4228	0.65
1.66	3.0482	0.8720	2.1318	1.4299	0.65
1.67	3.0871	0.8680	2.1484	1.4369	0.65
1.68	3.1261	0.8639	2.1649	1.4440	0.65
1.69	3.1655	0.8599	2.1813	1.4512	0.64
1.70	3.2050	0.8557	2.1977	1.4583	0.64
1.71	3.2448	0.8516	2.2141	1.4655	0.64
1.72	3.2848	0.8474	2.2304	1.4727	0.64
1.73	3.3251	0.8431	2.2467	1.4800	0.63
1.74	3.3655	0.8389	2.2629	1.4873	0.63
1.75	3.4063	0.8346	2.2791	1.4946	0.63
1.76	3.4472	0.8302	2.2952	1.5019	0.63
1.77	3.4884	0.8259	2.3113	1.5093	0.62
1.78	3.5298	0.8215	2.3273	1.5167	0.62
1.79	3.5715	0.8171	2.3433	1.5241	0.62
1.80	3.6133	0.8127	2.3592	1.5316	0.62
1.81	3.6555	0.8082	2.3751	1.5391	0.61
1.82	3.6978	0.8038	2.3909	1.5466	0.61
1.83	3.7404	0.7993	2.4067	1.5541	0.61
1.84	3.7832	0.7948	2.4224	1.5617	0.61
1.85	3.8263	0.7902	2.4381	1.5693	0.61
1.86	3.8695	0.7857	2.4537	1.5770	0.60
1.87	3.9131	0.7811	2.4693	1.5847	0.60
1.88	3.9568	0.7765	2.4848	1.5924	0.60
1.89	4.0008	0.7720	2.5003	1.6001	0.60
1.90	4.0450	0.7674	2.5157	1.6079	0.60
1.91	4.0895	0.7627	2.5310	1.6157	0.59
1.92	4.1341	0.7581	2.5463	1.6236	0.59
1.93	4.1791	0.7535	2.5616	1.6314	0.59
1.94	4.2242	0.7488	2.5767	1.6394	0.59
1.95	4.2696	0.7442	2.5919	1.6473	0.59
1.96	4.3152	0.7395	2.6069	1.6553	0.58
1.97	4.3611	0.7349	2.6220	1.6633	0.58
1.98	4.4071	0.7302	2.6369	1.6713	0.58
1.99	4.4535	0.7255	2.6518	1.6794	0.58
2.00	4.5000	0.7209	2.6667	1.6875	0.58

2.01	4.5468	0.7162	2.6815	1.6956	0.58
2.02	4.5938	0.7115	2.6962	1.7038	0.57
2.03	4.6411	0.7069	2.7109	1.7120	0.57
2.04	4.6885	0.7022	2.7255	1.7203	0.57
2.05	4.7363	0.6975	2.7400	1.7285	0.57
2.06	4.7842	0.6928	2.7545	1.7369	0.57
2.07	4.8324	0.6882	2.7689	1.7452	0.57
2.08	4.8808	0.6835	2.7833	1.7536	0.56
2.09	4.9295	0.6789	2.7976	1.7620	0.56
2.10	4.9783	0.6742	2.8119	1.7705	0.56
2.11	5.0275	0.6696	2.8261	1.7789	0.56
2.12	5.0768	0.6649	2.8402	1.7875	0.56
2.13	5.1264	0.6603	2.8543	1.7960	0.56
2.14	5.1762	0.6557	2.8683	1.8046	0.56
2.15	5.2263	0.6511	2.8823	1.8132	0.55
2.16	5.2765	0.6464	2.8962	1.8219	0.55
2.17	5.3271	0.6419	2.9101	1.8306	0.55
2.18	5.3778	0.6373	2.9238	1.8393	0.55
2.19	5.4288	0.6327	2.9376	1.8481	0.55
2.20	5.4800	0.6281	2.9512	1.8569	0.55
2.21	5.5315	0.6236	2.9648	1.8657	0.55
2.22	5.5831	0.6191	2.9784	1.8746	0.54
2.23	5.6351	0.6145	2.9918	1.8835	0.54
2.24	5.6872	0.6100	3.0053	1.8924	0.54
2.25	5.7396	0.6055	3.0186	1.9014	0.54
2.26	5.7922	0.6011	3.0319	1.9104	0.54
2.27	5.8451	0.5966	3.0452	1.9194	0.54
2.28	5.8981	0.5921	3.0584	1.9285	0.54
2.29	5.9515	0.5877	3.0715	1.9376	0.54
2.30	6.0050	0.5833	3.0845	1.9468	0.53
2.31	6.0588	0.5789	3.0976	1.9560	0.53
2.32	6.1128	0.5745	3.1105	1.9652	0.53
2.33	6.1671	0.5702	3.1234	1.9745	0.53
2.34	6.2215	0.5658	3.1362	1.9838	0.53
2.35	6.2763	0.5615	3.1490	1.9931	0.53
2.36	6.3312	0.5572	3.1617	2.0025	0.53
2.37	6.3864	0.5529	3.1743	2.0119	0.53
2.38	6.4418	0.5486	3.1869	2.0213	0.53
2.39	6.4975	0.5444	3.1994	2.0308	0.52
2.40	6.5533	0.5401	3.2119	2.0403	0.52
2.41	6.6095	0.5359	3.2243	2.0499	0.52
2.42	6.6658	0.5317	3.2367	2.0595	0.52
2.43	6.7224	0.5276	3.2489	2.0691	0.52
2.44	6.7792	0.5234	3.2612	2.0788	0.52
2.45	6.8363	0.5193	3.2733	2.0885	0.52
2.46	6.8935	0.5152	3.2855	2.0982	0.52
2.47	6.9511	0.5111	3.2975	2.1080	0.52
2.48	7.0088	0.5071	3.3095	2.1178	0.51
2.49	7.0668	0.5030	3.3215	2.1276	0.51
2.50	7.1250	0.4990	3.3333	2.1375	0.51
2.51	7.1835	0.4950	3.3452	2.1474	0.51
2.52	7.2421	0.4911	3.3569	2.1574	0.51
2.53	7.3011	0.4871	3.3686	2.1674	0.51

2.54	7.3602	0.4832	3.3803	2.1774	0.51
2.55	7.4196	0.4793	3.3919	2.1875	0.51
2.56	7.4792	0.4754	3.4034	2.1976	0.51
2.57	7.5391	0.4715	3.4149	2.2077	0.51
2.58	7.5991	0.4677	3.4263	2.2179	0.51
2.59	7.6595	0.4639	3.4377	2.2281	0.50
2.60	7.7200	0.4601	3.4490	2.2383	0.50
2.61	7.7808	0.4564	3.4602	2.2486	0.50
2.62	7.8418	0.4526	3.4714	2.2590	0.50
2.63	7.9031	0.4489	3.4826	2.2693	0.50
2.64	7.9645	0.4452	3.4937	2.2797	0.50
2.65	8.0263	0.4416	3.5047	2.2902	0.50
2.66	8.0882	0.4379	3.5157	2.3006	0.50
2.67	8.1504	0.4343	3.5266	2.3111	0.50
2.68	8.2128	0.4307	3.5374	2.3217	0.50
2.69	8.2755	0.4271	3.5482	2.3323	0.50
2.70	8.3383	0.4236	3.5590	2.3429	0.50
2.71	8.4015	0.4201	3.5697	2.3536	0.49
2.72	8.4648	0.4166	3.5803	2.3642	0.49
2.73	8.5284	0.4131	3.5909	2.3750	0.49
2.74	8.5922	0.4097	3.6015	2.3858	0.49
2.75	8.6563	0.4062	3.6119	2.3966	0.49
2.76	8.7205	0.4028	3.6224	2.4074	0.49
2.77	8.7851	0.3994	3.6327	2.4183	0.49
2.78	8.8498	0.3961	3.6431	2.4292	0.49
2.79	8.9148	0.3928	3.6533	2.4402	0.49
2.80	8.9800	0.3895	3.6636	2.4512	0.49
2.81	9.0455	0.3862	3.6737	2.4622	0.49
2.82	9.1111	0.3829	3.6838	2.4733	0.49
2.83	9.1771	0.3797	3.6939	2.4844	0.49
2.84	9.2432	0.3765	3.7039	2.4955	0.49
2.85	9.3096	0.3733	3.7139	2.5067	0.48
2.86	9.3762	0.3701	3.7238	2.5179	0.48
2.87	9.4431	0.3670	3.7336	2.5292	0.48
2.88	9.5101	0.3639	3.7434	2.5405	0.48
2.89	9.5775	0.3608	3.7532	2.5518	0.48
2.90	9.6450	0.3577	3.7629	2.5632	0.48
2.91	9.7128	0.3547	3.7725	2.5746	0.48
2.92	9.7808	0.3517	3.7821	2.5861	0.48
2.93	9.8491	0.3487	3.7917	2.5976	0.48
2.94	9.9175	0.3457	3.8012	2.6091	0.48
2.95	9.9863	0.3428	3.8106	2.6206	0.48
2.96	10.0552	0.3398	3.8200	2.6322	0.48
2.97	10.1244	0.3369	3.8294	2.6439	0.48
2.98	10.1938	0.3340	3.8387	2.6555	0.48
2.99	10.2635	0.3312	3.8479	2.6673	0.48
3.00	10.3333	0.3283	3.8571	2.6790	0.48
3.01	10.4035	0.3255	3.8663	2.6908	0.47
3.02	10.4738	0.3227	3.8754	2.7026	0.47
3.03	10.5444	0.3200	3.8845	2.7145	0.47
3.04	10.6152	0.3172	3.8935	2.7264	0.47
3.05	10.6863	0.3145	3.9025	2.7383	0.47
3.06	10.7575	0.3118	3.9114	2.7503	0.47

3.07	10.8291	0.3091	3.9203	2.7623	0.47
3.08	10.9008	0.3065	3.9291	2.7744	0.47
3.09	10.9728	0.3038	3.9379	2.7865	0.47
3.10	11.0450	0.3012	3.9466	2.7986	0.47
3.11	11.1175	0.2986	3.9553	2.8108	0.47
3.12	11.1901	0.2960	3.9639	2.8230	0.47
3.13	11.2631	0.2935	3.9725	2.8352	0.47
3.14	11.3362	0.2910	3.9811	2.8475	0.47
3.15	11.4096	0.2885	3.9896	2.8598	0.47
3.16	11.4832	0.2860	3.9981	2.8722	0.47
3.17	11.5571	0.2835	4.0065	2.8846	0.47
3.18	11.6311	0.2811	4.0149	2.8970	0.47
3.19	11.7055	0.2786	4.0232	2.9095	0.46
3.20	11.7800	0.2762	4.0315	2.9220	0.46
3.21	11.8548	0.2738	4.0397	2.9345	0.46
3.22	11.9298	0.2715	4.0479	2.9471	0.46
3.23	12.0051	0.2691	4.0561	2.9598	0.46
3.24	12.0805	0.2668	4.0642	2.9724	0.46
3.25	12.1563	0.2645	4.0723	2.9851	0.46
3.26	12.2322	0.2622	4.0803	2.9979	0.46
3.27	12.3084	0.2600	4.0883	3.0106	0.46
3.28	12.3848	0.2577	4.0963	3.0234	0.46
3.29	12.4615	0.2555	4.1042	3.0363	0.46
3.30	12.5383	0.2533	4.1120	3.0492	0.46
3.31	12.6155	0.2511	4.1198	3.0621	0.46
3.32	12.6928	0.2489	4.1276	3.0751	0.46
3.33	12.7704	0.2468	4.1354	3.0881	0.46
3.34	12.8482	0.2446	4.1431	3.1011	0.46
3.35	12.9263	0.2425	4.1507	3.1142	0.46
3.36	13.0045	0.2404	4.1583	3.1273	0.46
3.37	13.0831	0.2383	4.1659	3.1405	0.46
3.38	13.1618	0.2363	4.1734	3.1537	0.46
3.39	13.2408	0.2342	4.1809	3.1669	0.46
3.40	13.3200	0.2322	4.1884	3.1802	0.46
3.41	13.3995	0.2302	4.1958	3.1935	0.45
3.42	13.4791	0.2282	4.2032	3.2069	0.45
3.43	13.5591	0.2263	4.2105	3.2203	0.45
3.44	13.6392	0.2243	4.2179	3.2337	0.45
3.45	13.7196	0.2224	4.2251	3.2472	0.45
3.46	13.8002	0.2205	4.2323	3.2607	0.45
3.47	13.8811	0.2186	4.2395	3.2742	0.45
3.48	13.9621	0.2167	4.2467	3.2878	0.45
3.49	14.0435	0.2148	4.2538	3.3014	0.45
3.50	14.1250	0.2129	4.2609	3.3151	0.45
3.51	14.2068	0.2111	4.2679	3.3287	0.45
3.52	14.2888	0.2093	4.2749	3.3425	0.45
3.53	14.3711	0.2075	4.2819	3.3563	0.45
3.54	14.4535	0.2057	4.2888	3.3701	0.45
3.55	14.5363	0.2039	4.2957	3.3839	0.45
3.56	14.6192	0.2022	4.3026	3.3978	0.45
3.57	14.7024	0.2004	4.3094	3.4117	0.45
3.58	14.7858	0.1987	4.3162	3.4257	0.45
3.59	14.8695	0.1970	4.3229	3.4397	0.45

3.60	14.9533	0.1953	4.3296	3.4537	0.45
3.61	15.0375	0.1936	4.3363	3.4678	0.45
3.62	15.1218	0.1920	4.3429	3.4819	0.45
3.63	15.2064	0.1903	4.3496	3.4961	0.45
3.64	15.2912	0.1887	4.3561	3.5103	0.45
3.65	15.3763	0.1871	4.3627	3.5245	0.45
3.66	15.4615	0.1855	4.3692	3.5388	0.45
3.67	15.5471	0.1839	4.3756	3.5531	0.44
3.68	15.6328	0.1823	4.3821	3.5674	0.44
3.69	15.7188	0.1807	4.3885	3.5818	0.44
3.70	15.8050	0.1792	4.3949	3.5962	0.44
3.71	15.8915	0.1777	4.4012	3.6107	0.44
3.72	15.9781	0.1761	4.4075	3.6252	0.44
3.73	16.0651	0.1746	4.4138	3.6397	0.44
3.74	16.1522	0.1731	4.4200	3.6543	0.44
3.75	16.2396	0.1717	4.4262	3.6689	0.44
3.76	16.3272	0.1702	4.4324	3.6836	0.44
3.77	16.4151	0.1687	4.4385	3.6983	0.44
3.78	16.5031	0.1673	4.4447	3.7130	0.44
3.79	16.5915	0.1659	4.4507	3.7278	0.44
3.80	16.6800	0.1645	4.4568	3.7426	0.44
3.81	16.7688	0.1631	4.4628	3.7575	0.44
3.82	16.8578	0.1617	4.4688	3.7723	0.44
3.83	16.9471	0.1603	4.4747	3.7873	0.44
3.84	17.0365	0.1589	4.4807	3.8022	0.44
3.85	17.1263	0.1576	4.4866	3.8172	0.44
3.86	17.2162	0.1563	4.4924	3.8323	0.44
3.87	17.3064	0.1549	4.4983	3.8473	0.44
3.88	17.3968	0.1536	4.5041	3.8625	0.44
3.89	17.4875	0.1523	4.5098	3.8776	0.44
3.90	17.5783	0.1510	4.5156	3.8928	0.44
3.91	17.6695	0.1497	4.5213	3.9080	0.44
3.92	17.7608	0.1485	4.5270	3.9233	0.44
3.93	17.8524	0.1472	4.5326	3.9386	0.44
3.94	17.9442	0.1460	4.5383	3.9540	0.44
3.95	18.0363	0.1448	4.5439	3.9694	0.44
3.96	18.1285	0.1435	4.5494	3.9848	0.44
3.97	18.2211	0.1423	4.5550	4.0003	0.44
3.98	18.3138	0.1411	4.5605	4.0158	0.44
3.99	18.4068	0.1399	4.5660	4.0313	0.44
4.00	18.5000	0.1388	4.5714	4.0469	0.43
4.10	19.4450	0.1276	4.6245	4.2048	0.43
4.20	20.4133	0.1173	4.6749	4.3666	0.43
4.30	21.4050	0.1080	4.7229	4.5322	0.43
4.40	22.4200	0.0995	4.7685	4.7017	0.43
4.50	23.4583	0.0917	4.8119	4.8751	0.42
4.60	24.5200	0.0846	4.8532	5.0523	0.42
4.70	25.6050	0.0781	4.8926	5.2334	0.42
4.80	26.7133	0.0721	4.9301	5.4184	0.42
4.90	27.8450	0.0667	4.9659	5.6073	0.42
5.00	29.0000	0.0617	5.0000	5.8000	0.42
5.10	30.1783	0.0572	5.0326	5.9966	0.41
5.20	31.3800	0.0530	5.0637	6.1971	0.41

5.30	32.6050	0.0491	5.0934	6.4014	0.41
5.40	33.8533	0.0456	5.1218	6.6097	0.41
5.50	35.1250	0.0424	5.1489	6.8218	0.41
5.60	36.4200	0.0394	5.1749	7.0378	0.41
5.70	37.7383	0.0366	5.1998	7.2577	0.41
5.80	39.0800	0.0341	5.2236	7.4814	0.41
5.90	40.4450	0.0318	5.2464	7.7091	0.41
6.00	41.8333	0.0297	5.2683	7.9406	0.40
6.10	43.2450	0.0277	5.2893	8.1760	0.40
6.20	44.6800	0.0258	5.3094	8.4153	0.40
6.30	46.1383	0.0242	5.3287	8.6584	0.40
6.40	47.6200	0.0226	5.3473	8.9055	0.40
6.50	49.1250	0.0211	5.3651	9.1564	0.40
6.60	50.6533	0.0198	5.3822	9.4113	0.40
6.70	52.2050	0.0186	5.3987	9.6700	0.40
6.80	53.7800	0.0174	5.4145	9.9326	0.40
6.90	55.3783	0.0163	5.4298	10.1990	0.40
7.00	57.0000	0.0154	5.4444	10.4694	0.40
7.50	65.4583	0.0113	5.5102	11.8795	0.39
8.00	74.5000	0.0085	5.5652	13.3867	0.39
8.50	84.1250	0.0064	5.6117	14.9911	0.39
9.00	94.3333	0.0050	5.6512	16.6927	0.39
9.50	105.1250	0.0039	5.6850	18.4915	0.39
10.00	116.5000	0.0030	5.7143	20.3875	0.39

Prilog 4

Tablica 11. Prandtl-Meyer-ove funkcije i Mach-ov kut

<i>Ma</i>	<i>v</i>	$\mu$		<i>Ma</i>	<i>v</i>	$\mu$		<i>M</i>	<i>v</i>	$\mu$
1.00	0.0000	90.0000		2.46	38.1831	23.9854		5.30	79.5962	10.8757
1.02	0.1257	78.6351		2.48	38.6551	23.7800		5.35	80.0180	10.7729
1.04	0.3510	74.0576		2.50	39.1236	23.5782		5.40	80.4332	10.6719
1.06	0.6367	70.6300		2.52	39.5886	23.3799		5.45	80.8421	10.5729
1.08	0.9680	67.8084		2.54	40.0503	23.1850		5.50	81.2448	10.4757
1.10	1.3362	65.3800		2.56	40.5085	22.9934		5.55	81.6413	10.3803
1.12	1.7350	63.2345		2.58	40.9633	22.8051		5.60	82.0319	10.2866
1.14	2.1600	61.3056		2.60	41.4147	22.6199		5.65	82.4166	10.1946
1.16	2.6073	59.5497		2.62	41.8628	22.4377		5.70	82.7956	10.1042
1.18	3.0743	57.9362		2.64	42.3074	22.2586		5.75	83.1689	10.0154
1.20	3.5582	56.4427		2.66	42.7488	22.0824		5.80	83.5368	9.9282
1.22	4.0572	55.0520		2.68	43.1868	21.9090		5.85	83.8993	9.8425
1.24	4.5694	53.7507		2.70	43.6215	21.7385		5.9	84.2565	9.7583
1.26	5.0931	52.5280		2.72	44.0529	21.5706		5.95	84.6085	9.6755
1.28	5.6272	51.3752		2.74	44.4810	21.4053		6.00	84.9555	9.5941
1.30	6.1703	50.2849		2.76	44.9059	21.2427		6.05	85.2975	9.5140
1.32	6.7213	49.2509		2.78	45.3275	21.0825		6.10	85.6347	9.4353
1.34	7.2794	48.2682		2.80	45.7459	20.9248		6.15	85.9671	9.3579
1.36	7.8435	47.3321		2.82	46.1611	20.7695		6.20	86.2948	9.2818
1.38	8.4130	46.4387		2.84	46.5731	20.6166		6.25	86.6179	9.2069
1.40	8.9870	45.5847		2.86	46.9820	20.4659		6.30	86.9366	9.1332
1.42	9.5650	44.7670		2.88	47.3877	20.3175		6.35	87.2509	9.0607
1.44	10.1464	43.9830		2.90	47.7903	20.1713		6.40	87.5608	8.9893
1.46	10.7305	43.2302		2.92	48.1898	20.0272		6.45	87.8666	8.9190
1.48	11.3169	42.5066		2.94	48.5863	19.8852		6.50	88.1682	8.8499
1.50	11.9052	41.8103		2.96	48.9796	19.7452		6.55	88.4657	8.7818
1.52	12.4949	41.1395		2.98	49.3700	19.6072		6.60	88.7592	8.7147
1.54	13.0856	40.4927		3.00	49.7573	19.4712		6.65	89.0488	8.6487
1.56	13.6770	39.8683		3.05	50.7127	19.1395		6.70	89.3346	8.5837
1.58	14.2686	39.2652		3.10	51.6497	18.8191		6.75	89.6167	8.5196
1.60	14.8604	38.6822		3.15	52.5688	18.5094		6.80	89.8950	8.4565
1.62	15.4518	38.1181		3.20	53.4703	18.2100		6.85	90.1697	8.3943
1.64	16.0427	37.5719		3.25	54.3546	17.9202		6.90	90.4408	8.3331
1.66	16.6328	37.0427		3.30	55.2220	17.6397		6.95	90.7085	8.2727
1.68	17.2220	36.5296		3.35	56.0728	17.3680		7.00	90.9727	8.2132
1.70	17.8099	36.0319		3.40	56.9075	17.1046		7.10	91.4912	8.0967
1.72	18.3964	35.5487		3.45	57.7264	16.8493		7.20	91.9966	7.9836
1.74	18.9814	35.0795		3.50	58.5298	16.6015		7.30	92.4896	7.8735
1.76	19.5646	34.6235		3.55	59.3180	16.3611		7.40	92.9704	7.7664
1.78	20.1458	34.1802		3.60	60.0915	16.1276		7.50	93.4397	7.6623

1.80	20.7251	33.7490		3.65	60.8504	15.9008		7.60	93.8977	7.5608
1.82	21.3021	33.3293		3.70	61.5953	15.6804		7.70	94.3448	7.4621
1.84	21.8768	32.9207		3.75	62.3263	15.4660		7.80	94.7814	7.3659
1.86	22.4492	32.5227		3.80	63.0438	15.2575		7.9	95.2080	7.2721
1.88	23.0190	32.1349		3.85	63.7481	15.0547		8.00	95.6247	7.1808
1.90	23.5861	31.75869		3.90	64.4395	14.8572		9.00	99.3181	6.3794
1.92	24.1506	31.3882		3.95	65.1183	14.6649		10.00	102.3163	5.7392
1.94	24.7123	31.0285		4.00	65.7848	14.4775		11.00	104.7957	5.2159
1.96	25.2711	30.6774		4.05	66.4393	14.2949		12.00	106.8786	4.7802
1.98	25.8269	30.3347		4.10	67.0820	14.1170		13.00	108.6522	4.4117
2.00	26.3798	30.0000		4.15	67.7132	13.9434		14.00	110.1798	4.0960
2.02	26.9295	29.6730		4.20	68.3332	13.7741		15.00	111.5091	3.8226
2.04	27.4762	29.3535		4.25	68.9423	13.6090		16.00	112.6759	3.5833
2.06	28.0197	29.0411		4.30	69.5406	13.4477		17.00	113.7082	3.3723
2.08	28.5600	28.7357		4.35	70.1285	13.2903		18.00	114.6278	3.1847
2.10	29.0971	28.4369		4.40	70.7062	13.1366		19.00	115.4522	3.0170
2.12	29.6308	28.1446		4.45	71.2738	12.9864		20.00	116.1953	2.8660
2.14	30.1613	27.8585		4.50	71.8317	12.8396		22.00	117.4813	2.6053
2.16	30.6884	27.5785		4.55	72.3801	12.6961		24.00	118.5553	2.3880
2.18	31.2121	27.3043		4.60	72.9192	12.5559		26.00	119.4654	2.2042
2.20	31.7325	27.0357		4.65	73.4491	12.4187		28.00	120.2465	2.0467
2.22	32.2494	26.7726		4.70	73.9701	12.2845		30.00	120.9242	1.9102
2.24	32.7629	26.5148		4.75	74.4824	12.1532		32.00	121.5176	1.7908
2.26	33.2730	26.2621		4.80	74.9863	12.0247		34.00	122.0416	1.6854
2.28	33.7796	26.0144		4.85	75.4818	11.8989		36.00	122.5076	1.5918
2.30	34.2828	25.7715		4.90	75.9691	11.7757		38.00	122.9247	1.5080
2.32	34.7825	25.5332		4.95	76.4486	11.6551		40.00	123.3003	1.4325
2.34	35.2787	25.2995		5.00	76.9202	11.5370		42.00	123.6402	1.3643
2.36	35.7715	25.0702		5.05	77.3843	11.4212		44.00	123.9493	1.3023
2.38	36.2607	24.8452		5.10	77.8409	11.3077		46.00	124.2317	1.2457
2.40	36.7465	24.6243		5.15	78.2902	11.1965		48.00	124.4905	1.1937
2.42	37.2289	24.4075		5.20	78.7324	11.0875		50.00	124.7287	1.1460
2.44	37.7077	24.1945		5.25	79.1677	10.9806				



Tablica 12. Karakteristike izentropskog strujanja

$Ma$	$p/p_0$	$\rho/\rho_0$	$T/T_0$	$A/A^*$
0.0000E+00	1.0000E+00	6.3394E-01	9.2560E-01	$\infty$
1.0000E-02	9.9993E-01	6.3398E-01	9.2560E-01	5.7874E+01
2.0000E-02	9.9972E-01	6.3409E-01	9.2557E-01	2.8942E+01
3.0000E-02	9.9937E-01	6.3427E-01	9.2553E-01	1.9301E+01
4.0000E-02	9.9888E-01	6.3453E-01	9.2548E-01	1.4481E+01
5.0000E-02	9.9825E-01	6.3486E-01	9.2540E-01	1.1591E+01
6.0000E-02	9.9748E-01	6.3527E-01	9.2532E-01	9.6659E+00
7.0000E-02	9.9658E-01	6.3575E-01	9.2521E-01	8.2915E+00
8.0000E-02	9.9553E-01	6.3630E-01	9.2509E-01	7.2616E+00
9.0000E-02	9.9435E-01	6.3692E-01	9.2495E-01	6.4613E+00
1.0000E-01	9.9303E-01	6.3762E-01	9.2480E-01	5.8218E+00
1.1000E-01	9.9158E-01	6.3839E-01	9.2463E-01	5.2992E+00
1.2000E-01	9.8998E-01	6.3923E-01	9.2445E-01	4.8643E+00
1.3000E-01	9.8826E-01	6.4015E-01	9.2425E-01	4.4969E+00
1.4000E-01	9.8640E-01	6.4113E-01	9.2404E-01	4.1824E+00
1.5000E-01	9.8441E-01	6.4219E-01	9.2380E-01	3.9103E+00
1.6000E-01	9.8228E-01	6.4331E-01	9.2356E-01	3.6727E+00
1.7000E-01	9.8003E-01	6.4450E-01	9.2330E-01	3.4635E+00
1.8000E-01	9.7765E-01	6.4577E-01	9.2302E-01	3.2779E+00
1.9000E-01	9.7514E-01	6.4710E-01	9.2272E-01	3.1123E+00
2.0000E-01	9.7250E-01	6.4850E-01	9.2242E-01	2.9635E+00
2.1000E-01	9.6973E-01	6.4996E-01	9.2209E-01	2.8293E+00
2.2000E-01	9.6685E-01	6.5150E-01	9.2175E-01	2.7076E+00
2.3000E-01	9.6383E-01	6.5309E-01	9.2140E-01	2.5968E+00
2.4000E-01	9.6070E-01	6.5476E-01	9.2103E-01	2.4956E+00
2.5000E-01	9.5745E-01	6.5648E-01	9.2065E-01	2.4027E+00
2.6000E-01	9.5408E-01	6.5827E-01	9.2025E-01	2.3173E+00
2.7000E-01	9.5060E-01	6.6012E-01	9.1983E-01	2.2385E+00
2.8000E-01	9.4700E-01	6.6204E-01	9.1941E-01	2.1656E+00
2.9000E-01	9.4329E-01	6.6401E-01	9.1896E-01	2.0979E+00
3.0000E-01	9.3947E-01	6.6604E-01	9.1851E-01	2.0351E+00
3.1000E-01	9.3554E-01	6.6813E-01	9.1804E-01	1.9765E+00
3.2000E-01	9.3150E-01	6.7028E-01	9.1755E-01	1.9219E+00
3.3000E-01	9.2736E-01	6.7248E-01	9.1706E-01	1.8707E+00
3.4000E-01	9.2312E-01	6.7474E-01	9.1654E-01	1.8229E+00
3.5000E-01	9.1877E-01	6.7705E-01	9.1602E-01	1.7780E+00
3.6000E-01	9.1433E-01	6.7942E-01	9.1548E-01	1.7358E+00
3.7000E-01	9.0979E-01	6.8183E-01	9.1493E-01	1.6961E+00
3.8000E-01	9.0516E-01	6.8430E-01	9.1437E-01	1.6587E+00
3.9000E-01	9.0043E-01	6.8682E-01	9.1379E-01	1.6234E+00
4.0000E-01	8.9561E-01	6.8938E-01	9.1320E-01	1.5901E+00
4.1000E-01	8.9071E-01	6.9199E-01	9.1260E-01	1.5587E+00
4.2000E-01	8.8572E-01	6.9464E-01	9.1199E-01	1.5289E+00
4.3000E-01	8.8065E-01	6.9734E-01	9.1136E-01	1.5007E+00
4.4000E-01	8.7550E-01	7.0008E-01	9.1073E-01	1.4740E+00
4.5000E-01	8.7027E-01	7.0285E-01	9.1008E-01	1.4487E+00
4.6000E-01	8.6496E-01	7.0567E-01	9.0943E-01	1.4246E+00
4.7000E-01	8.5958E-01	7.0853E-01	9.0876E-01	1.4018E+00
4.8000E-01	8.5413E-01	7.1142E-01	9.0808E-01	1.3801E+00
4.9000E-01	8.4861E-01	7.1435E-01	9.0739E-01	1.3595E+00

5.0000E-01	8.4302E-01	7.1731E-01	9.0670E-01	1.3398E+00
5.1000E-01	8.3737E-01	7.2030E-01	9.0599E-01	1.3212E+00
5.2000E-01	8.3165E-01	7.2332E-01	9.0527E-01	1.3034E+00
5.3000E-01	8.2588E-01	7.2637E-01	9.0455E-01	1.2865E+00
5.4000E-01	8.2005E-01	7.2944E-01	9.0382E-01	1.2703E+00
5.5000E-01	8.1417E-01	7.3255E-01	9.0308E-01	1.2549E+00
5.6000E-01	8.0823E-01	7.3567E-01	9.0233E-01	1.2403E+00
5.7000E-01	8.0224E-01	7.3882E-01	9.0158E-01	1.2263E+00
5.8000E-01	7.9621E-01	7.4198E-01	9.0081E-01	1.2130E+00
5.9000E-01	7.9013E-01	7.4517E-01	9.0005E-01	1.2003E+00
6.0000E-01	7.8400E-01	7.4837E-01	8.9927E-01	1.1882E+00
6.1000E-01	7.7784E-01	7.5159E-01	8.9849E-01	1.1767E+00
6.2000E-01	7.7164E-01	7.5482E-01	8.9771E-01	1.1656E+00
6.3000E-01	7.6540E-01	7.5806E-01	8.9692E-01	1.1552E+00
6.4000E-01	7.5913E-01	7.6131E-01	8.9612E-01	1.1451E+00
6.5000E-01	7.5283E-01	7.6458E-01	8.9532E-01	1.1356E+00
6.6000E-01	7.4650E-01	7.6784E-01	8.9452E-01	1.1265E+00
6.7000E-01	7.4014E-01	7.7112E-01	8.9371E-01	1.1179E+00
6.8000E-01	7.3376E-01	7.7440E-01	8.9291E-01	1.1097E+00
6.9000E-01	7.2735E-01	7.7768E-01	8.9210E-01	1.1018E+00
7.0000E-01	7.2093E-01	7.8096E-01	8.9128E-01	1.0944E+00
7.1000E-01	7.1448E-01	7.8424E-01	8.9047E-01	1.0873E+00
7.2000E-01	7.0803E-01	7.8752E-01	8.8965E-01	1.0806E+00
7.3000E-01	7.0155E-01	7.9080E-01	8.8883E-01	1.0742E+00
7.4000E-01	6.9507E-01	7.9406E-01	8.8801E-01	1.0681E+00
7.5000E-01	6.8857E-01	7.9733E-01	8.8720E-01	1.0624E+00
7.6000E-01	6.8207E-01	8.0058E-01	8.8638E-01	1.0570E+00
7.7000E-01	6.7556E-01	8.0383E-01	8.8556E-01	1.0519E+00
7.8000E-01	6.6905E-01	8.0706E-01	8.8474E-01	1.0471E+00
7.9000E-01	6.6254E-01	8.1028E-01	8.8393E-01	1.0425E+00
8.0000E-01	6.5602E-01	8.1349E-01	8.8312E-01	1.0382E+00
8.1000E-01	6.4951E-01	8.1668E-01	8.8231E-01	1.0342E+00
8.2000E-01	6.4300E-01	8.1986E-01	8.8150E-01	1.0305E+00
8.3000E-01	6.3650E-01	8.2302E-01	8.8069E-01	1.0270E+00
8.4000E-01	6.3000E-01	8.2616E-01	8.7989E-01	1.0237E+00
8.5000E-01	6.2351E-01	8.2928E-01	8.7909E-01	1.0207E+00
8.6000E-01	6.1703E-01	8.3238E-01	8.7829E-01	1.0179E+00
8.7000E-01	6.1057E-01	8.3546E-01	8.7750E-01	1.0153E+00
8.8000E-01	6.0412E-01	8.3851E-01	8.7672E-01	1.0129E+00
8.9000E-01	5.9768E-01	8.4154E-01	8.7593E-01	1.0108E+00
9.0000E-01	5.9126E-01	8.4455E-01	8.7516E-01	1.0089E+00
9.1000E-01	5.8486E-01	8.4753E-01	8.7439E-01	1.0071E+00
9.2000E-01	5.7848E-01	8.5048E-01	8.7362E-01	1.0056E+00
9.3000E-01	5.7211E-01	8.5340E-01	8.7286E-01	1.0043E+00
9.4000E-01	5.6578E-01	8.5630E-01	8.7211E-01	1.0031E+00
9.5000E-01	5.5946E-01	8.5916E-01	8.7136E-01	1.0021E+00
9.6000E-01	5.5317E-01	8.6200E-01	8.7062E-01	1.0014E+00
9.7000E-01	5.4691E-01	8.6481E-01	8.6988E-01	1.0008E+00
9.8000E-01	5.4067E-01	8.6758E-01	8.6916E-01	1.0003E+00
9.9000E-01	5.3446E-01	8.7032E-01	8.6844E-01	1.0001E+00
1.0000E+00	5.2828E-01	8.7303E-01	8.6773E-01	1.0000E+00
1.0100E+00	5.2213E-01	8.7571E-01	8.6702E-01	1.0001E+00
1.0200E+00	5.1602E-01	8.7835E-01	8.6633E-01	1.0003E+00
1.0300E+00	5.0994E-01	8.8095E-01	8.6564E-01	1.0007E+00
1.0400E+00	5.0389E-01	8.8353E-01	8.6496E-01	1.0013E+00
1.0500E+00	4.9787E-01	8.8607E-01	8.6429E-01	1.0020E+00
1.0600E+00	4.9189E-01	8.8857E-01	8.6362E-01	1.0029E+00

1.0700E+00	4.8595E-01	8.9104E-01	8.6297E-01	1.0039E+00
1.0800E+00	4.8005E-01	8.9347E-01	8.6232E-01	1.0051E+00
1.0900E+00	4.7418E-01	8.9586E-01	8.6169E-01	1.0064E+00
1.1000E+00	4.6835E-01	8.9822E-01	8.6106E-01	1.0079E+00
1.1100E+00	4.6257E-01	9.0054E-01	8.6044E-01	1.0095E+00
1.1200E+00	4.5682E-01	9.0283E-01	8.5983E-01	1.0113E+00
1.1300E+00	4.5111E-01	9.0508E-01	8.5923E-01	1.0132E+00
1.1400E+00	4.4545E-01	9.0729E-01	8.5864E-01	1.0153E+00
1.1500E+00	4.3983E-01	9.0946E-01	8.5806E-01	1.0175E+00
1.1600E+00	4.3425E-01	9.1160E-01	8.5748E-01	1.0198E+00
1.1700E+00	4.2872E-01	9.1370E-01	8.5692E-01	1.0222E+00
1.1800E+00	4.2322E-01	9.1577E-01	8.5637E-01	1.0248E+00
1.1900E+00	4.1778E-01	9.1780E-01	8.5582E-01	1.0276E+00
1.2000E+00	4.1238E-01	9.1979E-01	8.5528E-01	1.0304E+00
1.2100E+00	4.0702E-01	9.2174E-01	8.5476E-01	1.0334E+00
1.2200E+00	4.0171E-01	9.2366E-01	8.5424E-01	1.0366E+00
1.2300E+00	3.9645E-01	9.2554E-01	8.5373E-01	1.0398E+00
1.2400E+00	3.9123E-01	9.2739E-01	8.5323E-01	1.0432E+00
1.2500E+00	3.8606E-01	9.2920E-01	8.5275E-01	1.0468E+00
1.2600E+00	3.8093E-01	9.3098E-01	8.5227E-01	1.0504E+00
1.2700E+00	3.7586E-01	9.3272E-01	8.5179E-01	1.0542E+00
1.2800E+00	3.7083E-01	9.3442E-01	8.5133E-01	1.0581E+00
1.2900E+00	3.6585E-01	9.3609E-01	8.5088E-01	1.0621E+00
1.3000E+00	3.6091E-01	9.3773E-01	8.5044E-01	1.0663E+00
1.3100E+00	3.5603E-01	9.3933E-01	8.5000E-01	1.0706E+00
1.3200E+00	3.5119E-01	9.4090E-01	8.4958E-01	1.0750E+00
1.3300E+00	3.4640E-01	9.4243E-01	8.4916E-01	1.0796E+00
1.3400E+00	3.4166E-01	9.4394E-01	8.4875E-01	1.0842E+00
1.3500E+00	3.3697E-01	9.4541E-01	8.4835E-01	1.0890E+00
1.3600E+00	3.3233E-01	9.4684E-01	8.4796E-01	1.0940E+00
1.3700E+00	3.2773E-01	9.4825E-01	8.4758E-01	1.0990E+00
1.3800E+00	3.2319E-01	9.4963E-01	8.4720E-01	1.1042E+00
1.3900E+00	3.1869E-01	9.5097E-01	8.4683E-01	1.1095E+00
1.4000E+00	3.1424E-01	9.5228E-01	8.4648E-01	1.1149E+00
1.4100E+00	3.0984E-01	9.5357E-01	8.4613E-01	1.1205E+00
1.4200E+00	3.0549E-01	9.5482E-01	8.4578E-01	1.1262E+00
1.4300E+00	3.0118E-01	9.5605E-01	8.4545E-01	1.1320E+00
1.4400E+00	2.9693E-01	9.5724E-01	8.4512E-01	1.1379E+00
1.4500E+00	2.9272E-01	9.5841E-01	8.4480E-01	1.1440E+00
1.4600E+00	2.8856E-01	9.5955E-01	8.4449E-01	1.1501E+00
1.4700E+00	2.8445E-01	9.6066E-01	8.4419E-01	1.1565E+00
1.4800E+00	2.8039E-01	9.6175E-01	8.4389E-01	1.1629E+00
1.4900E+00	2.7637E-01	9.6281E-01	8.4360E-01	1.1695E+00
1.5000E+00	2.7240E-01	9.6384E-01	8.4331E-01	1.1762E+00
1.5100E+00	2.6848E-01	9.6485E-01	8.4304E-01	1.1830E+00
1.5200E+00	2.6461E-01	9.6583E-01	8.4277E-01	1.1899E+00
1.5300E+00	2.6078E-01	9.6679E-01	8.4250E-01	1.1970E+00
1.5400E+00	2.5700E-01	9.6772E-01	8.4225E-01	1.2042E+00
1.5500E+00	2.5326E-01	9.6864E-01	8.4200E-01	1.2116E+00
1.5600E+00	2.4957E-01	9.6952E-01	8.4175E-01	1.2190E+00
1.5700E+00	2.4593E-01	9.7039E-01	8.4152E-01	1.2266E+00
1.5800E+00	2.4233E-01	9.7123E-01	8.4129E-01	1.2344E+00
1.5900E+00	2.3878E-01	9.7205E-01	8.4106E-01	1.2422E+00
1.6000E+00	2.3527E-01	9.7285E-01	8.4084E-01	1.2502E+00
1.6100E+00	2.3181E-01	9.7363E-01	8.4063E-01	1.2584E+00
1.6200E+00	2.2839E-01	9.7439E-01	8.4042E-01	1.2666E+00
1.6300E+00	2.2501E-01	9.7513E-01	8.4021E-01	1.2750E+00

1.6400E+00	2.2168E-01	9.7584E-01	8.4002E-01	1.2836E+00
1.6500E+00	2.1839E-01	9.7654E-01	8.3982E-01	1.2922E+00
1.6600E+00	2.1515E-01	9.7723E-01	8.3963E-01	1.3010E+00
1.6700E+00	2.1195E-01	9.7789E-01	8.3945E-01	1.3100E+00
1.6800E+00	2.0879E-01	9.7853E-01	8.3927E-01	1.3190E+00
1.6900E+00	2.0567E-01	9.7916E-01	8.3910E-01	1.3283E+00
1.7000E+00	2.0259E-01	9.7977E-01	8.3893E-01	1.3376E+00
1.7100E+00	1.9956E-01	9.8036E-01	8.3877E-01	1.3471E+00
1.7200E+00	1.9656E-01	9.8094E-01	8.3861E-01	1.3567E+00
1.7300E+00	1.9361E-01	9.8150E-01	8.3846E-01	1.3665E+00
1.7400E+00	1.9070E-01	9.8205E-01	8.3831E-01	1.3764E+00
1.7500E+00	1.8782E-01	9.8258E-01	8.3816E-01	1.3865E+00
1.7600E+00	1.8499E-01	9.8309E-01	8.3802E-01	1.3967E+00
1.7700E+00	1.8219E-01	9.8359E-01	8.3788E-01	1.4070E+00
1.7800E+00	1.7944E-01	9.8408E-01	8.3774E-01	1.4175E+00
1.7900E+00	1.7672E-01	9.8455E-01	8.3761E-01	1.4282E+00
1.8000E+00	1.7404E-01	9.8501E-01	8.3749E-01	1.4390E+00
1.8100E+00	1.7140E-01	9.8546E-01	8.3736E-01	1.4499E+00
1.8200E+00	1.6879E-01	9.8590E-01	8.3724E-01	1.4610E+00
1.8300E+00	1.6622E-01	9.8632E-01	8.3713E-01	1.4723E+00
1.8400E+00	1.6369E-01	9.8673E-01	8.3701E-01	1.4836E+00
1.8500E+00	1.6119E-01	9.8713E-01	8.3690E-01	1.4952E+00
1.8600E+00	1.5873E-01	9.8751E-01	8.3679E-01	1.5069E+00
1.8700E+00	1.5631E-01	9.8789E-01	8.3669E-01	1.5187E+00
1.8800E+00	1.5392E-01	9.8825E-01	8.3659E-01	1.5308E+00
1.8900E+00	1.5156E-01	9.8861E-01	8.3649E-01	1.5429E+00
1.9000E+00	1.4924E-01	9.8895E-01	8.3640E-01	1.5553E+00
1.9100E+00	1.4695E-01	9.8928E-01	8.3630E-01	1.5677E+00
1.9200E+00	1.4470E-01	9.8961E-01	8.3621E-01	1.5804E+00
1.9300E+00	1.4247E-01	9.8992E-01	8.3613E-01	1.5932E+00
1.9400E+00	1.4028E-01	9.9023E-01	8.3604E-01	1.6062E+00
1.9500E+00	1.3813E-01	9.9052E-01	8.3596E-01	1.6193E+00
1.9600E+00	1.3600E-01	9.9081E-01	8.3588E-01	1.6326E+00
1.9700E+00	1.3390E-01	9.9109E-01	8.3580E-01	1.6461E+00
1.9800E+00	1.3184E-01	9.9136E-01	8.3573E-01	1.6597E+00
1.9900E+00	1.2981E-01	9.9162E-01	8.3566E-01	1.6735E+00
2.0000E+00	1.2780E-01	9.9188E-01	8.3559E-01	1.6875E+00
2.0100E+00	1.2583E-01	9.9213E-01	8.3552E-01	1.7016E+00
2.0200E+00	1.2389E-01	9.9237E-01	8.3545E-01	1.7160E+00
2.0300E+00	1.2197E-01	9.9260E-01	8.3539E-01	1.7305E+00
2.0400E+00	1.2009E-01	9.9283E-01	8.3532E-01	1.7451E+00
2.0500E+00	1.1823E-01	9.9304E-01	8.3526E-01	1.7600E+00
2.0600E+00	1.1640E-01	9.9326E-01	8.3520E-01	1.7750E+00
2.0700E+00	1.1460E-01	9.9346E-01	8.3515E-01	1.7902E+00
2.0800E+00	1.1282E-01	9.9366E-01	8.3509E-01	1.8056E+00
2.0900E+00	1.1107E-01	9.9386E-01	8.3504E-01	1.8212E+00
2.1000E+00	1.0935E-01	9.9405E-01	8.3499E-01	1.8369E+00
2.1100E+00	1.0766E-01	9.9423E-01	8.3494E-01	1.8529E+00
2.1200E+00	1.0599E-01	9.9441E-01	8.3489E-01	1.8690E+00
2.1300E+00	1.0434E-01	9.9458E-01	8.3484E-01	1.8853E+00
2.1400E+00	1.0273E-01	9.9474E-01	8.3479E-01	1.9018E+00
2.1500E+00	1.0113E-01	9.9490E-01	8.3475E-01	1.9185E+00
2.1600E+00	9.9562E-02	9.9506E-01	8.3470E-01	1.9354E+00
2.1700E+00	9.8017E-02	9.9521E-01	8.3466E-01	1.9525E+00
2.1800E+00	9.6495E-02	9.9536E-01	8.3462E-01	1.9698E+00
2.1900E+00	9.4997E-02	9.9550E-01	8.3458E-01	1.9873E+00
2.2000E+00	9.3522E-02	9.9564E-01	8.3454E-01	2.0050E+00

2.2100E+00	9.2069E-02	9.9577E-01	8.3451E-01	2.0229E+00
2.2200E+00	9.0640E-02	9.9590E-01	8.3447E-01	2.0409E+00
2.2300E+00	8.9232E-02	9.9603E-01	8.3444E-01	2.0592E+00
2.2400E+00	8.7846E-02	9.9615E-01	8.3440E-01	2.0777E+00
2.2500E+00	8.6482E-02	9.9627E-01	8.3437E-01	2.0964E+00
2.2600E+00	8.5139E-02	9.9638E-01	8.3434E-01	2.1153E+00
2.2700E+00	8.3817E-02	9.9650E-01	8.3431E-01	2.1345E+00
2.2800E+00	8.2515E-02	9.9660E-01	8.3428E-01	2.1538E+00
2.2900E+00	8.1234E-02	9.9671E-01	8.3425E-01	2.1734E+00
2.3000E+00	7.9973E-02	9.9681E-01	8.3422E-01	2.1931E+00
2.3100E+00	7.8731E-02	9.9691E-01	8.3419E-01	2.2131E+00
2.3200E+00	7.7509E-02	9.9700E-01	8.3417E-01	2.2333E+00
2.3300E+00	7.6306E-02	9.9709E-01	8.3414E-01	2.2538E+00
2.3400E+00	7.5122E-02	9.9718E-01	8.3412E-01	2.2744E+00
2.3500E+00	7.3957E-02	9.9727E-01	8.3409E-01	2.2953E+00
2.3600E+00	7.2810E-02	9.9735E-01	8.3407E-01	2.3164E+00
2.3700E+00	7.1681E-02	9.9744E-01	8.3405E-01	2.3377E+00
2.3800E+00	7.0570E-02	9.9751E-01	8.3402E-01	2.3593E+00
2.3900E+00	6.9476E-02	9.9759E-01	8.3400E-01	2.3811E+00
2.4000E+00	6.8399E-02	9.9766E-01	8.3398E-01	2.4031E+00
2.4100E+00	6.7340E-02	9.9774E-01	8.3396E-01	2.4254E+00
2.4200E+00	6.6297E-02	9.9781E-01	8.3394E-01	2.4479E+00
2.4300E+00	6.5271E-02	9.9787E-01	8.3392E-01	2.4706E+00
2.4400E+00	6.4261E-02	9.9794E-01	8.3391E-01	2.4936E+00
2.4500E+00	6.3267E-02	9.9800E-01	8.3389E-01	2.5168E+00
2.4600E+00	6.2288E-02	9.9806E-01	8.3387E-01	2.5403E+00
2.4700E+00	6.1326E-02	9.9812E-01	8.3385E-01	2.5640E+00
2.4800E+00	6.0378E-02	9.9818E-01	8.3384E-01	2.5880E+00
2.4900E+00	5.9445E-02	9.9824E-01	8.3382E-01	2.6122E+00
2.5000E+00	5.8528E-02	9.9829E-01	8.3381E-01	2.6367E+00
2.5100E+00	5.7624E-02	9.9834E-01	8.3379E-01	2.6615E+00
2.5200E+00	5.6736E-02	9.9839E-01	8.3378E-01	2.6865E+00
2.5300E+00	5.5861E-02	9.9844E-01	8.3377E-01	2.7117E+00
2.5400E+00	5.5000E-02	9.9849E-01	8.3375E-01	2.7372E+00
2.5500E+00	5.4153E-02	9.9854E-01	8.3374E-01	2.7630E+00
2.5600E+00	5.3319E-02	9.9858E-01	8.3373E-01	2.7891E+00
2.5700E+00	5.2499E-02	9.9862E-01	8.3372E-01	2.8154E+00
2.5800E+00	5.1692E-02	9.9867E-01	8.3370E-01	2.8420E+00
2.5900E+00	5.0897E-02	9.9871E-01	8.3369E-01	2.8688E+00
2.6000E+00	5.0115E-02	9.9875E-01	8.3368E-01	2.8960E+00
2.6100E+00	4.9346E-02	9.9878E-01	8.3367E-01	2.9234E+00
2.6200E+00	4.8589E-02	9.9882E-01	8.3366E-01	2.9511E+00
2.6300E+00	4.7844E-02	9.9886E-01	8.3365E-01	2.9791E+00
2.6400E+00	4.7110E-02	9.9889E-01	8.3364E-01	3.0073E+00
2.6500E+00	4.6389E-02	9.9892E-01	8.3363E-01	3.0359E+00
2.6600E+00	4.5679E-02	9.9896E-01	8.3362E-01	3.0647E+00
2.6700E+00	4.4980E-02	9.9899E-01	8.3361E-01	3.0938E+00
2.6800E+00	4.4292E-02	9.9902E-01	8.3361E-01	3.1233E+00
2.6900E+00	4.3616E-02	9.9905E-01	8.3360E-01	3.1530E+00
2.7000E+00	4.2950E-02	9.9908E-01	8.3359E-01	3.1830E+00
2.7100E+00	4.2295E-02	9.9911E-01	8.3358E-01	3.2133E+00
2.7200E+00	4.1650E-02	9.9913E-01	8.3357E-01	3.2440E+00
2.7300E+00	4.1016E-02	9.9916E-01	8.3357E-01	3.2749E+00
2.7400E+00	4.0391E-02	9.9918E-01	8.3356E-01	3.3061E+00
2.7500E+00	3.9777E-02	9.9921E-01	8.3355E-01	3.3377E+00
2.7600E+00	3.9172E-02	9.9923E-01	8.3355E-01	3.3695E+00
2.7700E+00	3.8577E-02	9.9926E-01	8.3354E-01	3.4017E+00

2.7800E+00	3.7992E-02	9.9928E-01	8.3353E-01	3.4342E+00
2.7900E+00	3.7415E-02	9.9930E-01	8.3353E-01	3.4670E+00
2.8000E+00	3.6848E-02	9.9932E-01	8.3352E-01	3.5001E+00
2.8100E+00	3.6290E-02	9.9934E-01	8.3352E-01	3.5336E+00
2.8200E+00	3.5741E-02	9.9936E-01	8.3351E-01	3.5674E+00
2.8300E+00	3.5201E-02	9.9938E-01	8.3351E-01	3.6015E+00
2.8400E+00	3.4669E-02	9.9940E-01	8.3350E-01	3.6359E+00
2.8500E+00	3.4146E-02	9.9942E-01	8.3350E-01	3.6707E+00
2.8600E+00	3.3631E-02	9.9943E-01	8.3349E-01	3.7058E+00
2.8700E+00	3.3124E-02	9.9945E-01	8.3349E-01	3.7413E+00
2.8800E+00	3.2625E-02	9.9947E-01	8.3348E-01	3.7771E+00
2.8900E+00	3.2134E-02	9.9948E-01	8.3348E-01	3.8133E+00
2.9000E+00	3.1651E-02	9.9950E-01	8.3347E-01	3.8498E+00
2.9100E+00	3.1176E-02	9.9951E-01	8.3347E-01	3.8866E+00
2.9200E+00	3.0708E-02	9.9953E-01	8.3346E-01	3.9238E+00
2.9300E+00	3.0248E-02	9.9954E-01	8.3346E-01	3.9614E+00
2.9400E+00	2.9795E-02	9.9956E-01	8.3346E-01	3.9993E+00
2.9500E+00	2.9349E-02	9.9957E-01	8.3345E-01	4.0376E+00
2.9600E+00	2.8910E-02	9.9958E-01	8.3345E-01	4.0763E+00
2.9700E+00	2.8479E-02	9.9959E-01	8.3345E-01	4.1153E+00
2.9800E+00	2.8054E-02	9.9961E-01	8.3344E-01	4.1547E+00
2.9900E+00	2.7635E-02	9.9962E-01	8.3344E-01	4.1944E+00
3.0000E+00	2.7224E-02	9.9963E-01	8.3344E-01	4.2346E+00
3.0100E+00	2.6819E-02	9.9964E-01	8.3343E-01	4.2751E+00
3.0200E+00	2.6420E-02	9.9965E-01	8.3343E-01	4.3160E+00
3.0300E+00	2.6027E-02	9.9966E-01	8.3343E-01	4.3573E+00
3.0400E+00	2.5641E-02	9.9967E-01	8.3342E-01	4.3989E+00
3.0500E+00	2.5261E-02	9.9968E-01	8.3342E-01	4.4410E+00
3.0600E+00	2.4887E-02	9.9969E-01	8.3342E-01	4.4835E+00
3.0700E+00	2.4519E-02	9.9970E-01	8.3342E-01	4.5263E+00
3.0800E+00	2.4156E-02	9.9971E-01	8.3341E-01	4.5696E+00
3.0900E+00	2.3800E-02	9.9972E-01	8.3341E-01	4.6132E+00
3.1000E+00	2.3449E-02	9.9973E-01	8.3341E-01	4.6573E+00
3.1100E+00	2.3103E-02	9.9973E-01	8.3341E-01	4.7018E+00
3.1200E+00	2.2763E-02	9.9974E-01	8.3341E-01	4.7467E+00
3.1300E+00	2.2428E-02	9.9975E-01	8.3340E-01	4.7920E+00
3.1400E+00	2.2099E-02	9.9976E-01	8.3340E-01	4.8377E+00
3.1500E+00	2.1775E-02	9.9976E-01	8.3340E-01	4.8838E+00
3.1600E+00	2.1455E-02	9.9977E-01	8.3340E-01	4.9304E+00
3.1700E+00	2.1141E-02	9.9978E-01	8.3340E-01	4.9774E+00
3.1800E+00	2.0832E-02	9.9978E-01	8.3339E-01	5.0248E+00
3.1900E+00	2.0527E-02	9.9979E-01	8.3339E-01	5.0727E+00
3.2000E+00	2.0228E-02	9.9980E-01	8.3339E-01	5.1210E+00
3.2100E+00	1.9933E-02	9.9980E-01	8.3339E-01	5.1697E+00
3.2200E+00	1.9642E-02	9.9981E-01	8.3339E-01	5.2189E+00
3.2300E+00	1.9357E-02	9.9981E-01	8.3339E-01	5.2685E+00
3.2400E+00	1.9075E-02	9.9982E-01	8.3338E-01	5.3186E+00
3.2500E+00	1.8798E-02	9.9982E-01	8.3338E-01	5.3691E+00
3.2600E+00	1.8526E-02	9.9983E-01	8.3338E-01	5.4201E+00
3.2700E+00	1.8257E-02	9.9983E-01	8.3338E-01	5.4715E+00
3.2800E+00	1.7993E-02	9.9984E-01	8.3338E-01	5.5234E+00
3.2900E+00	1.7733E-02	9.9984E-01	8.3338E-01	5.5758E+00
3.3000E+00	1.7477E-02	9.9985E-01	8.3338E-01	5.6286E+00
3.3100E+00	1.7225E-02	9.9985E-01	8.3337E-01	5.6820E+00
3.3200E+00	1.6977E-02	9.9986E-01	8.3337E-01	5.7358E+00
3.3300E+00	1.6732E-02	9.9986E-01	8.3337E-01	5.7900E+00
3.3400E+00	1.6492E-02	9.9986E-01	8.3337E-01	5.8448E+00

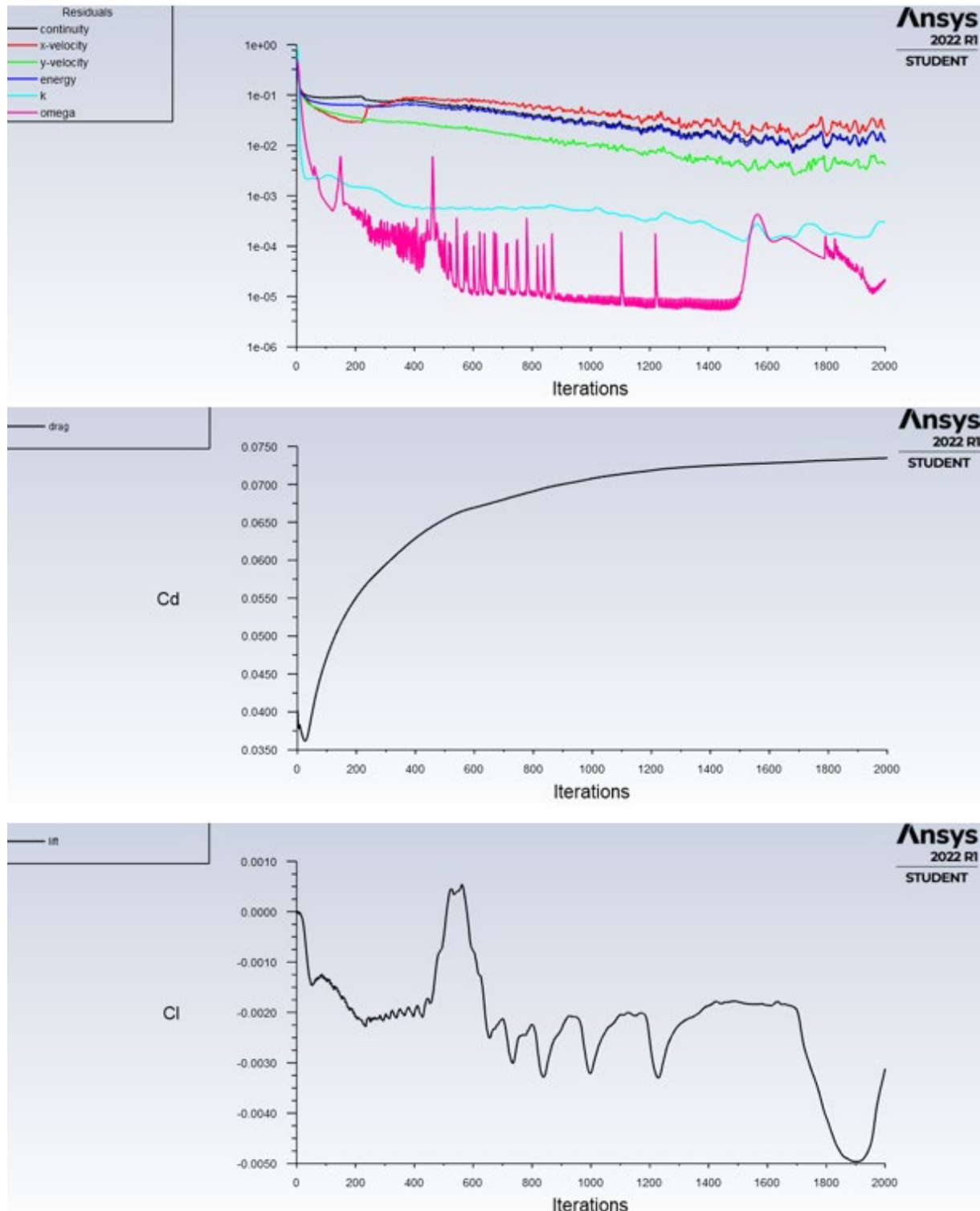
3.3500E+00	1.6255E-02	9.9987E-01	8.3337E-01	5.9000E+00
3.3600E+00	1.6022E-02	9.9987E-01	8.3337E-01	5.9558E+00
3.3700E+00	1.5792E-02	9.9988E-01	8.3337E-01	6.0120E+00
3.3800E+00	1.5566E-02	9.9988E-01	8.3337E-01	6.0687E+00
3.3900E+00	1.5344E-02	9.9988E-01	8.3337E-01	6.1260E+00
3.4000E+00	1.5125E-02	9.9989E-01	8.3337E-01	6.1837E+00
3.4100E+00	1.4909E-02	9.9989E-01	8.3336E-01	6.2419E+00
3.4200E+00	1.4697E-02	9.9989E-01	8.3336E-01	6.3007E+00
3.4300E+00	1.4487E-02	9.9990E-01	8.3336E-01	6.3600E+00
3.4400E+00	1.4282E-02	9.9990E-01	8.3336E-01	6.4198E+00
3.4500E+00	1.4079E-02	9.9990E-01	8.3336E-01	6.4801E+00
3.4600E+00	1.3879E-02	9.9990E-01	8.3336E-01	6.5409E+00
3.4700E+00	1.3683E-02	9.9991E-01	8.3336E-01	6.6023E+00
3.4800E+00	1.3489E-02	9.9991E-01	8.3336E-01	6.6642E+00
3.4900E+00	1.3299E-02	9.9991E-01	8.3336E-01	6.7266E+00
3.5000E+00	1.3111E-02	9.9991E-01	8.3336E-01	6.7896E+00
3.5100E+00	1.2926E-02	9.9992E-01	8.3336E-01	6.8532E+00
3.5200E+00	1.2744E-02	9.9992E-01	8.3336E-01	6.9172E+00
3.5300E+00	1.2565E-02	9.9992E-01	8.3336E-01	6.9819E+00
3.5400E+00	1.2389E-02	9.9992E-01	8.3335E-01	7.0471E+00
3.5500E+00	1.2215E-02	9.9993E-01	8.3335E-01	7.1128E+00
3.5600E+00	1.2044E-02	9.9993E-01	8.3335E-01	7.1791E+00
3.5700E+00	1.1875E-02	9.9993E-01	8.3335E-01	7.2460E+00
3.5800E+00	1.1709E-02	9.9993E-01	8.3335E-01	7.3135E+00
3.5900E+00	1.1546E-02	9.9993E-01	8.3335E-01	7.3815E+00
3.6000E+00	1.1385E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.4501E+00
3.6100E+00	1.1226E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.5193E+00
3.6200E+00	1.1070E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.5891E+00
3.6300E+00	1.0916E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.6595E+00
3.6400E+00	1.0765E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.7305E+00
3.6500E+00	1.0616E-02	9.9994E-01	8.3335E-01	7.8020E+00
3.6600E+00	1.0469E-02	9.9995E-01	8.3335E-01	7.8742E+00
3.6700E+00	1.0324E-02	9.9995E-01	8.3335E-01	7.9470E+00
3.6800E+00	1.0182E-02	9.9995E-01	8.3335E-01	8.0204E+00
3.6900E+00	1.0041E-02	9.9995E-01	8.3335E-01	8.0944E+00
3.7000E+00	9.9029E-03	9.9995E-01	8.3335E-01	8.1691E+00
3.7100E+00	9.7667E-03	9.9995E-01	8.3335E-01	8.2443E+00
3.7200E+00	9.6325E-03	9.9995E-01	8.3335E-01	8.3202E+00
3.7300E+00	9.5004E-03	9.9995E-01	8.3335E-01	8.3968E+00
3.7400E+00	9.3702E-03	9.9996E-01	8.3335E-01	8.4739E+00
3.7500E+00	9.2420E-03	9.9996E-01	8.3335E-01	8.5517E+00
3.7600E+00	9.1157E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	8.6302E+00
3.7700E+00	8.9912E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	8.7093E+00
3.7800E+00	8.8687E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	8.7891E+00
3.7900E+00	8.7479E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	8.8695E+00
3.8000E+00	8.6290E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	8.9506E+00
3.8100E+00	8.5118E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	9.0323E+00
3.8200E+00	8.3963E-03	9.9996E-01	8.3334E-01	9.1148E+00
3.8300E+00	8.2826E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.1979E+00
3.8400E+00	8.1705E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.2817E+00
3.8500E+00	8.0601E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.3661E+00
3.8600E+00	7.9513E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.4513E+00
3.8700E+00	7.8442E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.5372E+00
3.8800E+00	7.7386E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.6237E+00
3.8900E+00	7.6345E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.7110E+00
3.9000E+00	7.5320E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.7990E+00
3.9100E+00	7.4311E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.8877E+00

3.9200E+00	7.3315E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	9.9771E+00
3.9300E+00	7.2335E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	1.0067E+01
3.9400E+00	7.1369E-03	9.9997E-01	8.3334E-01	1.0158E+01
3.9500E+00	7.0417E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0250E+01
3.9600E+00	6.9479E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0342E+01
3.9700E+00	6.8554E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0435E+01
3.9800E+00	6.7643E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0529E+01
3.9900E+00	6.6745E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0623E+01
4.0000E+00	6.5861E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.0719E+01
4.1000E+00	5.7690E-03	9.9998E-01	8.3334E-01	1.1715E+01
4.2000E+00	5.0621E-03	9.9999E-01	8.3334E-01	1.2792E+01
4.3000E+00	4.4494E-03	9.9999E-01	8.3334E-01	1.3955E+01
4.4000E+00	3.9176E-03	9.9999E-01	8.3334E-01	1.5210E+01
4.5000E+00	3.4553E-03	9.9999E-01	8.3333E-01	1.6562E+01
4.6000E+00	3.0526E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	1.8018E+01
4.7000E+00	2.7012E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	1.9583E+01
4.8000E+00	2.3943E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	2.1264E+01
4.9000E+00	2.1256E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	2.3067E+01
5.0000E+00	1.8900E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	2.5000E+01
5.1000E+00	1.6832E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	2.7070E+01
5.2000E+00	1.5013E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	2.9283E+01
5.3000E+00	1.3411E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	3.1649E+01
5.4000E+00	1.1997E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	3.4175E+01
5.5000E+00	1.0748E-03	1.0000E+00	8.3333E-01	3.6869E+01
5.6000E+00	9.6430E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	3.9740E+01
5.7000E+00	8.6635E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	4.2797E+01
5.8000E+00	7.7941E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	4.6050E+01
5.9000E+00	7.0214E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	4.9507E+01
6.0000E+00	6.3336E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	5.3180E+01
6.1000E+00	5.7206E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	5.7077E+01
6.2000E+00	5.1735E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	6.1210E+01
6.3000E+00	4.6845E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	6.5590E+01
6.4000E+00	4.2468E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	7.0227E+01
6.5000E+00	3.8547E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	7.5134E+01
6.6000E+00	3.5028E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	8.0323E+01
6.7000E+00	3.1867E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	8.5805E+01
6.8000E+00	2.9024E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	9.1594E+01
6.9000E+00	2.6464E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	9.7702E+01
7.0000E+00	2.4156E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	1.0414E+02
7.5000E+00	1.5543E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	1.4184E+02
8.0000E+00	1.0243E-04	1.0000E+00	8.3333E-01	1.9011E+02
8.5000E+00	6.8984E-05	1.0000E+00	8.3333E-01	2.5109E+02
9.0000E+00	4.7386E-05	1.0000E+00	8.3333E-01	3.2719E+02
9.5000E+00	3.3141E-05	1.0000E+00	8.3333E-01	4.2113E+02
1.0000E+01	2.3563E-05	1.0000E+00	8.3333E-01	5.3594E+02

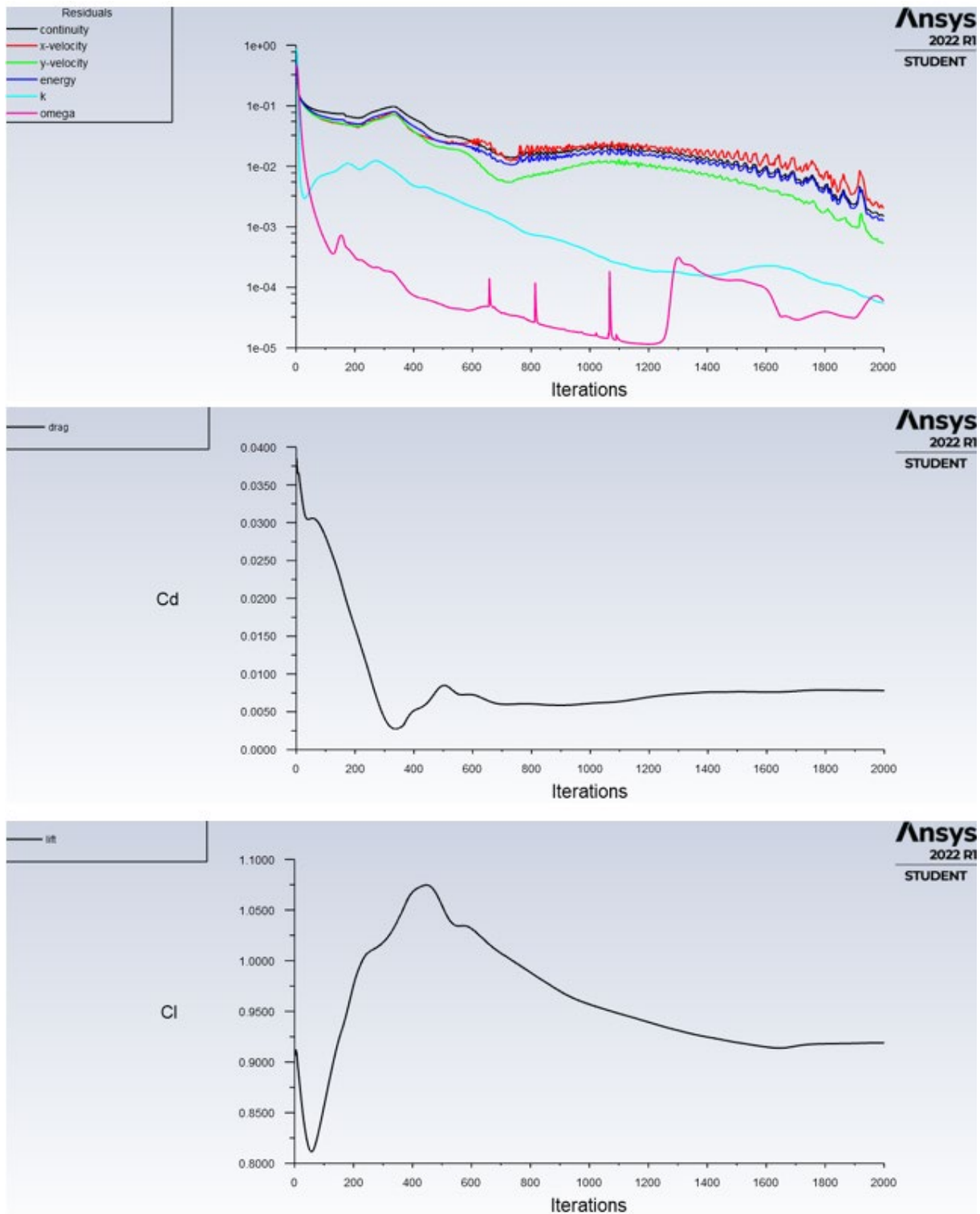


## Prilog 6

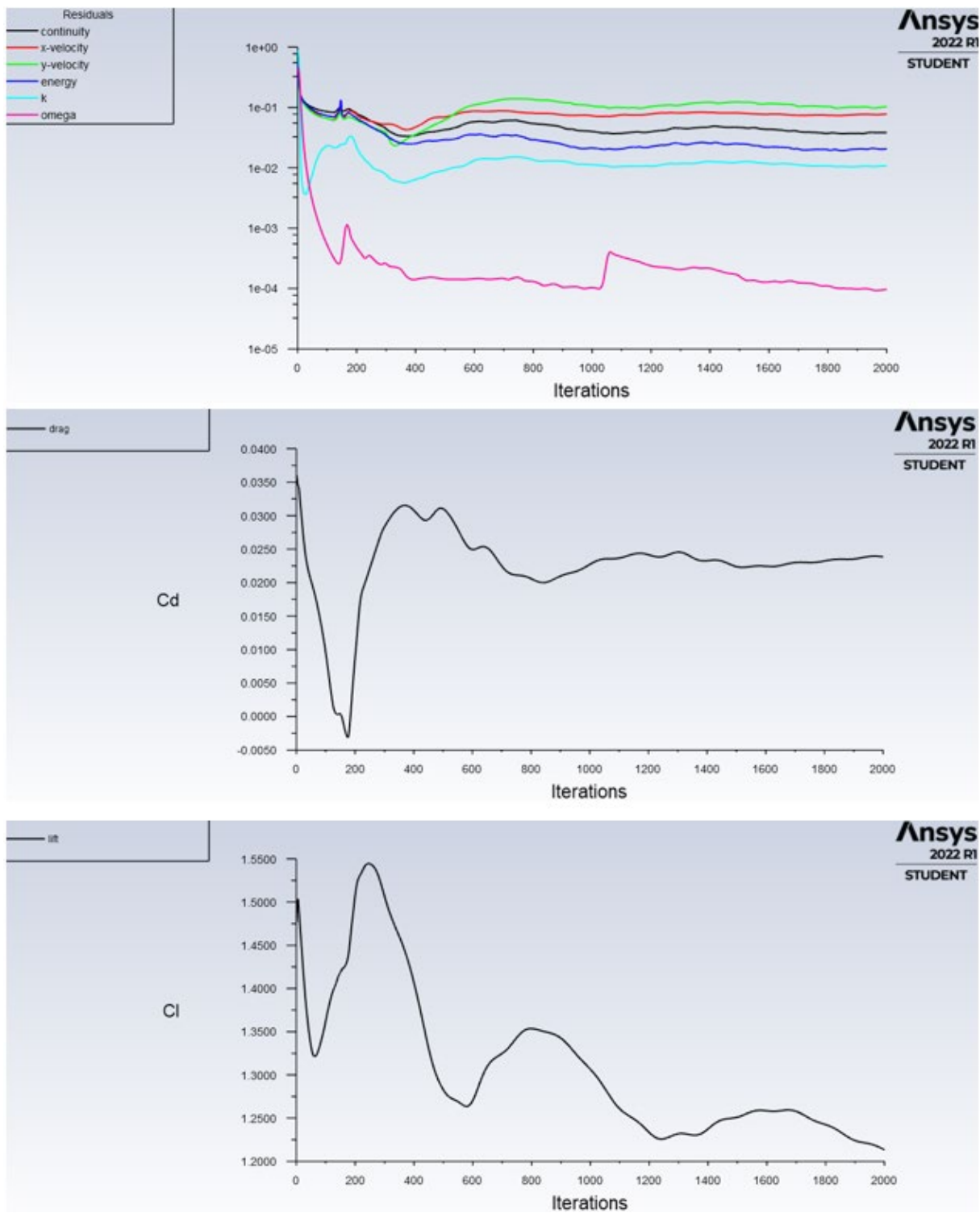
### Konvergencija ostataka, koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona pri $Ma = 0.9$



Slika 31. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 0^\circ$

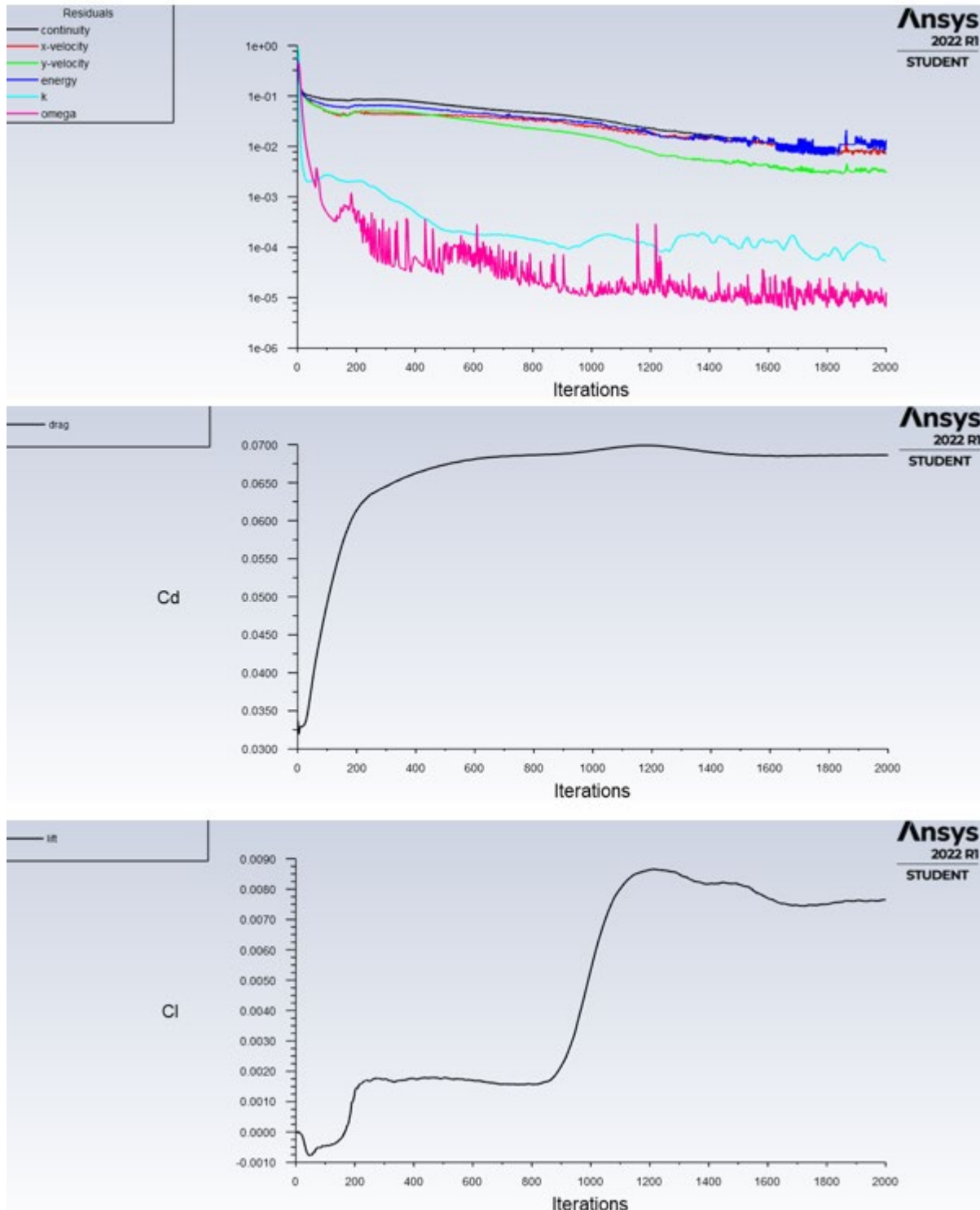


**Slika 32. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 12^\circ$**

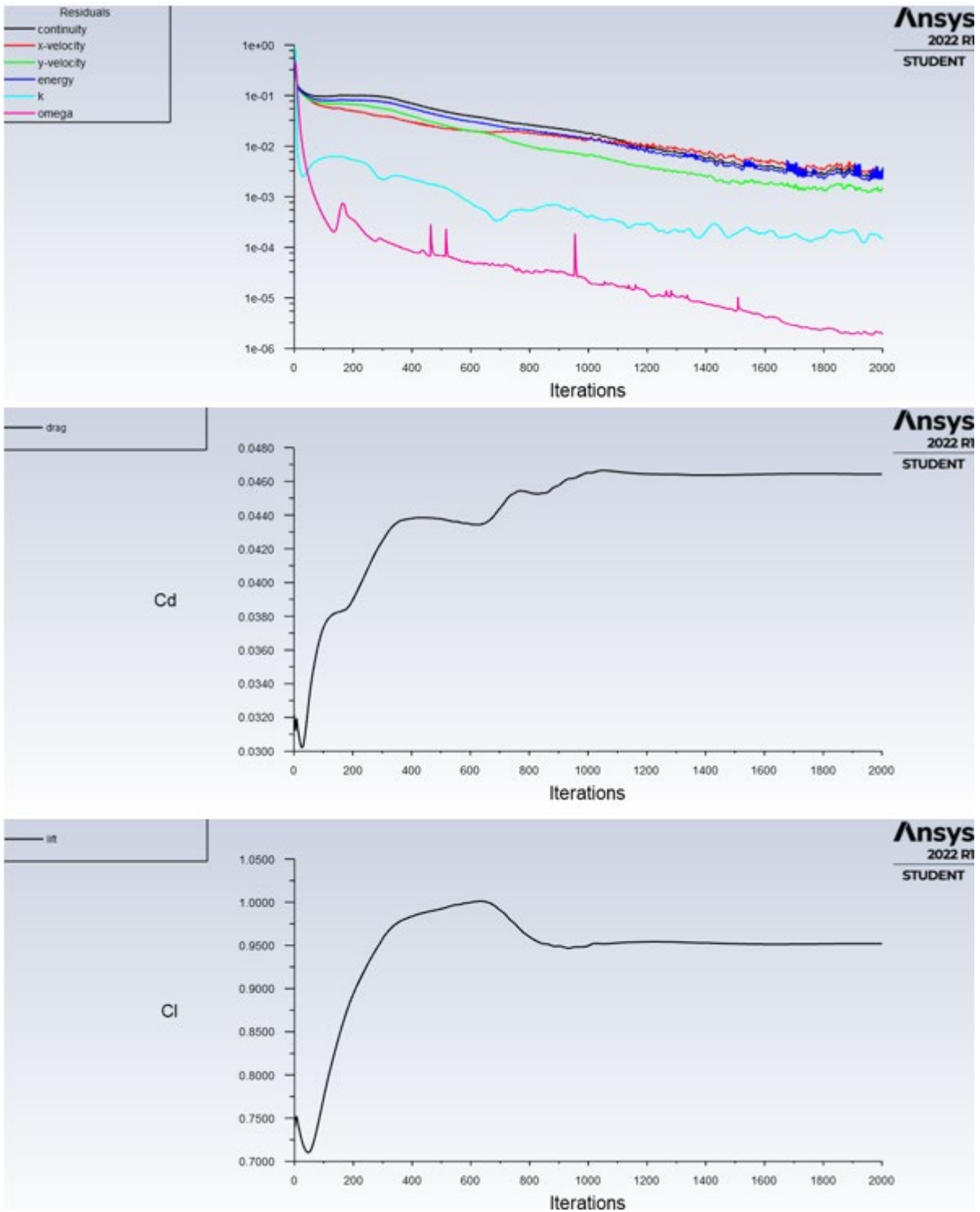


**Slika 33. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 0.9$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

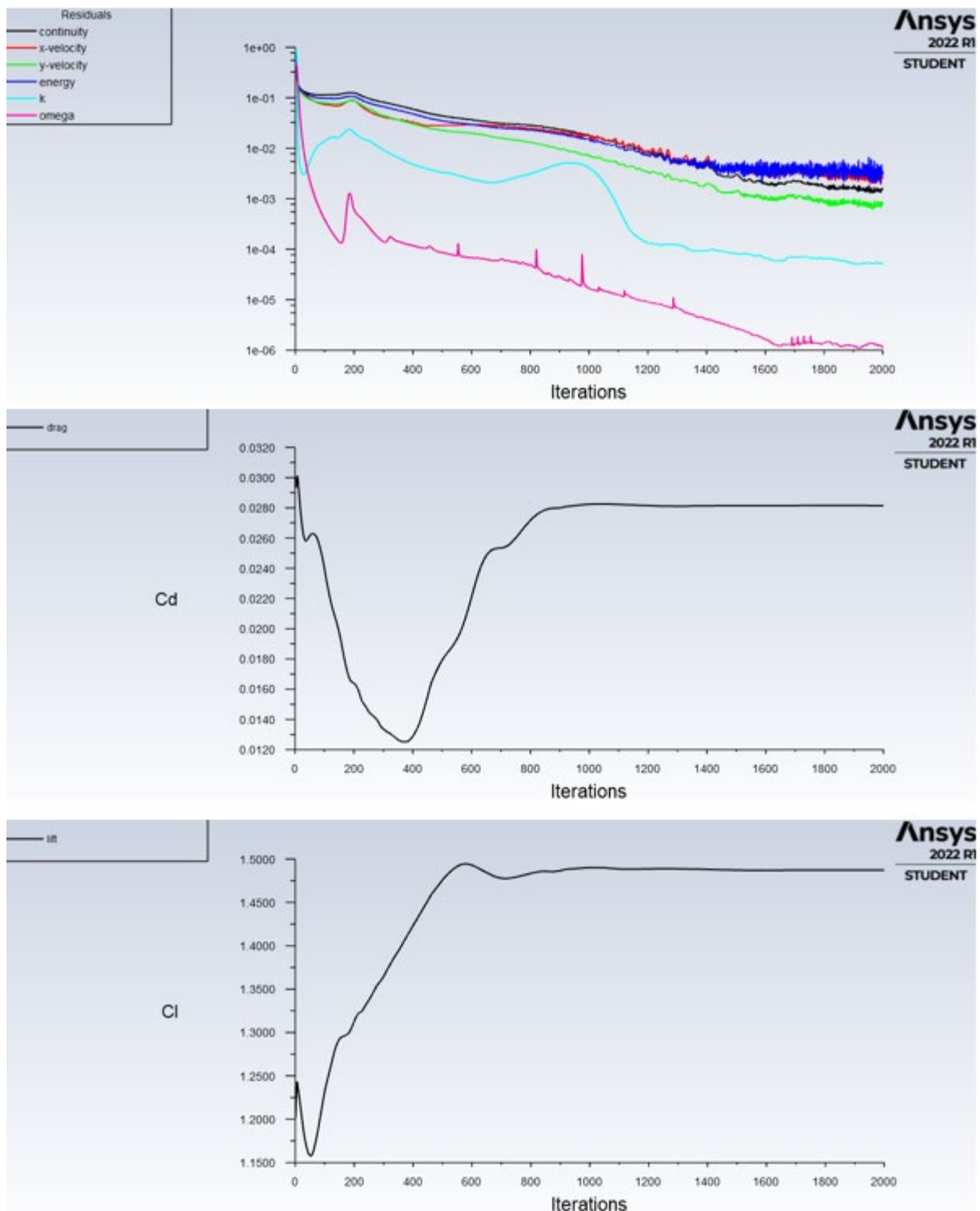
### Konvergencija ostataka, koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona pri $Ma = 1.1$



Slika 34. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 0^\circ$

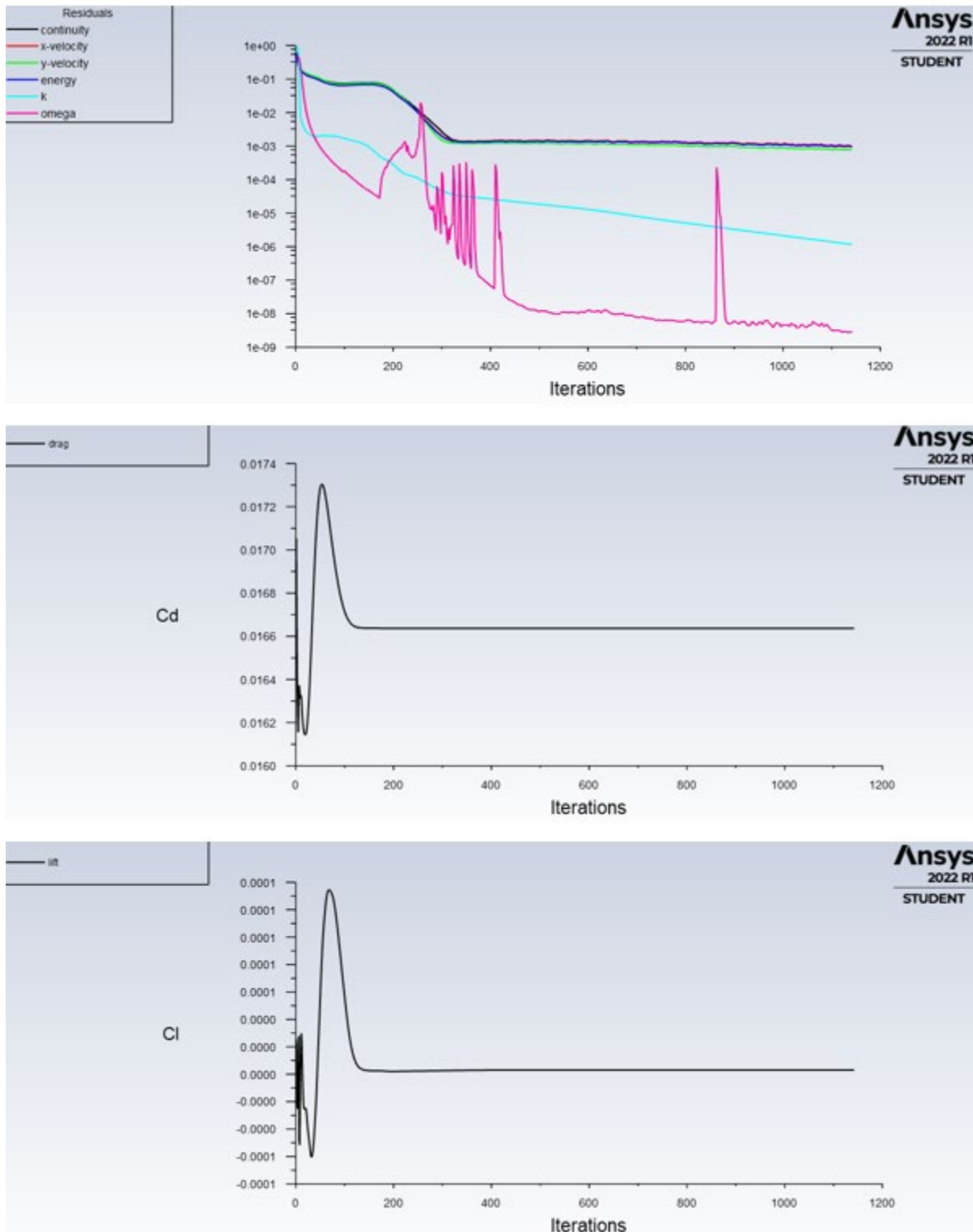


**Slika 35. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 12^\circ$**



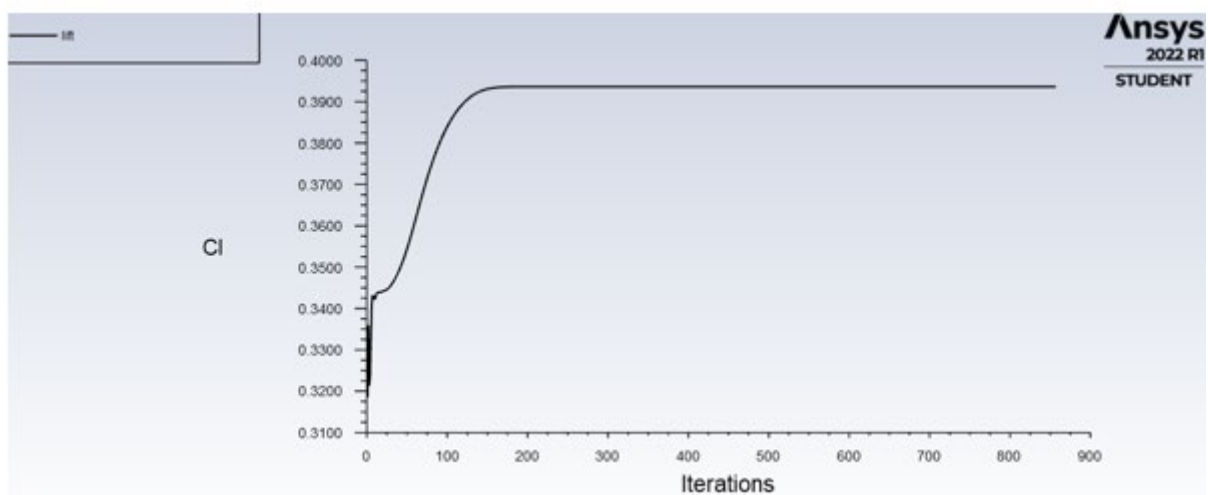
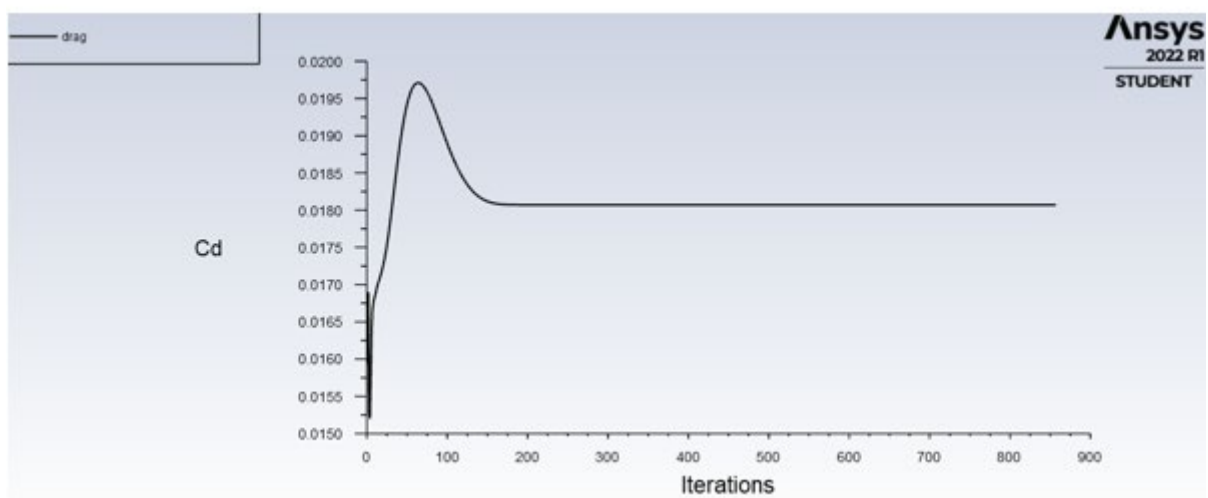
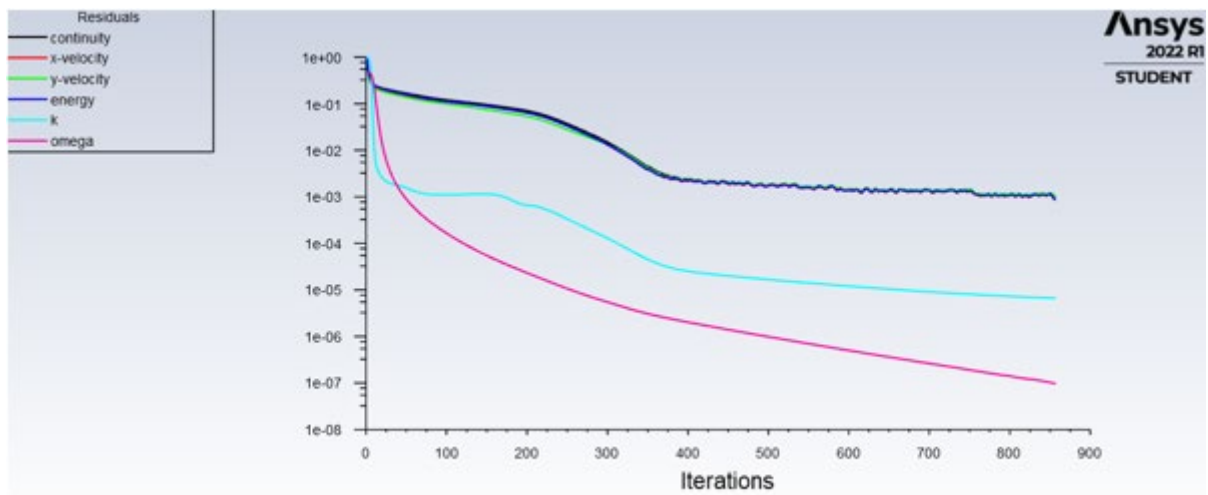
**Slika 36. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 1.1$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

## Konvergencija ostataka, koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona pri $Ma = 2.5$



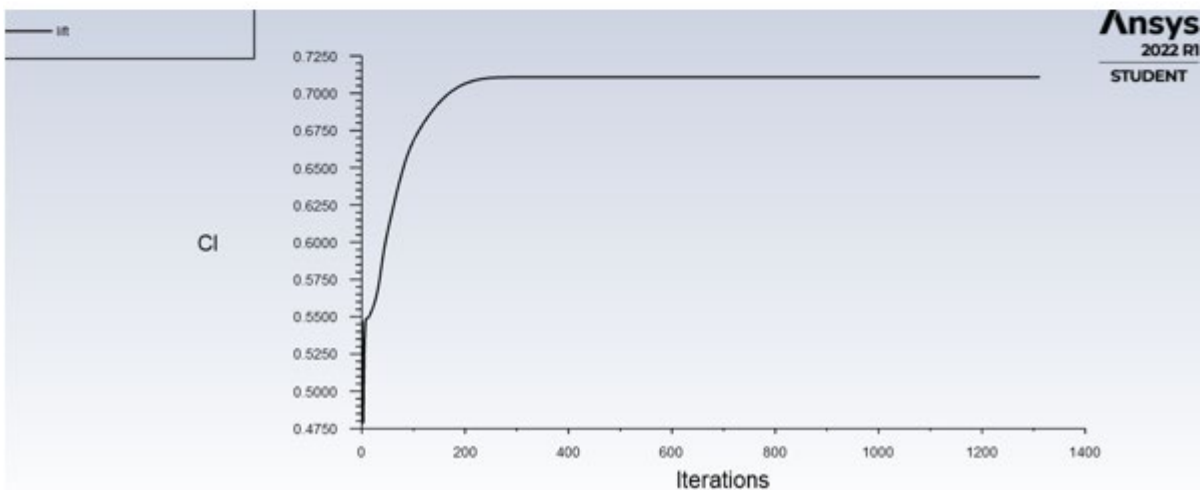
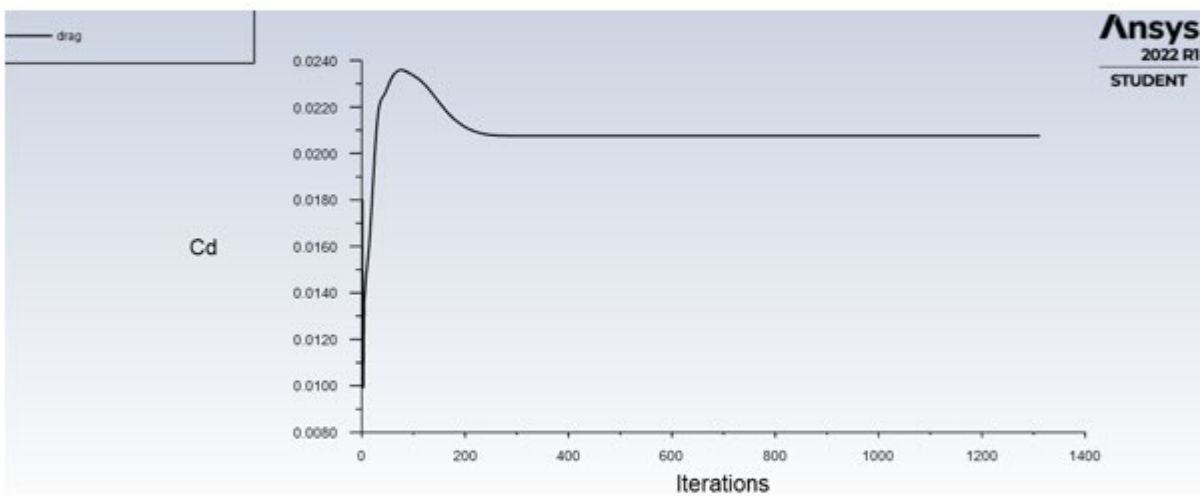
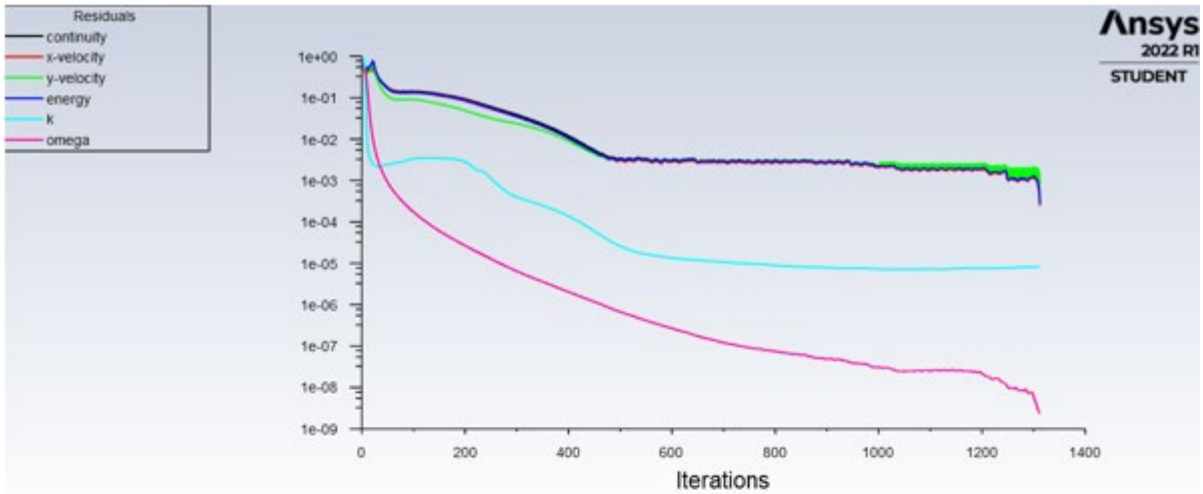
Slika 37. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 0^\circ$





**Slika 38. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 12^\circ$**





**Slika 39. Ostaci, koeficijent otpora i koeficijent uzgona pri  $Ma = 2.5$ ,  $\alpha = 20^\circ$**

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
Vukelićeva 4, 10000 Zagreb

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je \_\_\_\_\_ diplomski rad \_\_\_\_\_  
(vrsta rada)

isključivo rezultat mojega vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju upotrijebljene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog/diplomskog rada pod naslovom **\_\_\_Numerički proračun aerodinamičkih karakteristika aeroprofila u krozvučnoj i nadzvučnoj struji zraka\_\_\_**, u Nacionalni repozitorij završnih i diplomskih radova ZIR.

U Zagrebu, \_\_09.09.2022.\_\_

Student:

  
\_\_\_\_\_  
Matej Globlek

(ime i prezime, potpis)