

Alokacija vozila u mreži rent-a-car poslovnica primjenom matematičkog modela

Marinčić, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2015

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:518366>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

Matej Marinčić

**ALOKACIJA VOZILA U MREŽI RENT-A-CAR
POSLOVNICA
PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA**

DIPLOMSKI RAD

Zagreb, 2014.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti

DIPLOMSKI RAD

**ALOKACIJA VOZILA U MREŽI RENT-A-CAR
POSLOVNICA
PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA**

Mentor: Doc.dr. sc. Ratko Stanković

Student: Matej Marinčić, 0303000397

Zagreb, 2015.

ALOKACIJA VOZILA U MREŽI RENT-A-CAR POSLOVNICA PRIMJENOM MATEMATIČKOG MODELA

SAŽETAK

Zadovoljavanje potražnje pojedinih poslovnica rent-a-car-a predstavlja zahtjevan posao za čiju je organizaciju potreban veliki utrošak vremena koji se može reducirati primjenom matematičkoga modela. Cilj je postići optimum prilikom zadovoljavanja potražnje koji se u ovom radu odnosi na minimalne udaljenosti na koje se vozila transferiraju, udaljenosti su izražene u kilometrima te su isti osnovica za troškove. Optimizacija se postiže primjenom matematičkoga modela te su napravljene usporedbe sa više slučajeva koji se pojavljuju u praksi, a dva slučaja su prikazani i uspoređena s rezultatima koji su dobiveni pomoću primjene matematičkog modela.

KLJUČNE RIJEČI: alokacija vozila, optimalni put, matematički model.

VEHICLE ALOCATION IN RENT-A-CAR NETWORK BY APPLYING MATHEMATICAL MODEL

SUMMARY

Meeting demand of individual branches in rent-a-car network is a complex task, whose organization is time consuming, and which can be reduced by applying mathematical model. The goal is to achieve optimum while meeting demand, and this paperwork defines optimum as minimal distance for vehicles transfers, where distance is measured in kilometers and they present cost bases. Optimization can be achieved by applying mathematical model; several real-life cases have been compared, two of which are outlined and compared through mathematical model in this paper.

KEY WORDS: vehicle allocation, optimum route, mathematical model.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. PROBLEM ALOKACIJE VOZILA U MREŽI RENT A CARA.....	2
3. PRIMJENA MODELA LINEARNOG PROGRAMIRANJA U RJEŠAVANJU LOGISTIČKIH PROBLEMA.....	8
3.1. POVIJEST LINEARNOG PROGRAMIRANJA.....	8
3.2. OSNOVE LINEARNOG PROGRAMIRANJA.....	8
3.3. RAČUNALNI PROGRAM WINQSB.....	11
3.4. MODUL ZA LINEARNO I CJELOBROJNO PROGRAMIRANJE.....	11
4. ANALIZA POSTOJEĆEG MODELA ALOKACIJE VOZILA RENT-A-CAR TVRTKE ORYX d.o.o.	20
4.1. CaRS PROGRAM.....	20
4.2. ALOKACIJA VOZILA.....	23
5. OPTIMIRANJE POSTOJEĆEG MODELA.....	25
5.1. MATEMATIČKI MODEL.....	25
5.2. ULAZNI PODACI MATEMATIČKOG MODELA.....	27
5.3. POSTAVKE PROGRAMSKOG ALATA SOLVER.....	31
5.4. PRIKAZ PRIMJENE PROGRAMSKOG ALATA <i>Solver</i>	33
5.4.1. POSTAVKE <i>Solvera</i>	39
5.5. ZADOVOLJAVANJE POTREBA TRAŽENOM GRUPOM VOZILA.....	43
5.6. ZADOVOLJAVANJE POTREBA DRUGOM GRUPOM VOZILA.....	48
6. KVANTIFIKACIJA POBOLJŠANJA.....	55
7. ZAKLJUČAK.....	64
POPIS ILUSTRACIJA.....	67
POPIS TABLICA.....	68
POPIS KRATICA.....	70

1. UVOD

Zbog sve veće konkurencije na tržištu i sve većih zahtjeva korisnika poduzeća moraju neprestano unaprjeđivati svoje poslovanje i stvarati konkurentnu prednost. To se može postići optimizacijom procesa, s ciljem povećanje efektivnosti i efikasnosti opskrbnog lanca. U radu će biti prikazana mogućnost optimizacije alokacije vozila u sustavu rent-a-cara na praktičnom primjeru tvrtke ORYX rent-a-car. U tu svrhu provedena je analiza postojećeg sustava alokacije vozila, te je predloženo optimalno rješenje za odnosni logistički problem.

Rad je podijeljen u sedam poglavlja. U prvom poglavlju opisana je tvrtka Oryx rent-a-car, njezino poslovanje, definirana je problematika rent-a-cara pri alokaciji vozila, navedeni su elementi koji su ključni prilikom određivanja alokacije, utjecaj elemenata stohastičnosti, postojeće klase vozila koje se nalaze u sustavu, te općenito načinu funkcioniranja postojećeg sustava alokacije vozila. U drugom poglavlju opisan je rad i primjena matematičkog modela odnosno linearnog programiranja, što se sve mora definirati, opisan je računalni program WINQSB. U trećem poglavlju dana je analiza postojećeg sustava, primjena i mogućnosti postojećeg programa CaRS, način planiranja i zadovoljavanja potreba za određenom grupom vozila, te su navedeni razlozi zbog čega je sustav spor i neučinkovit. U četvrtom poglavlju definiran je matematički model, funkcija cilja, njegova ograničenja i varijable odlučivanja. Prikazane su postavke programskog alata Solver te funkcioniranje istog, prikazano je u odgovarajućem broju tablica koje pokazuju optimalne vrijednosti varijabli odlučivanja, tj. s kojih se lokacija i u kojoj količini transferiraju vozila, te zamjena u slučaju zamjene jedne grupe vozila s drugom. U petom poglavlju napravljena je kvantifikacija poboljšanja rješenja dobivenog primjenom matematičkog modela u odnosu na stari način rješavanja istog problema, koji trenutno primjenjuje tehnička služba tvrtke.

2. PROBLEM ALOKACIJE VOZILA U MREŽI RENT A CARA

Problem dinamičke alokacije vozila nastaje u trenutku kada nositelj usluge mora simultano i u stvarnom vremenu koordinirati vozila s jedne lokacije na drugu. Nositelj usluge u pravilu u vrlo kratkome vremenu mora donijeti odluku koje vozilo s koje lokacije transferirati s ciljem zadovoljavanja potražnje uz najniže moguće troškove. Problem alokacije vozila nazvan je transportnim problemom, White i Bomberault (1969) upućuju na to da rješavanju problema treba pristupiti kao dinamičnom problemu gdje se postavljanjem mreže koja se sastoji od čvorišta koja predstavljaju određene regije u određenom vremenskom trenutku. Buduća potražnja za vozilima predvidjeti će se specifičnim načinom planiranja.

Problematika alokacije vozila u mreži rent a cara bit će prikazana na primjeru mreže poslovnica tvrtke ORYX rent a car. ORYX rent a car članica je ORYX grupacije, koja se sastoji od: ORYX Asistencije, ORYX rent a car, ORYX Autoškola, ORYX Centar za sigurnu ,vožnju, ORYX Zastupanje u osiguranju i ORYX Stanica za tehnički pregled.

ORYX Asistencija nudi usluge „Pomoć na cesti“, „Pomoć na moru“.

Pomoć na cesti sadrži usluge: - program ušteda (popusti kod partnera)

- Popravak vozila na cesti
- Prijevoz (šlepanje) vozila
- Dostava vozila nakon popravka
- Čuvanje vozila
- Organizacija alternativnog prijevoza (rent a car, avion, autobus, vlak)
- Organizacija smještaja
- Savjetovanja (pri osiguranju vozila)

Pomoć na moru:

- Tegljenje broda
- Odsukavane broda
- Dostava rezervnih dijelova
- Pomoć pri pokretanju *Jump start*

- Pomoć u vezi vremenskih uvjeta i područja plovidbe
- Ronjenje

ORYX Rent a car na raspolaganje nudi veliki odabir visokokvalitetnih vozila, raspoređenih u 17 poslovnica koje radijusom djelovanja pokrivaju središnju hrvatsku i obalu od Dubrovnika do Istre. Stručno i profesionalno osoblje ovog trenutka priprema veliki izbor kvalitetnih vozila prilagođenih potrebama klijenata, s različitim razinama opremljenosti i u različitim financijskim okvirima te raznolikom ponudom dodatnih usluga s najvećim mogućim stupnjem pouzdanosti, sigurnosti i udobnosti.

Usluge ORYX Rent a cara podijeljene su na: - Najam vozila

- Transfere

- Lease4Bizz

- Limo4Bizz

- Cargo

- Dodatna oprema

ORYX Rent a car za najam vozila u floti vozila posjeduje mini gradska vozila, dostavna vozila za prijevoz robe ali i velike limuzine premium klase, ujedno posjeduju i veliki broj vozila s automatskim mjenjačem, a sva vozila opremljena su klimatizacijskim uređajima, električno upravljanim prozorima i standardnom sigurnosnom opremom.

ORYX Lease4Bizz usluga je dugoročnog najma vozila, definirano je mjesečnim trajanjem najma i kilometražom za svako pojedino vozilo s fleksibilnom uslugom prilagođenom potrebama manjih i većih tvrtki.

Ova usluga podrazumijeva:

- Narudžba od strane korisnika

- briga o preuzimanju i isporuci vozila

- troškovi registracije vozila

- troškovi tehničkog pregleda i cestarine

- godišnji porez na cestovna motorna vozila
- osnovno osiguranje
- kasko osiguranje s tri štete u osiguravajućoj godini, pokrivne u cijelosti i bez franšize
- osiguranje vrijedi i na području Srbije, Crne Gore te Bosne i Hercegovine
- redoviti servis vozila koji zahtjeva proizvođač
- popravak i saniranje izvanrednih kvarova
- zamjensko vozilo na neograničeno razdoblje
- održavanje guma
- zamjena guma svakih 30.000 km
- zimske gume i zimska oprema

Problem alokacije vozila u rent a car-u nastaje najvećim dijelom zbog kratkog vremenskog perioda u kojemu treba zadovoljiti potrebe svih poslovnica. Naime, cijeli proces alokacije započinje jedan dan prije roka kada vozilo treba biti isporučeno ili preuzeto od strane korisnika. Zbog kratkog vremena koje je naročito izraženo u vrhuncu sezone kada su potrebe za vozilo izrazito velike i vremenski točno određene, vrijeme preuzimanja i povratka vozila igra veliku ulogu, jer točnost prilikom preuzimanja vozila od strane Oryx rent a car-a mora biti na najvišem nivou, u ovome dijelu dolazi do izražaja profesionalnost koja se odnosi na točnost, ispravnost i urednost vozila. Prilikom povratka vozila u vrhuncu sezone ORYX rent a car po ugovoru ima točno određeni datum i sat kada se vozilo mora vratiti u poslovnicu. Jedan od glavnih problema prilikom povratka je mogućnost produženja najma na nekoliko sati do nekoliko dana, zbog čega dolazi do sraza između teoretski planiranih kapaciteta i stvarne situacije zbog koje može doći do produženja iz različitih razloga.

Razlozi nemogućnosti korištenja vozila flote:

1. Redovni servis vozila,
2. Izvanredni servis vozila,

3. Istek / produženje registracije,
4. Nemogućnost zadovoljavanja potrebe za određenom grupom vozila zbog nedostatka istih,

Pod redovnim servisom podrazumijeva se servis na vozilu koji dolazi periodički ili zbog prijeđenih kilometara. U ovaj servis pripada zamjena ulja, uljnog filtra, filtra goriva, kočioni diskovi, kočione pločice, zupčastog remena, vodene pumpe te remen od alternatora.

Pod izvanrednim servisom podrazumijevaju se bilo kakva neispravnost vozila u pogledu tehničkog ili sigurnosnog aspekta. Ove neispravnosti mogu biti proizvedene zbog prometne nezgode, mehaničkog oštećenja (razbijena signalizacija na vozilu, oštećenje limarije, neispravna guma) ili oštećenja unutar motora koja su signalizirana na instrument tabli pomoću senzora te zahtijevaju hitan pregled vozila u ovlaštenom servisu.

Istek / produženje registracije, na većini vozila registracija istog se vrši između ožujka i lipnja mjeseca tekuće godine te iz tog razloga ne dolazi do prestanka važenja registracije vozila u vrhuncu sezone.

Nemogućnost zadovoljavanja potrebe za određenom grupom vozila zbog nedostatka istih, klijenti najčešće potražuju manje skupine vozila kojih ujedno i ima u najvećem broju, ujedno se zbog tog razloga određena grupa vozila zamjenjuje s grupom vozila koja je slična traženoj ili se zamjenjuje s grupom vozila koja su iznad tražene.

Naime, vozila u ORYX rent a caru su podijeljena su prema skupinama vozila, postoje 22 skupine vozila prikazane u Tablici 1

Tablica 1: Klase vozila

MCMR	VW UP, OPEL ADAM
EDMR	VW POLO, ŠKODA FABIA
CCMR	VW GOLF, SEAT LEON, OPEL ASTRA
CCAR	GOLF AUTOMATIK
CDMR	AUDI A3
ITMR	AUDI TT
SDAR	PASSAT AUTOMATIK
IDMR	ŠKODA OCTAVIA, RENAULT FLUENECE
SXMR	VW PASSAT 1.6 TDI
SDMR	VW PASSAT 2.0 TDI
PDAR	AUDI A6
LDAR	AUDI A8
EWMR	ODA FABIA CARAVAN, SEAT IBIZA CARAVA
IWMR	ŠKODA OCTAVIA CARAVAN
SWMR	OPEL INSIGNIA CARAVAN, VW PASSAR CA
IVMR	OPEL ZAFIRA, VW TURAN
FVMR	VW SHARAN
CKMR	VW CADDY FRUGON
IFAR	VW TIGUAN
PVMR	VW MULTIVAN
LVMR	OPEL VIVARO, VW CARAVELA
XKMR	VW T5 FURGOM

Izvor: Izradio autor

ORYX rent a car ima poslovnice na 16 lokacija, prikazane u Tablici 2.

Tablica 2: Oryx rent-a-car poslovnice

ZAGREB	VUKOVARSKA CESTA 74
ZAGREB	HOTEL ESPLANADE, MIHANOVIĆEVA 1
VELIKA GORICA	ZRAČNA LUKA PLESO
KARLOVAC	ZRINSKI TRG 4
OMIŠALJ, KRK	ZRAČNA LUKA RIJEKA
RIJEKA	RIJEČKI LUKOBRAN 4
PULA	SCALIVEROVA 1
LIŽNJAN	ZRAČNA LUKA PULA
ROVINJ	SŠETALIŠTE VJEČA EUROPE BB
POREĆ	ALDO NEGRI1
ZADAR	VRATA SV. KRESEVANA
ZADAR	ZRAČNA LUKA ZADAR
KAŠTELA	ZRAČNA LUKA SPLIT
SPLIT	SV PETRA STAROG 1
ČILIP	ZRAČNA LUKA DUBROVNIK
DUBROVNIK	ZAGREBAČKA BB

Izvor: Izradio autor

Problem koji se javlja vezan uz alokaciju vozila je vremenskog karaktera, odražava se u vremenu koje je potrebno da se određeno vozilo dostavi s jedne lokacije na drugu. Transfer vozila se najčešće izvršava pomoću vozača koji s jedne lokacije u skupini od 4-9 ljudi odlaze s jednim vozilom na drugu lokaciju te ih tamo dočekuju vozila koje se trebaju transferirati ili se vozila transportiraju pomoću kamiona s prikolicom specijaliziranim za prijevoz vozila, koji imaju kapacitet 8-10 vozila ovisno o klasam vozila koja se prevoze, najčešće su davatelji usluga prijevoza Lagermax d.o.o. te Preberina prijevoz. Ova vrsta transfera se koristi ukoliko potreba za vozilima nije žurna, odnosno vozila mogu stići na potrebu lokaciju tokom idućega dana jer je prijevoz kamion sporiji od transfera pomoću vozača, zbog raznih ograničenja koja stupaju na snagu u vrhuncu sezone.

3. PRIMJENA MODELA LINEARNOG PROGRAMIRANJA U RJEŠAVANJU LOGISTIČKIH PROBLEMA

Problemi alokacije vozila mogu se svesti na probleme optimiranja, koji se mogu uspješno rješavati primjenom matematičkih modela linearnog programiranja. Linearno programiranje omogućuje postizanje optimalnih rješenja s ciljem smanjenja troškova, povećanja konkurentnosti, smanjenje potrebnoga radnog vremena u odnosu na postojeća rješenja.

3.1. POVIJEST LINEARNOG PROGRAMIRANJA

U povijesti, linearno programiranje javlja se tijekom drugog svjetskog rata u planiranju troškova za opremanje vojne sile. Ruski matematičar Kantorovich prvi put je 1939. godine uveo pojam linearnog programiranja u rješavanju problema optimalne potrošnje resursa. Poslije rata su nastavljena istraživanja s orijentacijom na organizacijska pitanja u okviru gospodarstva. U novije vrijeme razvijeno je posebno područje pod nazivom operacijska istraživanja koje obuhvaća veliki broj različitih optimizacijskih problema kao što su: optimalni proizvodni programi, optimalne zalihe, optimalno vrijeme zamjene proizvodnih sredstava, optimizacija transporta, organizacija, redova čekanja itd. Važnu ulogu u razvoju linearnog programiranja imali su matematičari: Dantzig, Fourier, Geuss, Gordon, Minkovski, Farkas i drugi. Najzapaženiju ulogu prema mnogim matematičarima imao je von Neumann vezano uz definiranje i izgradnju pojma dualiteta.¹

3.2. OSNOVE LINEARNOG PROGRAMIRANJA

Linearno programiranje je matematički postupak razvijen ponajprije za potrebe analitičke podrške u procesima odlučivanja. U tom je obliku postao jedan od najšire korištenih i najbolje poznatih alata na području menadžmenta.

Linearno programiranje predstavlja matematičku analizu problema u kojoj se traži maksimalna ili (minimalna) vrijednost linearne funkcije pri zadanim ograničavajućim uvjetima. Pri promatranju ekonomskih problema linearni sustavi

¹ D'Adler, M. (2009): An Introduction to Mathematical Modelling; str: 12.

opisuju uvjete u kojima se odvijaju ekonomski procesi, dok linearna funkcija opisuje određeni zahtjev (cilj) koji se želi postići pod tim uvjetima. U procesu linearnoga programiranja se formiraju odgovarajući sustavi jednadžbi i nejednadžbi. Njihovim rješavanjem različitim metodama dobivaju se optimalna rješenja. Linearno programiranje rješava velik broj ekonomskih problema, a mogu se odnositi na proizvodnju, sirovine, radnu snagu, tržište, ponudu, potražnju, uvoz, izvoz.

Primarni zadatak linearnog programiranja je odrediti maksimum ili (minimum) linearne funkcije ovisno o nizu postavljenih uvjeta. Neki uvjeti mogu zahtijevati npr. nenegativnost varijabli u matematičkom modelu i zadovoljavanje ograničenja zapisanih u obliku linearnih nejednadžbi.

Da bi se zadao problem linearnog programiranja mora se:

1. Definirati funkciju cilja
2. Definirati ograničenja.
3. Odabrati optimalno rješenje iz skupa mogućih (dopustivih) rješenja²

Problem koji ima ove tri komponente može se definirati kao problem linearnog programiranja. Kriterij problema linearnog programiranja može se izraziti u naturalnim, novčanim ili drugim pokazateljima, ovisno o prirodi promatranoga problema.

U različitim financijskim analizama čest slučaj je da je potrebno minimizirati ili maksimizirati neku linearnu funkciju. Najčešće tu podrazumijeva smanjenje troškova ili povećanje profita. Naravno, želje su u tom slučaju usmjerene prema njihovim ekstremima, tj. minimalnim troškovima i maksimalnom profitu. Da bi mogli pristupiti traženju ekstrema, prvo treba definirati linearnu funkciju (funkciju cilja) koja je općenito tipa:

$$\min \text{ ili } \max z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + \dots + c_nx_n \quad (3.2.1.)$$

gdje su:³

² Schrod, P. (2001): Mathematical Modeling; str; 78-79.

$x_j = 1, 2, 3, \dots, n$ varijable koje se nazivaju varijable odlučivanja (3.2.2.)

uz zadovoljavanje sljedećih ograničenja:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (3.2.3.)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (3.2.4.)$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n \leq b_3 \quad (3.2.5)$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (3.2.6)$$

gdje su a_{ij} , b_i i c_j realne konstante, za svaki $i = 1, \dots, m$ i svaki $j = 1, \dots, n$, pri čemu su $m, n \in \mathbb{N}$.

Neka ograničenja mogu biti prilično jednostavna (npr. neka varijabla odlučivanja ne može biti negativna. Drugi slučajevi ograničenja mogu biti različiti i ne moraju se svesti na samo na relaciju „biti manji ili jednak“ (\leq), već mogu sadržavati stroga jednakost (=) ili relaciju „biti veći ili jednak“ (\geq). Svako ograničenje je linearna kombinacija varijabli odlučivanja. Najčešći slučaj je da sve varijable odlučivanja poprimaju nenegativne vrijednosti, pa se ostalim ograničenjima dodaje tzv. prirodni uvjet:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0 \quad (3.2.7.)$$

Ovo je tzv. standardna formulacija linearnog programiranja. Definirana je s funkcijom cilja, n varijabli odlučivanja i m ograničenja. Prijedlog specifičnih vrijednosti varijabli odlučivanja naziva se rješenje problema linearnoga programiranja. Ukoliko to rješenje (X_1^* , X_2^* , ..., zadovoljava sva ograničenja, govori se o dopustivom rješenju.

Rješenje se naziva optimalnim ako je dopustivo i ako minimizira/maksimizira funkciju cilja.

³ Harris. F. (2003): Principels of mathematical model; str. 22-24.

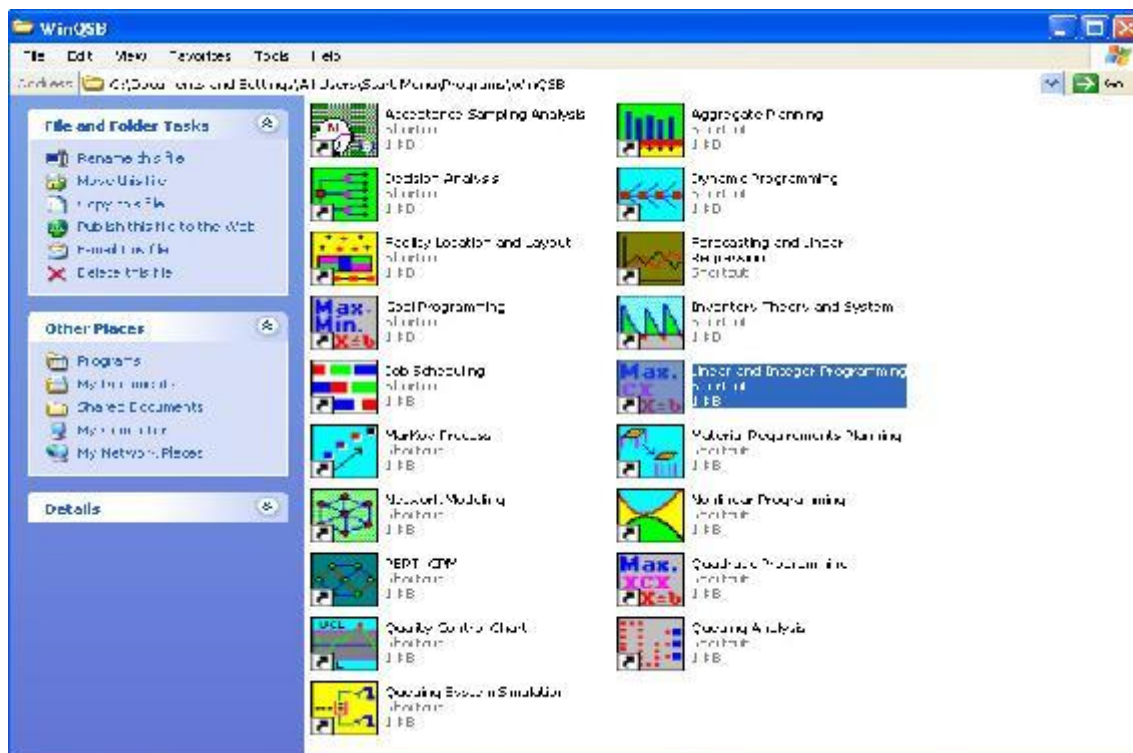
U slučaju dviju varijabli ($n = 2$), grafička metoda rješavanja može relativno jednostavno dovesti do optimalnog rješenja bez obzira na broj postavljenih ograničenja u modelu linearnoga programiranja. Dodatna ograničenja mogu samo povećati broj kandidata za optimalno rješenje, ali ne i dimenziju prostora u kojemu se promatra problem. Međutim, ako se radi o $n = 3$, metoda postaje nespretna jer će se zahtijevati trodimenzionalni grafički prikaz. Za slučaj $n = 4$ metoda je potpuno neprimjerena za primjenu.

3.3. RAČUNALNI PROGRAM WINQSB

WinQSB je programska podrška za rješavanje problema iz područja operacijskih istraživanja, poslovnog odlučivanja i sl. Sastoji se od ukupno devetnaest aplikacijskih modula. Jedan od modula je linearno i cjelobrojno linearno programiranje LP-ILP. Taj je model opisan u nastavku, a korišten je za rješavanje odabranih primjera iz područja promidžbe.

3.4. MODUL ZA LINEARNO I CJELOBRJNO PROGRAMIRANJE

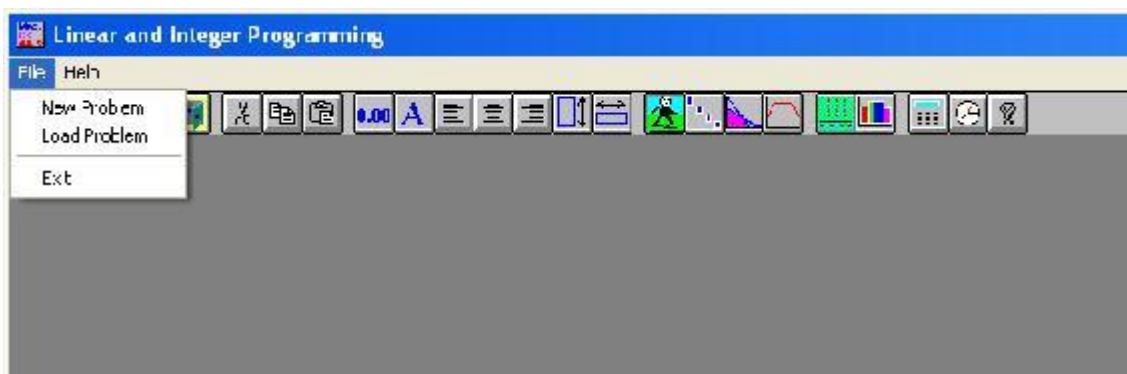
Da bi se matematički model problema linearnoga programiranja mogao riješiti pomoću modula LP-ILP, mora se pokrenuti računalni program WinQSB, zatim kliknuti na linearno i cjelobrojno linearno programiranje (Slika 1.)



Slika 1: Pokretanje aplikacijskog modula za linearno i cjelobrojno linearno programiranje

Izvor: Izradio autor

Kad se pokrene modul Linear and Integer Programming treba kliknuti na opciju „File“ pa „New Problem“ (Slika 2.).



Slika 2: Odabir za rješavanje novog zadatka

Izvor: Izradio autor

Tako će se otvoriti dijaloški okvir za unos početnih podataka o problemu kojega želimo riješiti (Slika 3.) U dobivenu tablicu upisuju se odgovarajući podaci.

U pravokutnik pored natpisa Problem Title upisuje se naziv problema (npr. Primjer 1, Problem 1 i slično).

U pravokutnik pored natpisa Number of Variables upisuje se broj nezavisnih varijabli.

U pravokutnik pored natpisa Number of constraints upisuje se broj uvjeta, odnosno ograničenja koje problem zahtjeva.

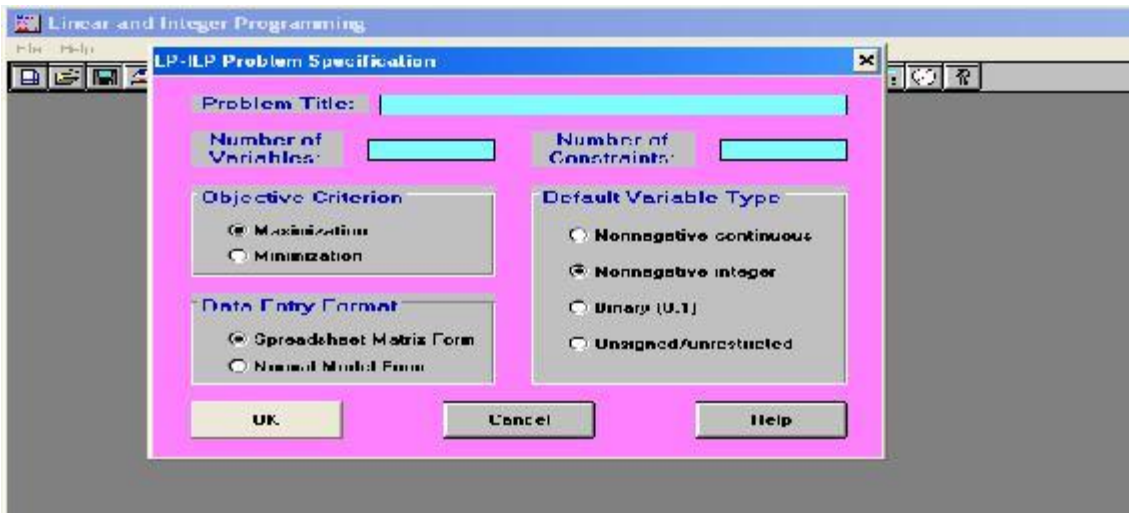
U izborniku Objective Criterion treba izabrati jednu od dvije ponuđene opcije ovisno o zahtjevu funkcije cilja:

- Maximization ako se u problemu zahtijeva maksimizacija funkcije cilja,
- Minimization ako se u problemu zahtijeva minimizacija funkcije cilja.

U izborniku Data Entry Format također treba odabrati jednu od dvije opcije i to⁴:

- Spreadsheet Matrix Form ako se želi polazne podatke unijeti kao proširene tablice zapisane u matričnom obliku (kao proračunske tablice MS Excela),
- Normal Model Form ako se želi polazne podatke unijeti u „obične“ tablice, odnosno upravo u onom obliku kakvom su postavljeni u matematičkom modelu.

⁴ Quarteroni, A. (2006): Mathematical Models in Science and Engineering; str. 28.



Slika 3: Unos podataka u matematičkom modelu

Izvor: Izradio autor

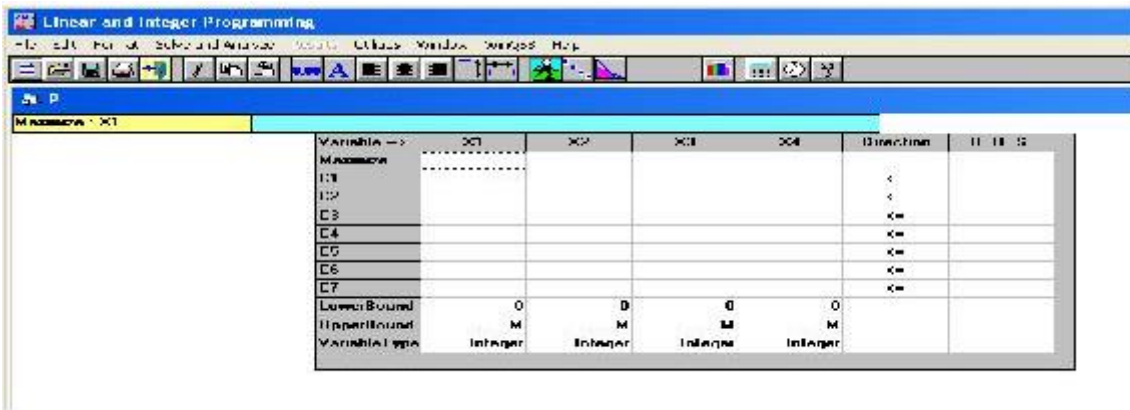
U izborniku Default Variable Type treba odabrati jedan od četiri moguća tipa varijable odlučivanja, i to:

- Nonnegative continuous ako vrijednosti varijabli u matematičkom modelu mogu biti bilo koji (pozitivni ili negativni) decimalni brojevi, iracionalni brojevi i sl., odnosno ako se u modelu pojavljuje najmanje jedna varijabla čije vrijednosti mogu biti strogo negativne,
- Nonnegative integer ako vrijednosti svih varijabli moraju biti nenegativni cijeli brojevi,
- Binary ako vrijednosti svih varijabli mogu biti isključivo elementi skupa $\{0, 1\}$.

Unaprijed zadane postavke su Maximization, Spreadsheet Matrix Form i Nonnegative continuous. U praksi se najčešće javljaju problemi maksimizacije funkcije cilja čije su varijable nenegativni realni brojevi. Zapis funkcije cilja i uvjeta u matričnom obliku lakše je i preglednije od zapisa u „običnom“ tabličnom obliku.

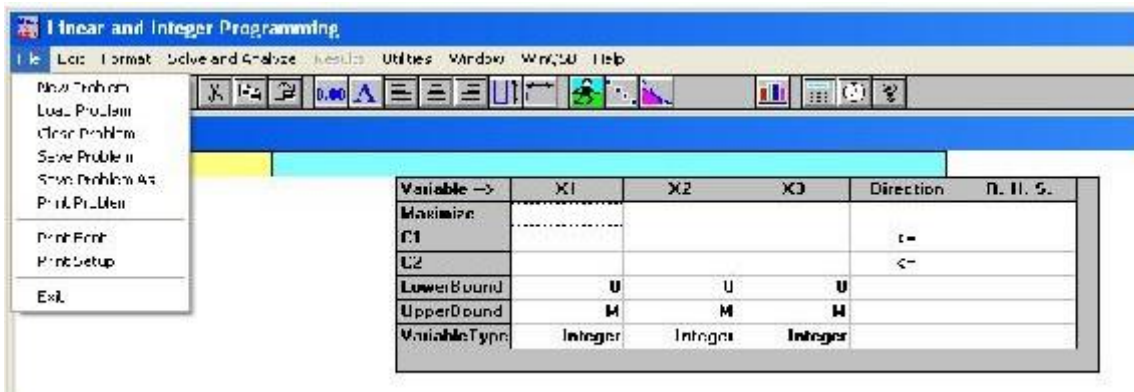
Nakon unosa podataka klikom na „OK“ dobiva se tablica za unos koeficijenata koja je prikazana na Slici 4.

U retku Variable upisani su nazivi nezavisnih varijabli. WinQSB pretpostavlja da su varijable označene sa X1, X2 itd. U retku Maximize/Minimize treba upisati funkcije cilja tako da prvi koeficijent bude onaj uz varijablu X1, drugi onaj uz varijablu X2, itd.



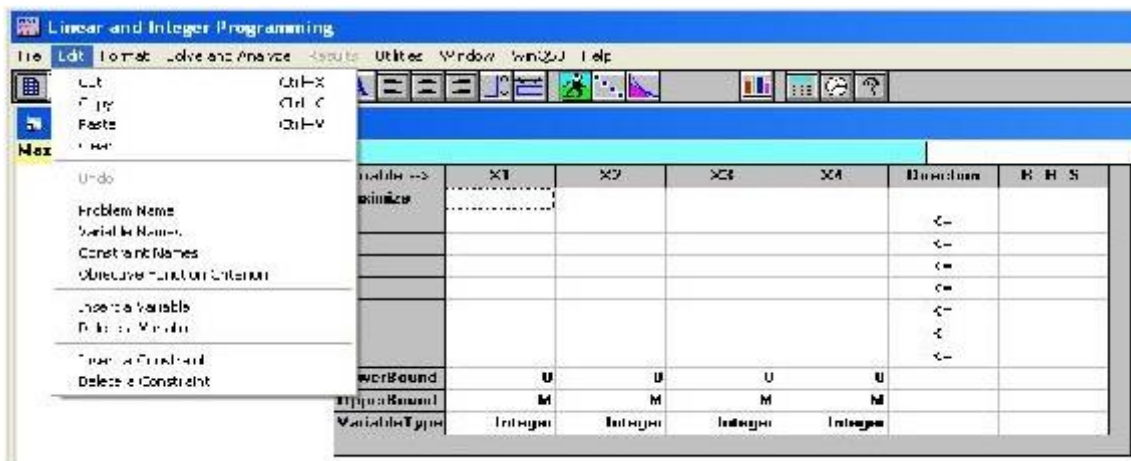
Slika 4: Unos koeficijenata

Izvor: Izradio autor



Slika 5: Izbornik „File“ i njegove opcije

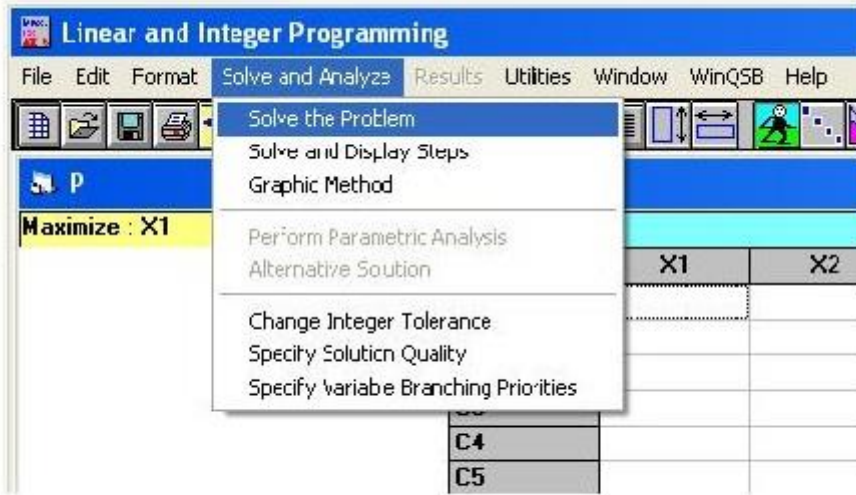
Izvor: Izradio autor



Slika 6: Solver opcija Edit

Izvor: Izradio autor

Klikom na opciju „Edit“ u glavnom izborniku otvara se padajući izbornik koji nudi opcije za preimenovanje varijable, dodavanje novih uvjeta, brisanje postojećih uvjeta, dodavanje novih varijabli i brisanje postojećih varijabli.



Slika 7: Solver opcija Solve and Analyze

Izvor: Izradio autor

Opciju za rješavanje problema može se dobiti klikom na ikonicu „čovječuljka“ ili klikom u glavnom izborniku na „Solve and Analyze“ pa odabirom opcije „Solve the Problem“ kao što je prikazano na slici.

TUZAU:00		Hours/day	Map	15	2014		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit/Unit	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. obj	Allowable Max. obj
1	X1	0	0	0	at bound	M	M
2	X2	0	0	0	at bound	-M	M
3	X3	0	0	0	at bound	M	M
Objective Function		(Max.) -	0				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	0	0	0	0	0	M
2	C2	=	0	0	0	0	M
3	C3	0	0	0	0	0	M

Slika 8: Optimalna rješenja

Izvor: Izradio autor

U prvom stupcu izlazne tablice ispisuju se nazivi nezavisnih varijabli.

U drugom stupcu ispisuju se optimalne vrijednosti nezavisnih varijabli.

U retku Objective Function ispisuje se optimalna vrijednost funkcije cilja. .

U stupcu Constraints ispisuje se oznaka uvjeta redosljedom kojim su upisane u tablicu ulaznih podataka.

U stupcu Left Hand Side ispisuju se vrijednosti koje se dobiju uvrštavanjem optimalnih vrijednosti nezavisnih varijabli u svaki pojedini uvjet.

U stupcu Right Hand Side ispisuje se vrijednost na desnoj strani svakog pojedinog uvjeta.

U stupcu Slack or Surplus ispisuju se razlike vrijednosti iz stupca Left Hand Side i vrijednosti iz stupca Right Hand Side. Ako je ta razlika jednaka 0, uvjet je zadovoljen tako da vrijedi znak jednakosti. Vrijednost različita od 0 znači da postoji „suvišak“ (ako uvjet sadrži znak \geq) ili „manjak“ (ako uvjet sadrži znak \leq).

Prilikom rješavanja transportnoga problema može se koristiti WinQSB ili MS Excel alat „Solver“. Prilikom ovoga rada odabran je rad u „Solveru“ iz razloga što je moguće lakše unositi određenu formulaciju da bi se dobio veći broj tablica, odnosno korištenjem WinQSB-a korisnik je ograničen na samo one formule i funkcije koje

program posjeduje dok korištenjem Solvera korisnik sam upisuje formulacije te je lakše za dodatne izračune. Gore navedeni WinQSB je opisan s ciljem da se prikaže mogućnost i način korištenja kod istoga problema. Prednosti MS Excela s primjenom Solvera je veći broj tablica, lakše povezivanje tablica, lakše uočavanje ako program ne donosi optimalno rješenje, lakša i brža mogućnost novih izmjena i pokušaja, mogućnost nakon dobivenih rezultata izrada grafikona i sl..

4. ANALIZA POSTOJEĆEG MODELA ALOKACIJE VOZILA RENT-A-CAR TVRTKE ORYX d.o.o.

4.1. CaRS PROGRAM

Cijeli sustav rent a cara povezan je programom CaRS, program je izradila tvrtka VIP-DATA d.o.o..

Tvrtka VIP-DATA je osnovana 1977. godine i kao takva jedan je od najstarijih poslovnih subjekata na području informatičke djelatnosti u Republici Hrvatskoj. Danas tvrtka pruža sve vrste usluga u informatici kreirajući pri tom vlastita programska rješenja za informatizaciju poslovnih funkcija prema zahtjevima korisnika. Kapaciteti ujedinjeni s dugom tradicijom, kompetentnošću, visokorazvijenim tehnologijama i financijskom stabilnošću VIP-DATU svrstavaju među vodeće informatičke tvrtke čiji temelj daljnjeg razvoja i uspjeha predstavlja, prije svega – kvaliteta usluga i rješenja. O poslovnim mogućnostima VIP-DATA dovoljno govore desetine uspješno realiziranih projekata, te stalni poslovni partneri koji su i sami dio poslovnog uspjeha tvrtke. VIP-DATA je tvrtka koja je prepoznatljiva po svojoj kvaliteti usluge, te originalnom i inovativnom pristupu koji rezultira tehnološki naprednim softverskim rješenjima. Stručnost, znanje, fleksibilnost i profesionalnost ključne su osobine koje VIP-DATA ugrađuje u sve svoje produkte i usluge s idejom da za svoje partnere stvori nove poslovne mogućnosti. Integracijom komunikacijskih i poslovnih rješenja VIP-DATA unapređuje, osmišljava, planira i projektira poslovne ideje svojih partnera, te im pruža konstantnu potporu kroz dizajn, realizaciju i implementaciju programskih rješenja. Aktivnim pristupom usmjerenim na stvaranje i akumuliranje znanja za potrebe svojih klijenata VIP-DATA provjerenim metodama omogućuje izgradnju konkurentne prednosti za svoje klijente.

CaRS program je kompletna aplikacija za upravljanje rent-a-car poslovanjem sa svrhom olakšavanja u ubrzavanju rada, automatizacije procesa te strukturnog prezentiranja postojećih podataka i statistika. Namijenjen tvrtkama čije je osnovno poslovanje pružanje rent-a-car usluga. Program je tematski prilagođen poslovnoj politici rent-a-cara i sustav prati procese formiranja i nadzora flote, te najma vozila.

Osnovne karakteristike: - grafičko i vizualno prepoznavanje forme

- logički i vizualno navođenje korisnika na slijedeći korak
- automatizam i kontrole definiranih procesa
- mogućnost odabira logički pripadnih sadržaja
- kontrola unosa po predefiniranim pravilima
- „čarobnjaci“ za unos podataka
- tematske podjele po izbornicima
- tematske podjele po „stranicama“ (tabovima)
- kontrola predefiniranih faza rada

Pristup bazi i podacima olakšan je tematskom pripadnošću podataka, te njihovim razvrstavanjem po izbornicima. Podatke je moguće unositi selekcijom iz ponuđenih listi tzv. padajućih izbornika kao što je slučaj s npr. bojama ili markama (tip, model) vozila. Potrebno je napomenuti da je aplikacija ta koja kontrolira unos podataka, i tamo gdje je potrebno selektirati podatak iz šifrarnika umjesto slobodnog unosa sadržaja, aplikacija će ponuđenim sadržajem navesti korisnika na ispravan pristup unosu. Posebna pažnja je posvećena ovlaštenjima i mogućnošću pristupa određenim nivoima poslovnih procesa i podataka.

Aplikacija se sastoji od 4 modula:

- Car Control modul
- Modul poslovnica
- Modul tehnika
- Modul fakturiranje

Car Control modul kontrolira postojeću flotu vozila, najam vozila, rezervacijski sustav, financijski aspekt sustava, unos cjenika najma i osiguranja.

Modul poslovnica kontrolira realizaciju najma vozila, definira odnose između klijenta i Car Controla – ugovori, provodi naplatu, evidentira i prezentira blagajnu naplate najma, kontrolira povratak vozila

Tehnika modul namijenjen operaterima u Tehničkoj službi odnosno onom dijelu rent-a-cara koji kontrolira postojeću flotu vozila. Korisnicima se olakšava i ubrzava rad, automatiziraju se procesi, te strukturno prezentiraju postojeći podaci i statistike.

Modul fakturiranje služi za naplatu najma prema pravnim osobama, služi za izdavanje računa /faktura, storniranje faktura, izdavanje terećenja.

Kartica vozila														
Reg.oznaka		Marka i tip				Inv.br		Status						
ZG021AZ		VOLKSWAGEN GOLF				080018		NAJAM-K						
Ugovor - kratkoročni		OUT			ESTIMATED IN			IN						
VK	Broj dok.	Datum i vrijeme	Post.	KM	Gor.	Datum i vrijeme	Post.	Datum i vrijeme	Post.	KM	Gor.	Prijeđeno KM	Napomene	Vozač
10	91080035	18.8.2008 12:57	ZGD	150	55	18.8.2008 13:57	ZGD					-		
10	91080015	4.6.2008 10:18	ZGD	140	55	4.6.2008 10:20	ZGD	4.6.2008 10:20	ZGD	150	55	10		
10	91080014	28.5.2008 15:19	ZGD	130	55	28.5.2008 15:30	ZGD	28.5.2008 15:30	ZGD	140	55	10		
10	91080013	28.5.2008 15:17	ZGD	120	55	28.5.2008 15:25	ZGD	28.5.2008 15:25	ZGD	130	55	10		
10	91080012	28.5.2008 15:07	ZGD	110	55	31.5.2008 15:10	ZGD	31.5.2008 15:10	ZGD	120	55	10		
ZV	91080011	28.5.2008 14:57	ZGD	100	55	28.5.2008 15:01	ZGD	28.5.2008 15:01	ZGD	110	55	10		
10	91080010	28.5.2008 14:43	ZGD	90	55	28.5.2008 14:50	ZGD	28.5.2008 14:50	ZGD	100	55	10		
10	91080009	28.5.2008 14:25	ZGD	80	55	28.5.2008 14:30	ZGD	28.5.2008 14:30	ZGD	90	55	10		
10	91080008	28.5.2008 14:17	ZGD	70	55	28.5.2008 14:20	ZGD	28.5.2008 14:20	ZGD	80	55	10		
10	91080007	28.5.2008 14:10	ZGD	60	55	28.5.2008 14:20	ZGD	28.5.2008 14:20	ZGD	70	55	10		
10	91080006	28.5.2008 14:03	ZGD	55	55	28.5.2008 14:10	ZGD	28.5.2008 14:10	ZGD	60	55	5		
10	91080005	28.5.2008 13:54	ZGD	50	55	28.5.2008 14:00	ZGD	28.5.2008 14:00	ZGD	55	55	5		
10	91080004	28.5.2008 13:40	ZGD	40	55	28.5.2008 13:50	ZGD	28.5.2008 13:50	ZGD	50	55	10		
10	91080003	28.5.2008 13:15	ZGD	30	55	28.5.2008 13:20	ZGD	28.5.2008 13:20	ZGD	40	55	10		
10	91080002	28.5.2008 11:58	ZGD	20	55	28.5.2008 12:00	ZGD	28.5.2008 12:00	ZGD	30	55	10		
10	91080001	28.5.2008 11:36	ZGD	10	55	28.5.2008 11:40	ZGD	28.5.2008 11:40	ZGD	20	55	10		
00	910001							28.5.2008 11:35	ZGD	10	55	-	test vozilo za zagreb centar an.m.	

Slika 9: Kartica vozila

Izvor: Izradio autor

4.2. ALOKACIJA VOZILA

Alokaciju vozila prema potrebama poslovnica Oryx rent a car-a odrađuje odjel tehničke podrške koji se sastoji od tri zaposlenika, voditelj tehničke službe te dvojice referenata. Odjel tehničke službe ima u potpunosti pristup svim bazama podataka veznih uz najmove vozila, trajanje najma, potrebe poslovnica, vozila koja idu na redovni servis.

Alokaciju vozila nije moguće odraditi s programom CaRS, te se iz toga razloga moraju primjenjivati druge metode u slučaju Oryx rent-a-cara cijeli postupak se radi manualno.

Alokacija vozila planira se danas za potrebe poslovnica s sutrašnjim danom. Zaposlenik uvidom u potrebe pojedinih poslovnica započinje proces alokacije vozila prema potrebama. Kao što je u radu navedeno postoje 22 skupine vozila, ali ujedno zbog velike potražnje ili smanjenja troškova određena grupa vozila se može

zamijeniti drugom grupom vozila. Veliku ulogu u organizaciji alokacije vozila prema potrebama ujedno ima i točno vrijeme podizanja i povratka vozila u poslovnici. Vozila koja klijenti preuzimaju na jednoj lokaciji nisu dužni vratiti na istu, već mogu vozila vratiti u bilo koju od 17 poslovnica. Cijeli proces planiranja se odvija manualnim putem, te osoba koja ga odrađuje u jeku sezone gubi previše vremena na organizaciju, jer ujedno je potrebno obavijestiti sve voditelje poslovnica o grupama vozila koja će transferisti dostaviti ili preuzeti kod njih u poslovnici.

Trenutačni model alokacije koji se primjenjuje u Oryx rent a car-u je manualni, spor i neučinkovit te iz toga razloga potrebno je povećati razinu informatizacije te na taj način efikasnije, efektivnije i profesionalnije zadovoljavati potrebe poslovnica.

Faze planiranja alokacije vozila prema potrebama poslovnica:

1. Trenutno stanje vozila prema poslovnicama
2. Potreba za vozilima prema poslovnicama
3. Usklađivanje stanja i potreba
4. Izbor optimalnog puta

Trenutno stanje vozila prema poslovnicama daje uvid u vozila koja su u poslovnici, vozila koja odlaze iz poslovnica i vozila koja se vraćaju u poslovnici, odnosno grupe vozila.

Potrebe za vozilima prema poslovnicama se vide iz rezervacija određenih grupa vozila s lokacijom, mjestom preuzimanja i povratka vozila.

Usklađivanje stanja i potreba je proces gdje se mogu zadržati vozila koja su u poslovnici.

Izbor optimalnog puta predstavlja opsežan problem jer na floti od 1600 vozila gdje se svakodnevno rade transferi za zadovoljavanje potražnje i gdje se dnevno veliki broj vozila transferira teško je osobi zaduženoj za organizaciju istoga odabrati optimalni put uz minimalne troškove.

5. OPTIMIRANJE POSTOJEĆEG MODELA

U ovom poglavlju definiran je problem Oryx rent a cara koji treba optimizirati, prikazan je matematički model opisanog problema, korištenje Excelovog programskog dodatka Solver koji uz pomoć Simplex metode rješava zadani problem linearnog programiranja, točnije model alokacije resursa.

Autor je bio u mogućnosti izabrati jedan od dva načina rješavanja ili pomoću WinQSB-a ili Excel programa Solver. Odabran je Excel uz uporabu Solvera iz razloga bolje preglednosti te mogućnosti Excela prilikom ostalih matematičkih funkcija koje nisu moguće u WinQSB-u.

5.1. MATEMATIČKI MODEL

U matematičkom modelu (5.1.1.) je definirana formulacija postojećeg problema, s funkcijom cilja, varijablama odlučivanja i ograničenjima.

Funkcija cilja:

$$\min F = \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{kij} \cdot d_{ij} \quad (5.1.1)$$

x_{kij} = broj vozila tipa k , koje se nalazi u poslovnici i , a transferira se u poslovnicu j

d_{ij} = kilometarska udaljenost od poslovnice i do poslovnice j prikazane u Tablici 4

n = broj poslovnica izvora (gdje se trenutno nalaze vozila)

m = broj poslovnica koje potražuju vozila

l = broj tipova vozila prikazan u Tablici 1

$d_{ij} = 0$ za $(i = j)$ za vozila koja ostaju u poslovnici gdje se trenutno nalaze

Funkcija cilja sastoji se od grupa vozila koja „ l “ koja se nalaze u poslovnicama „ i “ te za zadovoljavanje potražnje trebaju biti transferirana u poslovnice „ j “, u ovom slučaju jednak je broj polaznih „ n “ i odredišnih „ m “ poslovnica. Mjerna jedinica je

izražena u kilometrima. Izračun minimalne funkcije izračunava se na način da se množi broj transferiranih vozila iz poslovnice „i“ u poslovnicu „j“ s kilometrima koja predstavljaju udaljenost između istih.

Funkcija cilja je pronaći optimalni put između poslovnica a pritom zadovoljiti sve potrebe, uz postavljena ograničenja, s tim se dolazi do smanjenja troškova, skraćenja vremena transfera vozila i smanjenja broja prijeđenih kilometara.

Uz ograničenje:

1. potražnja odredišta mora biti zadovoljena (matematički izraz 5.1.2), tj. svaka poslovnica odredišta mora dobiti toliko vozila svakog tipa koliko potražuje, zbog toga uvedena je veličina „ p_{jk} “

$$\sum_{k=1}^l p_{jk} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l x_{kij} \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (5.1.2)$$

p_{jk} = broj vozila tipa k koje potražuje poslovnica „j“ koja je zadana

2. iz svakog izvora, poslovnice „i“ može biti transferirano najviše toliko vozila koliko ih ima u dotičnoj poslovnici (matematički izraz 5.1.3), odnosno trenutno stanje vozila u poslovnici „i“, te je uvedena veličina: s_{ik}

$$\sum_{k=1}^l s_{ik} \geq \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l x_{kij} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (5.1.3)$$

s_{ik} = broj vozila tipa k koji se trenutno nalazi u poslovnici i, koji je zadan

3. ograničenje je uvjet nenegativnosti varijable odlučivanja (matematički izraz 5.1.4.)

$$x_{kij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; k = 1, \dots, l \quad (5.1.4)$$

Matematički model sadrži ulazne podatke koji su dani u Tablicama 3, 4, 5, 6. Stanje flote na dan po poslovnica i pojedinim grupama vozila

- Udaljenosti između poslovnica
- Potrebe pojedine poslovnice za pojedinom grupom vozila
- Svaka pojedina grupa vozila posjeduje svoju tablicu prema gradovima

5.2. ULAZNI PODACI MATEMATIČKOG MODELA

Cijeli proces počinje Tablicom 3, ova tablica preuzima podatke i aktualizira se pomoću programa CaRS, na taj način dobiju se podaci o grupi vozila koja se nalazi na pojedinoj lokaciji.

Tablica 3: Stanje na dan po pojedinim poslovnicama, prema grupama vozila

	MCMR	EDMR	CCMR	CCAR	CDMR	ITMR	SDAR	IDMR	SXMR	SDMR	PDAR		
ZAG	18	43	19	4	4	9	15	18	2	12	7		
KAR	4	2	4	0	1	1	1	1	2	3	13		
RID	11	36	18	0	3	0	8	3	5	9	1		
PUL	11	47	24	0	4	0	3	1	3	2	1		
POR	0	6	5	1	1	1	1	1	1	0	0		
ROV	3	8	8	1	0	0	1	3	0	3	0		
ZAD	19	115	33	7	8	1	4	9	4	13	1		
STP	30	139	6	8	6	3	4	21	2	1	1		
DUB	29	132	12	11	11	1	13	14	6	8	1		
LDAR	EWMR	IWMR	SWMR	IVMR	FVMR	CKMR	IFAR	PVMR	LVMR	XKMR			
9	21	11	4	6	11	5	9	6	3	1		237	
0	0	0	0	0	0	2	1	1	1	0		37	
0	3	2	4	1	0	0	2	1	4	1		112	
0	7	2	3	4	3	0	0	2	4	2		123	
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1		21	
0	0	3	0	2	1	0	0	0	0	0		33	
0	17	4	5	4	2	0	0	2	11	2		261	
0	16	10	9	4	9	0	2	1	19	0		291	
0	17	9	6	6	0	0	2	2	1	1		282	
												1397	
												SUM	1397

Izvor: Izradio autor

Ne vezano uz prijašnju tablicu napravljena je Tablica 4 koja predstavlja udaljenosti između pojedinih poslovnica, te ona u solveru predstavlja uvjet.

Tablica 4: Udaljenosti između poslovnica izražene u kilometrima

KM									
	ZGD	KAR	RID	PUL	POR	ROV	ZAD	STP	DUB
ZGD	0	55	160	270	250	250	285	410	600
KAR	55	0	115	220	200	200	240	362	555
RID	160	115	0	110	90	90	295	415	610
PUL	270	220	110	0	60	36	395	520	710
POR	250	200	90	60	0	44	390	515	705
ROV	250	200	90	36	44	0	380	500	700
ZAD	285	240	295	395	390	380	0	160	350
STP	410	362	415	520	515	500	160	0	230
DUB	600	555	610	710	705	700	350	230	0

Izvor: Izradio autor

Tablica 5 predstavlja stvarne potrebe pojedine poslovnice za pojedinom grupom vozila, ova tablica se ne može popuniti iz programa CaRS nego je potrebno ju ručno popunjavati.

Tablica 5: Potrebe za grupama vozila po poslovnicama

POTREBE										
	ZAG	KAR	RID	PUL	POR	ROV	ZAD	STP	DUB	SUM
MCMR	29	3	5	6	13	22	12	10	2	102
EDMR	12	3	34	12	23	11	12	3	4	114
CCMR	5	5	5	5	4	3	2	1	0	30
CCAR	2	2	2	2	2	2	1	0	0	13
CDMR	4	12	11	8	8	4	4	3	8	62
ITMR	12	7	4	7	4	5	4	1	2	46
SDAR	10	7	9	5	5	3	1	4	2	46
IDMR	9	0	0	1	2	9	5	7	3	36
SXMR	1	1	5	6	7	1	3	6	5	35
SDMR	8	5	5	5	4	4	4	4	3	42
PDAR	3	7	7	7	7	7	7	7	7	59
LDAR	5	3	1	2	5	7	1	3	8	35
EWMR	7	1	2	3	2	1	1	4	1	22
IWMR	12	5	6	3	1	5	2	3	1	38
SWMR	2	1	3	2	3	2	1	2	1	17
IVMR	2	6	7	8	6	7	4	3	4	47
FVMR	3	3	3	3	3	3	3	3	2	26
CKMR	0	3	3	2	1	4	5	6	8	32
IFAR	1	2	1	3	1	3	2	1	3	17
PVMR	0	3	1	2	3	1	3	1	3	17
LVMR	0	4	4	6	3	2	1	4	3	27
XKMR	0	2	3	5	4	6	1	4	0	25
	127	85	121	103	111	112	79	80	70	
									SUM	888

Izvor: Izradio autor

Za sve grupe vozila koncept tablice je isti, stupac predstavlja raspoloživa vozila na pojedinoj lokaciji za pojedinu grupu vozila odnosno raspoloživa vozila u poslovnici, dok redak predstavlja potrebe po pojedinim poslovnicama, potrebe u cijelosti moraju biti zadovoljene.

Ograničenja i potrebe se automatski popunjavaju iz Tablice 3 i Tablice 5 jer je su ćelije međusobno povezane.

Tablica 6 predstavlja grupu vozila pod nazivom „EDMR“ i gradove iz kojih se treba transferirati vozila da bi se potrebe zadovoljile po poslovnicama za promatranu grupu vozila, ova tablica je ogledni primjerak, zbog postojanja 17 grupa vozila bilo je potrebno za svaku grupu vozila napraviti tablicu i njenu podjelu po gradovima. Uz svaku tablicu postavljena su „Ograničenja“ i „Potrebe“, „Ograničenja“ predstavljaju broj vozila koji se nalazi na jednoj lokaciji od promatrane grupe vozila, za primjer kako je prikazano u Tablici 6 „EDMR“ vozila u poslovnici ZGD⁵ na raspolaganju imaju

⁵ Poslovnica Zagreb Grad, obuhvaća poslovnicu u Vukovarskoj ulici i poslovnicu u Zračnoj luci Pleso

43 vozila, u poslovnici ROV⁶ na raspolaganju imaju šest vozila iste grupe. „Potrebe“ predstavljaju potrebe za vozilima po poslovnica, potrebe moraju biti u cijelosti zadovoljenje, kao što se vidi u Tablici 6 poslovnica KAR⁷ ima potrebu za tri „EDMR“ vozila i potrebe je ispunjena, dva vozila će ostati u poslovnici a jedno vozilo će se transferirati iz poslovnice ZGD, poslovnica ZAD⁸ ima potrebu za 12 vozila a na raspolaganju u svojoj poslovnici ima 115 tako da niti jedno vozilo neće biti transferirano.

Tablica 6: Za grupu vozila „EDMR“ koja vozila treba na koju lokaciju transferirati

		EDMR									OGRANIČENJA		
	ZGD	KAR	RID	PUL	POR	ROV	ZAD	STP	DUB				
ZGD	12	1	0	0	0	0	0	0	0	13	⇐	43	
KAR	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	⇐	2	
RID	0	0	34	0	0	0	0	0	0	34	⇐	36	
PUL	0	0	0	12	17	3	0	0	0	32	⇐	47	
POR	0	0	0	0	6	0	0	0	0	6	⇐	6	
ROV	0	0	0	0	0	8	0	0	0	8	⇐	8	
ZAD	0	0	0	0	0	0	12	0	0	12	⇐	115	
STP	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	⇐	139	
DUB	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	⇐	132	
	12	3	34	12	23	11	12	3	4				
	=	=	=	=	=	=	=	=	=				
POTREBA	12	3	34	12	23	11	12	3	4				

Izvor: Izradio autor

Tablica 7: Za pojedinu grupu vozila izgleda identično, te uključuje ograničenja i potrebe

		MCMR / EDMR / CCMR / CCAR / CDMR / ITMR / SDAR / DMR / SKMR / SDMR / PDAR / LDAR / EWMR / IWMR / SWMR / IVMR / FVMR / CKMR / IFAR / PVMR / LVMR / XKMR										OGRANIČENJA		
	ZGD	KAR	RID	PUL	POR	ROV	ZAD	STP	DUB					
ZGD										0	⇐	0		
KAR										0	⇐	0		
RID										0	⇐	0		
PUL										0	⇐	0		
POR										0	⇐	0		
ROV										0	⇐	0		
ZAD										0	⇐	0		
STP										0	⇐	0		
DUB										0	⇐	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
	=	=	=	=	=	=	=	=	=					
POTREBA	0	0	0	0	0	0	0	0	0					

Izvor: Izradio autor

⁶ Poslovnica Rovinj

⁷ Poslovnica Karlovac

⁸ Poslovnica Zadar, obuhvaća poslovnicu u gradu i u zračnoj luci

Zbog mogućnosti da se određena grupa vozila u potpunosti iskoristi a ne budu zadovoljene potrebe, onda se potrebe zadovoljavaju na način da se jedna grupa vozila zamjenjuje drugom grupom kako što je prikazano u tablici.

Za primjer je prikazana Tablica 8 kada je zbog nemogućnosti zadovoljavanja potreba u cijelosti za grupu vozila EDMR onda se potrebe u cijelosti zadovoljavaju uz pomoć CCMR grupe vozila.

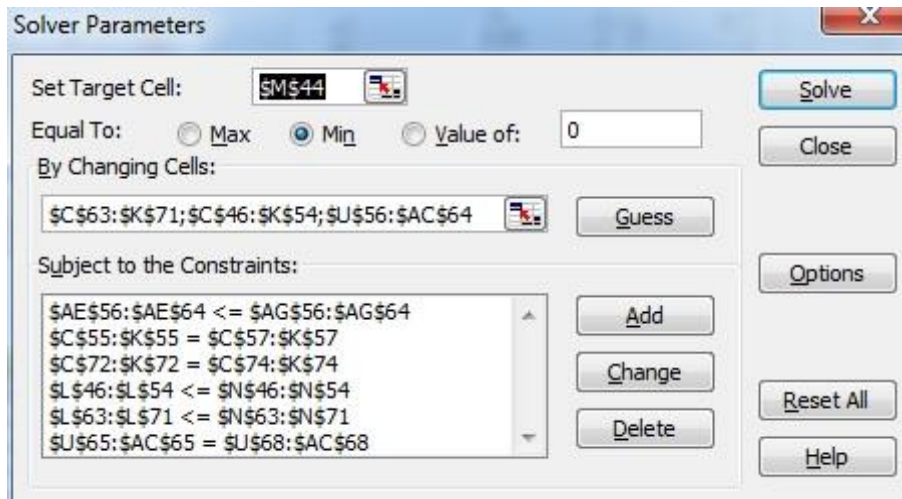
Tablica 8: Zamjena grupa vozila

EDMR = CCMR												
	ZGD	KAR	RID	PUL	POR	ROV	ZAD	STP	DUB			
ZGD										0	≤	30
KAR										0	≤	0
RID										0	≤	2
PUL										0	≤	15
POR										0	≤	0
ROV										0	≤	0
ZAD										0	≤	103
STP										0	≤	136
DUB										0	≤	128
	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
	=	=	=	=	=	=	=	=	=			
	0	0	9	0	5	0	0	5	5			

Izvor: Izradio autor

5.3. POSTAVKE PROGRAMSKOG ALATA SOLVER

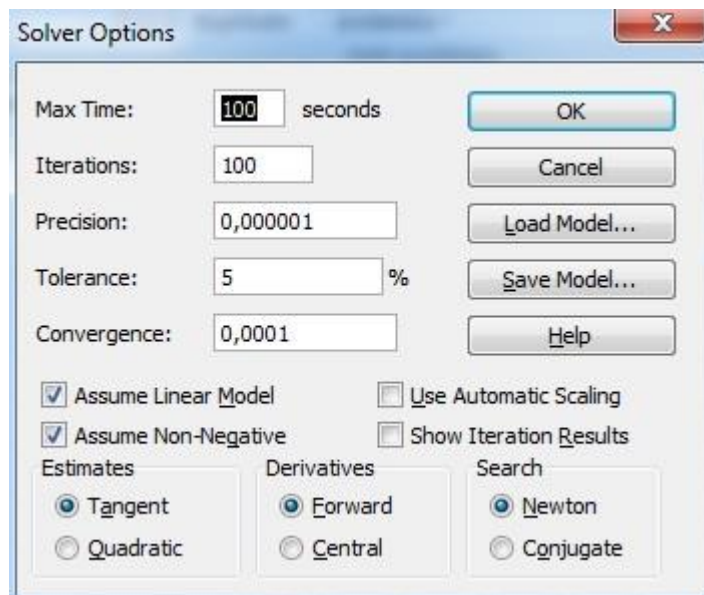
Pokretanjem Solvera potrebno je postaviti Solver Parametre, koji uključuju ćeliju cilja, varijabilne ćelije te ograničenja.



Slika 10: Dijaloški okvir Solvera koji prikazuje parametre

Izvor: Izradio autor

Pod Solver options potrebno je postaviti da je model linearan, te da varijable moraju biti nenegativne.



Slika 11: Dijaloški okvir Solver-a koji prikazuje opcije

Izvor: Izradio autor

5.4. PRIKAZ PRIMJENE PROGRAMSKOG ALATA *Solver*

Za prikaz rada Solvera s postavljenim ciljem, uvjetima i varijablama, korišten je pojednostavljeni prikaz iz razloga što autor ne posjeduje Microsoft Excel 2007 Pro verziju te Solver može obraditi 200 ćelija što za veličinu tablica koje je autor izradio nije dostatno.

Matematički model

Funkcija cilja (matematički model 5.4.1.) su minimalni kilometri, odnosno dobiti najkraći prijeđeni put za zadovoljavanje potražnje, minimum je cilj jer su kilometri osnovica za izračun troškova te samim time što je broj prijeđenih kilometara manji to su i troškovi manji.

Funkcija cilja:

$$\min F = \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{kij} \cdot d_{ij} \quad (5.4.1.)$$

x_{kij} = broj vozila tipa k , koje se nalazi u poslovnici i , a transferira se u poslovnicu j

d_{ij} = kilometarska udaljenost od poslovnice i do poslovnice j prikazane u Tablici 4

n = broj poslovnica izvora, Tablica 3

m = broj poslovnica koje potražuju vozila, prikazano u Tablici 5

l = broj tipova vozila prikazan u Tablici 1

$d_{ij} = 0$ za ($i = j$) za vozila koja ostaju u poslovnici gdje se trenutno nalaze

Uz uvjete:

1. potražnja odredišta mora biti zadovoljena (matematički izraz 5.4.2), tj. svaka poslovnica odredišta mora dobiti toliko vozila svakog tipa koliko potražuje prikazano u Tablici 11, zbog toga uvedena je veličina „ p_{jk} “

$$\sum_{k=1}^l p_{jk} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l x_{kij} \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (5.4.2)$$

p_{jk} = broj vozila tipa k koje potražuje poslovnica „ j “ koja je zadana

2. iz svakog izvora, poslovnice „ i “ može biti transferirano najviše toliko vozila koliko ih ima u dotičnoj poslovnici (matematički izraz 5.4.3), odnosno trenutno stanje vozila u poslovnici „ i “ prikazano u Tablici 10, te je uvedena veličina: s_{ik}

$$\sum_{k=1}^l s_{ik} \geq \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l x_{kij} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (5.4.3)$$

s_{ik} = broj vozila tipa k koji se trenutno nalazi u poslovnici i , koji je zadan

3. ograničenje je uvjet nenegativnosti varijable odlučivanja (matematički izraz 5.1.3.)

$$x_{kij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; k = 1, \dots, l \quad (5.4.4.)$$

Ovaj model sastoji se od sljedećih sedam tablica:

1. Tablica 7: Udaljenosti u kilometrima
2. Tablica 8: Stanje na dan
3. Tablica 9: Potrebe
4. Tablica 10: Ponuda i potražnja po grupi vozila „MCMR“
5. Tablica 11: Ponuda i potražnja po grupi vozila „EDMR“
6. Tablica 12: Ponuda i potražnja po grupi vozila „CCAR“
7. Tablica 13: Zamjena, „MCMR = EDMR“

1. Tablica 9 odnosi se na udaljenosti između lokacija na koja će se ova vozila transferirati. U ovom primjeru su lokacije ZGD (Zagreb), KAR (Karlovac), RID (Rijeka).

Tablica 9: Udaljenosti

UDALJENOSTI			
	ZGD	KAR	RID
ZGD	0	55	160
KAR	55	0	115
RID	160	115	0

Izvor: Izradio autor

2. Tablica 10 predstavlja na kojoj lokaciji i kojoj količini vozila ima od određene grupe vozila.

Stanje poslovnice ZGD za grupu vozila „MCMR“ iznose 18, za „EDMR“ iznose 4 i za „CCAR“ iznose 11.

Stanje poslovnice ZGD za grupu vozila „MCMR“ iznose 43, za „EDMR“ iznose 2 i za „CCAR“ iznose 36.

Stanje poslovnice ZGD za grupu vozila „MCMR“ iznose 19, za „EDMR“ iznose četiri i za „CCAR“ iznose 18.

Tablica 10: Stanje na dan

STANJE NA DAN					
	MCMR	EDMR	CCMR		
ZAG	18	43	19	80	
KAR	4	2	4	10	
RID	11	36	18	65	155
	33	81	41		
			155		

Izvor: Izradio autor

3. Tablica 11 predstavlja potrebe na cijeloj mreži rent-a-car-a, horizontalno se nalaze lokacije. U ovom primjeru poslovnice ZGD, KAR, RID, dok se u vertikalno nalaze grupe vozila u ovome slučaju „MCMR“, „EDMR“ i „CCAR“.

Potrebe poslovnice ZGD za grupu vozila „MCMR“ iznose 30, za „EDMR“ iznose 12 i za „CCAR“ iznose pet.

Potrebe poslovnice KAR za grupu vozila „MCMR“ iznose tri, za „EDMR“ iznose tri i za „CCAR“ iznose pet.

Tablica 11: Potrebe

POTREBE					
	ZAG	KAR	RID		
MCMR	30	3	5	38	
EDMR	12	3	34	49	
CCMR	5	5	5	15	102
	47	11	44		
			102		

Izvor: Izradio autor

Potrebe poslovnice RID za grupu vozila „MCMR“ iznose pet, za „EDMR“ iznose 34 i za „CCAR“ iznose pet.

4. U Tablici 12 se može očitati potražnja i ograničenje (dostupnost) vozila prema lokacijama, u ovome slučaju potražnja za poslovnicu ZGD iznosi 30, za KAR iznosi tri i za RID iznosi pet, a ograničenje po poslovnici ZGD iznosi 18, za KAR iznosi četiri i za RID iznosi 11, dok se unutrašnjost ćelije, označene plavom bojom koriste kao varijabilne ćelije.

Tablica 12: Ponuda i potražnja „MCMR“ grupe vozila po lokacijama

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	18	0	0	18	<=	18
KAR	0	0	4	4	<=	4
RID	10	0	1	11	<=	11
	28	0	5			
	=	=	=			
potražnja	30	3	5			

Izvor: Izradio autor

5. U Tablici 13 se može očitati potražnja i ograničenje (dostupnost) vozila prema lokacijama, u ovome slučaju potražnja za poslovnicu ZGD iznosi 12, za KAR iznosi tri i za RID iznosi 34, a ograničenje po poslovnici ZGD iznosi 43, za KAR iznosi dva i za RID iznosi 36, dok se unutrašnjost ćelije, označene plavom bojom koriste kao varijabilne ćelije.

Tablica 13: Ponuda i potražnja „EDMR“ grupe vozila po lokacijama

EDMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD				0	<=	43
KAR				0	<=	2
RID				0	<=	36
	0	0	0			
	=	=	=			
potražnja	12	3	34			

Izvor: Izradio autor

6. U Tablici 14 se može očitati potražnja i ograničenje (dostupnost) vozila prema lokacijama, u ovome slučaju potražnja za poslovnicu ZGD iznosi pet, za KAR iznosi pet i za RID iznosi pet, a ograničenje po poslovnici ZGD iznosi 19, za KAR iznosi četiri i za RID iznosi 18, dok se unutrašnjost ćelije, označene plavom bojom koriste kao varijabilne ćelije.

Tablica 14: Ponuda i potražnja „CCAR“ grupe vozila po lokacijama

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD				0	<=	19
KAR				0	<=	4
RID				0	<=	18
	0	0	0			
	=	=	=			
potražnja	5	5	5			

Izvor: Izradio autor

7. Tablica 15 namijenjena je za slučaj ako ne postoji dovoljna količina vozila za zadovoljavanje potreba vezanih uz grupu vozila „MCMR“ da se ista grupa vozila zamjeni s „EDMR“ grupom vozila kako bi se zadovoljile potrebe. Ova tablica je definirana na način da se kao i sve druge tablice za određenu grupu vozila ali zbog svoje funkcije da nadomjesti ukoliko se iz osnovne tablice ne mogu zadovoljiti potrebe unesena je funkcija SUM koja oduzima potražnju od zadovoljene potražnje te se ova razlika očitava pri dnu ove tablice u retku „POTRAŽNJA“, te ukoliko postoji dodatna potražnja Solver će ju ispuniti preko ove tablice.

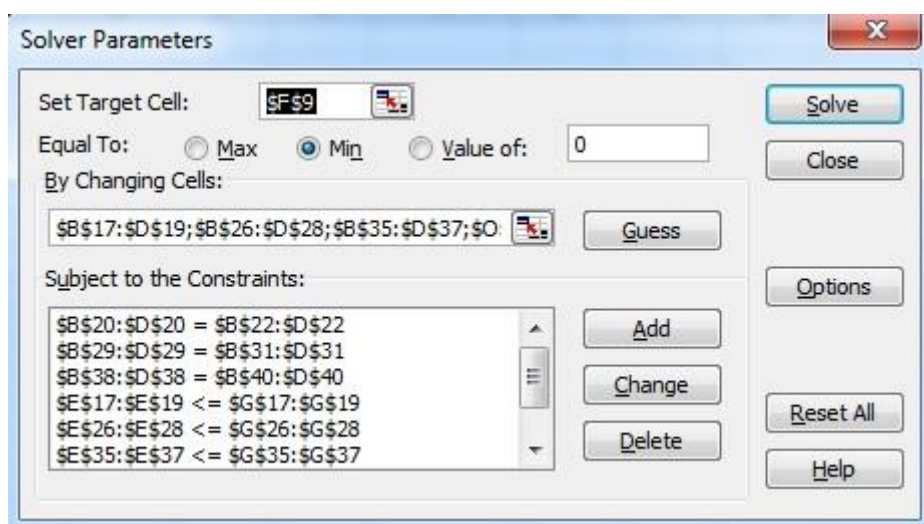
Tablica 15: Zamjena „MCMR“ za „EDMR“ grupu vozila po lokacijama

MCMR = EDMR						
	ZGD	KAR	RID			ograničenja
ZGD				0	<=	43
KAR				0	<=	2
RID				0	<=	36
	0	0	0			
	=	=	=			
potraznja	30	3	5			

Izvor: Izradio autor

5.4.1. POSTAVKE Solvera

Pokretanjem Solvera potrebno je postaviti Solver Parametre.



Slika 12: Postavke parametara Solvera

Izvor: Izradio autor

Najprije se mora postaviti odredišna ćelija u kojoj će biti prikazano rješenje, u ovom primjeru to je ćelija „\$F\$9“. Odredišna ćelija u kojoj će biti prikazan rezultat ima svoju funkciju cilja (matematički izraz 5.4.1) koja prevedena u formulaciju Excela glasi:

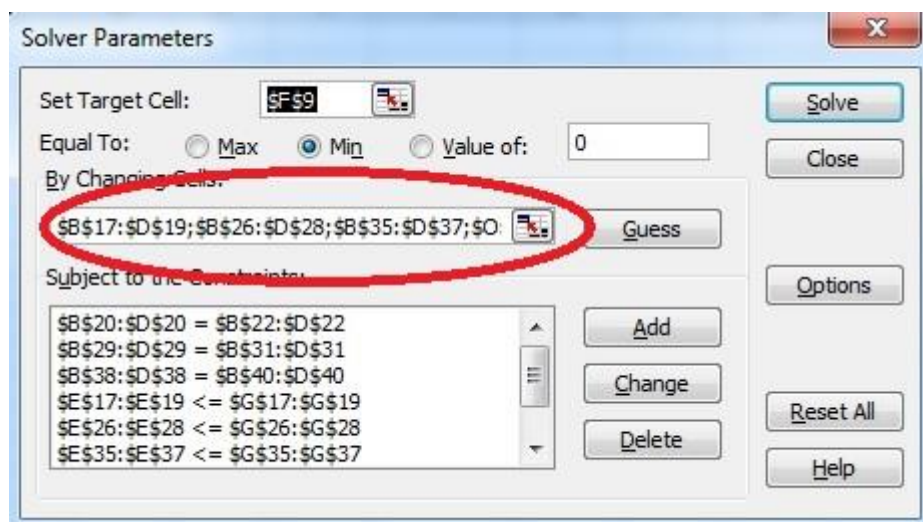
$=SUMPRODUCT(B9:D11;B17:D19)+SUMPRODUCT(B9:D11;B26:D28)+SUMPRODUCT(B9:D11;B35:D37)+SUMPRODUCT(B9:D11;O30:Q32)$



Slika 13: Dodjeljivanje ćelije cilja

Izvor: Izradio autor

Nakon toga određuju se varijabilne ćelije, ukoliko se koristi više tablica koje će biti varijabilne njih se odvaja sa „;“. U ovome primjeru varijabilne ćelije nalaze se na lokacijama „\$B\$17:\$D\$19;\$B\$26:\$D\$28;\$B\$35:\$D\$37;\$O\$30:\$Q\$32“



Slika 14: Dodjeljivanje varijabilnih ćelija

Izvor: Izradio autor

Nakon toga postavljaju se ograničenja kao što je prije navedeno ograničenja mogu biti jednaka nečemu (=), manja ili jednaka od nečega (\leq) te veća i jednaka od nečega (\geq). U ovome slučaju koriste se ograničenja vezana uz jednako nečemu (=) i manja ili jednaka nečemu (\leq).

Određeno je šest ograničenja, predstavljaju ograničenja pod matematičkim modelom 5.4.2. zbog načina rada Excel, odnosno Solver programa na ovaj način su napisana ograničenja, od prvog od trećega se odnose na zadovoljavanje potražnje, dok se ograničenja od četvrtoga do šestoga odnose na iskorištenje kapaciteta odnosno vozila po pojedinim poslovnica određeno matematičkim modelom 5.4.3..

1. ograničenje (matematički izraz 5.4.2.) se odnosi na zadovoljavanje potražnje „MCMR“ grupe vozila na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

$$\$B\$20:\$D\$20 = \$B\$22:\$D\$22$$

2. ograničenje (matematički izraz 5.4.3.) se odnosi na zadovoljavanje potražnje „EDMR“ grupe vozila na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

$$\$B\$29:\$D\$29 = \$B\$31:\$D\$31$$

3. ograničenje (matematički izraz 5.4.4.) se odnosi na zadovoljavanje potražnje „CCAR“ grupe vozila na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

$$B_{38}:D_{38} = B_{40}:D_{40}$$

4. ograničenje (matematički izraz 5.4.5.) se odnosi na iskorištenje trenutne ponude grupe vozila „MCMR“ na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

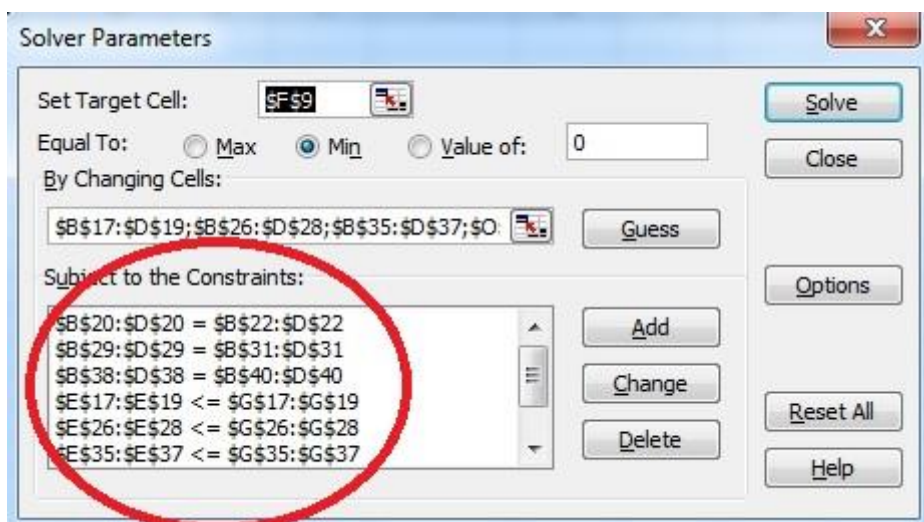
$$E_{17}:E_{19} \leq G_{17}:G_{19}$$

5. ograničenje (matematički izraz 5.4.6.) se odnosi na iskorištenje trenutne ponude grupa vozila „EDMR“ na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

$$E_{26}:E_{28} \leq G_{26}:G_{28}$$

6. ograničenje (matematički izraz 5.4.7.) se odnosi na iskorištenje trenutne ponude grupa vozila „CCAR“ na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedeno u formulaciju Excela glasi:

$$E_{35}:E_{37} \leq G_{35}:G_{37}$$



Slika 15: Dodjeljivanje ograničenja

Izvor: Izradio autor

Prilikom primjene Solvera traži se rješenje za dva moguća slučaja, prvi slučaj se odnosi na potražnju za određenom grupom vozila može zadovoljiti ponudom od iste grupe vozila, drugi slučaj se odnosi na potražnju za određenom grupom vozila ali se ta potražnja ne može zadovoljiti istom nego se u tom slučaju potražnja nadomješta pomoću druge grupe vozila.

5.5. ZADOVOLJAVANJE POTREBA TRAŽENOM GRUPOM VOZILA

Zadovoljavanje potražnje za vozilom iz određene grupe vozila s istom grupom vozila. Prikazom u Tablici 16 vidljivo je da stanje za određenom grupom vozila su sljedeća:

- Stanje za grupu vozila „MCMR“ u poslovnici ZGA iznosi 20, poslovcu KAR četiri, te za poslovnicu RID 11.
- Stanje za grupu vozila „EDMR“ u poslovnici ZGA iznosi 43, poslovcu KAR dva, te za poslovnicu RID 36.
- Stanje za grupu vozila „MCMR“ u poslovnici ZGA iznosi 19, poslovcu KAR četiri, te za poslovnicu RID 18.

Ukupno se u tri poslovnice s tri različite grupe vozila nalazi 157 vozila zajedno, odnosno ZGD raspolaže s 82 vozila, KAR raspolaže s 10 vozila te RID raspolaže s 65 vozila.

Tablica 16: Stanje po poslovnicama

STANJE PO POSLOVNICAMA					
	MCMR	EDMR	CCMR		
ZAG	20	43	19	82	
KAR	4	2	4	10	
RID	11	36	18	65	157
	35	81	41		
			157		

Izvor: Izradio autor

Prikazom Tablice 17 očitavaju se sljedeći podaci, odnosno potrebe za vozilima prema grupama:

- Potreba poslovnice ZGA za grupu vozila „MCMR“ iznosi 15, za grupu vozila „EDMR“ iznosi 12, te za „CCMR“ iznosi pet.

- Potreba poslovnice KAR za grupu vozila „MCMR“ iznosi tri, za grupu vozila „EDMR“ iznosi tri, te za „CCMR“ iznosi pet.

- Potreba poslovnice RID za grupu vozila „MCMR“ iznosi pet, za grupu vozila „EDMR“ iznosi 34, te za „CCMR“ iznosi pet.

Tablica 17: Potrebe

POTREBE					
	ZAG	KAR	RID		
MCMR	15	3	5	23	
EDMR	12	3	34	49	
CCMR	5	5	5	15	87
	32	11	44		
			87		

Izvor: Izradio autor

Prikazom Tablice 18 u kilometrima je vidljiva udaljenost između poslovnica, udaljenost je jedan od ključnih elemenata koji određuju ukupnu kilometražu koja vozila prelaze za zadovoljavanje potreba.

Iz tablice „Udaljenost“ moguće je očitati sljedeće parametre:

- Udaljenost iz ZGD u KAR iznosi 55 kilometara.
- Udaljenost iz ZGD u RID iznosi 160 kilometara.
- Udaljenost iz KAR za RID iznosi 115 kilometara.

Tablica 18: Udaljenosti

UDALJENOSTI			
	ZGD	KAR	RID
ZGD	0	55	160
KAR	55	0	115
RID	160	115	0

Izvor: Izradio autor

Pokretanjem Solvera dobiva se optimalno rješenje, tj. zadovoljavanje ponude i potražnje prema grupama vozila bez potreba da se jedna grupa vozila zamjeni drugom. Na osnovu tih tablica vidljivi su sljedeći podaci:

- Kod grupe vozila prikazanih u Tablici 17 bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD 15, za KAR tri, te za RID pet, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 20 vozila, iz lokacije KAR četiri, te iz lokacije RID 11.

Tablica 19: „MCMR“ nakon pokretanja Solvera

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	0	0	15	<=	20
KAR	0	3	0	3	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	11
	15	3	5			
	=	=	=			
potražnja	15	3	5			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja solvera dobiva se optimalno rješenje, tj., za zadovoljavanje potražnje vezane uz „MCMR“ vozila nije potrebno transferirati niti jedno vozila sve potrebe biti će zadovoljene s iste lokacije gdje su vozila i potrebna.

- Kod grupe vozila prikazanih u Tablici 20 bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD 12, za KAR tri, te za RID 34, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 12 vozila, iz lokacije KAR tri, te iz lokacije RID 36.

Tablica 20: „EDMR“ nakon pokretanja Solvera

EDMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	12	1	0	13	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	0	34	34	<=	36
	12	3	34			
	=	=	=			
potražnja	12	3	34			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja Solvera dolazi se do sljedećih podataka, za zadovoljavanje potražnje vezane uz „EDMR“ grupu vozila vidljivo je da se za zadovoljavanje potreba na lokacijama ZGD i RID nije potrebno transferirati vozila jer na raspolaganju imaju

dostatan broj istih, dok se za zadovoljavanje potreba na lokaciji KAR osim dva vozila koja već imaju na lokaciji potrebno je transferirati još jedno vozilo i to s lokacije ZGD da bi se potražnja u cijelosti zadovoljila.

- Kod grupe vozila prikazanih u Tablici 21 bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD pet, za KAR pet, te za RID pet, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 19 vozila, iz lokacije KAR četiri, te iz lokacije RID 18.

Tablica 21: „CCAR“ nakon pokretanja Solvera

CCAR						
	ZGD	KAR	RID		ograničenja	
ZGD	5	0	0	5	<=	19
KAR	0	5	0	5	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	18
	5	5	5			
	=	=	=			
potražnja	5	5	5			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja solvera dolazi se do sljedećih podataka, za zadovoljavanje potražnje vezane uz „CCAR“ vozila nije potrebno transferirati niti jedno vozila sve potrebe biti će zadovoljene s iste lokacije gdje su vozila i potrebna.

- Ukupna suma prijeđenih kilometara vidljiva je Tablici 22, a iznosi 55 kilometara da bi se zadovoljile sveukupne potrebe za sve tri lokacije u sve tri grupe vozila.

Tablica 22: Ukupni kilometri

Ukupni kilometri
55

Izvor: Izradio autor

5.6. ZADOVOLJAVANJE POTREBA DRUGOM GRUPOM VOZILA

Zadovoljavanje potražnje za vozilom iz određene grupe vozila s istom grupom vozila te zadovoljavanje nezadovoljene potražnje drugom grupom vozila.

Prikazom u Tablici 23 vidljivo je da stanje za određenom grupom vozila su sljedeća:

- Stanje za grupu vozila „MCMR“ u poslovnici ZGA iznosi 20, poslovcu KAR četiri, te za poslovcu RID 11.

- Stanje za grupu vozila „EDMR“ u poslovnici ZGA iznosi 43, poslovcu KAR dva, te za poslovcu RID 36.

- Stanje za grupu vozila „MCMR“ u poslovnici ZGA iznosi 19, poslovcu KAR četiri, te za poslovcu RID 18.

Ukupno se u tri poslovnice s tri različite grupe vozila nalazi 157 vozila zajedno, odnosno ZGD raspolaže s 82 vozila, KAR raspolaže s 10 vozila te RID raspolaže s 65 vozila.

Tablica 23: Stanje po poslovnicama

STANJE PO POSLOVNICAMA					
	MCMR	EDMR	CCMR		
ZAG	20	43	19	82	
KAR	4	2	4	10	
RID	11	36	18	65	157
	35	81	41		
			157		

Izvor: Izradio autor

Prikazom Tablice 24 očitavaju se sljedeći podaci, odnosno potrebe za vozilima prema grupama:

- Potreba poslovnice ZGA za grupu vozila „MCMR“ iznosi 15, za grupu vozila „EDMR“ iznosi 15, te za „CCMR“ iznosi sedam.
- Potreba poslovnice KAR za grupu vozila „EDMR“ iznosi 12, za grupu vozila „EDMR“ iznosi tri, te za „CCMR“ iznosi pet.
- Potreba poslovnice RID za grupu vozila „MCMR“ iznosi 15, za grupu vozila „EDMR“ iznosi 10, te za „CCMR“ iznosi pet.

Tablica 24: Potrebe

POTREBE					
	ZAG	KAR	RID		
MCMR	15	12	15	42	
EDMR	15	3	10	28	
CCMR	7	5	5	17	87
	37	20	30		
			87		

Izvor: Izradio autor

Razlika između potražnje i ponude za vozila grupe „MCMR“ iznose sedam, tj. ovih sedam vozila biti će zamijenjeno vozilima iz grupe vozila „EDMR“. Iz ovog razloga napravljena je dodatna Tablica „MCMR = EDMR“ gdje se ograničenja

aktualiziraju kao razlika između ograničenja i zadovoljene ponude iz grupe vozila „EDMR“, te razlika između potražnje i zadovoljene potražnje.

Pokretanjem Solvera dolazimo do zadovoljavanja ponude i potražnje prema grupama vozila bez potreba da se jedna grupa vozila zamjeni drugom. Na osnovu Tablice 25 vidljivi su sljedeći podaci:

- Kod grupe vozila „MCMR“ bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD 15, za KAR 12, te za RID 15, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 20 vozila, iz lokacije KAR četiri, te iz lokacije RID 11. Razlika između potražnje i ponude za vozila grupe „MCMR“ iznose sedam, tj. ovih sedam vozila biti će zamijenjeno vozilima iz grupe vozila „EDMR“.

Tablica 25: „MCMR“ nakon pokretanja Solvera

MCMR						
	ZGD	KAR	RID		ograničenja	
ZGD	15	5	0	20	<=	20
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	0	11	11	<=	11
	15	9	11			
	=	=	=			
potražnja	15	12	15			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja Solvera dobivene Tablice prikazuju da će se potražnja zadovoljiti djelomično i to na sljedeći način. Iz poslovnice ZGD ne trebaju se transferirati vozila te će potražnja biti u cijelosti zadovoljena.

- Tablica 26 prikazuje da su kod grupe vozila „EDMR“ bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD 15, za KAR tri, te za RID 10, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 43 vozila, iz lokacije KAR dva, te iz lokacije RID 36.

Tablica 26: „EDMR“ nakon pokretanja Solvera

EDMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	0	0	15	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	1	10	11	<=	36
	15	3	10			
	=	=	=			
potražnja	15	3	10			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja Solvera zadovoljavanje potražnje će biti na način da se iz poslovnice ZGD ne trebaju transferirati vozila, za poslovnicu KAR iskoristiti će se dva vozila koja se nalaze već u poslovnici te će se transferirati jedno vozilo iz RID poslovnice. Za zadovoljavanje potreba poslovnice RID neće biti potrebni transferi jer u istoj imaju dovoljan broj vozila tražene grupe.

- Tablica 27 prikazuje da su kod grupe vozila kod grupe vozila „CCAR“ bili su postavljeni uvjeti za potražnju prema lokacijama za istu grupu vozila ZGD sedam, za KAR pet, te za RID pet, a ograničenja su bila s lokacije ZGD maksimalno je moguće iskoristiti 19 vozila, iz lokacije KAR 4, te iz lokacije RID 18.

Tablica 27: „CCAR“ nakon pokretanja Solvera

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	7	1	0	8	<=	19
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	18
	7	5	5			
	=	=	=			
potražnja	7	5	5			

Izvor: Izradio autor

- Nakon pokretanja Solvera zadovoljavanje potražnje će biti na način da se za poslovnicu ZGD ne trebaju transferirati vozila, dok se za poslovnicu KAR četiri vozila

koja su na lokaciji koriste a još jedno vozilo transferirati će se iz poslovnice ZGD, a poslovnica RID zadovoljiti će svoje potrebe vozilima koje ima u poslovnici.

Zbog 7 vozila grupe „MCMR“ koja ne mogu zadovoljiti potražnju uzimaju se vozila iz grupe „EDMR“ iz tog razloga se Solver mora koristiti dva puta da bi dobili optimalno izračune, oba Solvera nalaze se u istoj Excel tablici ali je svaki na drugome listu. Sustav funkcionira na način da se razlika između zadovoljene potražnje i nezadovoljene stavi kao nova potražnja u novoj tablici, a razlika između iskorištenih i neiskorištenih vozila grupe „EDMR“ kao vozila koja će zadovoljiti potražnju.



Slika 16: Postavljanje parametara Solvera za Tablicu 26

Izvor: Izradio autor

Najprije se mora postaviti odredišna ćelija u kojoj će biti prikazano rješenje, u ovom primjeru to je ćelija \$G\$17. Odredišna ćelija (matematički izraz 5.6.1.) u kojoj će biti prikazan rezultat ima svoju funkciju cilja koja prevedena u formulaciju Excela glasi:

$$=SUMPRODUCT(B8:D10;K18:M20) \quad (5.6.1.)$$

Nakon toga određuju se varijabilne ćelije, ukoliko koristimo više tablica koje će biti varijabilne njih odvajamo sa „;“. U ovome primjeru varijabilne ćelije nalaze se na lokacijama „\$K\$18:\$M\$20“.

Određivanje ograničenja:

- Ograničenje (matematički izraz 5.6.2.) se odnosi na zadovoljavanje potražnje „MCMR“ grupe vozila na lokaciji ZGD, KAR, RID a prevedena u formulaciju Excela glasi:

$$K_{23} \cdot M_{23} = K_{21} \cdot M_{21} \quad (5.6.2.)$$

- Ograničenje (matematički izraz 5.6.3) za iskorištenjem „CCAR“ grupe vozila za zadovoljavanje potražnje „MCMR“ grupe vozila prevedena u formulaciju Excela glasi:

$$N_{18} \cdot N_{20} \leq P_{18} \cdot P_{20} \quad (5.6.3)$$

Tablica 28: „MCMR = EDMR“ nakon pokretanja Solvera

mcmr = edmr						
	ZGD	KAR	RID			ograničenja
ZGD	0	1	0	1	<=	25
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	0	4	4	<=	26
	0	3	4			
	=	=	=			
potraznja	0	3	4			

Izvor: Izradio autor

Nakon drugog pokretanja Solvera u Excelu ali ovaj puta na listu dva dobivena rješenja su za poslovnicu ZGD nema potrebnih transfera, za poslovnicu KAR dva vozila grupe „EDMR“ koja se nalaze na istoj lokaciji biti će iskorištena za zadovoljavanje potražnje te će se transferirati jedno vozilo iz ZGD u KAR. Poslovnica RID zadovoljiti će potražnju vozilom koje posjeduje u poslovnici tako da nema potrebe za transferom.

Na osnovu Tablice 28 zadovoljena je potražnja jedne grupe vozila drugom grupom vozila uz optimalni prijedeni put.

Tablica 31 prikaz je sume dva pojedinačna puta koja su dobiven na način zbrajanja sumprodukta tablica koje zadovoljavaju potražnju u svojoj grupi vozila te tablice koja je napravljena za zadovoljavanje potražnje jedne grupe vozila drugom.

Tablica 29 predstavlja udaljenosti transfera grupa vozila „MCMR“, „EDMR“ te „CCAR“.

Tablica 29: Ukupni kilometri Solver1

Ukupni kilometri Solver 1
600

Izvor: Izradio autor

Tablica 30 predstavlja udaljenosti transfera grupe vozila „EDMR“ koja nadopunjuje „MCMR“.

Tablica 30: Ukupni km Solver2

Ukupni km zamjene
55

Izvor: Izradio autor

Tablica 31 predstavlja sumu tablica „Ukupni km Solver1“ i „Ukupni km Solver2“.

Tablica 31: Ukupni kilometri

Ukupni km
655

Izvor: Izradio autor

Ukupnu udaljenost koju moraju prijeći grupe vozila iz sve tri lokacije iznosi 655 kilometara. Ova suma predstavlja optimalni put za bi bila zadovoljena potreba.

6. KVANTIFIKACIJA POBOLJŠANJA

U ovom poglavlju prikazana je kvantifikacija poboljšanja postignutog primjenom matematičkog modela. Analizirano je više slučajeva iz prakse, te je provedena usporedba s rješenjima koja su dobivena primjenom matematičkog modela.. U nastavku je prikazana usporedba između rješenja koje je odabrao referent tehničke službe i optimalnih rješenja dobivenih primjenom matematičkog modela u dva promatrana slučaja.

Slučaj 1

Za slučaj alokacije jedan, kao što je vidljivo iz Tablice 32, rješenje je jednako te ne postoje odstupanja za grupu vozila „MCMR“. Rješenje prikazuje da se ne trebaju transferirati vozila s lokacija da bi potrebe bile zadovoljene, odnosno na svim lokacijama postoji dovoljan broj vozila za zadovoljavanje potražnje.

Tablica 32: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1 „MCMR“

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	0	0	15	<=	20
KAR	0	3	0	3	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	11
	15	3	5			
	=	=	=			
potražnja	15	3	5			

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	0	0	15	<=	20
KAR	0	3	0	3	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	11
	15	3	5			
	=	=	=			
potražnja	15	3	5			

Izvor: Izradio autor

Tablica 33 koja prikazuje zadovoljavanje potrebe za vozilima grupe „EDMR“ prikazuje da poslovnica ZGD i RID u potpunosti mogu zadovoljiti svoju potražnju iz kapaciteta koje posjeduju, dok poslovnica KAR na raspolaganju ima dva vozila te će oni biti zadovoljeni za zadovoljavanje potreba, ali prema rješenju koje je odabrao referent tehničke službe jedno vozilo potrebno za zadovoljavanje potražnje biti će

transferirano iz poslovnice RID dok matematički model nudi optimalno rješenja na način da se vozilo transferira iz poslovnice ZAG.

Poboljšanje rješenja je vidljivo po ukupnim kilometrima koje vozila prelaze s ciljem da si se zadovoljila potražnja. Prijeđeni kilometri su ujedno i pokazatelji optimalnosti, što su prijeđeni kilometri manji to su i troškovi manji, tj. rješenje je bolje.

Tablica 33: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1, grupa vozila „EDMR“

EDMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	13	0	0	13	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	1	34	35	<=	36
	13	3	34			
	=	=	=			
potražnja	13	3	34			

EDMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	12	1	0	13	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	0	34	34	<=	36
	12	3	34			
	=	=	=			
potražnja	12	3	34			

Izvor: Izradio autor

Tablica 34 prikazuje zadovoljavanje potreba prema vozilima grupe „CCAR“, te ista prikazuje da će potrebe sve tri poslovnice biti zadovoljene raspoloživim kapacitetom vozila koja imaju u poslovnicama.

Tablica 34: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1, grupa vozila „CCAR“

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	5	0	0	5	<=	19
KAR	0	5	0	5	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	18
	5	5	5			
	=	=	=			
potražnja	5	5	5			

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	5	0	0	5	<=	19
KAR	0	5	0	5	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	18
	5	5	5			
	=	=	=			
potražnja	5	5	5			

Izvor: Izradio autor

Zbog razlike u Tablicama 32 gdje se potražnja za vozilom grupe „EDMR“ na lokaciji KAR u rješenju djelatnika tehničke službe zadovoljava transferom vozila iz poslovnice RID funkcija cilja iznos 170 km, prikazano u Tablici 35 izračunom matematičkog modela optimalno rješenje iznosi 55 km jer vozilo transferira iz poslovnice ZGD. Optimalno rješenje, tj. ukupno prijeđeni put je za 115 km manji od rješenja referenta.

Tablica 35: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1

Ukupni km
170

Ukupni kilometri
55

Izvor: Izradio autor

Slučaj 2

Za slučaj alokacije dva, kao što je vidljivo iz Tablice 36, sve potrebe za vozilom grupe „MCMR“ ne mogu se u cijelosti ispuniti, u gornjoj Tablici 36 potrebe se

djelomično zadovoljavaju bez transfera vozila između poslovnica te se na ovaj način razlika između potražnje i ponude iznosi 12 vozila koji će biti zadovoljeni s zamjenom pomoću grupe „EDMR“, kod matematičkog modela vozila se neće transferirati na lokacijama ZGD i RID jer imaju ista na lokaciji, dok će KAR iskoristi četiri vozila koja ima na lokaciji i još pet vozila će se transferirati s lokacije ZGD, te će im nedostajati još sedam vozila koja će biti zamijenjena grupom „EDMR“.

Tablica 36: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „MCMR“

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	0	0	15	<=	20
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	0	11	11	<=	11
	15	4	11			
	=	=	=			35
potražnja	15	12	15	42		

MCMR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	15	5	0	20	<=	20
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	0	11	11	<=	11
	15	9	11			
	=	=	=			
potražnja	15	12	15			

Izvor: Izradio autor

Kao što je prikazano u Tablici 37 vozila ponuda i potražnja se na identičan način zadovoljavaju, ZGD i RID zadovoljavaju potražnju vozilima koja imaju na raspolaganju u poslovnici, dok KAR iskorištava dva vozila koja ima u poslovnici i te će se jedno vozilo transferirati iz poslovnice RID.

Tablica 37: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „EDMR“

EDMR						
	ZGD	KAR	RID		ograničenja	
ZGD	15	0	0	15	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	1	10	11	<=	36
	15	3	10			
	=	=	=			
potražnja	15	3	10			

EDMR						
	ZGD	KAR	RID		ograničenja	
ZGD	15	0	0	15	<=	43
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	1	10	11	<=	36
	15	3	10			
	=	=	=			
potražnja	15	3	10			

Izvor: Izradio autor

U Tablici 38 prikazano je da se potražnja za vozilima „CCAR“ u poslovnici ZGD i RID zadovoljava vozilima koja posjeduju u poslovnici, poslovnica KAR iskorištava četiri vozila koja ima u poslovnici te prema rješenju referenta tehničke službe vozilo jedno vozilo se transferira iz RID u KAR. Kod primjene matematičkog modela ZGD i RID zadovoljavaju svoje potrebe s vozilima koje imaju na raspolaganju u poslovnici dok KAR svoje za zadovoljavanje svojih potreba koristi četiri vozila iz poslovnice te transferira jedno vozilo iz poslovnice ZGD.

Tablica 38: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „CCAR“

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	7	0	0	7	<=	19
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	1	5	6	<=	18
	7	5	5			
	=	=	=			
potražnja	7	5	5			

CCAR						
	ZGD	KAR	RID	ograničenja		
ZGD	7	1	0	8	<=	19
KAR	0	4	0	4	<=	4
RID	0	0	5	5	<=	18
	7	5	5			
	=	=	=			
potražnja	7	5	5			

Izvor: Izradio autor

Zadovoljavanje potreba kada su nedostatna vozila iz grupe „MCMR“ zamjenjuju se „EDMR“. U Tablici 39 referent ima potrebe za 12 vozila grupe „EDMR“ da bi zadovoljio potrebe „MCMR“ u cijelosti, na način da osam vozila transferira iz ZGD u KAR a četiri vozila iz RID koje poslovnica ima na raspolaganju. Matematički model u cijelosti je iskoristio kapacitet „MCMR“ grupe te razlika iznosi sedam vozila koje treba zamijeniti s grupom „EDMR“, to će se učiniti na sljedeći način, jedno vozilo se transferira iz ZGD u KAR, dva vozila koja se nalaze na lokaciji KAR se iskorištavaju, te isto tako četiri vozila koja se nalaze na lokaciji RID, te će na taj način biti zadovoljena potražnja za vozilima.

Tablica 39: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „MCMR = EDMR“

mcmr = edmr						
	ZGD	KAR	RID			ograničenja
ZGD	0	8	0	8	<=	28
KAR	0	0	0	0	<=	0
RID	0	0	4	4	<=	25
	0	8	4			
	=	=	=			
potražnja	0	8	4			

mcmr = edmr						
	ZGD	KAR	RID			ograničenja
ZGD	0	1	0	1	<=	25
KAR	0	2	0	2	<=	2
RID	0	0	4	4	<=	26
	0	3	4			
	=	=	=			
potražnja	0	3	4			

Izvor: Izradio autor

Tablica 40 prikazuje da rješenje postojećeg iznosi 230 km za iskorištenje kapaciteta bez zamjene jedne grupe vozila za drugu, dok kod rješenja dobivenog optimiranjem matematičkog modela iznosi 600 km, odnosno razlika iznosi 370 km. Postojeće rješenje je stoga povoljnije za 370 km. Iako prema ovoj tablici rezultat pokazuje da je put koji je odabrao referent optimalan u odnosu na put koji je odredio programski alat Solver, ali se mora uzeti u obzir da se ovdje primjenjuje metode gdje se grupa vozila „MCMR“ zamjenjuje za „EDMR“, te da rješenje referenta ne daje konačnu kilometražu, jer će biti potrebno transferirati još vozila da bi potrebe bile zadovoljene, te će se samim time dodatno povećati prijeđeni kilometri.

Zbog dvostruke uporabe Solvera, jer se prvi puta koristi Solver za zadovoljavanje potražnje iste grupe vozila s istom, a ukoliko postoji razlika odnosno dio potražnje se mora zadovoljiti drugom grupom vozila onda se Solver još jednom koristi. Prikazane su odvojene tablice za kilometražu, odnosno Tablica 40 prikazuje transfer vozila iz grupe „MCMR“ po lokacijama, te se u nastavku koriste „EDMR“ vozila jer je nije dostatan broj „MCMR“ vozila za zadovoljavanje potražnje.

Tablica 40: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, korištenje grupa vozila bez zamjene

Ukupni kilometri Solver 1
230

Ukupni kilometri Solver 1
600

Izvor: Izradio autor

Tablica 41 prikazuje da će vozila koja zamjenjuju jednu grupu, odnosno „MCMR>EDMR“ u izboru postojećega iznosi 440 km, a kod optimalnog 55 km, što čini poboljšanje (smanjenje ukupno prijeđenog puta) za 385 km.

Tablica 41: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, korištenje grupa vozila sa zamjenom

Ukupni km zamjene
440

Ukupni km zamjene
55

Izvor: Izradio autor

Optimalno rješenje matematičkog modela iznosi 655 km dok postojeće rješenje iznosi 670 km, odnosno optimalno rješenje je za 15 km manje od postojećega.

Tablica 42: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, ukupno rješenje

Ukupni km
670

Ukupni km
655

Izvor: Izradio autor

7. ZAKLJUČAK

Postojeće logističko rješenje koje je odredio referent tehničke službe temeljem subjektivne procjene i iskustva nije u potpunosti zadovoljilo efikasnost i efektivnost sustava rent-a-cara, jer tako dobiveno rješenje nije optimalna. Optimalno rješenje problema alokacije vozila generirano je primjenom matematičkog modela linearnog programiranja, a programski alat koji je korišten za optimiranje u ovome radu je MS Excel *Solver*.

Promatrani problem može se svesti na problem optimiranja iz razloga što se može definirati funkcija cilja (postići minimalne troškove koji su definirani prijeđenim kilometrima) i ograničenja koja određuju kvantitativno područje dopustivih vrijednosti varijabli odlučivanja (kapacitet voznog parka, trenutno stanje i tekuće potrebe poslovnica za vozilima). Svođenje problema alokacije vozila na problem optimiranja omogućuje izradu matematičkog modela i rješavanje pomoću programskih alata.

Analizom više praktičnih slučajeva alokacije vozila, od kojih su dva slučaja prikazana u ovom radu, zaključak je da referent tehničke službe nije u mogućnosti donijeti optimalno rješenje iz razloga što je problem opsežan i zahtjevan, te ujedno od referenta zahtjeva veliki angažman u ograničenom vremenu, ali osnovni problem je što rješenje nije optimalno.

Određivanjem optimalnog rasporeda transferiranja vozila smanjuju se troškovi, postiže se efikasnost i efektivnost iskoristivost kapaciteta rent a cara, ali ujedno se primjenom matematičkog modela i odgovarajućeg programskog alata uvelike može smanjiti vrijeme koje je referentu potrebno da bi napravio alokaciju za mrežu vozila koja doseže 1600 vozila u vrhuncu sezone. Primjena predloženog modela uvelike doprinosi efikasnosti i efektivnosti te ujedno povećava i konkurentnost.

Nedostaci u odnosu na primjenu odnose se na najvećim djelom na vremensku komponentu. Tablice bi trebale imati i vremensku podjelu, prema stvarnim periodima u kojima poslovnice izdaju vozila.

Model kakav je izložen u ovom radu nije moguće odmah primjenjivati u praksi , potrebno ga je doraditi odnosno obogatiti uvođenjem vremenske komponente koja bi

omogućila planiranje kapaciteta, u skladu s dinamikom potreba poslovnica rent-a-cara.

Poboljšanja u odnosu na postojeće rješenje se očituju s aspekta prijeđenih kilometara i ukupno utrošenog vremena potrebnog za organizaciju transfera koji će zadovoljiti tekuću potražnju poslovnica za vozilima. Smanjenjem ukupnih kilometara dolazi se do smanjenja troškova poslovanja i povećanja konkurentnosti na tržištu, ujedno smanjenjem vremena koje je referentu potrebno za organizaciju transfera vozila, dolazi se do bolje iskoristivosti ljudskih resursa.

LITERATURA

1. D'Adler, M. (2009): An Introduction to Mathematical Modelling. Dostupno na <http://mtm.ufsc.br/~daniel/matap/IntMatMod.pdf>
2. Quarteroni, A. (2006): Mathematical Models in Science and Engineering. Dostupno na: <http://www.ams.org/notices/200901/tx090100010p.pdf>
3. Vellen, K. (2010): Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers. Dostupno na: http://www.hs-geisenheim.de/fileadmin/user_upload/AG_Modellierung/3527407588_c01.pdf
4. Schrod, P. (2001): Mathematical Modeling. Dostupno na: <http://web.missouri.edu/~endersbyj/schrod.pdf>
5. Beneš, M.; Feriersi, E. (2008): Topics in mathematical modeling. Dostupno na: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~prusv/ncmm/notes/download/topics-in-mathematical-modeling.pdf>
6. Harris. F. (2003): Principels of mathematical model. Dostupno na: <http://dspace.bhos.edu.az/xmlui/bitstream/handle/123456789/292/Principles%20of%20Mathematical%20Modeling%202nd%20ed.pdf?sequence=1>
7. Ivaković, Č.; Stanković, R.; Šafran, M.: *Špedicija i logistički procesi*, FPZ, 2011.
8. Stanković, R. (2015): Logistika i transportni modeli, predavanja I, FPZ.
9. Stanković, R. (2015): Logistika i transportni modeli, predavanja II, FPZ.
10. Stanković, R. (2015): Logistika i transportni modeli, predavanja VI, FPZ.
11. Pašagić Škrinjar, J. (2015): Logistika i transportni modeli, FPZ.

POPIS ILUSTRACIJA

Slika 1: Pokretanje aplikacijskog modula za linearno i cjelobrojno linearno programiranje	12
Slika 2: Odabir za rješavanje novog zadatka	12
Slika 3: Unos podataka u matematičkom modelu	14
Slika 4: Unos koeficijenata.....	15
Slika 5: Izbornik „File“ i njegove opcije.....	15
Slika 6: Solver opcija Edit	16
Slika 7: Solver opcija Solve and Analyze.....	17
Slika 8: Optimalna rješenja	18
Slika 9: Kartica vozila.....	23
Slika 10: Dijaloški okvir Solvera koji prikazuje parametre.....	32
Slika 11: Dijaloški okvir Solver-a koji prikazuje opcije.....	32
Slika 12: Postavke parametara Solvera.....	39
Slika 13: Dodjeljivanje ćelije cilja	40
Slika 14: Dodjeljivanje varijabilnih ćelija.....	41
Slika 15: Dodjeljivanje ograničenja	43
Slika 16: Postavljanje parametara Solvera za Tablicu 26.....	52

POPIS TABLICA

Tablica 1: Klase vozila	6
Tablica 2: Oryx rent-a-car poslovnice	7
Tablica 3: Stanje na dan po pojedinim poslovnicama, prema grupama vozila.....	27
Tablica 4: Udaljenosti između poslovnica izražene u kilometrima	28
Tablica 5: Potrebe za grupama vozila po poslovnicama.....	29
Tablica 6: Za grupu vozila „EDMR“ koja vozila treba na koju lokaciju transferirati....	30
Tablica 7: Za pojedinu grupu vozila izgleda identično, te uključuje ograničenja i potrebe	30
Tablica 8: Zamjena grupa vozila	31
Tablica 9: Udaljenosti	35
Tablica 10: Stanje na dan.....	36
Tablica 11: Potrebe	36
Tablica 12: Ponuda i potražnja „MCMR“ grupe vozila po lokacijama.....	37
Tablica 13: Ponuda i potražnja „EDMR“ grupe vozila po lokacijama	37
Tablica 14: Ponuda i potražnja „CCAR“ grupe vozila po lokacijama.....	38
Tablica 15: Zamjena „MCMR“ za „EDMR“ grupu vozila po lokacijama	39
Tablica 16: Stanje po poslovnicama	44
Tablica 17: Potrebe	45
Tablica 18: Udaljenosti	45
Tablica 19: „MCMR“ nakon pokretanja Solvera	46
Tablica 20: „EDMR“ nakon pokretanja Solvera.....	46
Tablica 21: „CCAR“ nakon pokretanja Solvera	47
Tablica 22: Ukupni kilometri.....	48
Tablica 23: Stanje po poslovnicama	49
Tablica 24: Potrebe	49
Tablica 25: „MCMR“ nakon pokretanja Solvera	50
Tablica 26: „EDMR“ nakon pokretanja Solvera.....	51
Tablica 27: „CCAR“ nakon pokretanja Solvera	51
Tablica 28: „MCMR = EDMR“ nakon pokretanja Solvera	53
Tablica 29: Ukupni kilometri Solver1	54
Tablica 30: Ukupni km Solver2	54
Tablica 31: Ukupni kilometri.....	54

Tablica 32: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1 „MCMR“	55
Tablica 33: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1, grupa vozila „EDMR“	56
Tablica 34: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1, grupa vozila „CCAR“	57
Tablica 35: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 1	57
Tablica 36: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „MCMR“	58
Tablica 37: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „EDMR“	59
Tablica 38: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „CCAR“	60
Tablica 39: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, grupa vozila „MCMR = EDMR“	61
Tablica 40: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, korištenje grupa vozila bez zamjene.....	62
Tablica 41: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, korištenje grupa vozila sa zamjenom.....	62
Tablica 42: Usporedba postojećeg i optimalnog rješenja problema alokacije za slučaj 2, ukupno rješenje	63

POPIS KRATICA

ZGD	Poslovnica Zagreb
RID	Poslovnica Rijeka
KAR	Poslovnica Karlovac
POR	Poslovnica Poreč
PUL	Poslovnica Pula
STD	Poslovnica Split
DUB	Poslovnica Dubrovnik