

# Izračun performansi aviona Diamond DA42

---

Krilanović, Lovro

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:119:794198>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-06**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

**Lovro Krilanović**

**IZRAČUN PERFORMANSI AVIONA DIAMOND DA42**

**ZAVRŠNI RAD**

**Zagreb, 2019.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**  
**ODBOR ZA ZAVRŠNI RAD**

Zagreb, 9. travnja 2019.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**  
Predmet: **Teorija leta II**

**ZAVRŠNI ZADATAK br. 5394**

Pristupnik: **Lovro Krilanović (0135243876)**  
Studij: **Aeronautika**  
Smjer: **Pilot**  
Usmjerenje: **Civilni pilot**

Zadatak: **Izračun performansi aviona Diamond DA42**

**Opis zadatka:**

Opisati zrakoplov Diamond DA42. Objasniti izračunavanje performansi zrakoplova u različitim režimima operacije. Nabrojati čimbenike i objasniti njihov utjecaj na performanse zrakoplova. Polazeći od aerodinamičkih karakteristika zrakoplova, karakteristika pogonskog sustava te pretpostavljajući standardne atmosferske uvjete na razini mora, izračunati performanse zrakoplova Diamond DA42 u različitim režimima operacije. Varirajući vanjske čimbenike, utvrditi zavisnost performansi o njima. Usporediti s očitanim performansama iz letnog priručnika (AFM). Izvesti i napisati zaključke.

Mentor:

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

---

mr.sc. Davor Franjković, v.pred.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

## **ZAVRŠNI RAD**

### **Izračun performansi aviona Diamond DA42 Performance Calculations for a Diamond DA42 Aircraft**

Mentor: mr. sc. Davor Franjković

Student: Lovro Krilanović

JMBAG: 0135243876

**Zagreb, rujan 2019.**

## **SAŽETAK**

Performanse predstavljaju generalne karakteristike određenog zrakoplova u specifičnim režimima leta. Unaprijediti, odnosno postići bolje performanse je jedan od vodećih ciljeva suvremene avijacije uz održavanje najvećeg stupnja sigurnosti leta. Tema ovog završnog rada je izračun performansi zrakoplova DA-42 u različitim režimima operacije. Prije izračuna, bit će nabrojani parametri koji utječu na performanse poput mase, aerodinamičkih i konstruktivnih karakteristika zrakoplova, pogonske skupine te će biti objašnjen njihov utjecaj. Pri izračunu, rezultati će biti prikazani za svaku fazu leta pojedinačno, od polijetanja, penjanja, horizontalnog leta, spuštanja i samog slijetanja na kraju. Poslije toga će dobiveni rezultati biti uspoređeni s onima očitanim iz letnog priručnika.

Ključne riječi: Diamond DA-42, performanse zrakoplova, izračun performansi, faktori koji utječu na performanse

## **SUMMARY**

Performance represent the general characteristics of a certain aircraft in different flight phases. The leading goal of modern airline industry is to improve or achieve better performance while maintaining the highest level of safety. This final paper topic is to calculate the performance of the DA-42 aircraft in different modes of operation. Parameters affecting performance such as mass, aerodynamic and structural characteristics of the aircraft, propulsion group will be listed and their impact on performance will be explained, prior to the calculation. The results of the calculation will be displayed for each flight phase individually, from take-off, climb, horizontal flight, descent and landing itself at the end. Subsequently, the results obtained will be compared with those given in the flight manual.

Key Word: Diamond DA-42, aircraft performance, performance calculation, factors affecting performance

# Sadržaj

1. Uvod .....	1
2. Karakteristike Diamond DA-42 .....	2
3. Performanse Zrakoplova .....	4
4. Čimbenici koji utječu na performanse zrakoplova .....	6
4.1. Karakteristike zrakoplova .....	6
4.1.2. Masa zrakoplova .....	6
4.1.3 Pogonska skupina .....	8
4.1.4. Konstrukcijske karakteristike.....	9
4.1.5 Aerodinamičke karakteristike.....	11
4.2. Vanjski čimbenici .....	11
4.2.1. Stanje atmosfere .....	12
4.2.2. Visina leta .....	12
4.2.3. Stanje uzletno sletne staze .....	13
5. Izračun performansi u različitim režimima leta .....	14
5.1. Izračun perforamansi u horizontalnom letu.....	15
5.2 Izračun performansi u penjanju .....	21
5.3. Izračun performansi u spuštanju .....	25
5.4. Izračun performansi u polijetanju .....	28
5.5. Izračun performansi u slijetanju .....	32
6. Zaključak .....	35
Literatura .....	36
Popis slika .....	37
Popis tablica .....	38
Popis grafikona .....	39

## 1. Uvod

Kada se govori o performansama letjelice podrazumijevaju se proračuni najvećeg doleta zrakoplova, najdužeg vremena leta, najvećeg kuta penjanja, najmanjeg kuta spuštanja (bez pogonske sile), najmanjeg polumjera horizontalnog zaokreta itd. Sve ove veličine izračunavamo za točno definirane uvjete leta. Ti uvjeti u stvarnosti u većini slučajeva nisu ispunjeni, ali nam omogućuju da kompariramo i procijenujemo mogućnosti zrakoplova u usporedbi jednih s drugima. S obzirom da ti uvjeti nisu daleko od onih realnih, oni predstavljaju i prvu aproksimaciju onog što zrakoplov može napraviti u stvarnosti.

Temelj proračuna performansi s matematičkog aspekta je drugi Newtonov zakon gibanja koji tvrdi da je promjena količine gibanja razmjerna djelovanju sile te se odvija u smjeru te sile. Poznato je da na zrakoplov tijekom leta djeluju četiri osnovne sile: sila uzgona, sila otpora, sila potiska i sila gravitacije. U specifičnim segmentima leta, pojavljuju se i različita opterećenja na avionu kao posljedica aktivnih sila. Uz temeljni zakon gibanja, snaga kao fizikalna veličina je također nezaobilazan čimbenik u proračunu performansi aviona. Prilikom razmatranja problematike, avion se smatra krutim tijelom na koji djeluju četiri osnovne sile te se sukladno tome analizira njegovo ponašanje u specifičnim segmentima leta.

Završni rad se sastoji od 6 poglavlja.

1. Uvod
2. Karakteristike Diamond DA-42
3. Performanse zrakoplova
4. Čimbenici koji utječu na izračun performansi zrakoplova
5. Izračun performansi zrakoplova u različitim režimima leta na primjeru zrakoplova Diamond DA42
6. Zaključak

Prvo poglavlje završnog rada je Uvod, u kojem se iznose predmet rada i njegova struktura.

Drugo poglavlje obuhvaća osnovne značajke i karakteristike bitne za performanse zrakoplova Diamond DA-42.

U trećem poglavlju prezentiraju se osnovna saznanja o performansama zrakoplova, te konkretno o performansama analiziranog zrakoplova.

Četvrto poglavlje objašnjava utjecaje različitih parametara na izračun performansi, od kojih je načinjena podjela na vanjske čimbenike i karakteristike samog zrakoplova.

U petom bit će razrađena glavna problematika ovog rada, kroz objašnjenja, izračune te grafičke prikaze performansi zrakoplova DA-42.

Šesto poglavlje predstavlja zaključak u kojemu je dana sinteza i osvrt na dobivene rezultate te njihova usporedba s onima navedenim u priručniku zrakoplova (Aircraft manual).

## 2. Karakteristike Diamond DA-42

### Osnovne karakteristike zrakoplova

- Duljina: 8.56 m
- Visina: 2.49 m
- Raspon krila: 13.55 m
- Kapacitet: 4 putnika
- Masa praznog zrakoplova: 1,410 kg
- Korisni teret: 589 kg
- Maksimalna masa u polijetanju: 1,999 kg
- Kapacitet goriva: 74.6 US gal
- Maksimalna brzina(16,000 ft): 365 km/h TAS
- Brzina krstarenja na 75% snage (16,000 ft): 326 km/h TAS
- Brzina sloma uzgona u konfiguraciji za slijetanje: 113 km/h CAS
- Praktični vrhunac leta s jednim motorom: 5,486 m
- Dolet na 60% snage (12,000 ft, uključujući pomoćni rezervar): 2,250 km
- Maksimalna dopuštena komponenta bočnog vjetra: 46 km/h
- Pogonski sustav: 2 × turbodizelski motor, 125 kW (168 hp) svaki

Diamond DA42 Twin Star je dvomotorni, četverosjedni zrakoplov propelerskog pogona proizveden i razvijen od strane austrijske tvrtke Diamond Aircraft Industries. Zrakoplov je niskokrilac, struktura se sastoji od T-repa te je opremljen hidraulički uvlačivim tricikil stajnim trapom.



Slika 1. Diamond DA42 [3]



Konstrukcija je sastavljena od kompozitnih materijala, preciznije od polimera ojačanih ugljičnim vlaknima što čini strukturu zrakoplova aerodinamičnom i osigurava dugotrajan životni vijek konstrukcije, te udovoljava standardima Part 21 propisanih od strane EASA-e. (European Aviation Safety Agency) DA42 obično može smjestiti četvero ljudi, najčešće par pilota jedan uz drugog na prednjem dijelu, zajedno s dva putnika smještena iza svakog od pilota. Prednjem paru sjedala pristupa se kroz nadstrešnicu [eng. canopy] koja osigurava izvrsnu vidljivost iz kabine tijekom leta, dok vrata na lijevoj strani omogućuju pristup stražnjim sjedalima. Uz to, postoje i odvojeni prtljažni prostori, kojima se može pristupiti preko vanjskih vrata. Ukupan kapacitet rezervara goriva iznosi 76.4 US gal, odnosno 50 US gal glavni i 24.6 US gal pomoćni rezervar. MTOM (Maximum take off mass) zrakoplova jednaka je 1999 kg, dok maksimalan dolet iznosi 1693 kilometra.

Sustav kontrole upravljanja zrakoplovom i kompletna avionika dizajnirani su tako da budu prilagođeni korisnicima i da smanje radno opterećenje pilota. Garmin 1000 „Glass cockpit“ služi kao središnji dio integrirane digitalne avionike zrakoplova i sastoji se od para digitalnih monitora umjesto konvencionalnih instrumenata i prikaznika, dok se iznad samih monitora nalaze osnovni instrumenti u tradicionalnom obliku kao svojevrsni osigurači u slučaju otkaza monitora. Na monitorima se prikazuju razne informacije o statusu zrakoplova, navigacijski podatci i ostali podatci koji osiguravaju siguran let. Oba ekrana, kako na pilotovoj, tako i na kopilotovoj strani, prikazuju identičnu sliku, ali se također i mogu konfigurirati tako da prikazuju drugačije podatke na lijevoj i desnoj strani kokpita. Sustav zaštite od zaleđivanja TKS osigurava DA42 da zadovolji sigurnosne standarde leta u uvjetima zaleđivanja. Također, zrakoplov je opremljen sofisticiranim troosnim autopilotom GFC 700 i GWX 70 vremenskim radarom. Certificirana oprema omogućuje let DA42 u VMC (Visual meteorological conditions) i IMC (Instrument meteorological conditions) uvjetima.

Diamond DA42 opremljen je sa dva klipna motora, pričvršćena na krila zrakoplova, s turbopunjenjem Austro AE300 snage 125 kW koji savršeno odgovaraju aerodinamički učinkovitom zračnom okviru DA42, pa tako potrošnja goriva pri brzini krstarenja od 197 kts (365 km/h) iznosi 17 gph (64,3 l/hr), dok je u standardnim trening uvjetima za letenje potrošnja nešto manja od 10,4 gph. (39,4 l/hr) Također sadrži dva propelera promjenjivog koraka [eng. Constant speed propeller] sa tri kraka i smjerom rotacije u pravcu kazaljke na satu. Propelери su izrađeni od drva i prekriveni su kompozitom ojačanim staklom.

### 3. Performanse zrakoplova

Performanse zrakoplova određene su fizikalnim karakteristikama zrakoplova i njihovo poznavanje bitno je za efikasnu eksploataciju zrakoplova. Pod pojmom performanse zrakoplova razumijevamo neke općenite karakteristike određenog zrakoplova u nekom specifičnom režimu leta primjerice u polijetanju, penjanju, horizontalnom letu, spuštanju, slijetanju ili zaokretu. One nam omogućuju uvid u stanje koliko dobro zrakoplov može izvršiti određeni zadatak koji se od njega zahtjeva. Najčešće su to fizikalne mjere opisane brojevima i što pak omogućuje lako uspoređivanje s podacima drugih zrakoplova sličnog ili različitog tipa. U Priručniku za letenje (Flight manual) opisane su teorijske performanse definirane od proizvođača nakon proizvodnje zrakoplova i testiranja u letu. U daljnjoj razradi bit će izračunate performanse zrakoplova za specifične režime leta te će na kraju biti i uspoređene s onima propisanim u priručniku za letenje.

Za Diamond DA42 može se reći da je zrakoplov dizajniran da uz najveće sigurnosne standarde može pružiti visoke razine performansi. Najbolji primjer je izrazita učinkovitost i u slučaju otkaza jednog motora, pri čemu zrakoplov ne samo da je sposoban održavati siguran let već i održavati brzinu penjanja od 700 stopa u minuti. Također pruža izuzetnu istrajnost odnosno vrijeme koje zrakoplov može provesti u zraku s određenom količinom goriva. Prema operativnom priručniku DA42 je u mogućnosti provesti u zraku 13 sati bez dodatnih rezervara goriva, što se može u velikoj mjeri pripisati i visokoj efikasnosti Austro pogonske grupe koja troši 13.6 US galona na 75% snage, što je manje od nekih jednomotornih zrakoplova.

Piloti moraju biti upoznati s performansama zrakoplova u danim uvjetima kako bi mogli sigurno i efikasno izvršiti let. Aerodinamički faktori koji su bitni za izračun performansi predstavljeni su ukupnim koeficijentom otpora, odnosno polarom zrakoplova.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR} \quad (3.1)$$

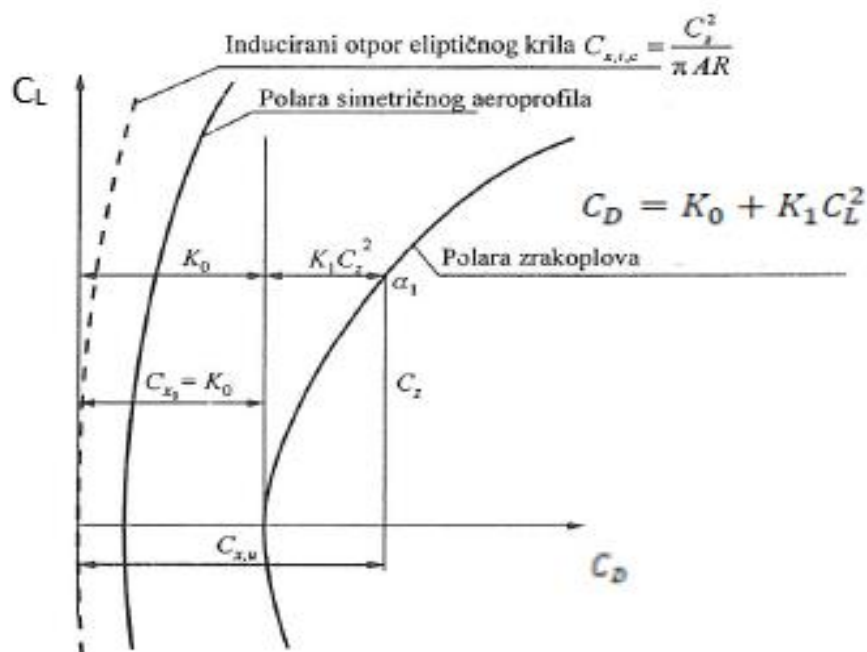
U izrazu koji predstavlja polaru,  $C_D$  predstavlja ukupni koeficijent otpora,  $C_L$  je ukupni koeficijent uzgona zrakoplova, uključujući male doprinose horizontalnog repa i trupa.  $C_{D0}$  je definiran kao parazitni otpor ili otpor pri nultom uzgonu i sastoji se ne samo od otpora krila već i od trenja zračne struje na njegovoj površini i razlike tlaka ispred i iza zrakoplova.  $AR$  (Aspect ratio) ili aspektni odnos krila predstavlja omjer kvadrata raspona krila i njegove površine, dok  $e$  predstavlja Oswaldov koeficijent koji je indikator aerodinamičke uspješnosti.

Dakle, ukupni koeficijent otpora zrakoplova jednak je zbroju koeficijenata otpora kod nultog uzgona i zbroju koeficijenata otpora uslijed uzgona. Prvi član je ovisan o geometrijskim parametrima, Reynoldsom i Machom broju. Taj se član smatra konstantnim i ima vrijednost  $K_0$ . Drugi član predstavlja utjecaj uzgona te ovisi o kvadratu koeficijenta uzgona. Obuhvaća inducirani otpor i komponentu površinskih sila od stvaranja uzgona u pravcu slobodne brzine.

Neka se koeficijent proporcionalnosti ovog člana označi sa  $K_1$  tako da se jednačba može zapisati kao:

$$C_D = K_0 + K_1 C_L^2 \quad (3.2)$$

Grafičko predstavljanje jednačbe (3.2.) naziva se polarom zrakoplova i prikazano je na slici 2.



**Slika 2.** Grafički prikaz polare zrakoplova, polare simetričnog aeroprofila i  $C_{D,i}$  eliptičnog krila [2]

Jednačba (3.2) utemeljuje približnu zavisnost između koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona za podzvučno strujanje. Uobičajno je da se svi otpori koji nisu inducirani otpori nazivaju štetnim otporima. Zato se koeficijent  $K_0$  naziva koeficijentom štetnog otpora kod nultog uzgona. U koeficijentu  $K_1$  sadržan je utjecaj dijela štetnih otpora koji ovise o koeficijentu uzgona. Ukoliko povučemo tangentu iz ishodišta na krivulju, točka u kojoj će pravac tangirati krivulju predstavlja finesu zrakoplova ili omjer koliko je puta slika uzgona veća od sile otpora za neki specifični napadni kut.

## **4. Čimbenici koji utječu na performanse zrakoplova**

Čimbenici koji imaju utjecaj na performanse dijele se na vanjske čimbenike (visina leta, stanje atmosfere ili stanje uzletno sletne staze) i karakteristike samog zrakoplova (masa, aerodinamičke i konstruktivne karakteristike te pogonska skupina).

### **4.1. Karakteristike zrakoplova**

Karakteristike zrakoplova koje imaju značaj na izračun performansi zrakoplova su: masa zrakoplova s obzirom na to da se performanse zrakoplova mijenjaju pri različitim vrijednostima te postoji ograničen spektar dozvoljene mase unutar koje zrakoplov može biti operativan, aerodinamičke karakteristike definirane silama uzgona i otpora, pogonski sustav koji može biti klipni ili mlazni i konstruktivne karakteristike čiji će utjecaj također biti detaljno opisan, a ovisi o režimu leta.

#### **4.1.2. Masa zrakoplova**

Masa je esencijalan čimbenik u pogledu utjecaja na performanse zrakoplova. Proizvođač zrakoplova određuje maksimalno dozvoljene mase zrakoplova, kao i položaj centra težišta, te granice unutar kojih je dozvoljeno odstupanje od njega. Prije svakog polijetanja vrši se proračun pozicije centra mase, a operator je dužan u operativnom priručniku objaviti maksimalno dopuštene mase zrakoplova te dozvoljene granice odstupanja za svaki zrakoplov. Svaki zrakoplov se prije nego što postane operativan mora vagati, prvo da bi se odredila BEM(Basic empty mass), te poslije toga u određenim vremenskim intervalima. Vaganjem se određuje pozicija centra težišta koja određuje upravljivost odnosno stabilnost zrakoplova.

Ukoliko je pozicija centra težišta pomaknuta prema naprijed zrakoplov će imati povećanu stabilnost i smanjenu upravljivost, slabije će penjati uz duži zalet, zbog otpora elevatora veća potrebna snaga i potrošnja goriva uzrokovat će manji dolet i istrajnost, imat će veću brzinu u prilazu i veću brzinu sloma uzgona. Pozicija težišta prema natrag osigurat će veću upravljivost i smanjenu stabilnost, lakši nos aviona u polijetanju i veći kut penjanja, također manji dolet i istrajnost, manju brzinu sloma uzgona te veću brzinu u prilazu.

Također, preveliko opterećenje odnosno prekoračena masa može ne samo degradirati performanse zrakoplova, već i narušiti njegovu konstrukciju. Nadalje, masa utječe i na ostale eksploatacijske čimbenike.

Prilikom polijetanja, u slučaju prekoračenja dopuštenih masa, krila zrakoplova neće biti u stanju generirati dovoljnu silu uzgona za podizanje zrakoplova.

Također temeljem 2. Newtonovog Zakona:

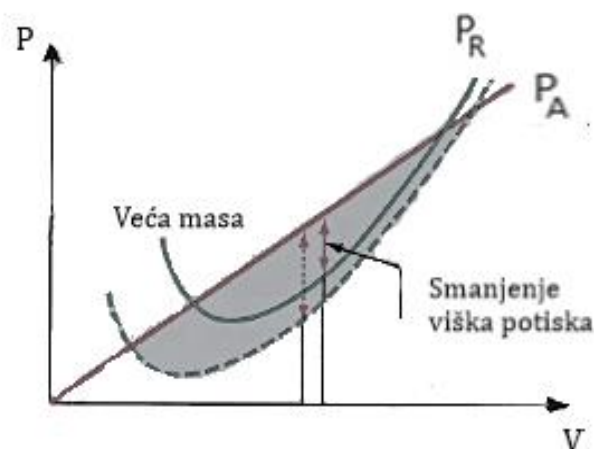
$$F = m \cdot a \quad (4.1.)$$

Može se ustvrditi da pri većoj masi, zrakoplov sporije ubrzava, što će u konačnici uzrokovati veću potrebnu duljinu za polijetanje. Treba spomenuti i nuspojavu povećanja otpora kotača zbog povećanja mase koja također reducira akceleraciju.

Povećana masa zrakoplova u penjanju direktno utječe na performanse odnosno na brzinu uzdizanja (Rate of Climb – R/C) za određeni višak potiska.

$$R/C = \frac{P_A - P_R}{W} \quad (4.2)$$

Brojnik je razlika raspoložive i potrebne snage koji se naziva višak snage, što je temeljni uvjet za penjanje. Najveća brzina penjanja bit će pri najvišem višku snage. Nazivnik predstavlja silu težine koja je jednaka  $F_G = mg$ . Na slici 3. prikazan je pomak krivulje potrebne snage s povećanjem mase zrakoplova.



**Slika 3.** Utjecaj povećanja mase zrakoplova na potrebnu snagu na primjeru turbo-mlaznog zrakoplova [5]

Iz dijagrama možemo uočiti utjecaj povećanja mase na otpor zrakoplova koji uzrokuje povećanje potrebnog potiska. Težina zrakoplova pomiče krivulju ovisnosti snage o brzini prema gore i udesno. Do ovog pomaka je došlo zbog povećanja inducirano otpora. Povećanje mase uzrokuje povećanje potrebne snage što znači da se višak potiska smanjuje, a snjime i V<sub>γ</sub>. Isti princip vrijedi i za propelerske zrakoplove.

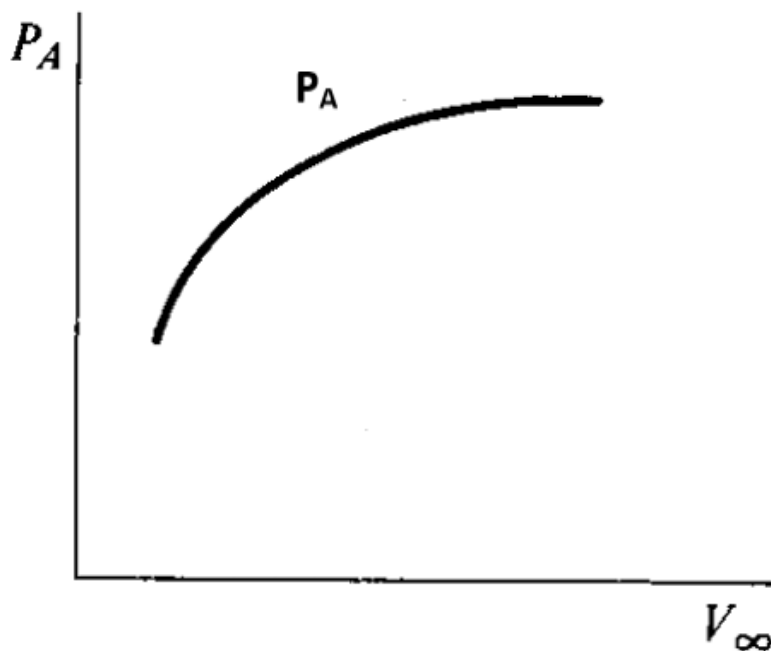
U horizontalnom letu veća masa će povećati inducirani otpor, otpor koji nastaje zbog stvaranja uzgona, koji će povećati potrebnu snagu. Masa direktno utječe na dolet zrakoplova kao i na potrošnju goriva koja će zbog veće potrebne snage generirati veće troškove eksploatacije.

Veća masa u spuštanju povećat će brzinu spuštanja i smanjiti vrijeme spuštanja, dok će u fazi slijetanja povećana masa povećati brzinu gubitka uzgona  $V_s$  (Stalling speed). Također brzina usporavanja bit će manja što će prouzrokovati veću potrebnu duljinu za slijetanje.

#### 4.1.3 Pogonska skupina

Pogonska skupina Diamond DA42 sastoji se od dva klipna 4-cilindarska dizel motora "Austro Engine E4 (AE 300)" snage 125 kW svaki.

Značaj pogonske grupe u izračunu performansi najviše se očituje u fazama polijetanja i penjanja, upravo zbog fizikalnih zahtjeva; veliki potisak u svrhu razvijanja što veće brzine na polijetanju te raspoloživi potisak, odnosno višak potiska u penjanju. S obzirom da se pomoću pogonskog sustava ostvaruje potisna sila, bitno je napomenuti da se potisak mijenja s promjenom visine i ovisan je o stanju atmosfere. Potisak pogonske grupe ovisi također i o brzini pri kojoj se leti te je njihova ovisnost prikazana na slici 4.



Slika 4. Utjecaj brzine na raspoloživu snagu motora, za klipne motore [1]

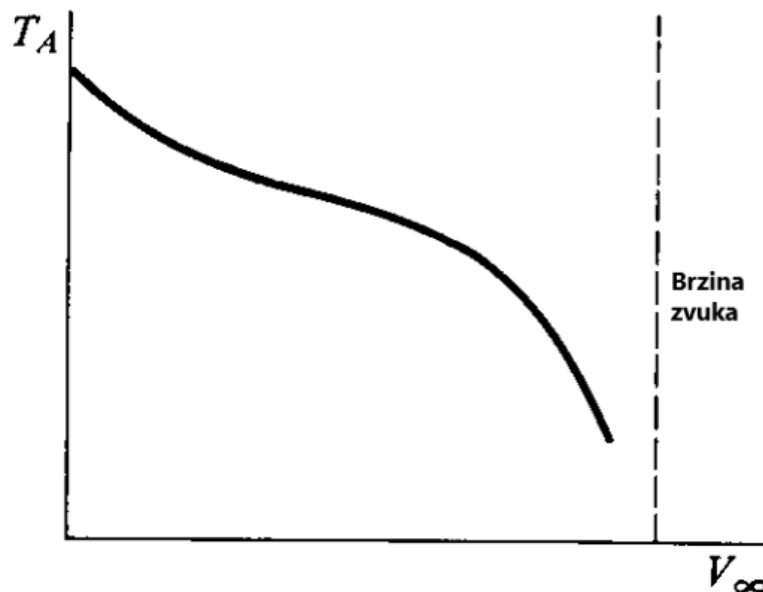
Princip rada klipnog motora je generiranje energije izgaranjem smjese goriva i zraka unutar zatvorenih cilindara, dobivena energija pomiče klip te prenosi snagu na rotirajuće vratilo. Ta snaga se dalje prenosi pomoću vratila na propeler te se ne iskorištava sva raspoloživa snaga

motora na kretanje zrakoplova, već se jedan dio snage gubi u prijenosu od motora do propelera. Tako je raspoloživa snaga zadana formulom:

$$P_A = \eta \cdot P \quad (4.3)$$

gdje  $\eta$  predstavlja učinkovitost propelera.

Nadalje, raspoloživi potisak je potisak kojeg stvara kombinacija motora zajedno s propelerom te se on mijenja u ovisnosti o brzini leta. Pri brzini približno jednakoj brzini zvuka taj potisak rapidno opada kao što je prikazano na slici 5.



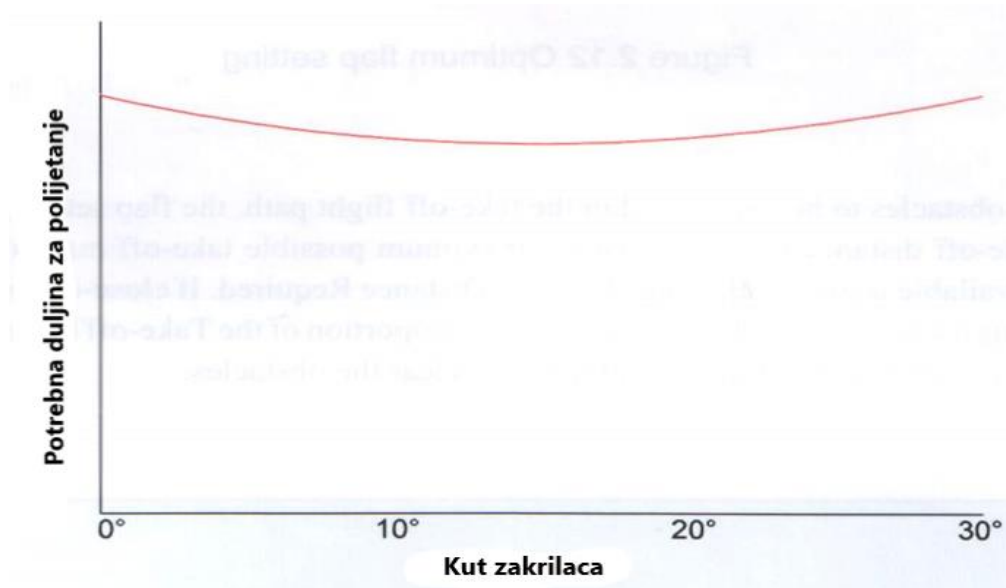
**Slika 5.** Grafički prikaz vrijednosti raspoloživog potiska u ovisnosti o brzini, za klipne motore [1]

#### 4.1.4. Konstrukcijske karakteristike

Pod konstrukcijskim karakteristikama koje utječu na performase zrakoplova razumijevaju se njegov oblik te uređaji za povećanje uzgona i otpora.

Oblik je osnovna konstrukcijska karakteristika zrakoplova te u njegovom projektiranju sudjeluje veliki broj zrakoplovnih stručnjaka koji zajedno surađuju na konstrukciji zrakoplova, te im je cilj udovoljiti sve uvjete i zahtjeve budućeg korisnika zrakoplova. O obliku će ovisiti parametar parazitnog otpora koji će povećavati potrebnu snagu za let.

Uređaji za povećanje uzgona su uređaji koji privremeno mijenjaju zakrivljenost aeroprofila krila, mijenjaju veličinu uzgonske površine i upravljaju razvojem graničnog sloja s ciljem upravljanja minimalnom brzinom zrakoplova. Zakrilca utječu na maksimalni koeficijent uzgona i na otpor. Povećanje kuta zakrilaca povećava maksimalni koeficijent uzgona što smanjuje brzinu sloma uzgona i brzinu uzlijetanja. No međutim, povećanje stupnja zakrilaca također povećava i otpor, što smanjuje brzinu uzlijetanja i povećava duljinu potrebnu za uzlijetanje. Duljina za uzlijetanje će se smanjivati s povećanjem kuta zakrilaca sve do određenog kuta kada će početi rasti, kao što je prikazano na slici 6.



**Slika 6.** Utjecaj različitog kuta zakrilaca na duljinu potrebnu za polijetanje

Za svaki zrakoplov može se odrediti najpovoljniji odnosno optimalni kut zakrilaca. Ovi sustavi su operativno ograničeni zbog mogućih oštećenja iznad određenih brzina, ovisno o pojedinom zrakoplovu.

Treba spomenuti i podvozje zrakoplova koje može biti fiksno i uvlačivo, kao bitan konstrukcijski parametar u pogledu performansi zrakoplova. Na većim komercijalnim zrakoplovima, kao i na DA42 podvozje je uvlačivo, dok su manjim zrakoplovima na moguće izvedbe neuvlačivog podvozja. Kod takvih podvozja, tijekom cijelog leta postoji doprinos ukupnom otporu u ovisnosti o rasponu brzina leta. Neuvlačivo (fiksno) podvozje povećava parazitni otpor na zrakoplovu tijekom leta.



#### 4.1.5 Aerodinamičke karakteristike

Strujanje fluida oko aerodinamičkih tijela uzrokuje pojavu aerodinamičkih sila kojima fluid djeluje na tijelo. Kao temeljne aerodinamičke karakteristike razmatraju se sila uzgona i sila otpora.

U horizontalnom letu zrakoplova pri konstantnoj brzini, zrakoplov u pravilu leti pod nekim napadnim kutom. Sila uzgona je jednaka težini, a otpor je jednak potisku. U slučaju da dođe do promjene napadnog kuta, doći će i do promjene u raspodjeli uzgona i otpora, te će se pojaviti momenti koji će nastojati promijeniti smjer zrakoplova. U zaokretu, zrakoplov se nalazi pod određenim nagibom pa stoga vrijednost sile uzgona mora biti veća od sile gravitacije. Faktor opterećenja (Load Factor) je broj koji predstavlja omjer koliko je sila uzgona veća od sile gravitacije. S obzirom na način izvođenja zaokreta s aspekta upravljanja (koordinirani pokreti upravljačke palice i nožnih komandi; krilca i kormilo pravca) mogu se pojaviti neželjena skretanja (Adverse Yaw) ukoliko zaokret nije koordiniran, poznatija kao unutarnje i vanjsko klizanje.

U polijetanju prilikom ubrzanja pojavljuje se gradijentno povećanje kako sile uzgona tako i sukladno njoj sile otpora. U tom segmentu leta bitno je naglasiti i utjecaj brzine tla (Ground effect). Dok zrakoplov leti u blizini zemlje, snaga vrtloga na vrhovima krila smanjuje se zbog interakcije s podlogom, što smanjuje inducirani otpor. Što su krila aviona bliže zemlji i što im je veći raspon, dolazi do većeg smanjenja induciranog otpora. U penjanju je sila uzgona manja od težine jer se penjanje ostvaruje primarno utjecajem sile potiska.

Spuštanje zrakoplova može se izvoditi s potiskom, a može i bez vučne sile. Takvo spuštanje stručno se naziva planiranjem ili jedrenjem. U spuštanju je sila uzgona manja od težine.

U slijetanju zrakoplov nastoji smanjivati silu uzgona, a povećati silu otpora u svrhu zaustavljanja zrakoplova na potrebnoj dužini slijetanja. Pri tom koristi uređaje poput zakrilca i pretkrilca koji mu omogućuju manju brzinu u prilazu radi većeg otpora. Nakon samog slijetanja zakrilca se uvlače da ne bi generirala uzgon, a mogu se koristiti dodatni sustavi kočenja poput zračnih kočnica ili obrnutog potiska.

#### 4.2. Vanjski čimbenici

Pod vanjskih čimbenicima razmatraju se stanje atmosfere koja igra veliku ulogu u određivanju performansi, visina leta čijom se promjenom mijenjaju i parametri poput gustoće, temperature i tlaka zraka, te na kraju stanje uzletno sletne staze.

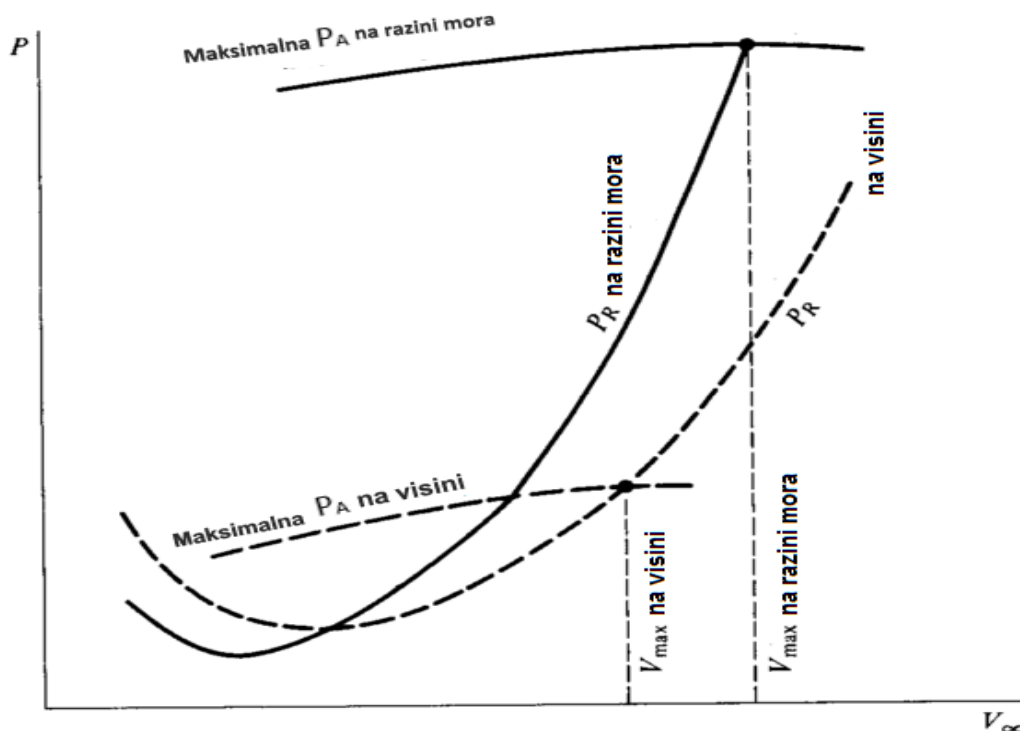
#### 4.2.1. Stanje atmosfere

Atmosfera je plinoviti omotač nekog koji okružuje Zemljinu kuglu i njeno stanje definirano je skupom fizičkih osobina koje određuju meteorološki elementi. Parametri atmosfere koji direktno utječu na performanse su gustoća, temperatura i tlak zraka.

Ovi parametri imaju svoje zavisnosti na određenoj visini te ih je moguće izračunati na bilo kojoj visini. Međutim, svi izračuni vrše se u odnosu na međunarodnu standardnu atmosferu ISA (International Standard Atmosphere). ISA predstavlja međunarodno prihvaćen model stanja Zemljine atmosfere (od 1920.) i okomite raspodjele temperature i tlaka zraka, do 90 kilometara visine, koja se uzima kao svjetski prosjek vrijednosti tih veličina. Za gustoću se može reći da direktno utječe na performanse zrakoplova, dok temperatura i tlak utječu posredno, opet preko promjene gustoće zraka. Povećana gustoća zraka (niska temperatura i visoki tlak) imaju pozitivan učinak na performanse, dok ih smanjena gustoća zraka (visoka temperatura i niski tlak) degradiraju.

#### 4.2.2. Visina leta

Kako je ranije ustanovljeno da gustoća i tlak opadaju s povećanjem visine, isto kao i temperatura do određenih visina i u određenom sloju atmosfere, dolazi do reduciranja performansi iz razloga što se raspoloživa snaga smanjuje s visinom.



Slika 7. Utjecaj visine leta na potrebnu snagu i maksimalnu brzinu [1]

Iz dijagrama je vidljivo da uz smanjenje raspoložive snage, dolazi i do povećanja potrebne snage. Apsolutni vrhunac leta je maksimalna visina koju zrakoplov može postići i određena je visinom na kojoj se izjednače potrebna i raspoloživa snaga, što znači da će rezerva koja se koristi za penjanje, odnosno višak snage biti jednak nuli. Potrebna i raspoloživa snaga izjednačavaju se na određenoj visini i tada zrakoplov leti maksimalnom brzinom  $V_{max}$ .

#### **4.2.3. Stanje uzletno sletne staze**

Za utvrđivanje stanja uzletno-sletne staze sa stajališta karakteristika kočenja se mjeri koeficijent trenja. Koeficijent trenja mjeri se uvijek kada se smatra da je smanjen i veći je kada je staza suha. Kontaminati ili nečistoće poput kiše, snijega, bljuzgavice itd. mijenjaju taj koeficijent pa se sukladno tome mjenja i duljina polijetanja ili slijetanja. Tako primjerice za uzletno-sletnu stazu koja je prekrivena bljuzgavicom, zrakoplovu je potrebna veća duljina za polijetanje. To može biti opasno ako je raspoloživa duljina staze jednaka duljini potrebnoj za slijetanje ili polijetanje. Pojavom vode na kolniku koeficijent trenja se smanjuje. Razlog za to je stvaranje samo djelomičnog kontakta gume kotača zrakoplova u kretanju s kolnikom. S povećanjem brzine kretanja, kontakt između gume i podloge se smanjuje i u jednom trenutku dolazi do potpunog prekida kontakta, kad se između gume i kolnika pojavi tanki sloj vode. Ta pojava naziva se akvaplaning i koeficijent trenja je u toj situaciji jednak nuli.

Na performanse zrakoplova u polijetanju također utječe i nagib uzletno-sletne staze. Nagib može imati pozitivan i negativan učinak. Prilikom polijetanja, gledajući u smjeru polijetanja, ako je staza nagnuta prema dolje, zrakoplov će ostvariti puno veće ubrzanje tijekom zaleta te će zrakoplovu trebati manja duljina za polijetanje jer mu komponenta sile gravitacije ide u korist. Dok u obrnutom slučaju, komponenta sile gravitacije stvara dodatan otpor tijekom zaleta pa je zrakoplovu potrebna veća duljina za polijetanje.

## 5. Izračun performansi u različitim režimima leta

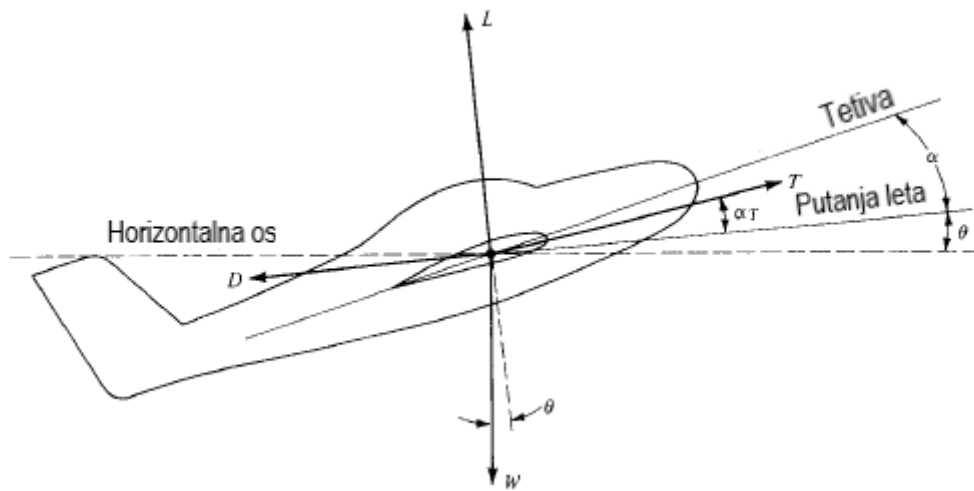
Temeljni parametri koji odlikuju performanse u različitim režimima leta su potrebna snaga i potisak zrakoplova za specifičan režim leta, raspon brzina zajedno s najvećom brzinom koju određeni zrakoplov može ostvariti te proračuni za istrajnost i dolet zrakoplova. U cijelini izračuna performansi, analizirat će se temelja fizikalna saznanja i načini izračuna bitnih čimbenika koji utječu na performanse zrakoplova. Rezultati će biti prikazani matematički i grafički na primjeru zrakoplova DA-42. Podatci koji će se koristiti u izračunu performansi prikazani su u tablici 1.

**Tablica 1.** Podatci o zrakoplovu Diamond DA-42 bitni za izračun performansi

Raspon krila $b$	13.55 $m$
Površina krila $S$	16.29 $m^2$
Oswaldow koeficijent $e$	0.9345
Aspektni odnos $AR$	11.27
Masa praznog zrakoplova	1410 $kg$
Masa zrakoplova u polijetanju	1999 $kg$
Visina krila iznad tla $h$	1.25 $m$
Plafon leta	18 000 $ft$
Raspoloživa snaga $P_A$	250 $kW$
Učinkovitost propelera $\eta$	0.84
Koeficijent parazitnog otpora $C_{D0}$	0.03
Specifična potrošnja goriva $c$	0.214 $kg/kWh$

## 5.1. Izračun performansi u horizontalnom letu

Horizontalni let zrakoplova predstavlja pravocrtno gibanje zrakoplova bez promjene nagiba i visine. Aktivne sile na zrakoplovu tijekom leta su: sila uzgona  $F_L$  koja je okomita na putanju leta, sila otpora  $F_D$  koja je paralelna s putanjom leta, sila gravitacije  $F_G$  koja djeluje vertikalno prema težištu Zemlje (djeluje pod kutem  $\theta$  u odnosu na silu uzgona) i potisna sila  $F_T$  – koja generalno djeluje pod kutem  $\alpha_T$  u odnosu na putanju leta. Prema slici 8. putanja leta je ravna crta gledajući poziciju zrakoplova, međutim putanja je zakrivljena ako se promatra zrakoplov u prostoru u kojem leti.



Slika 8. Sile koje djeluju na zrakoplov [1]

$$F_L = F_G \quad (5.1)$$

$$F_T = F_D \quad (5.2)$$

Ove pojedostavljene jednačbe definiraju osnovne zakonitosti horizontalnog leta zrakoplova. Iz njih se može iščitati da je u horizontalnom letu sila uzgona jednaka sili težine te da je sila potiska jednaka sili otpora, odnosno da su sve sile koje djeluju na zrakoplov uravnotežene.

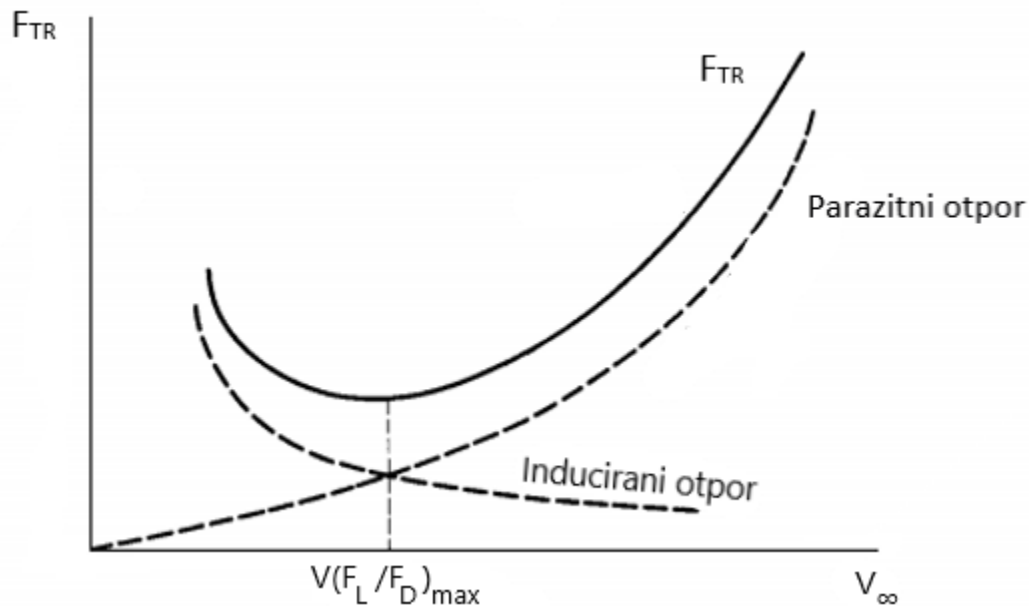
Stoga, prethodno definirane jednačbe mogu se uzeti kao polazišne točke izračuna performansi u horizontalnom letu.

$$F_{TR} = F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{DA} A = \frac{1}{2} \rho V^2 (C_{D0} + C_{Di}) \quad (5.3)$$

$$F_{TR} = \frac{1}{2} \rho V^2 A (C_{D0} + C_L^2 \pi e AR) \quad (5.4)$$

$$\text{Uz uvjet za horizontalni let } F_L = F_G \Rightarrow F_{TR} = \frac{1}{2} \rho C_{D0} A V^2 + \frac{2F_G^2}{\pi e A R \rho A} \cdot \frac{1}{V^2} \quad (5.5)$$

Potreban potisak za određeni zrakoplov, na određenoj visini, varira s brzinom i jednak je zbroju parazitnog i inducirano g otpora. Na slici 9. prikazan je dijapazon vrijednosti inducirano g i parazitnog otpora. S porastom brzine, povećava se parazitni otpor, dok se inducirani smanjuje.



**Slika 9.** Promjena parazitnog i inducirano g otpora s brzinom [1]

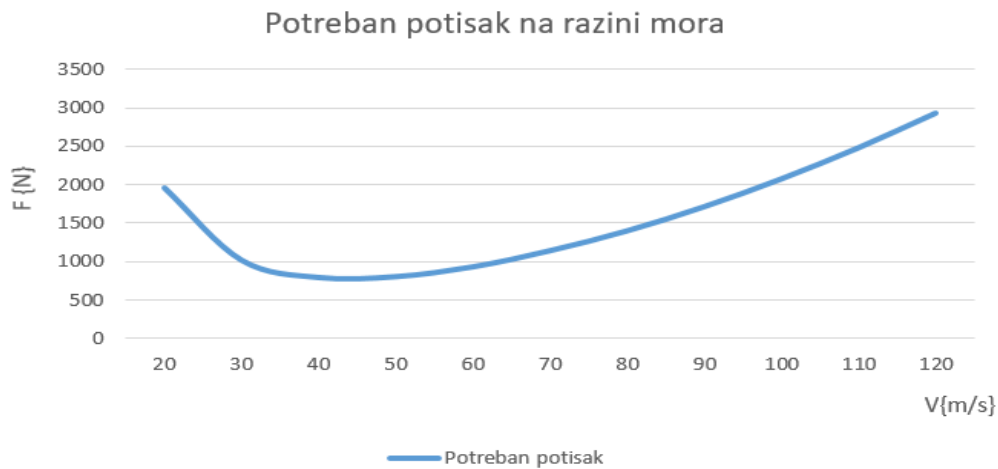
Iz grafa može se iščitati da se krivulje otpora sijeku u točki gdje je vrijednost potrebnog potiska minimalna, odnosno da je inducirani otpor jednak parazitnom otporu pri vrijednosti minimalnog potrebnog potiska.

Ukoliko se u izvedeni izraz (5.5) uvrste vrijednosti na srednjoj razini mora, za određenu masu zrakoplova ( $m = 1611 \text{ kg}$ ), dobit će se zavisnost potrebne snage i potrebnog potiska o brzini leta za horizontalan let:

$$F_{TR} = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 0.03 \cdot 16.29 \cdot V^2 + \frac{2 \cdot (1611 \cdot 9.81)^2}{3.14 \cdot 0.9345 \cdot 11.27 \cdot 1.225 \cdot 16.29} \cdot \frac{1}{V^2}$$

$$F_{TR} = 0.299V^2 + 756569 \frac{1}{V^2}$$

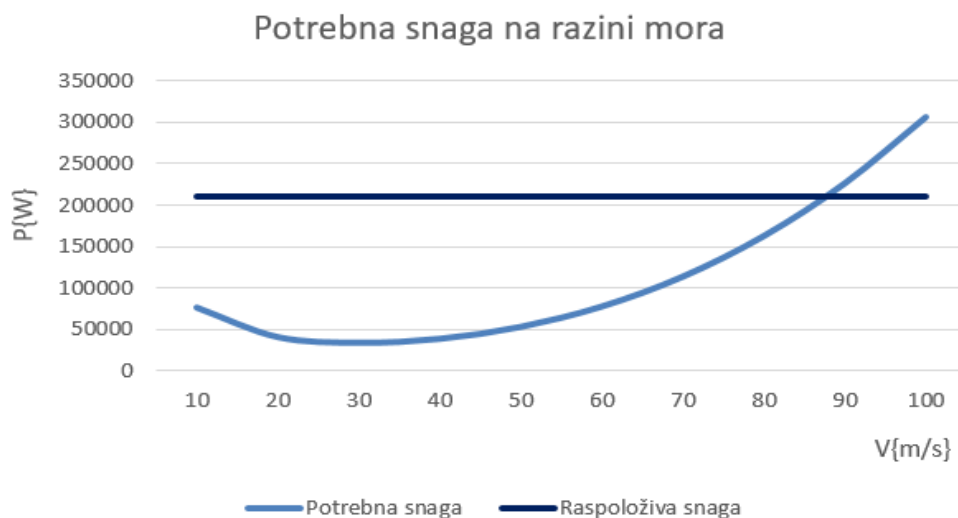
Na grafikonima 1 i 2 prikazane su ovisnosti potrebnog potiska i potrebne snage o brzini leta zrakoplova.



**Grafikon 1.** Potreban potisak u ovisnosti o brzini

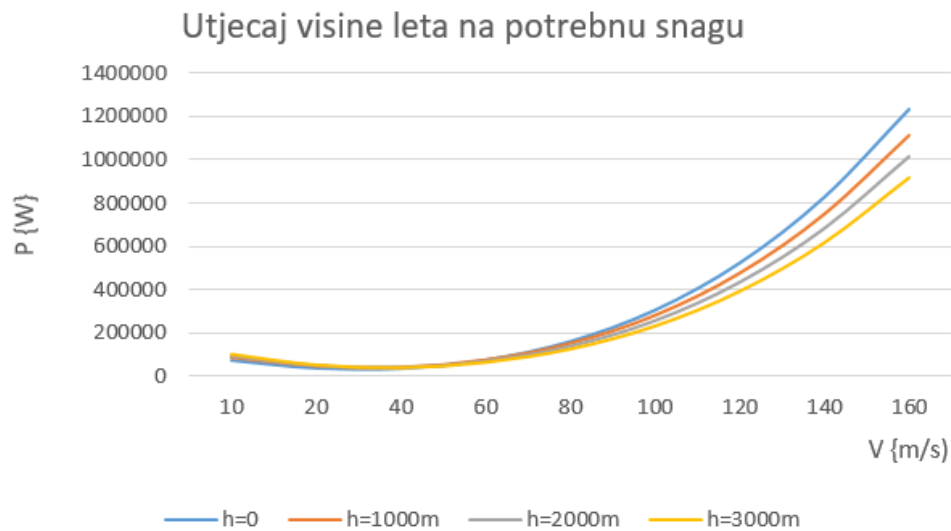
Potrebna snaga također se može zapisati u obliku:

$$\begin{aligned}
 P_R &= \frac{1}{2} C_{D0} \rho A V^3 + \frac{2F_G^2}{\pi e A R \rho A} \cdot \frac{1}{V} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 0.03 \cdot 1.225 \cdot 16.29 V^3 + \frac{2 \cdot (1611 \cdot 9.81)^2}{3.14 \cdot 0.9345 \cdot 11.27 \cdot 1.225 \cdot 16.29} \cdot \frac{1}{V} \\
 &= 0.299 V^3 + 756569 \cdot \frac{1}{V}
 \end{aligned}$$

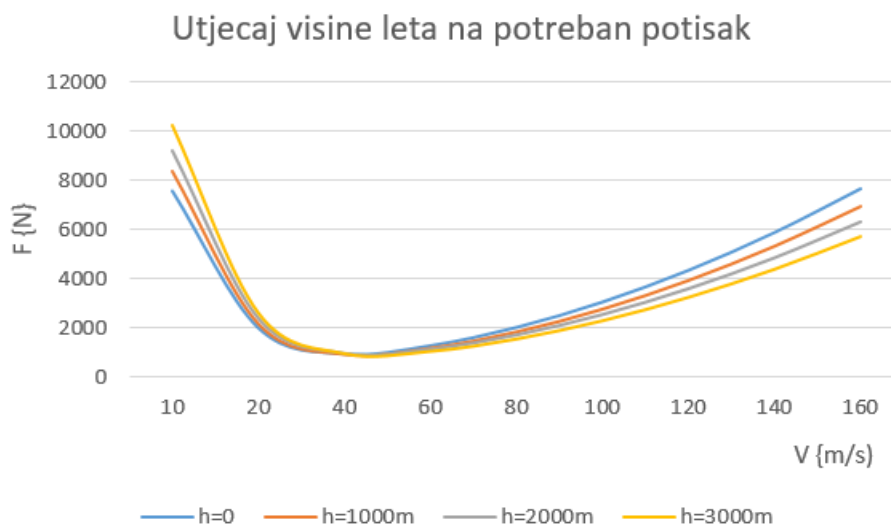


**Grafikon 2.** Potreban potisak u ovisnosti o brzini

Kao što je već prije definirano, promjenom visine mijenja se potrebna snaga za let, pa tako ako uvrstimo različite gustoće zraka na definiranim visinama, dobit će se grafikoni 3 i 4 koji prikazuju promjenu potrebnog potiska i potrebne snage s promjenom visine.



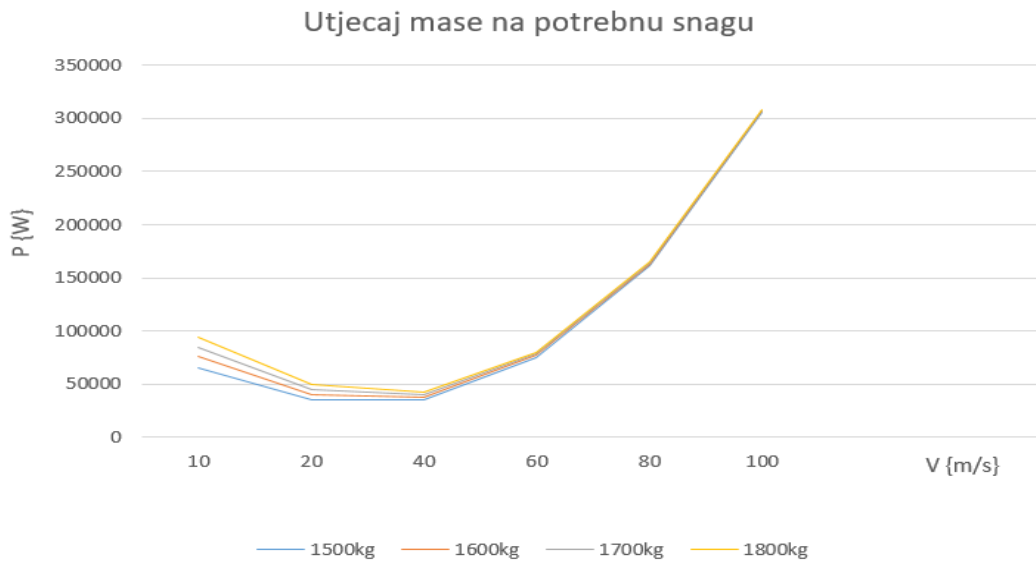
**Grafikon 3.** Promjena potrebne snage s visinom leta



**Grafikon 4.** Promjena potrebnog potiska s visinom leta



Sličan princip primjenjiv je i kod povećanja mase zrakoplova, gdje se na grafikonu 5 može iščitati rast potrebne snage s povećanjem mase.



**Grafikon 5.** Promjena potrebne snage s promjenom mase zrakoplova

$$P_{Rmin} = \frac{dP_R}{dV} = 0 \rightarrow 0.897V^2 - 2 \cdot 756569 \cdot \frac{1}{V^2} = 0 \cdot V^2$$

$$0.897V^4 = 1513138$$

$$V_{PRmin} = \sqrt[4]{\frac{1513138}{0.897}} = 36.1 \text{ m/s}$$

$$P_{Rmin} = 0.299 \cdot 36.1^3 + 756569 \cdot \frac{1}{36.1} = 35024 \text{ W}$$

Najbolji dolet zrakoplova uvjetovan je minimalnim potrebnim potiskom i odgovara omjeru  $(C_L/C_D)_{max}$ :

$$f_{max} = \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{max} \rightarrow \left(\frac{C_L}{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}}\right) = \frac{C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR} - C_L \cdot \frac{2C_L}{\pi eAR}}{\left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR}\right)^2} = 0 \quad (5.6)$$

$$C_{D0} - \frac{C_L^2}{\pi eAR} = 0 \rightarrow C_L = \sqrt{C_{D0}\pi ARe} = \sqrt{0.029 \cdot 3.14 \cdot 11.27 \cdot 0.9345} = 0.98$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi eAR} = 2C_{D0} = 2 \cdot 0.029 = 0.058$$

$$R_{max} = \frac{\eta}{cg} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{m_0}{m_1} = \frac{0.84}{9.81 \cdot 0.214 \cdot \frac{1}{1000 \cdot 3600}} \frac{0.98}{0.058} \ln \frac{1999}{1999 - 231} = 2988 \text{ km}$$

Iz enačbe za horizontalni let  $F_L = F_G$  može se izračunati brzina za najbolji dolet:

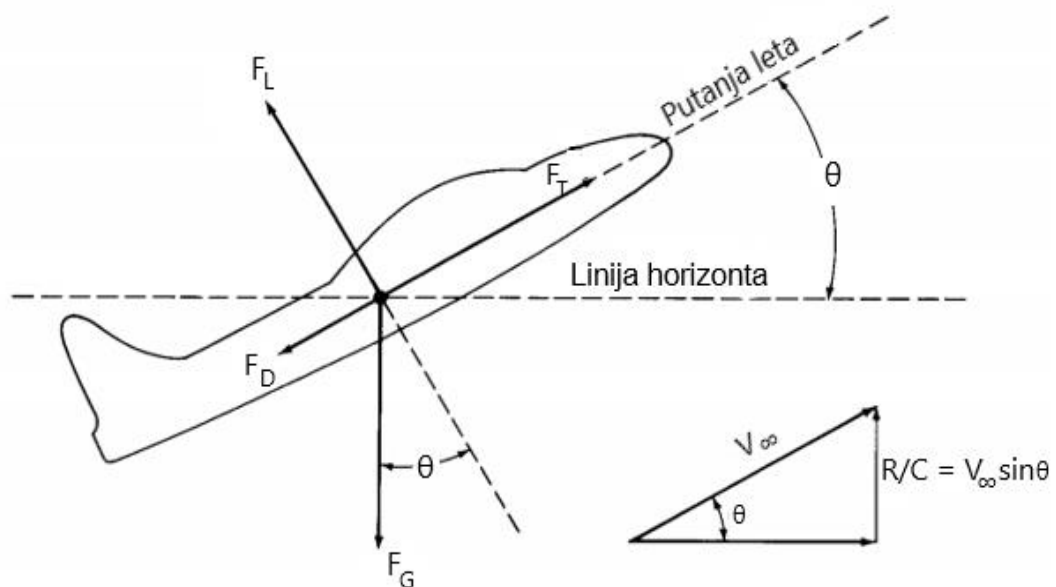
$$\frac{1}{2} \rho V^2 C_L A = mg \rightarrow V = \sqrt{\frac{2mg}{C_L A \rho}} = 41.2 \frac{m}{s}$$

$$P_R = F_D \cdot V = C_D \frac{1}{2} \rho V^3 A = 0.058 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 41.2^3 \cdot 16.29 = 40471 \text{ W}$$

$$F_{TR} = \frac{P_R}{V} = \frac{40471}{41.2} = 982 \text{ N}$$

## 5.2 Izračun performansi u penjanju

Penjanje je jednoliko pravocrtno gibanje zrakoplova po penjajućoj ravnini određenom brzinom. Ukoliko je brzina konstantna, tada govorimo o ustaljenom penjanju (Steady climb). Na slici 10. prikazan je zrakoplov u penjanju sa svim silama koje djeluju na njega kao i trokut brzina pod kutom penjanja zrakoplova.



Slika 10. Raspored sila na zrakoplov u fazi penjanja [1]

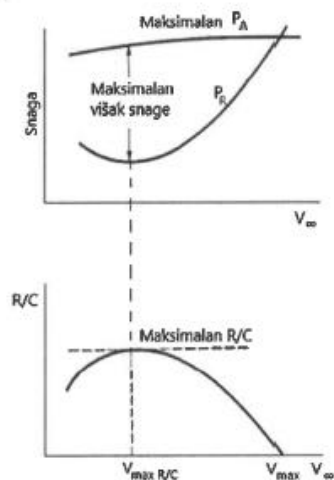
Vidljivo je da je gravitacijska sila okomita na liniju horizonta i djeluje u pravcu težišta zemlje, dok sila uzgona djeluje okomito na nadolazeću struju zraka. Sile otpora i potiska djeluju u pravcu putanje leta i suprotnog su sila uzgona djeluje okomito na nadolazeću struju zraka, a sila otpora u smjeru iste. Iz prikaza sila također se može zaključiti da je u penjanju sila težine veća od sile uzgona, stoga potrebna sila potiska u penjanju mora, ne samo svladati silu otpora već i podržati dodatnu komponentu gravitacijske sile.

Iz navedenog može se izvesti konkluzija da je temeljni uvjet za ostvarivanje penjanja, višak potiska.

$$\frac{R}{C} = \frac{\text{višak potiska}}{F_G} = \frac{P_A - P_R}{F_G} \quad (5.7)$$

Brojnik predstavlja razliku raspoložive i potrebne snage i naziva se višak potiska (Excess power). Kao što je prije objašnjeno, s promjenom visine mijenjaju se potrebna i raspoloživa snaga. Najveća brzina penjanja bit će pri najvišem višku potiska.

Na slici 11. prikazano je određivanje najveće brzine penjanja grafički tako da horizontalna tangenta definira točku maksimalne brzine uzdizanja.



**Slika 11.** Grafički prikaz viška potiska i određivanje maksimalne brzine uzdizanja [1]

Nakon što su definirani pojmovi koji određuju karakteristike penjanja može se izvršiti izračun maksimalne brzine uzdizanja i maksimalni kut penjanja za masu zrakoplova od 1700 kg na razini mora, za zrakoplov DA42.

$$P_A = \mu \cdot P_{eng} = 0.84 \cdot (2 \cdot 125\,000) = 210\,000 \text{ W} \quad (5.7)$$

$$P_R = \frac{1}{2} C_{D0} \rho A V^3 + \frac{2F_G^2}{\pi e A R \rho A} \cdot \frac{1}{V} = 0.299 V^3 + 842\,472 \cdot \frac{1}{V} \quad (5.8)$$

Uvrštavanjem ovih izraza u formulu za brzinu uzdizanja dobija se sljedeći izraz:

$$\frac{R}{C} = \frac{P_A - P_R}{F_G} = \frac{210\,000 - 0.299V^3 + 842\,472 \cdot \frac{1}{V}}{1700 \cdot 9.81}$$

Deriviranjem zavisnosti brzine uzdizanja po brzini i izjednačavanjem s nulom dobiva se vrijednost brzine za maksimalnu brzinu uzdizanja.

$$\frac{d\left(\frac{R}{C}\right)}{dV} = -0.897V^2 - 842472 \cdot \frac{1}{V^2} = 0$$

$$0.897V^4 = 842472 \rightarrow V = \sqrt[4]{939211} = 31.1 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{C} &= \frac{P_A - P_R}{F_G} = \frac{210000 - 0.299V^3 + 842472 \cdot \frac{1}{V}}{1700 \cdot 9.81} \\ &= \frac{210000 - 0.299 \cdot 31.1^3 + 842472 \cdot \frac{1}{31.1}}{1700 \cdot 9.81} = 13.67 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Da bi se izračunao maksimalni kut penjanja  $\theta_{max}$ , potrebno je prvo izračunati brzinu za najveći kut penjanja:

$$\frac{R/C}{V} = \frac{210000 - 0.299V^3 - 842472 \cdot \frac{1}{V}}{1700 \cdot 9.81} = 12.59 - 1.79 \cdot 10^{-5}V^3 - 50.5 \cdot \frac{1}{V}$$

$$\frac{R/C}{V} = \frac{12.59}{V} - 1.79 \cdot 10^{-5}V^2 - 50.5 \cdot \frac{1}{V^2}$$

$$\frac{d\left(\frac{RC}{V}\right)}{dV} = -12.59 \cdot \frac{1}{V^2} - 3.58 \cdot 10^{-5}V + 101 \cdot \frac{1}{V^3} = 0$$

$$3.58 \cdot 10^{-5}V^4 = -12.59V + 101$$

$$V^4 = -351676V + 2821229$$

$$V = \sqrt[4]{2821229 - 351676V}$$

<b>i</b>	<b><math>V_i</math></b>	<b><math>V_{i+1}</math></b>
<b>1</b>	8	9.4
<b>2</b>	7.8	16.7
<b>3</b>	7.95	12.63
<b>4</b>	8.02	5.3
<b>5</b>	8.01	8.0997

**Tablica 2.** Metoda određivanja maksimalnog kuta penjanja

$$V = 8.1 \text{ m/s}$$

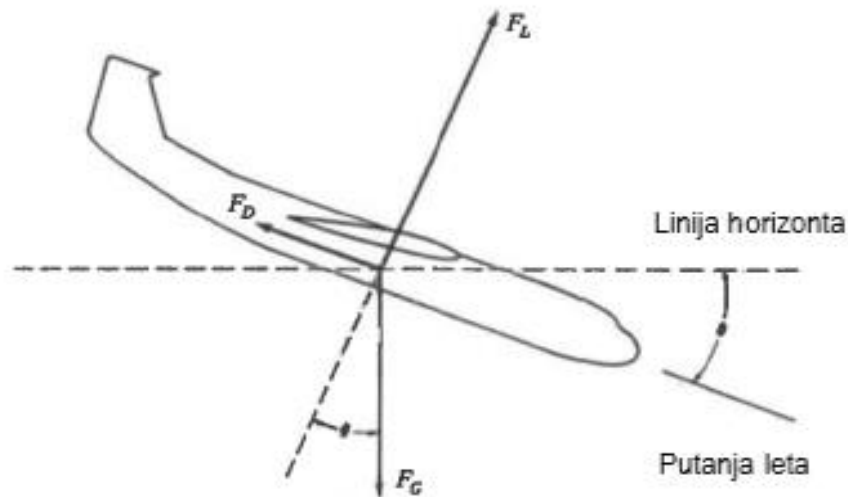
Sada je moguće odrediti brzinu uzdizanja i vrijednost maksimalnog kuta penjanja:

$$(R/C)_{\theta_{max}} = \frac{210000 - 0.299 \times 8.1^3 + 842472 \frac{1}{8.1}}{1700 \times 9.81} = 6.3 \text{ m/s}$$

$$\theta_{max} = \text{arc sin} \frac{6.3}{8.1} = 50.30^\circ$$

### 5.3. Izračun performansi u spuštanju

Spuštanje je jednoliko pravocrtno kretanje zrakoplova po spuštajućoj ravnini nekom brzinom  $V$ . Ukoliko se za spuštanje ne koristi potisak motora, tada ono nazivamo jedrenje. Na slici 12. prikazan je zrakoplov u spuštanju, odnosno jedrenju, sa svim silama koje djeluju na njega.



Slika 12. Raspored sila u fazi spuštanja [1]

Ukoliko se postave osnovne jednadžbe gibanja u smjeru leta zrakoplova i okomito na smjer leta, za slučaj bez potiska zrakoplova.

$$F_D = F_G \sin \theta \quad (5.10.)$$

$$F_L = F_G \cos \theta \quad (5.11.)$$

Njihovim dijeljenjem dobiva se izraz za kut spuštanja  $\theta$  pri jedrenju:

$$\tan \theta = \frac{1}{\frac{F_L}{F_D}} = \frac{F_D}{F_L} = \frac{C_D}{C_L} \quad (5.12.)$$

Temeljem ove jednadžbe vidljivo je da kut spuštanja  $\theta$  ne ovisi o težini zrakoplova, već isključivo o njegovim aerodinamičkim karakteristikama. Kut planiranja obrnuto je razmjern finesi zrakoplova (omjer sile uzgona i sile otpora).

U slučaju spuštavanja uz silu potiska, silama koje su usporedne s putanjom leta dodaje se sila potiska ( $F_D = F_G \sin \theta + F_T$ ). Sile okomite na putanju leta ostaju iste kao i u spuštanjem bez snage. Iz jednadžbe aktivnih sila paralelnih s putanjom leta dobiva se sljedeća ovisnost kuta spuštavanja:

$$\sin \theta = \frac{F_D - F_T}{F_G} \quad (5.13.)$$

Iz jednadžbe iščitavamo da će se s povećanjem potiska smanjivati kut spuštavanja, sve dok  $F_D - F_T = 0$ , odnosno kada je i kut spuštavanja  $0^\circ$  (zrakoplov u režimu horizontalnog leta). Ukoliko se s povećanjem potiska zadrži isti kut spuštavanja povećat će se brzina leta i brzina spuštavanja, a promijenit će se i napadni kut.

Slično kao kod penjanja, u spuštanju se definira brzina snižavanja ili Rate of Descent.

$$R/D = V \cdot \sin \theta \quad (5.14.)$$

Brzina snižavanja jednaka je umnošku brzine spuštavanja  $V$  i sinus kuta spuštavanja  $\theta$ . Najmanja brzina snižavanja odgovarat će maksimalnom kutu spuštavanja.

S obzirom na to da je u spuštanju  $C_L > C_D$ , a  $C_L^2 \gg C_D^2$  može se aproksimirati da je  $C_L^2 \gg C_D^2 = C_L^2$ . Uvrštavanjem izraza za brzinu i kut spuštavanja u jednadžbu za brzinu propadanja dobiva se sljedeći izraz:

$$R/D = \frac{C_D}{C_L^{3/2}} \sqrt{\frac{2F_G}{\rho A}} \quad (5.15)$$

Brzina spuštavanja za najveći dolet dobiva se uz minimalni omjer ( $C_D/C_L^{3/2}$ ). Kako bi se odredili koeficijenti uzgona i otpora za minimalnu brzinu spuštavanja potrebno je derivirati polaru zrakoplova po  $C_L^{3/2}$  i izjednačiti s nulom.

$$\frac{C_D}{C_L^{3/2}} = \frac{0.029 + 0.031C_L^2}{C_L^{3/2}}$$



$$\left(\frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}}\right)_{min} \rightarrow \frac{d}{dC_L} \left(\frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}}\right)_{min} = \frac{0.062C_L C_L^{\frac{3}{2}} - 1.5C_L^{\frac{1}{2}}(0.029 + 0.031)}{C_L^3}$$

$$0.062C_L^{\frac{5}{2}} - 0.0435C_L^{\frac{1}{2}} - 0.0465C_L^{\frac{5}{2}} = 0 \quad / \div C_L^{\frac{1}{2}}$$

$$0.062C_L^2 - 0.0435 - 0.0465C_L^2 = 0$$

$$0.0155C_L^2 = 0.0435$$

$$C_L = 1.675$$

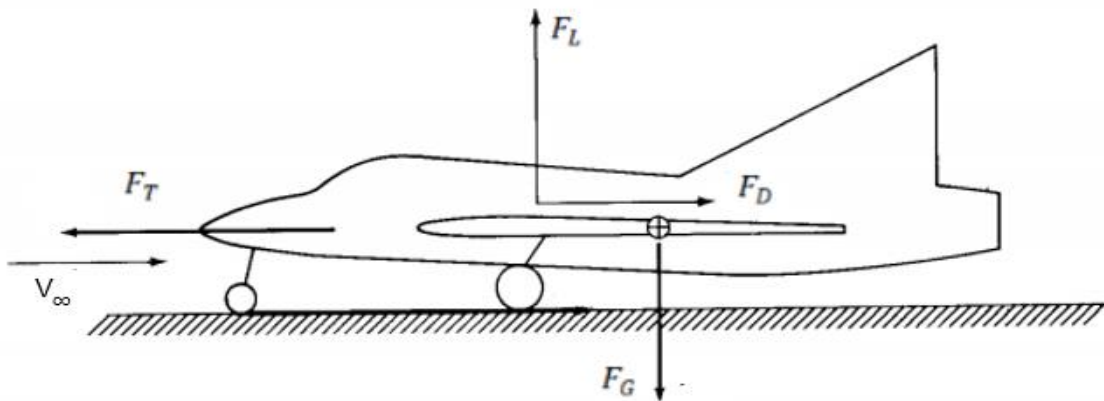
$$C_D = 0.029 + 0.031 \cdot 1.675^2 = 0.116$$

$$R/D_{min} = \left(\frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}}\right)_{min} \sqrt{\frac{2F_G}{\rho A}} = \left(\frac{0.116}{1.675^{\frac{3}{2}}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 16677}{1.225 \cdot 16.29}} = 2.19 \text{ m/s}$$

#### 5.4. Izračun performansi u polijetanju

Polijetanje predstavlja manevar kojim se zrakoplov prevodi iz stanja mirovanja na tlu u gibanje zrakom, odnosno let. Temeljni uvjet koji mora biti zadovoljen da bi se zrakoplov odvojio od zemlje jest uzgon koji je u trenutku odvajanja od piste mora biti jednak sili težine:

$$F_L = F_G \quad (5.16)$$



Slika 13. Sile koje djeluju na zrakoplov u polijetanju [1]

Ukoliko se zbroje sve sile usporedne s pravcem gibanja zrakoplova te uvrste u drugi Newtonov zakon dobiva se jednačba koja predstavlja trenutno ubrzanje zrakoplova:

$$F_T - F_D - \mu (F_G - F_L) = m \frac{dV}{dt} \quad (5.17.)$$

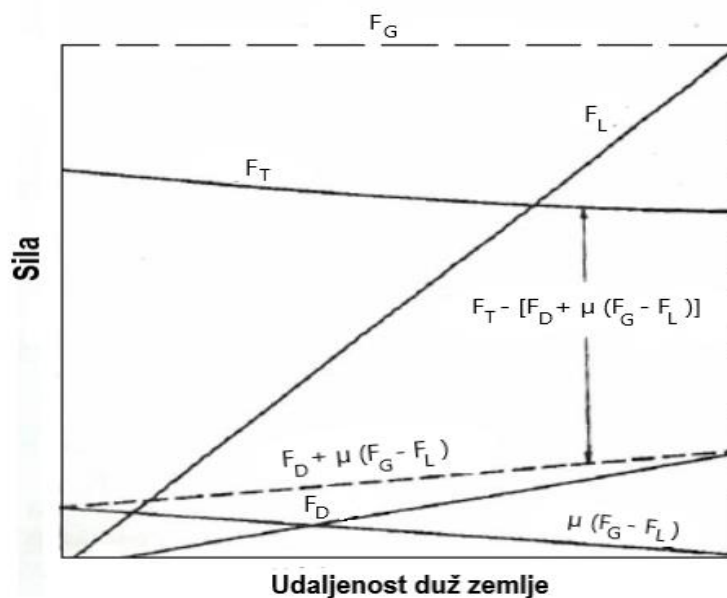
Sile koje djeluju na zrakoplov u polijetanju su: sila potiska koja je približno konstantna za propellerske motore, sila težine koja je također konstantna, dok sila uzgona i otpora variraju s brzinom. U polijetanju, ali i u slijetanju, pojavljuje se fenomen utjecaja blizine tla (Ground Effect). Kada zrakoplov leti u blizini tla, intezitet vrtloga koji se formira na vrhovima krila je za određenu vrijednost smanjen zbog međudjelovanja s podlogom, što dovodi do smanjenja induciranoog otpora.

Proračun utjecaja blizine tla može se izračunati preko formule:

$$\phi = \frac{(16 \frac{h}{b})^2}{1 + (16 \frac{h}{b})^2}$$

- $\phi$  – utjecaj blizine tla
- $h$  – visina krila iznad tla
- $b$  – raspon krila

Na slici 14. je grafički prikazana promjena glavnih sila u polijetanju zrakoplova, također uz već spomenute sile, može se uočiti i sila otpora  $F_R$  koja se javlja kao posljedica trenja kotrljanja između kotača i staze.



**Slika 14.** Promjena sila koje djeluju na zrakoplov u polijetanju [1]

Da bi se izračunala duljina zaleta, potisna sila kao i zbroj svih otpora (aerodinamičkog i otpora trenja) tijekom čitavog zaleta moraju biti konstantni. Ukupna sila koja efektivno ubrzava zrakoplov bit će jednaka:

$$F_{eff} = F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)] = konst. \quad (5.18)$$

Ako se uvrsti ova formula umjesto sile, brzina polijetanja umjesto brzine  $V$  te izraz  $\frac{F_G}{g}$  umjesto mase u izraz za potrebnu udaljenost za polijetanje dobit će se izraz:

$$s_{LO} = \frac{V_{LO}^2 \frac{F_G}{g}}{2 \{ F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{pros} \}} \quad (5.19)$$

- $s_{LO}$  – duljina polijetanja,
- $V_{LO}$  – brzina polijetanja,
- $g$  – ubrzanje Zemljine sile gravitacije,
- $F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{pros}$  – prosječna vrijednost razlike sile potiska i ukupne sile otpora.

Da bi se osigurala granica sigurnog polijetanja, brzina polijetanja se obično uzima 20% veća od brzine sloma uzgona:

$$V_{LO} = 1.2V_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{2F_G}{\rho S C_{L,max}}} \quad (5.20.)$$

- $V_{LO}$  – brzina polijetanja,
- $V_{stall}$  – brzina sloma uzgona
- $C_{L,max}$  – maksimalni koeficijent uzgona.

Konačno, ukoliko se uvrsti izraz za brzinu polijetanja u izraz za potrebnu udaljenost za polijetanje dobiva se:

$$s_{LO} = \frac{1.44F_G^2}{g\rho S C_{L,max} \{ F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{pros} \}} \quad (5.21.)$$

Prije samog proračuna za duljinu polijetanja, potrebno je izračunati brzinu sloma uzgona i utjecaj tla za što će se koristiti podatak o udaljenosti krila od tla  $h$ , koja za razmatrani avion iznosi 1.25 m, kao i raspon krila koji iznosi 13.55 m. S obzirom da se razmatra betonska pista koeficijent trenja je  $\mu = 0.02$ .

$$\phi = \frac{(16 \frac{h}{b})^2}{1 + (16 \frac{h}{b})^2} = \frac{(16 \cdot \frac{1.25}{13.55})^2}{1 + (16 \cdot \frac{1.25}{13.55})^2} = 0.6854$$

$$V_{LO} = 1.2V_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{2F_G}{\rho S C_{L,max}}} = 1.2 \sqrt{\frac{2 \cdot 19610}{1.225 \cdot 16.29 \cdot 1.3}} = 46.6 \frac{m}{s}$$

$$V_{SR} = 0.7V_{LO} = 0.7 \cdot 46.6 = 32.6 \frac{m}{s}$$

$$F_T = \frac{P_A}{V_{SR}} = \frac{\eta P_A}{V_{SR}} = \frac{0.84 \cdot 250000}{32.6} = 6441 N$$

Za izračun potrebne udaljenosti u polijetanju potrebno je izračunati silu uzgona  $F_L$  i silu otpora  $F_D$ :

$$\begin{aligned} F_D &= \left( C_{D,0} + \phi \frac{C_{L,max}^2}{\pi e A R} \right) \frac{1}{2} \rho V_{SR}^2 A \\ &= \left( 0.03 + 0.6854 \cdot \frac{1.3^2}{3.14 \cdot 0.9345 \cdot 11.27} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 32.6^2 \cdot 16.29 \\ &= 689 N \end{aligned}$$

$$F_L = C_L \frac{1}{2} \rho V_{SR}^2 A = 1.3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 32.6^2 \cdot 16.29 = 13784 N$$

$$\begin{aligned} s_{LO} &= \frac{1.44 F_G^2}{g \rho A C_{L,max} \{ F_T - [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{pros} \}} \\ &= \frac{1.44 \cdot (1700 \cdot 9.81)^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 1.3 \cdot 16.29 \cdot \{ 6441 - [689 + 0.02 (16677 - 13784)] \}} \\ &= 276 m \end{aligned}$$

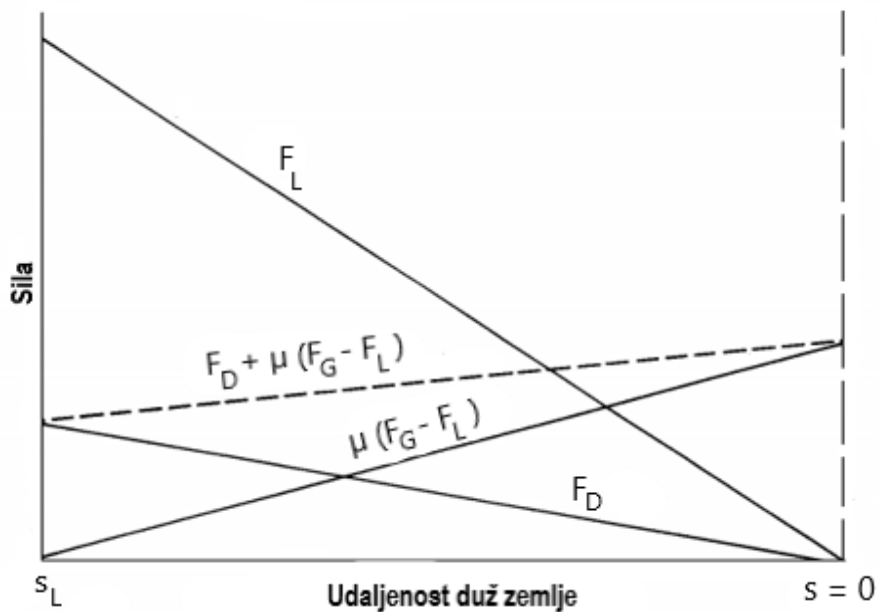
## 5.5. Izračun performansi u slijetanju

Slijetanje je manevar kojim se zrakoplov prevodi iz leta zrakom u voženje po zemlji i predstavlja najzahtjevniji segment leta iz razloga što zrakoplov leti na malim brzinama. Najbitniji parametar u izračunu performansi u fazi slijetanja je udaljenost potrebna za slijetanje. Kao i u primjeru polijetanja, ukoliko se zbroje sve sile paralelne s pravcem gibanja zrakoplova te uvrste u drugi Newtonov zakon, uz uvjet da se ubrzanje sada smatra negativnim (jer zrakoplov usporava) dobiva se jednačina koja se može napisati u ovom obliku:

$$-F_D - \mu(F_G - F_L) = m \frac{dV}{dt} \quad (5.22)$$

$F_D$  predstavlja ukupnu silu otpora zrakoplova, dok su za razliku od polijetanja ručice snage postavljene na minimalnu vrijednost, pa se može reći da je iznos sile potiska jednak nuli.

Promjena sila tijekom slijetanja prikazana je na slici 15.



Slika 15. Promjena sila koje djeluju na zrakoplov u slijetanju [1]

Pretpostavlja se prosječna, konstantna, vrijednost za izraz  $F_D - \mu (F_G - F_L)$ , koja efektivno pridonosi određivanju točne potrebne udaljenosti za slijetanje  $s_L$ . Prosječna vrijednost spomenutog izraza, jednaka je trenutnoj vrijednosti aproksimiranoj na  $0.7V_T$  ( $V_T$  – brzina slijetanja).

Ukoliko se integrira jednadžba  $ds = \frac{F}{m} t dt$  od točke pristajanja do točke gdje se zrakoplov zaustavlja i uvrsti izraz za vrijeme u nju dobiva se jednadžba za potrebnu udaljenost za slijetanje:

$$s_L = - \frac{V^2 m}{2F} \quad (5.23)$$

Zatim se u navedenu jednadžbu 5.24. uvrste brzina  $V_T$  koja je 30% veća od brzine sloma uzgona, izraz za masu  $\frac{F_G}{g}$  te aproksimirani izraz za silu deakceleracije:

$$s_L = \frac{S^2 F_G^2}{g \rho S C_{L,max} [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{0.7V_T}} \quad (5.24)$$

Usporavanje na pisti ostvaruje se najprije aerodinamičkim kočnicama, zatim ako zrakoplov to omogućuje, motorom i na kraju mehaničkim kočnicama na kotačima.

Kod izračuna potrebne duljine slijetanja na razini mora s masom zrakoplova od 1700 kg, najprije je potrebno odrediti brzinu slijetanja  $V_T$ . S obzirom da obično na slijetanju zrakoplov ima veći stupanj zakrilaca, to će uzrokovati i povećanje maksimalnog koeficijenta uzgona  $C_{L,max}$ , koji će u slučaju slijetanja iznositi 1.9.

$$V_T = 1.3V_S = 1.3 \sqrt{\frac{2F_G}{\rho S C_{L,max}}} = 1.3 \sqrt{\frac{2 \cdot (1700 \cdot 9.81)}{1.225 \cdot 16.29 \cdot 1.9}} = 38.55 \frac{m}{s}$$

$$V_{SR} = 0.7V_T = 0.7 \cdot 38.55 = 26.99 \frac{m}{s}$$

S obzirom na to da je u slijetanju vrijednost sile uzgona jednaka nuli, ukupni otpor jednak je parazitnom otporu prilikom slijetanja.

$$F_D = C_{D,0} \frac{1}{2} \rho V_{SR}^2 A = 0.03 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 26.99^2 \cdot 16.29 = 211 \text{ N}$$

S obzirom da DA42 nije opremljen spoilerima na krilu koji bi poništili uzgon u trenutku kontakta podvozja s pistom, u proračun je također nužno uvrstiti utjecaj sile uzgona tijekom zaustavljanja kao i koeficijent kočenja  $\mu$  koji iznosi 0.4.

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho V_{SR}^2 A = \frac{1}{2} \cdot 1.9 \cdot 1.225 \cdot 26.99^2 \cdot 16.29 = 13820 \text{ N}$$

Na kraju se izvučeni podatci uvrste u izraz za potrebnu udaljenost u slijetanju:

$$s_L = \frac{1.44 F_G^2}{g \rho S A [F_D + \mu (F_G - F_L)]_{0.7 V_T}} = \frac{1.44 \cdot (1700 \cdot 9.81)^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 16.29 \cdot 1.9 \cdot [211 + 0.4(16677 - 13820)]} = 795 \text{ m}$$



## 6. Zaključak

Performanse podrazumijevaju određene sposobnosti promatranog zrakoplova u specifičnom režimu odnosno fazi leta, i kao takve izrazito su važan faktor pri dizajniranju samog zrakoplova. U radu je opisan utjecaj različitih čimbenika na performanse, preko teorijskih objašnjenja te dijagramskih prikaza na kojima su prikazane promjene odnosno ovisnost potrebne i raspoložive snage o masi i visini leta. Također objašnjen je i utjecaj pogonske skupine te karakteristika samog zrakoplova. U razradi glavne problematike prikazan je izračun podataka za zrakoplov DA42 u svim režimima leta. Ukoliko usporedimo podatke koji su dobiveni proračunom sa onima koje je proizvođač propisao u operativnom priručniku, vidjet će se da se na nekim mjestima rezultati poklapaju, ali i da postoje određene razlike. Treba napomenuti da u manualu postoje tablice definirane za samo tri težine zrakoplova 3935 *lbs*, 3500 *lbs* te 3000 *lbs*, tako da je korištena aproksimirana vrijednost najbliža onima u tablici u iznosu od 1700kg. Također, u tablicama nemamo podatak o maksimalnom potisku zrakoplova već o „Maximum Continuous Thrust“. Primjerice iz propisanih tablica za brzinu penjanja (Rate of climb), očitano je da pri standardnim uvjetima na razini mora pri brzini od 90 *kt*, zrakoplov DA42 postiže 1620 *ft/min*, dok smo u proračunu dobili podatak 2200 *ft/min*. Prilikom izračuna duljine polijetanja, prikazano je da udaljenost najviše ovisi o težini zrakoplova i gustoći zraka, preciznije udaljenost se mijenja s kvadratom obiju veličina. Pri izračunu duljine potrebne za polijetanje u standardnim uvjetima dobiven je iznos od 276 metara dok priručnik propisuje duljinu od 348 metra. U slijetanju izračun je gotovo pa identičan onom u Aircraft manual-u, dobivena je vrijednost potrebe duljine za slijetanje od 795 metara, dok priručnik propisuje potrebnu udaljenost od 790 metara. U segmentima polijetanja i slijetanja, visina na kojoj se uzletno sletna staza nalazi, stanje USS te temperatura zraka igraju jako veliku ulogu. Primjerice uzletno sletne staze na većim nadmorskim visinama i pri visokim temperaturama, imat će reduciranu gustoću zraka što će degradirati performanse odnosno potisak ili snagu u polijetanju te će biti potrebna i dulja staza za polijetanje. Dolet zrakoplova na 60% snage na 12000 *ft* visine, prema priručniku iznosi 2250 kilometara. U razradi rađen je proračun za maksimalni dolet zrakoplova s punim rezervarima goriva koji iznosi 2988 kilometara.

Na kraju se može zaključiti da je Diamond DA-42 itekako popularan zrakoplov u području generalne avijacije upravo zbog svoje ekonomičnosti i povoljnih performansi letenja. O tome najbolje svjedoči i činjenica da je još 2004. godine, DA-42 postao prvi dieselski pogonjen zrakoplov s fiksnim krilima koji je preletio Sjeverni Atlantik.

## Literatura

[1] Anderson, John D., Introduction to Flight Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1989.

[2] Kesić, Petar., Osnove Aerodinamike, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.

[3] <https://www.diamondaircraft.com/en/private-pilots/aircraft/da42/overview/>

(Pristupljeno: Kolovoz 2019.)

[4] [https://www.redskyventures.org/doc/other-poh/DA42\\_Diamond-Twin\\_FlightManual.pdf](https://www.redskyventures.org/doc/other-poh/DA42_Diamond-Twin_FlightManual.pdf)

(Pristupljeno: Kolovoz 2019.)

[5] Jeppesen, Performance JAA ATPL Training Edition 2, Jeppesen and Atlantic Flight Training, 2007.

[6] Pavlin S.: Aerodromi, Fakultet prometnih znanosti, Zagreb, 2006.

[7] [http://dascnet.diamondaircraft.com/library/16/15/D42L-AFM-002%20\(Rav.%207\).pdf](http://dascnet.diamondaircraft.com/library/16/15/D42L-AFM-002%20(Rav.%207).pdf)

(Pristupljeno: Kolovoz 2019.)

## Popis slika

<b>Slika 1.</b> Diamond DA42.....	2
<b>Slika 2.</b> Grafički prikaz polare zrakoplova, polare simetričnog aeroprofila i $C_{D,i}$ eliptičnog krila .....	5
<b>Slika 3.</b> Utjecaj povećanja mase zrakoplova na potrebnu snagu na primjeru turbo-mlaznog zrakoplova .....	7
<b>Slika 4.</b> Utjecaj brzine na raspoloživu snagu motora, za klipne motore .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 5.</b> Grafički prikaz vrijednosti raspoloživog potiska u ovisnosti o brzini, za klipne motore .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 6.</b> Utjecaj različitog kuta zakrilaca na duljinu potrebnu za polijetanje ....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 7.</b> Utjecaj visine leta na potrebnu snagu i maksimalnu brzinu.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 8.</b> Sile koje djeluju na zrakoplov .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 9.</b> Promjena parazitnog i induciranog otpora s brzinom..	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 10.</b> Raspored sila na zrakoplov u fazi penjanja.....	21
<b>Slika 11.</b> Grafički prikaz viška potiska i određivanje maksimalne brzine uzdizanja .....	22
<b>Slika 12.</b> Raspored sila u fazi spuštanja.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 13.</b> Sile koje djeluju na zrakoplov u polijetanju .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Slika 14.</b> Promjena sila koje djeluju na zrakoplov u polijetanju.....	29
<b>Slika 15.</b> Promjena sila koje djeluju na zrakoplov u slijetanju .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## Popis tablica

**Tablica 1.** Podatci o zrakoplovu Diamond DA-42 bitni za izračun performansi..... 14

**Tablica 2.** Metoda određivanja maksimalnog kuta penjanja..... 24

## Popis grafikona

<b>Grafikon 1.</b> Potreban potisak u ovisnosti o brzini.....	17
<b>Grafikon 2.</b> Potrebna snaga u ovisnosti o brzini .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b> 7
<b>Grafikon 3.</b> Promjena potrebne snage s visinom leta .....	18
<b>Grafikon 4.</b> Promjena potrebnog potiska s visinom leta .....	18
<b>Grafikon 5.</b> Promjena potrebne snage s promjenom mase zrakoplova .....	19



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
10000 Zagreb  
Vukelićeva 4

### IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj \_\_\_\_\_ završni rad  
isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na  
objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz  
necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj  
visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu \_\_\_\_\_ završnog rada  
pod naslovom Izračun performansi aviona Diamond DA42

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom  
repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

U Zagrebu, 9.9.2019. \_\_\_\_\_

Student/ica:

  
(potpis)