

# Analitičko određivanje potrebnih duljina za uzlijetanje aviona

---

**Puljić, Stjepan**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:141062>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-26**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

**Stjepan Puljić**

**ANALITIČKO ODREĐIVANJE POTREBNIH DULJINA ZA  
UZLIJETANJE AVIONA**

**ZAVRŠNI RAD**

**Zagreb, 2018.**

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti

**ZAVRŠNI RAD**

**ANALITIČKO ODREĐIVANJE POTREBNIH DULJINA ZA  
UZLIJETANJE AVIONA  
ANALYTICAL DETERMINATION OF THE REQUIRED  
AIRCRAFT TAKE-OFF LENGTH**

Mentor: mr. sc. Davor Franjković

Student: Stjepan Puljić

JMBAG: 0135231506

Zagreb, kolovoz 2018.

Zagreb, 25. travnja 2018.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**  
Predmet: **Teorija leta II**

## **ZAVRŠNI ZADATAK br. 4425**

Pristupnik: **Stjepan Puljić (0135231506)**  
Studij: **Aeronautika**  
Smjer: **Pilot**  
Usmjerenje: **Civilni pilot**

Zadatak: **Analitičko određivanje potrebnih duljina za uzlijetanje aviona**

Opis zadatka:

Navesti i objasniti karakteristične veličine za uzlijetanje aviona (potrebne duljine, konfiguracija zrakoplova, učinak blizine tla, brzine itd). Navesti i objasniti vanjske čimbenike koji utječu na uzlijetanje aviona (stanje atmosfere, vjetar, stanje uzletno-sletne staze itd).

Analizirati i usporediti različite analitičke metode za izračun potrebnih duljina za uzlijetanje aviona. Usporediti rezultate dobivene korištenjem analitičkih i grafičkih metoda za uzlijetanje aviona. Izvesti zaključke.

Mentor:



---

mr. sc. Davor Franjković, v. pred.

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

---

## SAŽETAK

Uzlijetanje je manevar koji zavisi od određenih pretpostavki vezanih uz tehniku pilotiranja, karakterističnih veličina i vanjskih čimbenika. Analitičko određivanje potrebne duljine, bez obzira na upotrebu matematičkih modela, nije moguće odrediti velikom točnošću. Fokus rada će biti na karakterističnim veličinama i vanjskim čimbenicima, koji će biti navedeni i objašnjeni. Analizirane su različite analitičke metode za izračun potrebnih duljina za uzlijetanje aviona, te su uspoređene sa rezultatima dobivenih grafičkim metodama za određivanje potrebne duljine za uzlijetanje zrakoplova.

**KLJUČNE RIJEČI:** uzlijetanje, karakteristične veličine, vanjski čimbenici, analitička metoda, grafička metoda

## SUMMARY

Takeoff is a maneuver that is based on certain assumptions regarding the technique of piloting, characteristic sizes and external factors. The analytical determination of the required lengths, regardless of the use of mathematical models, can not be determined with great accuracy. The focus of the paper will be on the characteristic sizes and external factors, which will be specified and explained. Various analytical methods for calculating the required lengths for airplanes were analyzed and compared with the results obtained by graphic methods to determine the required length for aircraft takeoff.

**KEY WORDS:** takeoff, characteristic sizes, external factors, analytical method, graphic method

# SADRŽAJ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. UVOD</b> .....  | <b>1</b>  |
| <b>2. KARAKTERISTIČNE VELIČINE ZA UZLIJETANJE AVIONA</b> .....                                  | <b>2</b>  |
| <b>3. UTJECAJNE VELIČINE PRI UZLIJETANJU AVIONA</b> .....                                       | <b>5</b>  |
| 3.1. Utjecaj mase zrakoplova .....  | 5         |
| 3.2. Utjecaj gustoće i temperature zraka .....  | 5         |
| 3.3. Utjecaj vjetra .....   | 5         |
| 3.4. Utjecaj nagiba piste .....   | 5         |
| 3.5. Utjecaj stanja i vrste površine piste .....  | 6         |
| 3.6. Utjecaj položaja zakrilca .....  | 6         |
| <b>4. IZRAČUN POTREBNIH DULJINA ZA UZLIJETANJE ZA AVIONE S MLAZNIM I KLIPNIM MOTORIMA</b> ..... | <b>8</b>  |
| <b>5. OPIS I USPOREDBA ANALITIČKIH METODA ZA ODREĐIVANJE DULJINA UZLIJETANJA</b> .....          | <b>12</b> |
| 5.1. Uvjeti za proračun .....   | 12        |
| 5.2. Utjecaj promjene mase zrakoplova .....   | 13        |
| 5.2.1. <i>Smanjena masa zrakoplova</i> .....  | 13        |
| 5.2.2. <i>Povećana masa zrakoplova</i> .....  | 14        |
| 5.3. Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje .....                               | 15        |
| 5.3.1. <i>Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje prema W. McCormick</i> .....   | 16        |
| 5.3.2. <i>Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje prema NACA-i</i> .....         | 17        |
| <b>6. USPOREDBA ANALITIČKIH I GRAFIČKIH METODA</b> .....  | <b>19</b> |
| 6.1. Analitička metoda .....  | 19        |
| 6.2. Tablična metoda .....  | 21        |
| 6.3. Grafička metoda .....  | 22        |
| <b>7. ZAKLJUČAK</b> .....   | <b>24</b> |
| <b>POPIS POJMOVA</b> .....  | <b>25</b> |
| <b>POPIS LITERATURE</b> .....   | <b>26</b> |
| <b>POPIS ILUSTRACIJA</b> .....  | <b>27</b> |
| <b>PRILOZI</b> .....  | <b>28</b> |

# 1. Uvod

Prilikom određivanja performansi zrakoplova jedan od ključnih faktora je i određivanje potrebne duljine za uzlijetanje. Duljina ovisi o mnogobrojnim faktorima. Prilikom računanja, koriste se mnogobrojni izvori, te je potrebno utvrditi koje su razlike prilikom izračuna. Isto tako bitno je utvrditi razlike koje se događaju prilikom promjene određenih parametara kao što je masa zrakoplova. Prilikom izračuna mogu se koristiti analitička, tablična i grafička metoda. Rad je podijeljen na sedam cjelina:

1. Uvod
2. Karakteristične veličine za uzlijetanje aviona
3. Utjecajne veličine pri uzlijetanju aviona
4. Izračun potrebnih duljina za uzlijetanje za avione s mlaznim i klipnim motorima
5. Opis i usporedba analitičkih metoda za određivanje duljina uzlijetanja
6. Usporedba analitičkih i grafičkih metoda
7. Zaključak

U drugom poglavlju se opisuju općenito sve karakteristične veličine za uzlijetanje aviona. Definira se terminologija i izrazi koji se koriste pri takvim proračunima.

U trećem poglavlju se spominju sve utjecajne veličine, te se opisuju na koje načine utječu na određivanje potrebne duljine za uzlijetanje. Svaki čimbenik je opisan zasebno u potpoglavlju.

U četvrtom poglavlju se objašnjava i izvodi izraz pomoću kojeg se radi izračun potrebne duljine za uzlijetanje. Formula koja se dobije nakon izvoda se koristi u sljedećim poglavljima kao izraz za računanje potrebne duljine za uzlijetanje.

U petom poglavlju se razrađuju različite metode računanja potrebnih duljina za uzlijetanje, te se uspoređuju rezultati dobiveni prilikom uvrštavanja različitih masa i različitih formula za utjecaj blizine tla.

U šestom poglavlju se uspoređuje rezultat dobiven tabličnom i analitičkom metodom za isti tip zrakoplova i iste uvjete. Grafička metoda se temelji na generičkom zrakoplovu.

Na kraju se izvodi zaključak na temelju prethodno opisanih poglavlja.

## 2. Karakteristične veličine za uzlijetanje aviona

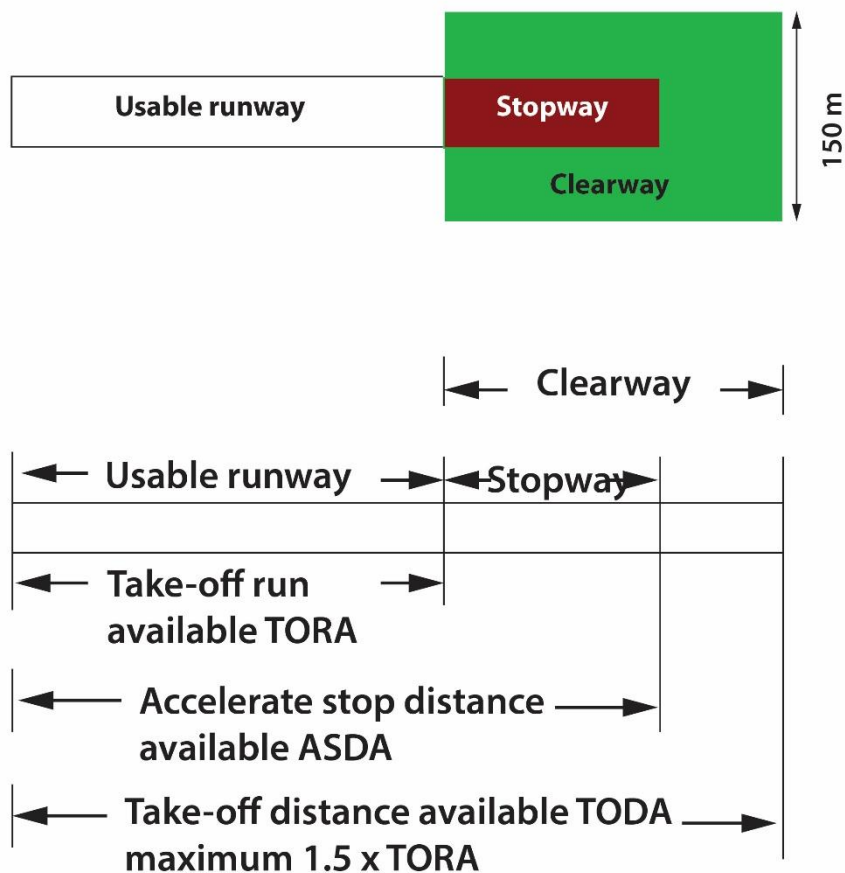
Za određivanje potrebne duljine za uzlijetanje, prvo je potrebno opisati terminologiju koja se koristi u zrakoplovstvu. Polijetanje započinje kada zrakoplov kreće ubrzavati na stazi te traje sve dok ne dostigne visinu „prepreke“ („*screen*“). To je sigurnosna visina koja iznosi 35 stopa za klasu performansi A i 50 stopa za klasu performansi B zrakoplova. Potrebna duljina za zatrčavanje TORR (Take-off Run Required) je duljina koju zrakoplov prijeđe prilikom zatrčavanja, do odvajanja od tla. Potrebna duljina za uzlijetanje TODR (Take-off Distance Required) je udaljenost koju zrakoplov prijeđe od otpuštanja kočnica do visine „prepreke“ („*screen*“). [1]



Slika 1. TODR i TORR, Izvor [1]

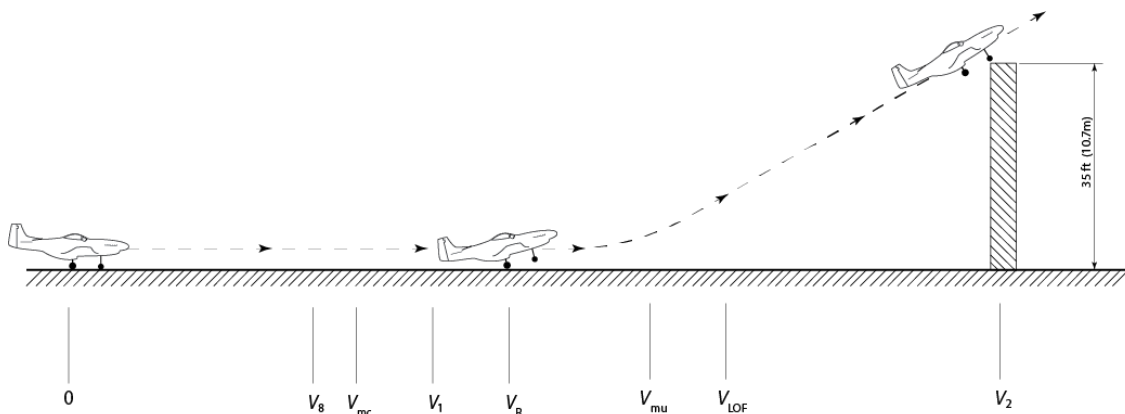
Te su udaljenosti određene performansama zrakoplova, te ovise o masi, vrsti pogona, klase itd. Da bi se ti uvjeti ispunili, uzletno sletna staza mora svojim karakteristikama zadovoljavati te propisane udaljenosti. Definicije udaljenosti na uzletno-sletnim stazama su sljedeće: TORA (Take-off Run Available) je udaljenost od točke na površini USS-e na kojoj zrakoplov može započeti uzlijetanje do najbliže točke na površini na kojoj površina USS nije u mogućnosti podnijeti puno opterećenje (težinu) zrakoplova prilikom normalnih operacija. Na toj udaljenosti zrakoplov može sigurno ubrzavati do potrebne brzine za uzlijetanje. „*Stopway*“ je područje koje se veže iza USS-e, koje je dizajnirano od strane aerodromske ustanove kako bi usporilo zrakoplov u slučaju prekinutog polijetanja. U mogućnosti je podnijeti punu težinu zrakoplova prilikom prekinutog polijetanja, a da ne izazove strukturalno opterećenje zrakoplova. Mora imati jednaki koeficijent trenja kao i USS-a. ASDA (Accelerate Stop Distance Available) je udaljenost od točke na površini USS-e na kojoj zrakoplov može započeti uzlijetanje do točke na kojoj se zrakoplov može sigurno zaustaviti u slučaju prekinutog polijetanja bez rizike za nesreću. ASDA je TORA+„*stopway*“. „*Clearway*“ osigurava da područje od najmanje 150 m u širini, simetrično raspoređeno od središta USS-e, bude slobodno od objekata koji bi mogli ugroziti sigurnost zrakoplove prilikom uzlijetanja. Mora biti manje od 50% duljine TORA i može biti na kopnu ili moru. TODA (Take-off Distance Available) je udaljenost od točke na površini USS-e na kojoj zrakoplov započinje sa uzlijetanjem pa do najbliže prepreke u smjeru uzlijetanja koje utječe na sigurnost uzlijetanja ili udaljenost 1,5 puta veća od TORA. Za TODA se uzima manja udaljenost od te dvije udaljenosti. TODA je TORA+„*Clearway*“. [2]





Slika 2. TODA, ASDA, Izvor [2]

Raspored brzina prilikom uzlijetanja također utječe na odabir potrebnih duljina za uzlijetanje. Brzine su sljedeće:  $v_s$ ,  $v_{mc}$ ,  $v_1$ ,  $v_R$ ,  $v_{mu}$ ,  $v_{LOF}$  i  $v_2$ .



Slika 3. Raspored brzina pri uzlijetanju, Izvor [3]

Pri brzini  $v = 0$  zrakoplov miruje, te je to početna točka uzlijetanja pri kojoj započinje akceleracija zrakoplova. Zrakoplov ubrzava do brzine  $v_s$  (brzina gubitka uzgona). To je kalibrirana brzina. Pri toj brzini koeficijent uzgona  $C_L$  dostiže maksimalnu vrijednost. Nakon toga zrakoplov ubrzava do brzine  $v_{mc}$  (brzina minimalne kontrole). To je kalibrirana brzina pri kojoj je moguće kontrolirati zrakoplov i letjeti horizontalno sa bočnim nagibom manjim od  $5^\circ$  u slučaju otkaza kritičnog motora. Brzina  $v_1$  označava kalibriranu brzinu pri kojoj posada donosi odluku o nastavku ili prekidu uzlijetanja. U slučaju otkaza motora, zrakoplov nije sigurno zaustaviti na USS-i, te se nastavlja sa uzlijetanjem. Sljedeću brzinu koju posada provjerava je brzina  $v_R$  (brzina rotacije). Pri toj brzini posada započinje rotirati zrakoplov, otprilike  $3^\circ$  u sekundi, te se prednji kotač odvaja od zemlje. Nedugo nakon toga zrakoplov dostiže brzinu  $v_{LOF}$ . To je kalibrirana brzina pri kojoj se zrakoplov odvaja od površine USS-e. Nakon odvajanja, zrakoplov ostvaruje brzinu  $v_2$ . To je brzina koju bi zrakoplov trebao ostvariti na visini od 35 stopa (A klasa zrakoplova), te označava kraj uzlijetanja.

### 3. Utjecajne veličine pri uzlijetanju aviona

Za određivanje potrebne duljine za uzlijetanje, potrebno je analizirati veličine, odnosno faktore koji imaju značajan utjecaj na potrebnu duljinu za uzlijetanje. Potrebna duljina za uzlijetanje (TODR) ovisi o raznim čimbenicima kao što su: masa zrakoplova, gustoća zraka (visina aerodroma po tlaku), temperatura, vjetar, nagib piste, stanje i vrsta površine USS-e, i položaj zakrilaca zrakoplova.

#### 3.1. Utjecaj mase zrakoplova

Veća masa znači da zrakoplov sporije ubrzava s istom količinom potiska motora, što ima kao posljedicu povećanje potrebne duljine za uzlijetanje. Stajni trap je opterećen težinom zrakoplova dok je zrakoplov na zemlji, stoga veća težina povećava otpor kotača i povećava udaljenost zatrčavanja zrakoplova. To smanjuje akceleraciju i povećava potrebnu duljinu za uzlijetanje. Povećanjem mase, povećava se i brzina gubitka uzgona. Brzina pri kojoj se zrakoplov odljepljuje od zemlje,  $v_{LOF}$  je povezana sa brzinom gubitka uzgona,  $v_s$ , na način da svako povećanje jedne brzine ujedno povećava i drugu. Zbog toga je potrebna veća udaljenost za uzlijetanje. [2]

#### 3.2. Utjecaj gustoće i temperature zraka

Što je veća visina po tlaku, zrak ima manju gustoću; te je veća i potrebna duljina za uzlijetanje. To utječe na potisak motora i brzinu rotacije,  $v_R$  Zbog smanjene gustoće dolazi do manjeg protoka mase zraka kroz motor, te dolazi do smanjena akceleracije. To pravilo vrijedi za zrakoplove za pogonske sustave sa normalnim usisom zraka. Motori sa turbopunjačem nemaju taj problem, isto kao i „flat rated“ mlazni motori. Isto tako, za istu kalibriranu brzinu  $v_R$ , smanjenje gustoće rezultira većom stvarnom brzinom. Veća stvarna brzina utječe na produljenje potrebne duljine za uzlijetanje neovisno o vrsti pogona. Povećanjem temperature smanjuje se gustoća, te dolazi do pojave prethodno navedenih čimbenika koji utječu na potrebnu duljinu za uzlijetanje. [2]

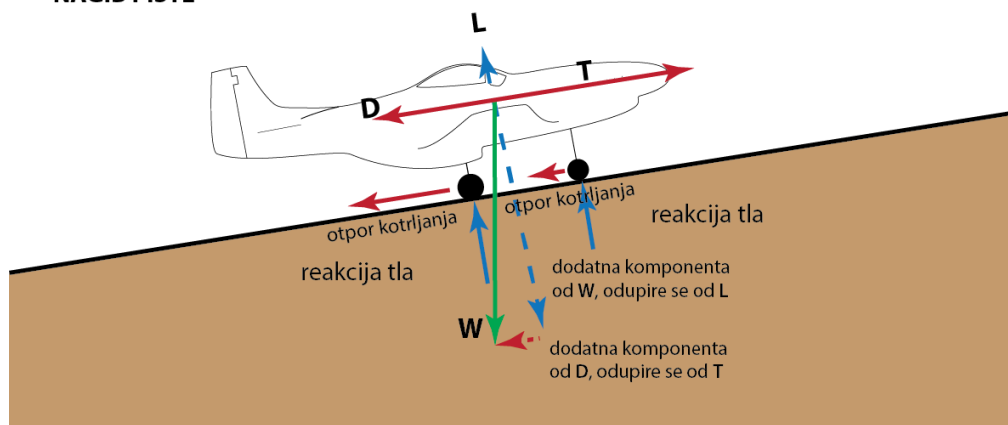
#### 3.3. Utjecaj vjetra

Vjetar je jedan od najznačajnijih faktora koji utječe na računanje potrebne duljine za uzlijetanje. U pravilu čeona komponenta smanjuje, a leđna komponenta povećava potrebnu udaljenost za uzlijetanje. Vjetar utječe na brzinu u odnosu na zemlju, za koju je uvijek ista kalibrirana brzina rotacije  $v_R$ . Akceleracija do veće brzine u odnosu na zemlju rezultira većom udaljenosti zatrčavanja. [2]

#### 3.4. Utjecaj nagiba piste

Prilikom uzlijetanja na uzletno sletnoj stazi sa pozitivnim nagibom (uz nagib), javlja se dodatna komponenta sile teže  $W$ , uz silu otpora  $D$ , koju zrakoplov mora savladati. To rezultira sporijim ubrzanjem, te povećava potrebnu duljinu za uzlijetanje. Prilikom uzlijetanja na uzletno sletnoj stazi s negativnim nagibom (niz nagib) sila teže  $W$  djeluje u istom smjeru kao i sila potiska  $F$ , te se ubrzanje povećava i samim time smanjuje potrebna udaljenost za uzlijetanje. [2]

### NAGIB PISTE



Slika 4. Prikaz sila koje djeluju na zrakoplov prilikom uzlijetanja s nagibom USS-e, Izvor [1]

### 3.5. Utjecaj stanja i vrste površine piste

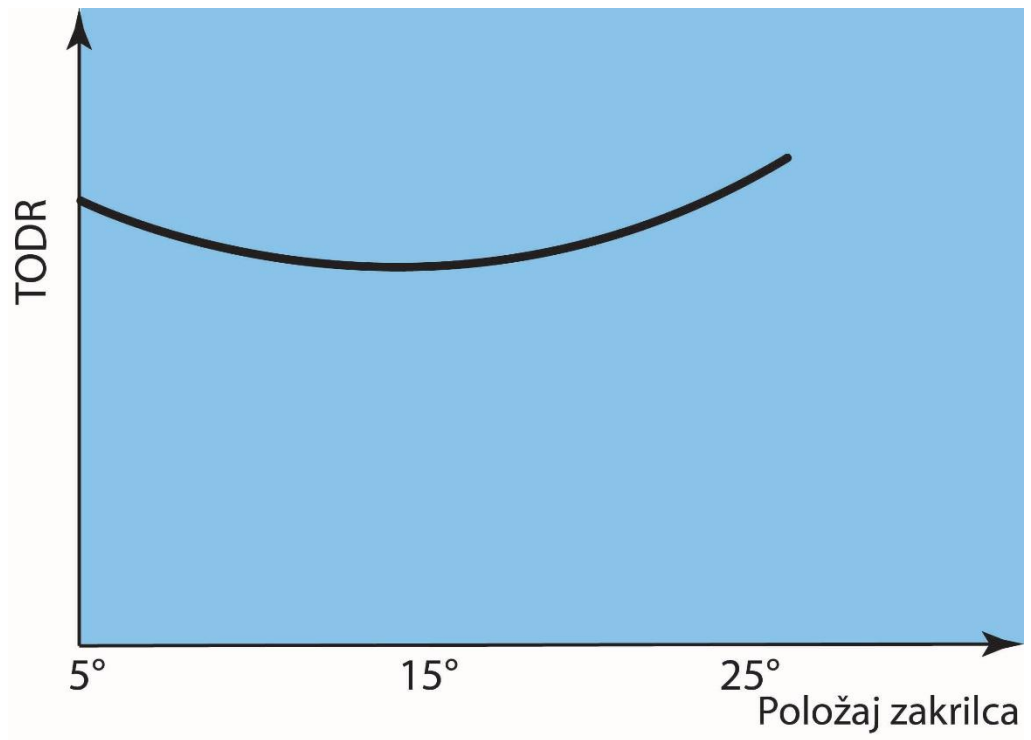
Suhe piste sa „tvrdom“ površinom se uzima kao referenca za određivanje performansi za uzlijetanje zrakoplova. Dođe li do odstupanja referentnih uvjeta, performanse za uzlijetanje se drastično mijenjaju. Veće trenje kao posljedica dodatnog otpora zbog kontaminacije piste (voda, mokri snijeg, otopljeni snijeg) uzrokuje smanjenu akceleraciju i povećanje duljine za uzlijetanje. Otpor kotrljanja je otpor koji se manifestira na stajnom trapu prilikom zatrčavanja zrakoplova na pisti. Izražava se kao opterećenje stajnog trapa pomnoženo s koeficijentom trenja kotrljanja koji uobičajeno iznosi 0.025 za betonske piste. Formula glasi:

$$R = \mu_r(W - L) \quad [2]$$

Koeficijent trenja kotrljanja ima veliki utjecaj na ukupni otpor prilikom kontaminacije aerodroma, te se koristi kao mjerilo kvalitete kočenja na USS-i. Izvještaji o kvaliteti kočenja se izdaju redovito, te piloti na temelju toga računaju brzinu  $v_1$ , te potrebnu duljinu za zaustavljanje i samim time potrebnu duljinu za uzlijetanje zrakoplova. [2]

### 3.6. Utjecaj položaja zakrilca

Graf na slici 5. prikazuje smanjenje potrebne udaljenosti za uzlijetanje s povećanjem stupnjeva položaja zakrilca do optimalne veličine, koja iznosi oko  $15^\circ$ , te ponovno povećanje potrebne udaljenosti za uzlijetanje sukladno povećanju položaja zakrilca. Zakrilca povećavaju koeficijent uzgona krila, te se na taj način smanjuje brzina uzlijetanja  $v_{LOF}$  i udaljenost koja je potrebna da bi zrakoplov ubrzao do te brzine za određenu masu zrakoplova. [1]



Slika 5. Odnos postavki zakrilaca i potrebne duljine za uzlijetanje, Izvor [1]

## 4. Izračun potrebnih duljina za uzlijetanje za avione s mlaznim i klipnim motorima

Za izračun potrebnih duljina za uzlijetanje aviona, potrebno je prvo definirati duljinu zatrčavanja, odnosno duljinu odljepljivanja. To je udaljenost pri kojem zrakoplov, u fazi zatrčavanja, ubrzava do brzine potrebne za odljepljivanje od zemlje. Ta udaljenost se označava kao  $s_{LO}$ .

Prema drugom Newtonom zakonu akceleracija je posljedica djelovanja sile na masu. To je osnovni zakon iz kojeg proizlazi računanje potrebne duljine za uzlijetanje i usporedba karakterističnih veličina. [4]

$$F = m \times a = m \times \frac{dv}{dt}$$

$$dv = \frac{F}{m} \times dt \quad [4]$$

Pod pretpostavkom da zrakoplov miruje na poziciji  $s = 0$ , pri brzini  $v = 0$ , u vremenu  $t = 0$ , zrakoplov ubrza do brzine  $v$ , na udaljenosti  $s$ , i brzini  $t$ . Integrirajući jednadžbu [1] između te dvije točke, pod pretpostavkom da su  $F$  i  $m$  konstanti, dobiju se sljedeći podaci:

$$\int_0^V dV = \frac{F}{m} \times \int_0^t dt$$

$$V = \frac{F}{m} \times t$$

$$ds = V \times dt = \frac{F}{m} \times t \times dt \quad [4]$$

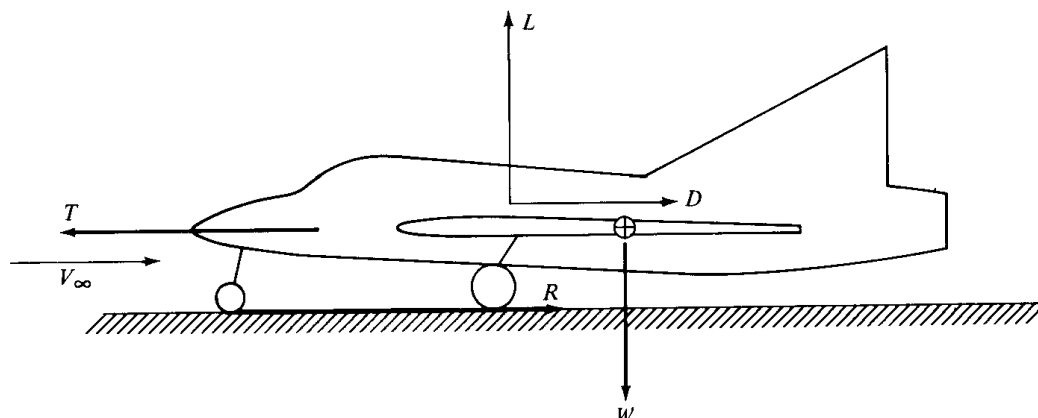
Za brzinu  $v$  vrijedi da je inkrementalna udaljenost  $ds$  prijeđena u inkrementalnom vremenu  $dt$ . Integrirajući dalje jednadžbu dobije se konačna formula [2] za potrebnu udaljenost koju zrakoplov mase  $m$  treba prijeći kako bi ubrzao do brzine  $v$  pri djelovanju konstante sile  $F$ :

$$\int_0^s ds = \frac{F}{m} \times \int_0^t t \times dt$$

$$s = \frac{F}{m} \times \frac{t^2}{2}$$

$$s = \frac{v^2 \times m}{2 \times F} \quad [4]$$

Na slici 6. su prikazane sile koje djeluju na zrakoplov prilikom uzlijetanja.



Slika 6. Sile koje djeluju na zrakoplov prilikom uzlijetanja, Izvor: [4]

Zbrajanjem sila, te primjenom drugog Newtonovog zakona, dobije se sljedeća jednačba:

$$F = T - D - R = T - D - \mu_r \times (W - L) = m \times \frac{dV}{dt} \quad [4]$$

gdje su:  $T$  – sila potiska (konstanta),  $D$  – sila otpora (promjenjiva),  $R$  – sila trenja (promjenjiva),  $W$  – sila teže (konstanta),  $L$  – sila uzgona (promjenjiva),  $\mu_r$  – koeficijent trenja (konstanta, ovisi o vrsti i stanju podloge),  $m$  – masa zrakoplova (konstanta),  $dV$  – brzina u trenutku  $dt$ . Sila uzgona  $L$  i sila otpora  $D$  su objašnjene sljedećim jednačbama:

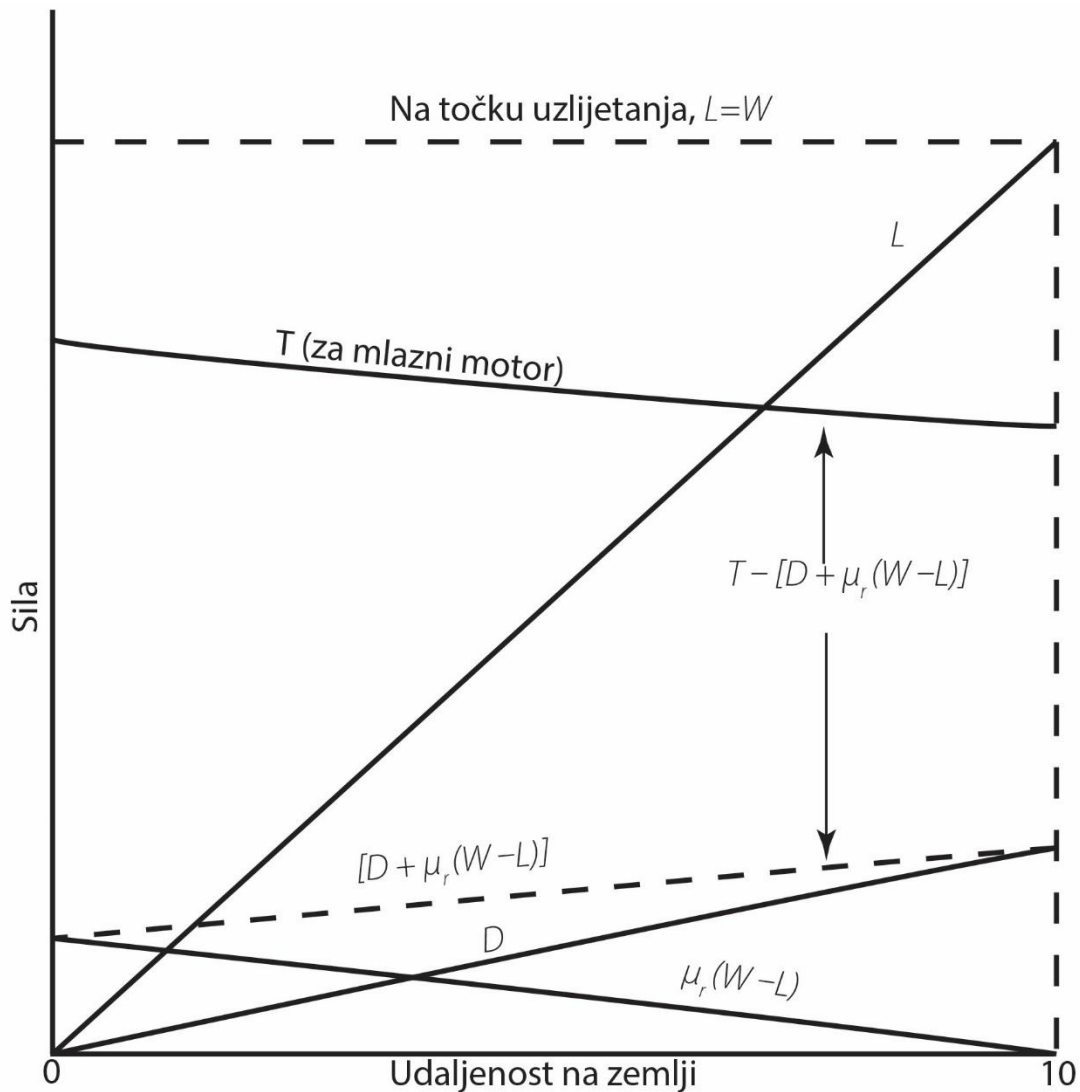
$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 s c_L$$

$$D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 s \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_L^2}{\pi e A R} \right) \quad [4]$$

Kada zrakoplov leti u blizini zemlje, smanjuje se snaga vrtloga na vrhu krila. Vrtlozi induciraju „downwash“ na krilima koji generiraju inducirani otpor. Zbog toga je inducirani otpor manji kada zrakoplov leti u blizini zemlje. To se naiva „ground effect“, te se označava sa  $\phi$ . Formula glasi:

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} \quad [4]$$

Na slici 2. su prikazani odnosi sila na polijetanju za mlazni zrakoplov. Umjesto puta  $s$ , može se isto tako uvrstiti kvadrat brzine  $v^2$ .



Slika 7. Prikaz promjena i varijacija sila pri uzlijetanju zrakoplova, Izvor:[4]

Da bi se dobila konačna formula za duljinu za uzlijetanje, potrebno je uzeti u obzir nekoliko pretpostavki. Sila potiska  $T$  je prosječna vrijednost za zbroj sile otpora i trenja. Kao konstanta sila daje potrebnu udaljenost za uzlijetanje, te da efektivna konstanta sila koja djeluje na zrakoplov prilikom zatrčavanja iznosi:

$$F_{eff} = T - [D + \mu_r (W - L)]_{ave} = const$$

[4]

Uzimajući u obzir da za silu  $F$ , brzina  $v=v_{lo}$  i da je  $m=W/g$ , dobiva se sljedeća formula za računanje potrebne udaljenosti za uzlijetanje:

$$s_{LO} = \frac{(v_{LO}^2) \left(\frac{W}{g}\right)}{2\{T - [D + \mu_r (W - L)]_{ave}\}}$$



[4]

Da bi polijetanje bilo sigurno, stavlja se margina na brzinu odvajanja od tla koja je uobičajeno veća 20% od brzine gubitka uzgona.

$$v_{LO} = 1.2v_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{2W}{\rho_{\infty} S c_{L,max}}}$$

[4]

Zamjenom u prethodnoj jednadžbi se dobiva konačna jednadžba potrebne udaljenosti za uzlijetanje:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty} S c_{L,max} \{T - [D + \mu_r (W - L)]_{ave}\}}$$

[4]

Da bi se formula koristila potrebno je postaviti sljedeći uvjet:

$$[D + \mu_r (W - L)]_{ave} = [D + \mu_r (W - L)]_{0,7v_{LO}}$$

[4]

Cijeli izraz se može dodatno pojednostaviti uzme li se u obzir da je koeficijent trenja  $\mu_r$  varira između 0.02 za betonske i 0.10 za travnate piste, te da su sila otpora  $D$  i sila trenja  $R$  u odnosu na silu potiska  $T$  vrlo male i mogu se zanemariti. Pojednostavljena formula glasi:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty} S c_{L,max} T}$$

[4]

Za klipne zrakoplove izraz za potrebno uzlijetanje je isti, razlika je u izračunu sile potiska  $T$ . Sila potiska za klipne zrakoplove glasi:

$$T = \frac{P_A}{v_{sr}} = \frac{\eta P_{mot}}{v_{sr}}$$

[5]

## 5. Opis i usporedba analitičkih metoda za određivanje duljina uzlijetanja

### 5.1. Uvjeti za proračun

Prilikom analiziranja potrebne duljine za uzlijetanje, koriste se različiti izvori potrebnih formula i jednažbi. Varijable koje će se uspoređivati su masa i utjecaj blizine tla („ground effect“).

Prilikom proračuna za potrebnu duljinu zrakoplova za uzlijetanje koristiti će se sljedeća formula:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty}Sc_{L,max}\{T - [D + \mu_r(W - L)]_{ave}\}} \quad [4]$$

Za primjer je uzeta generička varijanta zrakoplova, Cesna Citation 3. Podaci o zrakoplovu su prikazani u tablici u prilogu. Uvjeti su ISA/SL. USS je betonska, te je koeficijent trenja  $\mu = 0.02$ . Koeficijent uzgona je ograničen na  $c_{Lmax} = 1$ . Udaljenost krila od zemlje je  $h = 1.83$  m, a brzina odvajanja je 20% veća od brzine uzgona, što znači da je  $v_{LO} = 1.2v_{stall}$ . [5]

Proračun je sljedeći:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty}Sc_{L,max}\{T - [D + \mu_r(W - L)]_{ave}\}}$$

$$W = m \cdot g = 8987.9 \cdot 9.81 = 88171.3 \text{ N}$$

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2} = 0.7656$$

$$v_{LO} = 1.2v_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{W}{\rho A c_{Lmax}}} = 1.2 \sqrt{\frac{88171.3}{1.225 \cdot 29.5 \cdot 1}} = 83.83 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = 0.7v_{LO} = 0.7 \cdot 83.83 = 58.7 \text{ m/s}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{Lmax}^2}{\pi e AR} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 58.7^2 \cdot 29.5 \cdot \left( 0.02 + 0.7656 \frac{1}{\pi \cdot 0.81 \cdot 8.9} \right) \\ = 3350 \text{ N}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 c_L A = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 58.7^2 \cdot 29.5 = 62259 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 88171.3^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 29.5 \cdot 1 \cdot \{32472 - [3350 + 0.02 (88171.3 - 62259)]_{ave}\}} = 1104 \text{ m}$$

[5]

Potrebna duljina za uzlijetanje zrakoplova Cessna Citation 3 za dane uvjete iznosi 1104 metara. To je kontrolna udaljenost, koja će se koristiti za uspoređivanje prilikom promjene određenih parametara za računanje.

## 5.2. Utjecaj promjene mase zrakoplova

Promjena mase zrakoplova direktno utječe na promjenu brzine odvajanja, te samim time i na srednju brzinu zrakoplova. Zbog toga dolazi do promjene sile otpora i sile uzgona zrakoplova, te se mijenja potrebna duljina za uzlijetanje.

### 5.2.1. Smanjena masa zrakoplova

Ako se masa zrakoplova smanji sa 8987.9 na 8400 kilograma, potrebna duljina za uzlijetanje je sljedeća:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty}S c_{L,max} \{T - [D + \mu_r (W - L)]_{ave}\}}$$

$$W = m \cdot g = 8400 \cdot 9.81 = 82404 \text{ N}$$

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2} = 0.7656$$

$$v_{LO} = 1.2v_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{W}{\rho A c_{L_{max}}}} = 1.2 \sqrt{\frac{82404}{1.225 \cdot 29.5 \cdot 1}} = 57.3 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = 0.7v_{LO} = 0.7 \cdot 57.3 = 40.112 \text{ m/s}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{L_{max}}^2}{\pi e A R} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 40.112^2 \cdot 29.5 \cdot \left( 0.02 + 0.7656 \frac{1}{\pi \cdot 0.81 \cdot 8.9} \right) \\ = 1564.21 \text{ N}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 c_L A = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 40.112^2 \cdot 29.5 = 29072.123 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 82404^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 29.5 \cdot 1 \cdot \{32472 - [1564.21 + 0.02 (82404 - 29072.123)]_{ave}\}} \\ = 924.3 \text{ m}$$

Potrebna udaljenost za uzlijetanje se smanjila. Rezultat odgovara pretpostavci da se smanjenjem mase smanjuje potrebna duljina za uzlijetanje.

### 5.2.2. Povećana masa zrakoplova

Ako se masa zrakoplova poveća sa 8987.9 na 9500 kilograma, potrebna duljina za uzlijetanje je sljedeća:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g \rho_{\infty} S c_{L_{max}} \{T - [D + \mu_r (W - L)]_{ave}\}}$$

$$W = m \cdot g = 9500 \cdot 9.81 = 93195 \text{ N}$$

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2} = 0.7656$$

$$v_{LO} = 1.2v_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{W}{\rho A c_{Lmax}}} = 1.2 \sqrt{\frac{93195}{1.225 \cdot 29.5 \cdot 1}} = 60.94 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = 0.7v_{LO} = 0.7 \cdot 60.94 = 42.658 \text{ m/s}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{Lmax}^2}{\pi e AR} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 42.658^2 \cdot 29.5 \cdot \left( 0.02 + 0.7656 \cdot \frac{1}{\pi \cdot 0.81 \cdot 8.9} \right) \\ = 1769.087 \text{ N}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 c_L A = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 42.658^2 \cdot 29.5 = 32879.794 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 93195^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 29.5 \cdot 1 \cdot \{32472 - [1769.087 + 0.02 (93195 - 32879.794)]_{ave}\}} \\ = 1196.047 \text{ m}$$

Potrebna udaljenost za uzlijetanje se povećala. Rezultat odgovara pretpostavci da se povećanjem mase povećava potrebna duljina za uzlijetanje.

### 5.3. Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje

Inducirani otpor se smanjuje tijekom približavanja zrakoplova zemlji. Prilikom uzlijetanja, nakon odvajanja od zemlje, zrakoplov se nalazi u području gdje blizina zemlje ima utjecaj na zrakoplov. Taj utjecaj je vrlo bitan prilikom računanja ukupnog otpora, te potrebne duljine za uzlijetanje. Nekoliko izvora ima određene formule za računanje potrebne duljine za uzlijetanje. Prilikom računanja potrebne duljine u odlomku 5.1. koristila se formula:

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2}$$

[4]

Prema zadatku utjecaj blizine tla je iznosio:

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{16.2}\right)^2} = 0.7656$$

[5]

Prema tome potrebna duljina za uzlijetanje je iznosila:

$$s_{LO} = 1104 \text{ m}$$

[5]

Za potrebe usporedbe, taj iznos će se koristiti kao referentni iznos, te će se ostale vrijednosti uspoređivati sa tom vrijednosti.

### 5.3.1. Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje prema W. McCormick

Formula za utjecaj blizine tla je:

$$\phi = \frac{16 \left(\frac{h}{b}\right)^2}{1 + 16 \left(\frac{h}{b}\right)^2}$$

[3]

Prema tome, za navedeni primjer u 5.1; utjecaj blizine tla iznosi:

$$\phi = \frac{16 \left(\frac{h}{b}\right)^2}{1 + 16 \left(\frac{h}{b}\right)^2} = \frac{16 \left(\frac{1.83}{16.2}\right)^2}{1 + 16 \left(\frac{1.83}{16.2}\right)^2} = 0.1696$$

Uvrštavanjem u formulu za otpor dobivamo sljedeći iznos:

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{Lmax}^2}{\pi e AR} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 58.7^2 \cdot 29.5 \cdot \left( 0.02 + 0.1696 \frac{1}{\pi \cdot 0.81 \cdot 8.9} \right)$$

$$= 1711.42 \text{ N}$$

Potrebna duljina za uzlijetanje iznosi:

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 88171.3^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 29.5 \cdot 1 \cdot \{32472 - [1711.42 + 0.02 (88171.3 - 62259)]_{ave}\}} = 1044.17 \text{ m}$$

Potrebna duljina se smanjila za 59.82 metara, što je znatno smanjenje. Drugačiji zapis i postavljanje zagrada u formuli ima značajan utjecaj na konačni rezultat.

### 5.3.2. Utjecaj blizine tla na potrebnu duljinu za uzlijetanje prema NACA-i

NACA (današnja NASA) je napravila prvo istraživanje i testni let vezano uz problematiku utjecaja blizine tla 1927. godine. Testiranje se izvršilo sa zrakoplovom Vought VE-7 (dvokrilac). Testiranje je trebalo utvrditi koeficijent otpora i uzgona prilikom dva uvjeta: (1) na visini dovoljnoj da na zrakoplov nema utjecaja blizine tla, te (2) u blizini tla. Testiranje je potvrdilo da se Wieselsbergerova teorija pokazala dobrom, te da se pomoću tih izračuna mogu dobiti stvarni utjecaj blizine tla na koeficijent otpora i uzgona. [6]

Formula za utjecaj blizine tla je:

$$\phi = \frac{1 - 0.66 \frac{h}{b}}{1.05 + 3.7 \frac{h}{b}}$$

[6]

Prema tome, za navedeni primjer u 5.1; utjecaj blizine tla iznosi:

$$\phi = \frac{1 - 0.66 \frac{h}{b}}{1.05 + 3.7 \frac{h}{b}} = \frac{1 - 0.66 \frac{1.83}{16.2}}{1.05 + 3.7 \frac{1.83}{16.2}} = 0,63$$

Uvrštavanjem u formulu za otpor dobivamo sljedeći iznos:

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{Lmax}^2}{\pi e AR} \right) = \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 58.7^2 \cdot 29.5 \cdot \left( 0.02 + 0.63 \frac{1}{\pi \cdot 0.81 \cdot 8.9} \right) = 2977.1 \text{ N}$$

Potrebna duljina za uzlijetanje iznosi:

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 88171.3^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 29.5 \cdot 1 \cdot \{32472 - [2977.1 + 0.02 (88171.3 - 62259)]_{ave}\}} \\ = 1133.6 \text{ m}$$

Potrebna duljina se povećala za 29.6 metara. Promjena je puno manja s obzirom na prethodni primjer.



## 6. Usporedba analitičkih i grafičkih metoda

Postoje dvije metode koje se koriste prilikom izračuna potrebne duljine za uzlijetanje, to su grafička i analitička. Prilikom računanja potrebne duljine za uzlijetanje, praktičnije je koristiti grafičku metodu. Ta metoda je najzastupljenija u generalnoj avijaciji, te se piloti u generalnoj avijaciji najčešće koriste tablicama za određivanje potrebne duljine za uzlijetanje.

Kao primjer je uzet zrakoplov Cessna 172N iz 1978. godine. Uvjeti su ISA/SL. USS je betonska, te je koeficijent trenja  $\mu = 0.02$ . Koeficijent uzgona je ograničen na  $c_{Lmax} = 2.10$ . Podaci za zrakoplov su u prilogu, tablica 2. Udaljenost krila od zemlje iznosi 1.83 metara, a brzina odvajanja je 20% veća od brzine uzgona, što znači da je  $v_{LO} = 1.2v_{stall}$ . [5] [7] [8]

### 6.1. Analitička metoda

Proračun se temelji na izračunu sa brzinom odvajanja od tla koja je izračunata zasebno iz podataka koji se nalaze u tablici 2.

Proračun je sljedeći:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty}Sc_{L,max}\{T - [D + \mu_r(W - L)]_{ave}\}}$$

$$W = m \cdot g = 1043,26 \cdot 9.81 = 10234.38 \text{ N}$$

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{10.97}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{10.97}\right)^2} = 0.8769$$

$$v_{LO} = 1.2v_{stall} = 1.2 \sqrt{\frac{W}{\rho A c_{L,max}}} = 1.2 \sqrt{\frac{10234.38}{1.225 \cdot 16.16 \cdot 2.1}} = 18.83 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = 0.7v_{LO} = 0.7 \cdot 18.83 = 13.18 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{P_A}{v_{sr}} = \frac{\eta P_{mot}}{v_{sr}} = \frac{0.85 \cdot 119310}{13.18} = 7694.5 \text{ N}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{L,max}^2}{\pi e AR} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 13.18^2 \cdot 16.16 \cdot \left( 0.0341 + 0.8769 \frac{2.1}{\pi \cdot 0.8 \cdot 7.45} \right) = 227.74 \text{ N}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 c_L A = 2.1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 13.18^2 \cdot 16.16 = 3610.75 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 10234.38^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 16.16 \cdot 2.1 \cdot \{7694.5 - [227.74 + 0.02 (10234.38 - 3610.75)]_{ave}\}}$$

$$= 50,43 \text{ m}$$

Rezultat iznosi 50,43 metara, odnosno 165.45 stopa.

Uvrstimo li brzinu odvajanja od tla 52 čvora, odnosno 26.74 metara u sekundi, rezultat je sljedeći:

$$s_{LO} = \frac{1.44W^2}{g\rho_{\infty}Sc_{L,max}\{T - [D + \mu_r(W - L)]_{ave}\}}$$

$$W = m \cdot g = 1043,26 \cdot 9.81 = 10234.38 \text{ N}$$

$$\phi = \frac{\left(16 \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{h}{b}\right)^2} = \frac{\left(16 \frac{1.83}{10.97}\right)^2}{1 + \left(16 \frac{1.83}{10.97}\right)^2} = 0.8769$$

$$v_{LO} = 26.74 \text{ m/s}$$

$$v_{sr} = 0.7v_{LO} = 0.7 \cdot 26.74 = 18.72 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{P_A}{v_{sr}} = \frac{\eta P_{mot}}{v_{sr}} = \frac{0.85 \cdot 119310}{18.72} = 5417.4 \text{ N}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 A \left( c_{D,0} + \phi \frac{c_{L,max}^2}{\pi e AR} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 18.72^2 \cdot 16.16 \cdot \left( 0.0341 + 0.8769 \frac{2.1}{\pi \cdot 0.8 \cdot 7.45} \right) = 459.42 \text{ N}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{sr}^2 c_L A = 2.1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot 18.72^2 \cdot 16.16 = 7284.14 \text{ N}$$

$$s_{LO} = \frac{1.44 \cdot 10234.38^2}{9.81 \cdot 1.225 \cdot 16.16 \cdot 2.1 \cdot \{5417.4 - [459.42 + 0.02 (10234.38 - 7284.14)]_{ave}\}}$$

$$= 75.49 \text{ m}$$

Rezultat iznosi 75.49 metara, odnosno 247.67 stopa. Analitička metoda se koristi prilikom proračuna performansi zrakoplova. Inženjeri i dizajneri na temelju toga rade tablice, grafove kojima se najčešće koriste piloti u generalnoj avijaciji. Isto tako, na temelju toga se razvijaju programi, kojima se koriste zrakoplovne kompanije.

## 6.2. Tablična metoda

Za tablično računanje se koristi tablica koja je prikazana na slici 8. Uvjeti su ISA/SL, odnosno 0 metara nadmorske visine i 15°C. Sa tim podacima se ide očitavati potrebna duljina za uzlijetanje. U tablici nije navedena udaljenost za 15°C, te se zbog toga vrijednost mora interpolirati između 10°C i 20°C.

5-12

### TAKEOFF DISTANCE MAXIMUM WEIGHT 2300 LBS

SHORT FIELD

CONDITIONS:  
Flaps Up  
Full Throttle Prior to Brake Release  
Paved, Level, Dry Runway  
Zero Wind

- NOTES:
1. Short field technique as specified in Section 4.
  2. Prior to takeoff from fields above 3000 feet elevation, the mixture should be leaned to give maximum RPM in a full throttle, static runup.
  3. Decrease distances 10% for each 9 knots headwind. For operation with tailwinds up to 10 knots, increase distances by 10% for each 2 knots.
  4. For operation on a dry, grass runway, increase distances by 15% of the "ground roll" figure.

| WEIGHT<br>LBS | TAKEOFF<br>SPEED<br>KIAS |             | PRESS<br>ALT<br>FT | 0°C  |                       | 10°C |                       | 20°C |                       | 30°C |                       | 40°C |                       |
|---------------|--------------------------|-------------|--------------------|------|-----------------------|------|-----------------------|------|-----------------------|------|-----------------------|------|-----------------------|
|               | LIFT<br>OFF              | AT<br>50 FT |                    | GRND | TOTAL                 | GRND | TOTAL                 | GRND | TOTAL                 | GRND | TOTAL                 | GRND | TOTAL                 |
|               |                          |             |                    | ROLL | TO CLEAR<br>50 FT OBS | ROLL | TO CLEAR<br>50 FT OBS | ROLL | TO CLEAR<br>50 FT OBS | ROLL | TO CLEAR<br>50 FT OBS | ROLL | TO CLEAR<br>50 FT OBS |
| 2300          | 52                       | 59          | S.L.               | 720  | 1300                  | 775  | 1390                  | 835  | 1490                  | 895  | 1590                  | 960  | 1700                  |
|               |                          |             | 1000               | 790  | 1420                  | 850  | 1525                  | 915  | 1630                  | 980  | 1745                  | 1050 | 1865                  |
|               |                          |             | 2000               | 865  | 1555                  | 930  | 1670                  | 1000 | 1790                  | 1075 | 1915                  | 1155 | 2055                  |
|               |                          |             | 3000               | 950  | 1710                  | 1025 | 1835                  | 1100 | 1970                  | 1185 | 2115                  | 1270 | 2265                  |
|               |                          |             | 4000               | 1045 | 1880                  | 1125 | 2025                  | 1210 | 2175                  | 1300 | 2335                  | 1400 | 2510                  |
|               |                          |             | 5000               | 1150 | 2075                  | 1240 | 2240                  | 1335 | 2410                  | 1435 | 2595                  | 1540 | 2795                  |
|               |                          |             | 6000               | 1265 | 2305                  | 1365 | 2485                  | 1475 | 2680                  | 1585 | 2895                  | 1705 | 3125                  |
|               |                          |             | 7000               | 1400 | 2565                  | 1510 | 2770                  | 1630 | 3000                  | 1755 | 3245                  | 1890 | 3515                  |
|               |                          |             | 8000               | 1550 | 2870                  | 1675 | 3110                  | 1805 | 3375                  | 1945 | 3670                  | 2095 | 3990                  |

Figure 5-4. Takeoff Distance (Sheet 1 of 2)

SECTION 5  
PERFORMANCE

CESNA  
MODEL 172N

Slika 8. Tablica za računanje potrebne duljine za uzlijetanje, Izvor: [7]

Interpolacija je sljedeća:

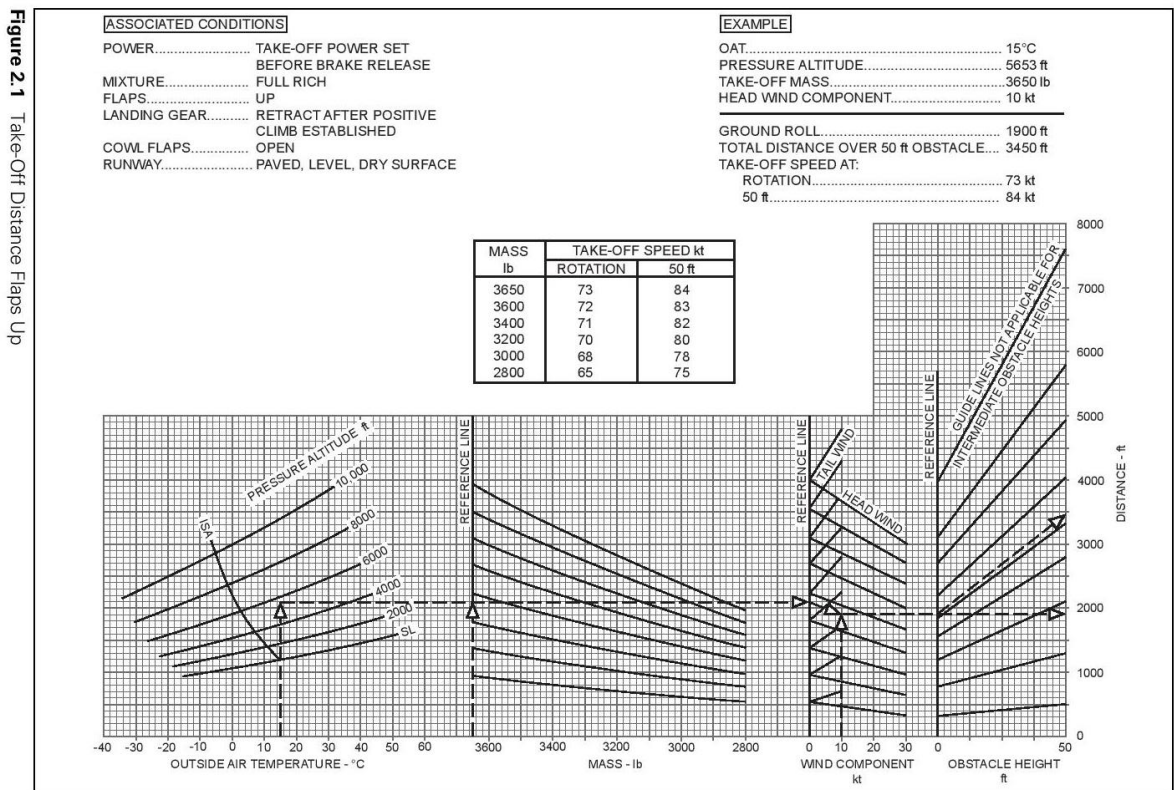
$$s_{LO} = \frac{835 + 775}{2} = 805 \text{ ft}$$

Rezultat iznosi 805 stopa, odnosno 245.364 metara. Tablična metoda je najjednostavnija metoda, te se najčešće primjenjuje u generalnoj avijaciji. Uporaba tablice je praktično i

brzo rješenje za računanje potrebne duljine za uzlijetanje, te je samim time često korištena kod pilota generalne avijacije.

### 6.3. Grafička metoda

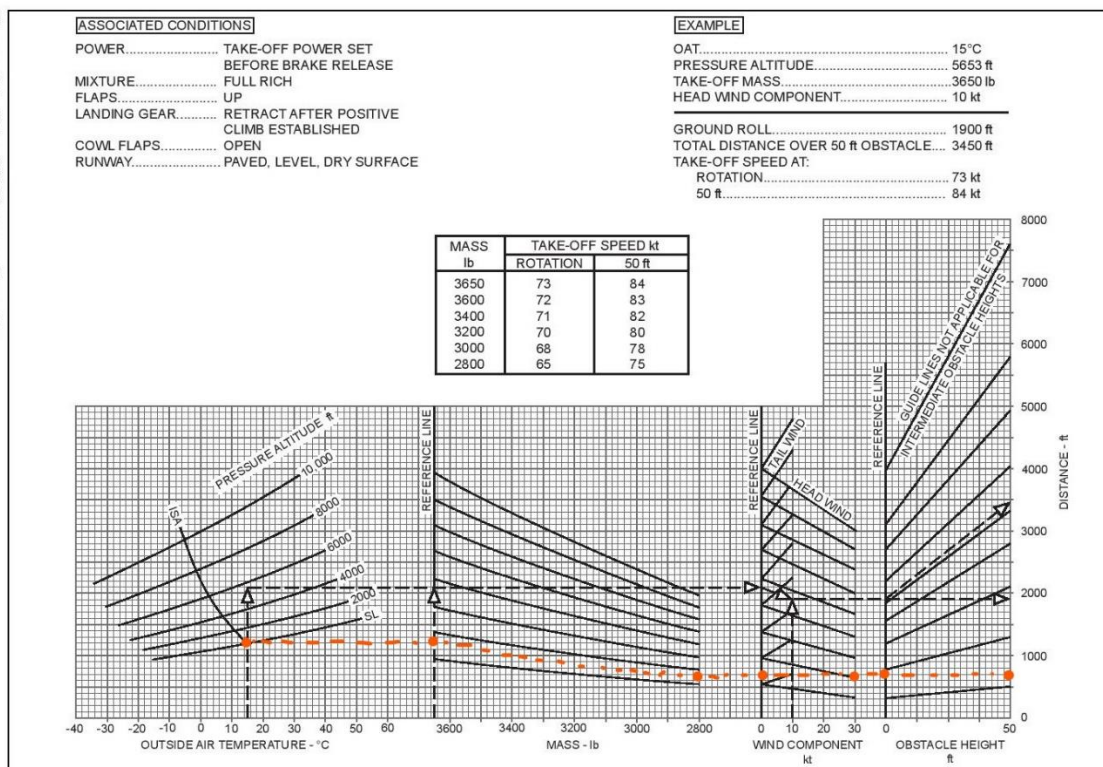
Za grafičko računanje koristi se graf koji je prikazan na slici broj 9. Graf koji se koristi je napravljen za generički klipni jednomotorni zrakoplov. Minimalna težina zrakoplova koja se pojavljuje u grafu je 2800 libra, što je za 500 libra više od prethodnog primjera. Prilikom korištenja grafa moraju se uzeti u obzir sljedeće pretpostavke. Snaga motora je postavljena na snagu za uzlijetanje prije otpuštanja kočnica, smjesa goriva je bogata, zakrilca su podignuta, kotači se uvlače nakon pozitivnog penjanja, zakrilca za hlađenje motora su otvorena, te je USS-a betonirana i suha. Uvjeti za su ISA/SL, odnosno 0 metara nadmorske visine i 15°C. Nema vjetra i nema prepreke, odnosno brzina je 0 čvorova i visina je 0 stopa.



Slika 9. Graf za računanje potrebne duljine za uzlijetanje Izvor: [9]

Prvi podaci sa kojim se ulazi u graf su uvjeti na USS-i. Ide se na sjecište linije ISA i SL, nakon toga se nastavlja horizontalno do vertikalne referentne linije. Nakon toga se slijedi referentna linija do mase zrakoplova koja u ovo slučaju iznosi 2800 libra. Nakon toga se nastavlja do vertikalne referentne linije za brzinu vjetra. U našem primjeru je 0 čvorova, te se nastavlja do vertikalne referentne linije za visinu prepreke koja iznosi 0 stopa. Na kraju se na zadnjoj vertikalnoj ljestvici očitava da potrebna udaljenost za uzlijetanje iznosi 700 stopa. Na slici 10. je prikazan hodogram postupka.

Figure 2.1 Take-Off Distance Flaps Up



Slika 10. Hodogram za grafičko računanje potrebne duljine za uzlijetanje, Izvor: [9]

Grafička metoda je kompleksnija od tablične metode, ali je i preciznija. U generalnoj avijaciji ima manju primjenu nego tablična metoda, međutim i dalje je jednostavnija metoda od analitičke.

## 7. Zaključak

Prilikom proračuna potrebne duljine za uzlijetanje, vrlo je bitno uvrstiti sve čimbenike koji utječu na duljinu prilikom proračuna. Masa je jedan od najbitnijih čimbenika, te njezina promjena uvelike utječe na konačni rezultat. Povećanjem mase zrakoplova, povećava se i potrebna udaljenost za uzlijetanje. Smanjenjem mase zrakoplova, smanjuje se potrebna udaljenost za uzlijetanje.

Utjecaj blizine tla se bitno drugačije formulirao u više izvora. Pokazalo se da drugačiji zapisi formule imaju značajan utjecaj, te da povećavaju potrebnu duljinu za uzlijetanje. Ta razlika se može smatrati kobnom, pogotovo na uzletno sletnim stazama koje su kratke duljine i na velikim visinama. Razlike od 60 metara su dovoljno velike da se sigurnosne margine ugroze, stoga je potrebno napraviti izračun sa vjerodostojnim izvorom informacija. Ta razlika se isto tako može smatrati kao rezultat tiskarske greške, odnosno u ovom specifičnom slučaju greška u postavljanju zgrade. Međutim, razlika postoji i s obzirom na prvu formulu i prvo testiranje utjecaja blizine tla, ali ta promjena nije toliko drastična kao u prethodnom primjeru. Očigledno je da te razlike nisu slučajne, te da doista postoje različite interpretacije utjecaja blizine tla, što kao posljedicu imaju različite potrebne duljine za uzlijetanje za iste uvjete i istu konfiguraciju zrakoplova.

Prilikom usporedbe tabličnog i analitičkog rezultata, uočene su drastične razlike. Razlog za to je što se ne može definirati formulacija koja se koristila prilikom izrade tabličnog modela za izračun. Isto tako, u tabličnoj metodi postoji određena sigurnosna granica koja dodatno povećava potrebnu duljinu za uzlijetanja. Grafička metoda je prikazana samo kao jedan od načina izračuna, te se zbog korištenja generičkog zrakoplova nije uspoređivala sa ostalim metodama.

Potrebna duljina za uzlijetanje jedna je od najbitnijih izračuna performansi zrakoplova. Vrlo je bitno uvrstiti svaki čimbenik i faktor pravilno u izraz, kako se ne bi došlo do ugrožavanja sigurnosti leta. Posada zrakoplova na kraju ima odgovornost provjeriti točnost izračuna za trenutne uvjete i konfiguraciju zrakoplova prije polijetanja.

## **Popis kratica**

TORR (Take-off Run Required) potrebni zalet za uzlijetanje

TODR (Take-off Distance Required) potrebna udaljenost za uzlijetanje

TORA (Take-off Run Available) dostupna udaljenost za uzlijetanje

USS uzletno sletna staza

ASDA (Accelerate Stop Distance Available) dostupna udaljenost za zaustavljanje

TODA (Take-off Distance Available) dostupna udaljenost za uzlijetanje

## Popis literature

- [1] Performance JAA ATPL Training , Jeppesen Sanderson Inc.,2004.
- [2] Performance 4.1 Flight Performance and Planning, Nordan AS, London Metropolitan University, KLM flight academy; 2007.
- [3] Barnes W. McCormick: Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics, 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1995.
- [4] John D. Anderson, Introduction to flight, third edition, Jr., McGraw-Hill Book Company, 1989.
- [5] Davor Franjković, Karolina Krajček Nikolić, Zbirka riješenih zadataka iz teorije leta II; Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti, Zavod za aeronautiku, Zagreb, 2015.
- [6] National advisory committee for Aeronautics, Report no. 265; a full-scale investigation of ground effect, by Elliott g. Rejd, United States Government printing office Washington 1927.
- [7] Pilot's Operating Handbook, Skyhawk 1978 Model 172n, Copyright © 1977 Cessna Aircraft Company Wichita, Kansas, Usa
- [8] Cessna Skyhawk II / 100 Performance Assessment Prepared by John McIver B.Eng.(Aero) Temporal Images 23rd January 2003 <http://www.temporal.com.au>
- [9] Safety Regulation Group, CAP 698, CAA JAR-FCL Examinations, Aeroplane Performance Manual, Third Edition July 2006, <http://www.caa.co.uk>, © Civil Aviation Authority 2006,



## Popis ilustracija

1. TORR I TODR, str. 2
2. TODA, ASDA, str. 3
3. Raspored brzina pri uzlijetanju, str. 3
4. Prikaz sila koje djeluju na zrakoplov prilikom uzlijetanja s nagibom USS-e, str. 6
5. Odnos postavki zakrilaca i potrebne duljine za uzlijetanje, str. 7
6. Sile koje djeluju na zrakoplov prilikom uzlijetanja str. 9
7. Prikaz promjena i varijacija sila pri uzlijetanju zrakoplova str. 10
8. Tablica za računanje potrebne duljine za uzlijetanje str. 21
9. Graf za računanje potrebne duljine za uzlijetanje, str. 22
10. Hodogram za grafičko računanje potrebne duljine za uzlijetanje. Str. 22

## Prilozi

Tablica 1. Karakteristike zrakoplova Cessna Citation 3

|                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| AVION                 | Cessna Citation 3         |
| $b$ [m]               | 16.2                      |
| $A$ [m <sup>2</sup> ] | 29.5                      |
| $m$ [kg]              | 8987.9                    |
| $c_{DO}$              | 0.02                      |
| $e$                   | 0.81                      |
| $AR = \frac{b^2}{A}$  | 8.9                       |
| Motor                 | 2 turbofan motora         |
| $P_{mot}$             | /                         |
| $T$                   | 32472                     |
| $\eta$                | -                         |
| $c$                   | $1.667 \cdot 10^{-4}$ 1/s |

Izvor: [5]

Tablica 2. Karakteristike zrakoplova Cessna 172N

|  |                             |
|--|-----------------------------|
| AVION                                    | Cessna 172N                 |
| $b$ [ft]/[m]                             | 36/10.97                    |
| $A$ [ft <sup>2</sup> ]/[m <sup>2</sup> ] | 174/16.16                   |
| $m$ [lbs]/[kg]                           | 2300/1043,26                |
| $c_{DO}$                                 | 0.0341                      |
| $e$                                      | 0.8                         |
| $AR = \frac{b^2}{A}$                     | 7.45                        |
| Motor                                    | 1 klipni motor (0-320-H2AD) |
| $P_{mot}$ [BFP]/[kW]                     | 160/119,31                  |
| $\eta$                                   | 0,85                        |
| $c$                                      | 0.27 kg/kWH                 |

Izvor: [5] [7] [8]



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
10000 Zagreb  
Vukelićeva 4

## IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj završni rad

isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog rada

pod naslovom **Analitičko određivanje potrebnih duljina za uzlijetanje aviona**

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

U Zagrebu, 21.8.2018

Student/ica:

*Y. Pažić*  
(potpis)