Utjecaj vrste razdiobe vremena posluživanja na performanse internetskog čvora

Adlešić, Dino

Master's thesis / Diplomski rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:917823

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

Dino Adlešić

UTJECAJ VRSTE RAZDIOBE VREMENA POSLUŽIVANJA NA PERFORMANSE INTERNETSKOG ČVORA

DIPLOMSKI RAD

Zagreb, 2016.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI
POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKI ISPIT

Zagreb, 19. travnja 2016.

Zavod: **Zavod za informacijsko komunikacijski promet**
Predmet: **Podvorbeni sustavi**

DIPLOMSKI ZADATAK br. 3784

Pristupnik: **Dino Adlešić (0135217321)**
Studij: Promet
Smjer: Informacijsko-komunikacijski promet

Zadatak: **Utjecaj vrste razdiobe vremena posluživanja na performanse internetskog čvora**

Opis zadatka:

Osnovni zadatak rada je opisati utjecaj vrste razdiobe vremena posluživanja na performanse internetskog čvora. Slijedom navedenog, potrebno je analizirati performanse internetskog čvora ukoliko se razdioba vremena posluživanja paketa opisuje Pareto, normalnom, eksponencijalnom i determinističkom razdiobom. Sukladno ovim razdiobama u analizi treba upotrijebiti modele posluživanja M/M/1, M/D/1 i M/G/1. Kako bi navedena analiza bila provedena, generirati ulazni tok paketa u internetski čvor, kao i njihove duljine (različitih razdioba).
Izračunati i grafički prikazati različite mjere izvedbe internetskog čvora. Točnije, analizirati promjenu vrijednosti prometnih veličina (prosječno vrijeme čekanja, duljina reda, prosječno vrijeme posluživanja, prosječno vrijeme zadržavanja paketa u sustavu i dr.) ovisno o pojedinoj razdiobi vremena posluživanja paketa.

Zadatak uručen pristupniku: 4. ožujka 2016.

Mentor:

dr. sc. Marko Matulin

Predsjednik povjerenstva za diplomski ispit:

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti

DIPLOMSKI RAD

UTJECAJ VRSTE RAZDIOBE VREMENA POSLUŽIVANJA NA PERFORMANSE INTERNETSKOG ČVORA
IMPACT OF SERVICE TIME DISTRIBUTION ON THE PERFORMANCES OF INTERNET NODE

Mentor: dr. sc. Marko Matulin

Student: Dino Adlešić
JMBAG: 0135217321

Zagreb, rujan, 2016.

SAŽETAK

U radu su analizirane performanse internetskog čvora neke višeuslužne mreže izražene prosječnim vremenima čekanja i boravka u sustavu. Ulazni podaci simulacije generirani su korištenjem dostupnih internetskih alata. Pri tom su korištene različite razdiobe za opis vremena trajanja posluživanja paketa (normalna, eksponencijalna, konstantna i Pareto). Ovisno o značajkama ulaznog toka te vremenu trajanja posluživanja, u analizi performansi upotrjebljen je odgovarajući podvorbeni model $M/G/1$. Za dane ulazne podatke, rezultati ukazuju kako su najbolje performanse ostvarene za konstantnu razdiobu i to zbog odsustva varijabilnosti duljine paketa, a samim time i trajanja posluživanja. Osim toga, radom je pokazana važnost utjecaja pojedine razdiobe trajanja posluživanja, budući da se dobiveni rezultati uvelike razlikuju iako su ostali parametri bili približno jednaki za sve četiri razdiobe (broj analiziranih paketa, kapacitet odlaznog *linka,* prosječna duljina paketa te prosječno prometno opterećenje).

Ključne riječi: razdioba vremena posluživanja, ne-poissonovski podvorbeni sustavi, performanse internetskog čvora

ABSTRACT

The paper analyzes the performance of multi-service Internet node expressed by mean waiting time and mean sojourn time. The data for the simulations were generated using the available online tools. Different distributions have been used to describe the distribution of packet service times (normal, exponential, constant and Pareto). Depending on the characteristics of the input flow and service time, the appropriate model $M/G/1$ has been used for performance analysis. For a given input data, the results show that the best performance is achieved by constant distribution of service times due to the lack of variability in the lengths of the packages, and thus the service time. In addition, the work shows the importance of each service time distribution as the results obtained differ greatly even though the other parameters were approximately equal for all four distributions (number of analyzed packets, output link capacity, average packet length and average traffic load).

Keywords: service time distribution, non-Poisson queuing systems, performances of Internet node

SADRŽAJ

1 UVOD 1

2 NE-POISONOVSKI PODVORBENI SUSTAVI 3

3 PRIMJENJIVOST $M/G/1$ PODVORBENOG SUSTAVA U ANALIZI POSLUŽIVANJA INTERNETSKOG ČVORA 6

3.1 Opis internetskog čvora 6

3.2 Prikaz i opis internetskog čvora kao $M/G/1$ 8

3.3 Metode izračuna izlaznih vrijednosti za $M/G/1$ 10

4 OPIS SKUPA ULAZNIH PODATAKA KORIŠTENIH U ANALIZI 13

4.1 Opis značajki Poissonove razdiobe kod ulaznog toka 13

4.2 Opis značajki kojima se opisuje vrijeme posluživanja 14

4.2.1 Eksponencijalna razdioba 15

4.2.2 Pareto razdioba 16

4.2.3 Normalna razdioba 17

4.2.4 Konstantna razdioba 18

4.3 Simulacija ulaznog toka i razdioba vremena posluživanja 18

4.3.1 Trajanje posluživanja za normalnu razdiobu 20

4.3.2 Trajanje posluživanja za eksponencijalnu razdiobu 23

4.3.3 Trajanje posluživanja za Pareto razdiobu 27

4.3.4 Trajanje posluživanja za konstantnu razdiobu 29

5 ANALIZA MJERA IZVEDBE OVISNO O DISTRIBUCIJI RAZDIOBE VREMENA POSLUŽIVANJA 30

5.1 Analiza mjera za normalnu distribuciju vremena posluživanja 30

5.2 Analiza mjera za eksponencijalnu distribuciju vremena posluživanja 32

5.3 Analiza mjera za Pareto distribuciju vremena posluživanja 34

5.4 Mjere analize za konstantnu distribuciju vremena posluživanja 36

6 USPOREDBA DOBIVENIH REZULTATA 39

7 ZAKLJUČAK 42

Literatura 44

Popis slika 46

Popis grafikona 47

Popis tablica 48

Popis kratica 49

1 UVOD

Zbog prisutnosti mnoštva različitih usluga i aplikacija današnje telekomunikacijske mreže implementiraju se kao višeuslužne mreže. Jedna od najzastupljenijih višeuslužnih mreža je Internet mreža čiji se rad temelji na IP-u *(Internet Protocol).* Internet mreža sastoji se od mnoštva internetskih čvorova (različitih usmjernika i domaćina) koji međusobno komuniciraju i surađuju u svrhu prijenosa informacija između pošiljatelja i primatelja. Mod prijenosa u toj mreži je paketni (komutacija paketa).

Kako različite aplikacije u Internet mreži generiraju različite veličine paketa tako dolazi do varijabilnosti duljine paketa i trajanja posluživanja tih paketa u internetskim čvorovima. Za izračun raznih mjerila performansi internetski čvorovi mogu se opisati pomoću teorije podvorbenih sustava. Paketi koji dolaze pred čvor mogu se smatrati korisnicima čije je trajanje posluživanja slučajna varijabla koja se može opisati nekom razdiobom.

Kako bi se proučio utjecaj varijabilnosti duljine paketa u ovom radu razdioba trajanja posluživanja simulirana je pomoću eksponencijalne, Pareto, normalne i konstantne razdiobe. Rad se sastoji od sedam poglavlja kako slijedi:

1. Uvod
2. Ne-poissonovski podvorbeni sustavi
3. Primjenjivost $M/G/1$ podvorbenog sustava u analizi posluživanja internetskog čvora
4. Opis skupa ulaznih podataka korištenih u analizi
5. Analiza mjera izvedbe ovisno o distribuciji razdiobe vremena posluživanja
6. Usporedba dobivenih podataka
7. Zaključak.

U drugom poglavlju bit će opisani tzv. ne-poissonovski podvorbeni sustavi. Jedan od tih sustava je $M/G/1$ podvorbeni sustav čija se razdioba trajanja posluživanja može opisati nekom općom razdiobom. U trećem poglavlju bit će opisano kako se $M/G/1$ podvorbeni sustav može primijeniti u opisu internetskog čvora. U četvrtom poglavlju opisan je skup ulaznih podataka korišten u analizi performansi internetskog čvora. Peto i

šesto poglavlje donosi rezultate simulacija, kao i njihovu analizu i usporedbu. Navedena analiza i usporedba napravljena je svaku od simuliranih razdioba. U zaključnom poglavlju prezentirana su zaključna razmatranja.

2 NE-POISONOVSKI PODVORBENI SUSTAVI

Podvorbeni sustavi su sustavi koji se sastoje od izvora, korisnika, spremnika (ili repa) i poslužiteljskog mjesta u kojem se nalaze poslužitelji. Glavno svojstvo podvorbenih sustava je pojava čekanja na posluživanje. Korisnik dolazi iz izvorišta, čiji kapacitet može biti beskonačan ili konačan, te ulazi u rep i zahtjeva podvorbu odnosno posluživanje. U slučaju praznog repa izravno započinje njegovo posluživanje. Ako korisnik naiđe na ne-prazan rep i/ili zaposlenog poslužitelja tada mora čekati neko vrijeme kako bi započelo njegovo posluživanje. Prema [3] boravak korisnika u podvorbenom sustavu (τ_q) zbroj je vremena čekanja u repu (τ_w) i vremena posluživanja (τ_s), odnosno moguće je zapisati:

$$\tau_q = \tau_w + \tau_s \tag{1}$$

U paketnim mrežama, primjerice Internet mreži, pod pojmom korisnik smatra se paket koji dolazi u internetski čvor na posluživanje. Paketi pristižu u spremnik čvora nekom brzinom koja se naziva intenzitetom dolaska λ. Procesorska jedinica internetskog čvora poslužuje paket nekom brzinom koja se naziva intenzitet posluživanja μ. Kao što je ranije navedeno boravak paketa u čvoru ovisi o vremenu čekanja na posluživanje τ_w i vremenu posluživanja τ_s. Vrijeme posluživanja paketa može se izraziti kao omjer duljine paketa ($\bar{p}$) i kapaciteta (C):

$$\tau_s = \frac{\bar{p}}{C} \tag{2}$$

Prilikom modeliranja telekomunikacijskih čvorova teleprometni inženjeri koriste se teorijom podvorbenih sustava. Modeli koji opisuju stvarne sustave općenito se opisuju Kendallovom oznakom:

$$A/B/C/K_q/K_i/P.S \tag{3}$$

gdje A predstavlja razdiobu međudolaznih vremena paketa, B razdiobu trajanja posluživanja paketa, C broj poslužitelja, K_q kapacitet sustava (najveći dopušteni broj paketa u podvorbenom sustavu), K_i kapacitet izvora (najveći dopušteni broj paketa u izvoru) i $P.S.$ označava podvorbenu stegu (npr. prvi došao prvi poslužen, *FCFS*).

Poissonovskim podvorbenim sustavima kao što su $M/M/1$ i $M/M/m$ ulazni tok opisan je Poissonovim procesom, odnosno razdioba međudolaznih vremena i razdioba

trajanja posluživanja paketa niže se po eksponencijalnoj razdiobi. Ti sustavi još se nazivaju i Markovljevi procesi.

Kod modeliranja Markovljeva procesa, korištenjem poznatih svojstava razdiobe u trenutku t, trebalo bi biti moguće zaključiti buduće ponašanje procesa nakon trenutka t, bez potrebe za korištenjem svojstava razdiobe u trenutku $t-1$. Kada su dolasci opisani Poissonovim procesom, a njihova međudolazna vremena i vremena posluživanja eksponencijalnom razdiobom može se koristiti svojstvo zaboravljivosti eksponencijalne razdiobe koje se označava sam M (*Memoryless*), tj. podvorbeni sustav se može modelirati Markovljevim procesom [2]. U slučaju kada se jedna ili obje razdiobe vremena ne mogu opisati eksponencijalnom razdiobom tada se radi o takozvanim ne-poissonovskim podvorbenim sustavima (ili ne-Markovljevim modelima).

Proces dolaska kod sustava $G/M/1/\infty/\infty/FCFS$ (skraćeno $G/M/1$) i proces posluživanja kod sustava $M/G/1/\infty/\infty/FCFS$ (skraćeno $M/G/1$) ne mogu se opisati Poissonovim procesom, a prilikom rješavanja tih modela ne može se koristiti svojstvo zaboravljivosti eksponencijalne razdiobe. Gdje G predstavlja neku opću razdiobu (*General distribution).* Ta dva sustava su opći primjeri ne-poissonovskih podvorbenih sustava [3].

Kod ne-Markovljevih procesa prijelazi među stanjima u promatranim trenutcima ne ovise samo o sadašnjem nego i prethodnim stanjima. Ne-Markovljevi procesi mogu se pretvoriti u diskretne uložene Markovljeve lance tako da se promatraju trenutci obnove procesa. Za $M/G/1$ model ti trenutci su trenutci završetka posluživanja trenutno posluživanog korisnika. Nakon završetka posluživanja i-tog korisnika, sljedeći korisnik koji dolazi pred poslužitelja u tom trenutku poslužen je nula vremenskih jedinica. Proces se u tim trenutcima obnavlja te se broj korisnika u sustavu može promatrati u diskretnim trenutcima. Za $G/M/1$ model ti trenutci su trenutci ulaska korisnika u rep.

$M/G/1$ poopćava rješenje Markovljevog podvorbenog sustava u slučaju opće razdiobe trajanja posluživanja. Postoji mnogo primjera primjene $M/G/1$ podvorbenog sustava u području telekomunikacija, npr. može biti korišten za izučavanje podvorbe paketa fiksne veličine (npr. modelirano $M/D/1$ podvorbenim sustavom) i varijabilne veličine (neka opća razdioba). Rezultati tih modela mogu se usporediti s ostalim razdiobama kao što je učinjeno u ovom radu.

Kod $M/G/1$ podvorbenog sustava dolazni proces je Poissonov s prosječnom brzinom dolazaka λ, a vrijeme posluživanja može se opisati općom razdiobom G, koja nije eksponencijalna. Iz tog razloga, proces posluživanja ima neki oblik memorije: ako postoji zahtjev za posluživanjem u danom trenutku, preostalo vrijeme posluživanja (rezidualno) ima razdiobu koja ovisi o vremenu utrošenom na trenutno posluživanom zahtjevu. Ako se uzme u obzir opći trenutak t: sustav je opisan sa dvodimenzionalnim stanjem S gdje je broj zahtjeva u sustavu u trenutku t jednak $n(t)$, a utrošeno vrijeme od početka posluživanja trenutno posluživanog zahtjeva, $X(t)$. U slučaju Markovljeva procesa, $X(t)$ je neovisna o preostalom vremenu posluživanja zbog svojstva neovisnosti eksponencijalne razdiobe duljine posluživanja. Stanje se može opisati kao slučajni proces $S(t) = \{n(t), X(t)\}$.

Za opis ne-poissonovskih podvorbenih sustava moraju se izučavati ponašanja u pojedinim trenutcima ν_i. Ako se sustav proučava u tim trenutcima dobiva se jednodimenzionalni oblik stanja S. $M/G/1$ je proučavan u „uloženim“ (*imbedding*) trenutcima kada se dobiva Markovljev sustav (npr. utureni diskretni Markovljev lanac).

Odabir proučavanja trenutka ν_i može biti prilikom završetka posluživanja, prilikom početka posluživanja ili to mogu biti jednoliko razdvojeni trenutci. Ako se sustav proučava u trenucima ν, gdje ν_i predstavlja trenutak završetka posluživanja i-tog zahtjeva. Vrijedi $X(\nu_i) \equiv 0, \forall i$ zato što u trenutku ν_i zahtjev je završio svoje posluživanja i niti jedan zahtjev nije započeo svoje posluživanje. U slučaju da se novi zahtjev našao u poslužiteljskom mjestu u tom trenu poslužen je nula vremenskih jedinica.

Iz tog razloga u trenutcima ν_i stanje postaje jednodimenzionalno (više ne ovisi o vremenu): $S(\nu_i) \equiv n(\nu_i) = n_i$, gdje n_i predstavlja broj zahtjeva u repu nakon posluživanja i-tog zahtjeva (u trenutku ν_i). A a_i predstavlja broj zahtjeva koji su došli u rep tijekom vremena posluživanja i-tog zahtjeva (završetkom u trenutku ν_i). Definicija n_i i a_i ovisi o izboru „uturenih“ trenutaka. Za G/M/1 model proučavaju se trenutci ulaska i-tog korisnika u rep. $M/G/1$ model bit će detaljnije objašnjen u nastavku rada.

3 PRIMJENJIVOST $M/G/1$ PODVORBENOG SUSTAVA U ANALIZI POSLUŽIVANJA INTERNETSKOG ČVORA

Internetski čvor kao podvorbeni sustav definiran je: a) značajkama ulaznog toka, odnosno razdiobom međudolaznih vremena pristiglih paketa, b) razdiobom trajanja posluživanja paketa koja ovisi o njihovoj duljini, c) brojem poslužitelja, d) kapacitetom sustava koji ovisi o veličini spremnika čvora kao i broju poslužitelja, e) kapacitetom izvora te f) podvorbenom stegom. Ovisno o navedenim značajkama podvorbenog sustava, za njegov opis upotrebljavaju se neki od postojećih modela sustava posluživanja. Točnije, odabirom odgovarajućeg prometnog modela, određuju se performanse podvorbenog sustava računajući različite mjere izvedbe.

U ovom poglavlju opisan je internetski čvor, što se podrazumijeva pod internetskim čvorom i prikaz općim modelom. Dalje je opisan internetski čvor kao $M/G/1$ podvorbeni sustav te na kraju metode izračuna izlaznih vrijednosti za mjerenje performansi takvog čvora.

3.1 Opis internetskog čvora

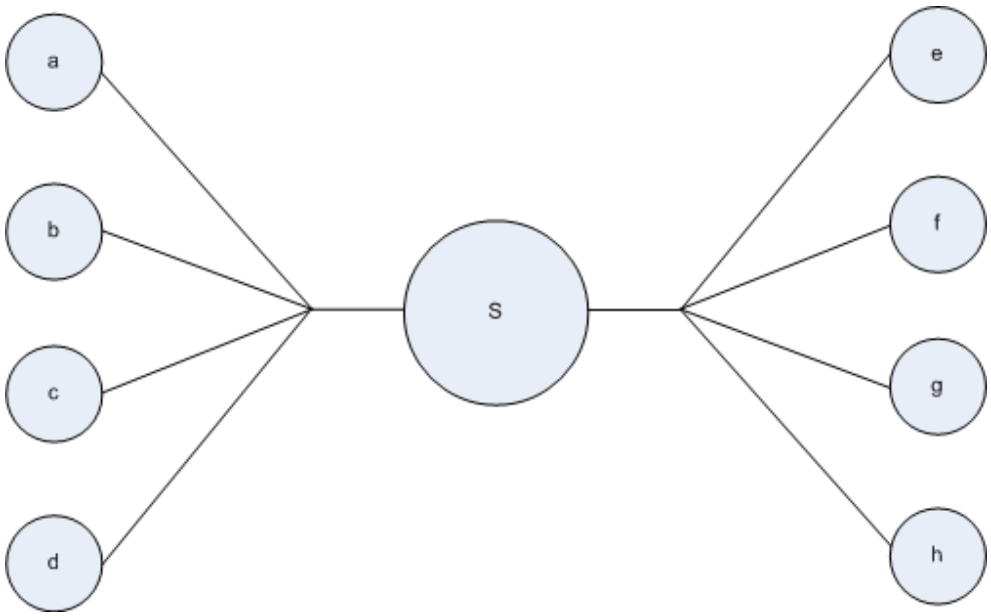
Internetskim čvorom smatraju se dijelovi mreže u kojima paketi dolaze na podvorbu. Prema osnovnoj funkcionalnosti internetski čvorovi dijele se na pružatelje usluga prijenosa i korisnike usluga prijenosa. Čvorovima koji pružaju usluge prijenosa ili prijenosnicima smatraju se usmjerivači (*routers*), vrata (*gateways),* preklopnici (*switches)* i mostovi (*bridges).* Čvorovima koji koriste usluge prijenosa smatraju se tzv. domaćini (*hosts)* koji se prema ulogama dijele na klijente (*clients)* i poslužitelje (*servers),* [8].

U ovom radu pod internetskim čvorom smatra se usmjernik koji radi na 3. sloju OSI *(Open System Interconnection)* modela. U takav čvor dolaze paketi različitih duljina koje generiraju različite aplikacije kao što su VoIP, online video igre, video streaming itd., [14], [15], [19].

Postoji mnogo radova u kojima se koristi $M/G/1$ za modeliranje stvarnih sustava, odnosno čvorova. U radovima [10], [12] *web* poslužitelj opisan je kao $M/G/1$ podvorbeni

sustav. U radu [13] izveden je izraz za očekivanu vrijednost omjera kašnjenja zbog čekanja i vremena posluživanja (*slowdown*). Taj izraz se navodi kao važna mjera performanse poslužitelja, a u izvodu je korišten $M/G/1$ podvorbeni sustav s omeđenom pareto razdiobom (*bounded Pareto distribution*) trajanja posluživanja. U radu [11] izučene su performanse *gateway* poslužitelja korištenjem komparativne analize $M/M/1$ modela sa $M/G/1$, $G/M/1$ i $G/G/1$ modelima. Još jedan primjer primjene $M/G/1$ podvorbenog sustava nalazi se u [2] gdje je korišten za modeliranje poslužitelja spojenog na SAN (*Storage Area Network*). U [5] izučeni su utjecaji svojstava višeg reda razdiobe vremena posluživanja za $M/G/1$ model, tj. utjecaj mjere spljoštenosti i mjere asimetrije. U tom radu $M/G/1$ podvorbenim sustavom opisan je čvor optičke mreže u kojeg pristižu paketi varijabilnih duljina. U radu [6] ulazni *link* poslužitelja opisan je $M/G/1$, točnije $M/D/1$ podvorbenim sustavom.

Slika 1 opisuje jednostavan prikaz internetskog čvora *S* prema kojem pristižu paketi iz različitih izvora (od *a* do *h*). Za mnogo međusobnih neovisnih izvora ulazni tokovi različitih izvora (aplikacija) paketa koji dolaze pred poslužitelj mogu se opisati kao jedan tok koji se odvija po Poissonovom procesu [6].

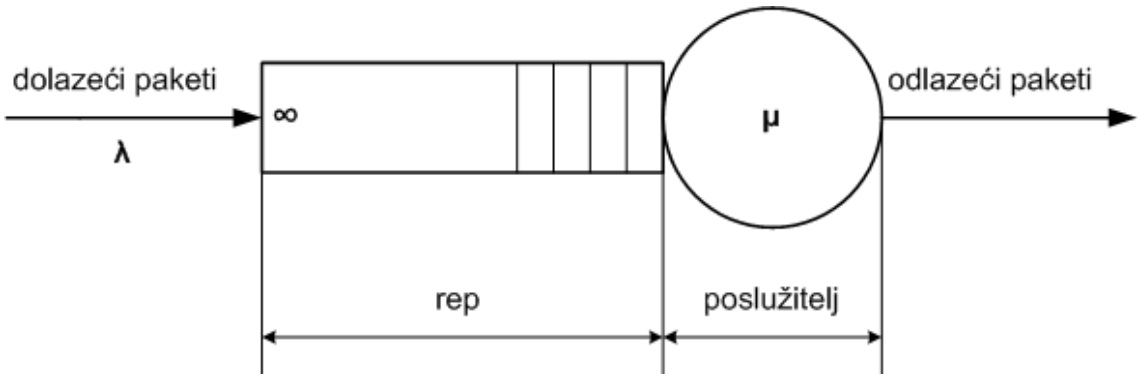


Slika 1 Topološki prikaz internetskog čvora

U izučavanju Internet mreže proučavaju se i skupovi čvorova koji čine različite dijelove mreže. Kako bi se povećala pouzdanost cijele mreže nužno je povećati pouzdanost najlošijeg čvora u toj mreži.

3.2 Prikaz i opis internetskog čvora kao $M/G/1$

Internetski čvor može se pojednostavljeno opisati pomoću shematskog prikaza $M/G/1$ podvorbenog sustava. Na slici 2 prikazan je shematski prikaz internetskog čvora kao $M/G/1$ podvorbenog sustava s intenzitetom dolazaka λ, beskonačnim repom i intenzitetom posluživanja μ. Dolazeći paketi pristižu u rep te se poslužuju kada dođu na red, a spremnik je toliko velik da može primiti sve pakete (odnosno pretpostavlja se da je kapacitet repa beskonačan). U slučaju da čvor ima ograničeni spremnik potrebno ga je modelirati pomoću $M/G/1/K$ podvorbenog sustava.



Slika 2 Shematski prikaz internetskog čvora kao $M/G/1$ podvorbenog sustava

Za $M/G/1/\infty/\infty/FCFS$ duljina repa je u trenutku završetka posluživanja bilo kojega korisnika statistički neovisna o broju korisnika koji dođu u podvorbeni sustav tijekom posluživanja sljedećeg korisnika, jer taj broj određuje Poissonov slučajni proces. Slično vrijedi za $G/M/1/\infty/\infty/FCFS$ za trenutke dolazaka korisnika u podvorbeni sustav. U oba slučaja koristi se svojstvo zaboravljivosti eksponencijalne razdiobe tako npr. broj korisnika koji je došao u $M/G/1$ ili koji je poslužen $G/M/1$ u sljedećem razdoblju ovisi samo o duljini toga razdoblja, a ne ovisi o prethodnom razdoblju. U ovom radu proučava se utjecaj različitih razdioba vremena posluživanja uz pretpostavku da je dolazni proces opisan Poissonovim procesom. Iz tog razloga je detaljno opisan model $M/G/1/\infty/\infty/FCFS$.

Prema Kendallovoj oznaci može se iščitati da je kod podvorbenog sustava $M/G/1/\infty/\infty/FCFS$ proces dolaska opisan Poissonovim slučajnim procesom s parametrom λ. To znači da je broj dolazaka unutar promatranog razdoblja Poissonova slučajna varijabla, a međudolazno vrijeme je eksponencijalna slučajna varijabla.

Funkcija razdiobe vjerojatnosti međudolaznog vremena ($A(t)$) kod ulaznog procesa označava se:

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{4}$$

Proces posluživanja je neki opći slučajni proces s razdiobom bilo kojega oblika, što se izražava slovom G. Za opis te razdiobe dovoljno je poznavati matematičko očekivanje slučajne varijable vremena posluživanja:

$$E\{\tau_s\} = T_s = \frac{1}{\mu} = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_s(t)dt \tag{5}$$

i varijancu:

$$Var\{\tau_s\} = \sigma_{\tau_s}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot f_s(t)dt - E(t^2) \tag{6}$$

U poslužiteljskom mjestu nalazi se samo jedan poslužitelj koji radi prosječnom brzinom:

$$\mu = \frac{1}{T_s} \tag{7}$$

Duljina repa je beskonačna kao i izvor, a posluživanje se odvija po podvorbenoj stegi FCFS (*First Come First Served*). Ponuđeni promet a ili prometni intenzitet jednak je obavljenom prometu a' i prometnom opterećenju ρ. Promet mora biti manji od jedinice kako bi sustav bio u stacionarnom stanju. Prometne veličine koje opisuju $M/G/1$ su ponuđeni promet:

$$a = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \cdot T_s \tag{8}$$

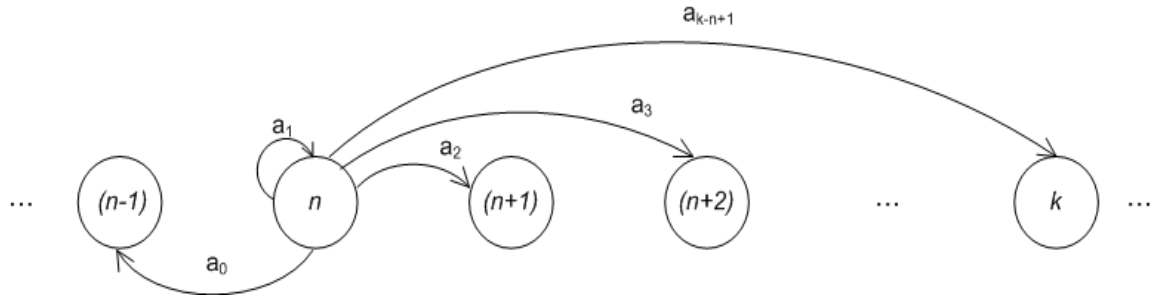
te jakost prometa koja je jednaka ponuđenom prometu, jer zbog beskonačnog repa nema gubitaka a to znači da je obavljeni promet jednak ponuđenom. Odnosno broj poslužitelja koji je jednak 1 te vrijedi:

$$a = \frac{\rho}{C} = \frac{\rho}{1} = \rho \ \rightarrow \ a' = a = \rho = \rho' \tag{9}$$

gdje ρ predstavlja prometno opterećenje a ρ' iskoristivost poslužitelja. Analizom ovog podvorbenog sustava mogu se dobiti samo prvi momenti glavnih značajki, a u slučaju da je potrebno izračunati razdiobe izlaznih veličina, nužno je provesti transformaciju diskretnih i slučajnih varijabli pomoću tvorbene funkcije vjerojatnosti i Laplaceove transformacije [3].

3.3 Metode izračuna izlaznih vrijednosti za $M/G/1$

Vjerojatnost prijelaza iz stanja $\{N = n\}$ u stanje $\{N = n - 1\}$ odnosno odlazak korisnika kod ovog modela ovisi o vremenu posluživanja, jer trenutci prijelaza ovise i o prethodnim stanjima. To znači da se ne može koristiti svojstvo zaboravljivosti eksponencijalne razdiobe. Ako se sustav proučava u trenutcima odlaska posluživanog korisnika tada se dobiva diskretni uloženi Markovljev lanac, što znači da stanje sustava ovisi samo o broju korisnika u sustavu. Zbog prijašnje navedene jednodimenzionalnosti stanja ovog procesa, vjerojatnosti prijelaza mogu se prikazati pomoću dijagrama vjerojatnosti prijelaza (slika 3).



Slika 3 Dijagram vjerojatnosti prijelaza za M/G/1 diskretni uloženi Markovljev lanac

Izvor: [1]

a_n predstavlja vjerojatnosti dolaska n broja korisnika tijekom prosječnog trajanja posluživanja.

Za izračun veličina prosječne duljine repa L_w, broja korisnika u sustavu L_q, prosječnog vremena čekanja na posluživanje T_w i prosječnog vremena boravka u sustava T_q koriste se tzv. Pollaczek-Hičnove jednadžbe. Slučajna varijabla vremena boravka u sustavu jednaka je zbroju slučajnih varijabli vremena čekanja u repu i vremena posluživanja. Isto vrijedi za prosječne vrijednosti tih slučajnih varijabli. Detaljniji opisi i izvodi formula mogu se naći [3].

$$\tau_q = \tau_w + \tau_s \rightarrow T_q = T_w + T_s = T_w + \frac{1}{\mu} \tag{10}$$

Slučajna varijabla n_q predstavlja broj korisnika u sustavu:

$$n_q = \lambda \cdot \tau_q \rightarrow L_q = \lambda \cdot T_q = \lambda \cdot \left(T_w + \frac{1}{\mu}\right) = L_w + a \tag{11}$$

Prosječan broj korisnika u sustavu L_q jednak je:

$$L_q = \mathrm{E}\{n_q\} = \frac{\lambda^2 \cdot Var\{\tau_s\} + a^2}{2 \cdot (1-a)} = \mathrm{a} + \frac{a^2}{2 \cdot (1-a)} \cdot \left[1 + \left(\frac{\sigma_{\tau_s}}{T_s}\right)^2\right] = \frac{(E\{n_a\})^2 \cdot E\{\tau_s^2\}}{2 \cdot (1-a)} \quad (12)$$

Za prosječno vrijeme čekanja u repu vrijedi:

$$T_w = \frac{L_q}{\lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda^2 \cdot Var\{\tau_s\} + a^2}{2 \cdot \lambda \cdot (1-a)} = \frac{a \cdot T_s}{2 \cdot (1-a)} \cdot \left[1 + \left(\frac{\sigma_{\tau_s}}{T_s}\right)^2\right] = \frac{E\{n_a\} \cdot E\{\tau_s^2\}}{2 \cdot (1-a)} \quad (13)$$

Prosječno vrijeme boravka u sustavu T_q omjer je prosječnog broja korisnika u sustavu L_q i intenziteta dolazaka λ, odnosno može se zapisati:

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (14)$$

Prosječan broj korisnika u repu razlika je prosječnog broja korisnika u sustavu L_q i prometnog intenziteta ρ (ili ponuđenog prometa a). Može se izraziti kao:

$$L_w = L_q - a = \frac{a^2}{2 \cdot (1-a)} \cdot [1 + V_{\tau_s}^2] \quad (15)$$

gdje V_{τ_s} predstavlja koeficijent varijacije koji je omjer standardne devijacije slučajne varijable vremena posluživanja i prosječne vrijednosti trajanja posluživanja.

$$V_{\tau_s} = \frac{\sigma_{\tau_s}}{T_s} \quad (16)$$

Dva krajnja slučaja mjere eksponencijalnosti su $M/M/1$ i $M/D/1$ podvorbeni sustavi. $M/M/1$ predstavlja idealno slučajno posluživanje (s eksponencijalnom razdiobom vremena posluživanja) a $M/D/1$ idealno neslučajno posluživanje (s konstantnom razdiobom vremena posluživanja ili *Deterministic distribution*).

Za idealno slučajno posluživanje $M/M/1$ varijanca slučajne varijable vremena posluživanja jednaka je:

$$Var\{\tau_s\} = \frac{1}{\mu^2} \rightarrow \sigma_{\tau_s} = \frac{1}{\mu} = T_s \quad (17)$$

Prosječan broj korisnika u sustavu:

$$L_q = a + \frac{\lambda^2 \cdot \frac{1}{\mu^2} + a^2}{2 \cdot (1-a)} = a + \frac{a^2}{1-a} = \frac{a}{1-a} \quad (18)$$

Izraz koji uzima u obzir mjeru eksponencijalnosti:

$$\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{\sigma_{\tau_s}}{T_s}\right)^2\right] = \frac{1}{2}[1+1] = 1 \quad (19)$$

Prosječno vrijeme čekanja paketa u repu:

$$T_w = \frac{\lambda^2 \cdot \frac{1}{\mu^2} + a^2}{2 \cdot \lambda \cdot (1-a)} = \frac{a^2}{\lambda \cdot (1-a)} = \frac{\lambda}{\mu \cdot (\mu - \lambda)} \tag{20}$$

Za idealno neslučajno posluživanje $M/D/1$ razdioba posluživanja je neslučajna veličina, stoga ima varijancu jednaku nuli:

$$Var\{\tau_s\} = E\{\tau_s^2\} - (E\{\tau_s\})^2 = T_s^2 - T_s^2 = 0 \tag{21}$$

Uvrštavanjem u Pollaczek-Hinčinove formule (13) dobiva se da za prosječan broj korisnika u sustavu (L_q):

$$L_q = a + \frac{a^2}{2 \cdot (1-a)} = \frac{2 \cdot a - 2 \cdot a^2 + a^2}{2 \cdot (1-a)} \tag{22}$$

prosječno vrijeme čekanja paketa u repu (T_w):

$$T_w = \frac{a^2}{2 \cdot \lambda \cdot (1-a)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{\lambda \cdot (1-a)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{\mu \cdot (\mu - \lambda)} \tag{23}$$

te izraz koji uzima u obzir mjeru eksponencijalnosti:

$$\frac{1}{2} \cdot \left[1 + \left(\frac{\sigma_{\tau_s}}{T_s}\right)^2\right] = \frac{1}{2} \tag{24}$$

jer je koeficijent varijance jednak nuli.

Pri uporabi Pollaczek-Hinčinovih formula treba znati da one vrijede za poissonovski ulaz i bilo koju razdiobu posluživanja s prosječnom vrijednošću $T_s = \frac{1}{\mu}$ i standardnom devijacijom σ_{τ_s}. Rep nema ograničenja (neograničen broj mjesta u spremniku). Formule vrijede za sva pravila izlaska iz repa koja ne ovise o trajanju posluživanja. $M/M/1/\infty/\infty/FCFS$ i $M/M/1/\infty/\infty/FCFS$ su granični slučajevi koji predstavljaju idealno slučajno i idealno neslučajno posluživanje.

Ovisnost veličine repa (broja korisnika u repu) i duljine čekanja ima jednu posebnost: najprije raste polagano, ali nakon $\rho = 70$ do 80% raste vrlo naglo [1]. Porastom opterećenja raste i prosječno vrijeme čekanja [9].

Sve navedene veličine mjerila su performanse internetskog čvora koji se može opisati $M/G/1$ podvorbenim sustavom. Zbog zamršenosti računanja razdioba izlaznih veličina koriste se simulacije kako bi se računale prosječne vrijednosti i razdiobe vremena čekanja i boravka korisnika u sustavu [3].

4 OPIS SKUPA ULAZNIH PODATAKA KORIŠTENIH U ANALIZI

U praksi se pokazalo kako se Internet promet mijenja tijekom vremena, odnosno duljine paketa koji se prenose se mijenjaju. Stoga bitnu ulogu u procjeni veličine prometa ima i varijacija duljina paketa koji dolaze u čvor na posluživanje. Duljina paketa igra važnu ulogu kod internetskog čvora čija je zadaća njihova obrada, a to su razne vrste poslužitelja (i usmjernika) koji su dio Internet mreže.

Za izučavanje performansi internetskog čvora simuliran je Poissonov ulazni tok, odnosno međudolazna vremena zahtjeva koji se nižu po eksponencijalnoj razdiobi. Potrebno je napomenuti da je dobiveno prometno opterećenje iznosilo približno 70%, uz kapacitet dolaznog *linka* od 1 Gb/s. Značajke razdioba pomoću kojih su opisani ulazni podaci opisane su u ovom poglavlju rada.

4.1 Opis značajki Poissonove razdiobe kod ulaznog toka

Poissonov proces je brojidbeni proces koji mjeri broj realizacija nekog događaja u određenom vremenu. Prebrojava broj ostvarenih događaja u kontinuiranom vremenu, tj. periodu $(s, t]$. Brojidbena funkcija $N(t), t > 0$ predstavlja broj događaja koji su se zbili nakon trenutka $t = 0$, ali ne kasnije od trenutka t, tj. u vremenskom odsječku $\tau = (0, t]$. $\{N(t)\ t \geq 0\}$ je brojidbeni proces gdje t označava razdoblje $(0, t]$ uz uvjete:

- $N(0) = 0$, broj događaja u nultom trenutku je nula,
- $N(t)$ ima samo ne-negativne cijele brojeve (npr. ne može biti $-2{,}3$ osobe u redu pred šalterom),
- Za svaki $s < t$ znači da je $N(s) \leq N(t)$,
- $[N(t) - N(s)]$ je broj događaja koji se zbio nakon s, ali ne kasnije od t, tj. u razdoblju $(s, t]$.

Prema [1] brojidbeni proces je Poissonov slučajni proces ako ima svojstva:

- Proces ima neovisne priraste ili odsustvo pamćenja. $N(s, t)$ ne ovisi o pojavljivanju događaja A prije trenutka s.

- Proces ima stacionarne priraste ili homogenost u vremenu. $N(s,t)$ ovisi samo o dulji intervala $t - s$.
- Regularnosti, što znači da u intervalu infinitezimalne duljine h, vjerojatnost pojave samo jednog događaja je $\lambda h + o(h)$, a više od jednog događaja $o(h)$, gdje $o(h)$ predstavlja zanemarivo maleni ostatak reda malenkosti h.

Međudolazna vremena kod Poissonovog slučajnog procesa su slučajne varijable s eksponencijalnom razdiobom. Neka T_n predstavlja trenutak ostvarenja novog događaja (npr. dolazak korisnika pred sustav), X_n je „duljina“ vremena tada vrijedi da svaka X_n ima funkciju gustoće vjerojatnosti:

$$f_{T_2-T_1}(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \qquad za\ t > 0 \tag{25}$$

Svaka X_n ima funkciju razdiobe u trenutku $F(t)$ koja se dobije odgovorom na pitanje koja je vjerojatnost da je T_1 manji ili jednak nekoj vrijednosti t_1:

$$F_{T_1}(t_1) \ = \ P[T_1 \leq t_1] \tag{26}$$

ali je lakše pronaći vjerojatnost da je T_1 veći ili jednak vrijednosti t_1 stoga:

$$F_{T_1}(t_1) = 1 - \ P[T_1 \geq t_1] = 1 - [X(t_1) = 0] \tag{27}$$

to se može napisati kao:

$$F_{T_1}(t_1) = 1 - \frac{(\lambda \cdot t_1)^0}{0!} \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \rightarrow F_{T_1}(t_1) \ = 1 - \ e^{-\lambda \cdot t_1} \tag{28}$$

Integriranjem funkcije razdiobe vjerojatnosti dobije se za svaki interval $t = (T_2 - T_1)$ funkcija gustoće (mase) vjerojatnosti jednaka $e^{-\lambda \cdot t_1}$ za $t > 0$. Što pokazuje da svako međudolazno vrijeme jest slučajna varijabla sa eksponencijalnom razdiobom. Zbog toga se smatra da Poissonov slučajni proces opisuje idealnu slučajnost ili potpuno slučajne događaje.

4.2 Opis značajki kojima se opisuje vrijeme posluživanja

Kako bi se simuliralo trajanje posluživanja korištene su eksponencijalna, konstantna (kontinuirana uniformna), Pareto i normalna razdioba. Paketi pristižu u čvor prema definiranom ulaznom toku a njihovo vrijeme posluživanja ovisno je o odabranoj razdiobi. Iako se u nekim izvorima navodi kako međudolazna vremena i vremena posluživanja nisu neovisne slučajne varijable, u ovom radu zbog jednostavnosti modela je uzeto u obzir svojstvo neovisnosti tih varijabli.

4.2.1 Eksponencijalna razdioba

Kod Poissonovog procesa dolasci se ostvaruju slučajno u vremenu. Niz međudolaznih vremena je $X = (X_1, X_2, \dots)$. Pretpostavka jakog zakona obnavljanja (*Strong renewal law*) je da u svakom trenutku dolaska proces mora resetirati svoje vjerojatnosti, neovisno o prošlosti. X je niz neovisnih i identično distribuiranih varijabli. Ako se prvi dolazak nije ostvario do trenutka s, onda preostalo vrijeme do sljedećeg dolaska mora imati jednaku razdiobu kao i prvo vrijeme dolaska.

To svojstvo se naziva svojstvom zaboravljivosti slučajne varijable. X poprima vrijednosti u intervalu $[0, \infty)$. X ima svojstvo zaboravljivosti ako je uvjetna razdioba $X - s$ (s uvjetom da $X > s$) ima jednako razdiobu X za svaki $s \in [0, \infty)$ [16].

$$P(X > t + s \mid X > s) = P(X > t), \qquad s, t \in [0, \infty) \tag{29}$$

X ima kontinuiranu razdiobu i $r \in (0, \infty)$ te vrijedi:

$$F(t) = 1 - e^{-r \cdot t}, \qquad t \in [0, \infty) \tag{30}$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti varijable X:

$$f(t) = r \cdot e^{-r \cdot t}, \qquad t \in [0, \infty) \tag{31}$$

$f(t)$ opada i konveksna je u intervalu $[0, \infty)$, $f(t) \to 0$ kada $t \to \infty$.

Ako slučajna varijabla ima razdiobu ili gustoću vjerojatnosti opisanu navedenim funkcijama, slučajna varijabla ima eksponencijalnu razdiobu s parametrom r.

Slučajna varijabla X eksponencijalno je distribuirana s parametrom $r > 0$. Ako je $n \in \mathbb{N}$ onda je $E(X^n) = \frac{n!}{r^n}$:

$$E(X^n) = \int_0^\infty t^n \cdot r \cdot e^{-r \cdot t} dt \tag{32}$$

te vrijedi:

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1}{r} \\ Var(X) &= \frac{1}{r^2} \\ Skew(X) &= 2 \\ Kurt(X) &= 9 \end{aligned} \tag{33}$$

U kontekstu Poissonovog procesa parametar r predstavlja intenzitet dolazaka ili brzinu odvijanja procesa te se označava grčkim slovom λ. U prosjeku postoji $\frac{1}{\lambda}$ vremena između dolazaka, stoga se dolasci ostvaruju prosječnom brzinom λ.

Aritmetička sredina i standardna devijacija eksponencijalne razdiobe su jednake, s tim da je medijan uvijek manji od aritmetičke sredine. Mjera spljoštenosti i mjera asimetrije su standardizirane mjere koje su neovisne o parametru r [17].

4.2.2 Pareto razdioba

Pareto razdioba je asimetrična, dugorepa razdioba koja se često koristi kod modeliranja razdiobe prihoda i ostalih financijskih varijabli [18]. Slučajna varijabla Z ima Pareto razdiobu s parametrom oblika $a \in (0, \infty)$ ako Z ima kontinuiranu razdiobu u $[1, \infty)$ s funkcijom razdiobe G:

$$G(z) = 1 - \frac{1}{z^a}, \qquad z \in [1, \infty) \tag{34}$$

G je kontinuirana i raste u $[1, \infty)$, s time da je $G(1) = 0$ i $G(z) \to 1$ kada $z \to \infty$.

Poseban slučaj je kada $a = 1$, u tom slučaju Z ima standardnu Pareto razdiobu. Slučajna varijabla Z ima funkciju gustoće vjerojatnosti g danu izrazom:

$$g(z) = \frac{a}{z^{a+1}}, \qquad z \in [1, \infty) \tag{35}$$

g je konveksna i opada s modom $z = 1$. Razlog zašto je Pareto razdioba teškog repa (*heavy-tailed*) je zato što g opada s potencijom, a ne eksponencijalno.

Zbog svojstva teškog repa, aritmetička sredina, varijanca i ostali momenti slučajne varijable Z su konačni samo ako je parametar oblika $a \in (0, \infty)$ dovoljno velik.

Vrijedi:

$$\begin{aligned} E(Z) &= \frac{a}{a-1}, \qquad ako\ a > 1 \\ Var(Z) &= \frac{a}{(a-1)^2 \cdot (a-2)}, \qquad ako\ a > 2 \\ Skew(Z) &= \frac{2 \cdot (1+a)}{a-3} \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{a}}, \qquad za\ a > 3 \\ Kurt(Z) &= \frac{3 \cdot (a-2) \cdot (3 \cdot a^2 + a + 2)}{a \cdot (a-3) \cdot (a-4)}, \qquad za\ a > 4 \end{aligned} \tag{36}$$

Pareto razdioba se generalizira dodavanjem parametra skaliranja b. Slučajna varijabla X ima parametar oblika $a \in (0, \infty)$ i parametar skaliranja $b \in (0, \infty)$, odnosno $X = bZ$, te vrijedi:

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 - \left(\frac{b}{x}\right)^a, \qquad x \in [b, \infty) \\ f(x) &= \frac{a \cdot b^a}{x^{a+1}}, \qquad x \in [b, \infty) \\ E(X) &= b \cdot \frac{a}{a-1}, \qquad ako\ a > 1 \\ Var(X) &= b^2 \cdot \frac{a}{(a-1) \cdot (a-2)}, \qquad ako\ a > 2 \end{aligned} \tag{37}$$

Mjera asimetrije i mjera spljoštenosti jednake su kao za slučajnu varijablu Z.

4.2.3 Normalna razdioba

Neprekidna (kontinuirana) slučajna varijabla X ima Gaussovu ili normalnu razdiobu s parametrima μ i σ^2 ako je njena funkcija gustoće vjerojatnosti dana izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \qquad x \in \mathbb{R} \tag{38}$$

gdje su μ i σ realni brojevi i $\sigma > 0$. Ako slučajna varijabla X ima normalnu razdiobu s parametrima μ i σ koristi se oznaka $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Funkcija razdiobe normalne slučajne varijable definirana je izrazom:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dt, \qquad x \in \mathbb{R} \tag{39}$$

Normalna razdioba s parametrima $\mu = 0$ i $\sigma = 1$ zove se jedinična ili standardna normalna razdioba. Gustoća jedinične normalne razdiobe dana je izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{40}$$

Vrijednosti funkcije razdiobe ovakve slučajne varijable moraju se računati korištenjem metoda numeričkog integriranja obzirom da se integrali uglavnom ne daju riješiti eksplicitno. Zato se koriste tablice vrijednosti funkcije razdiobe standardne slučajne varijable koja je definirana izrazom:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \tag{41}$$

4.2.4 Konstantna razdioba

Konstantna ili deterministička razdioba ima jednaku prosječnu vrijednost, medijan i mod. Zbog toga što su sve vrijednosti jednake, varijanca i standardna devijacija također iznose nula. Mjera spljoštenosti i mjera asimetrije su nedefinirane.

Vjerojatnost da slučajna varijabla Z iznosi neku vrijednost z jednaka je:

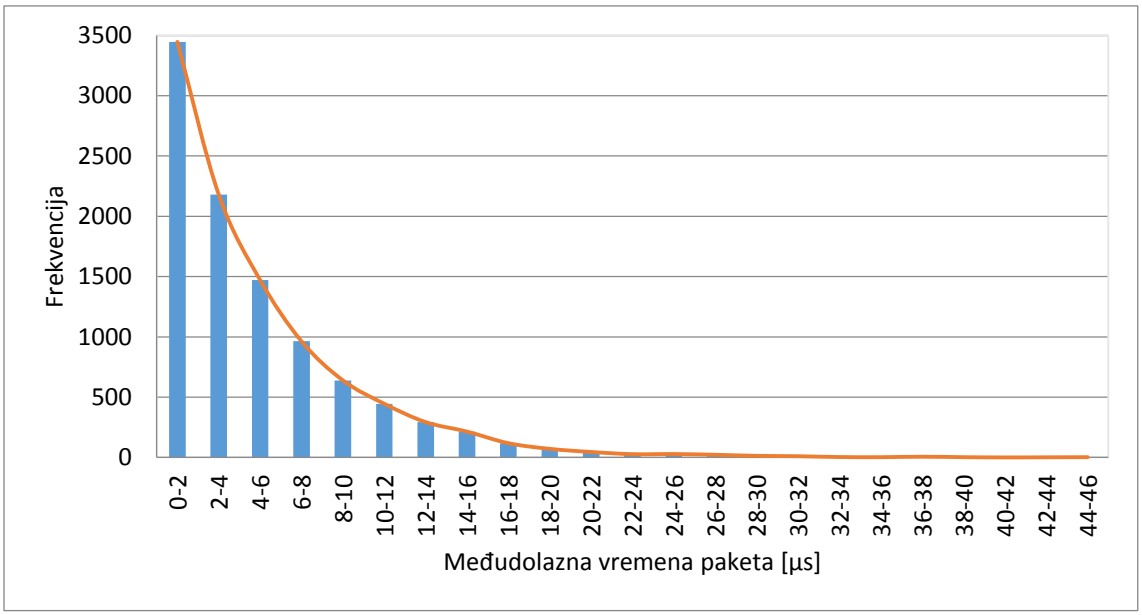
$$P(Z = z) = 1 \tag{42}$$

U teoriji podvorbenih sustava koristi se za opis sustava s konstantnim trajanjem posluživanja svakog korisnika $(M/D/1)$. U praksi su to npr. internetski čvorovi u koje pristižu paketi fiksnih veličina.

4.3 Simulacija ulaznog toka i razdioba vremena posluživanja

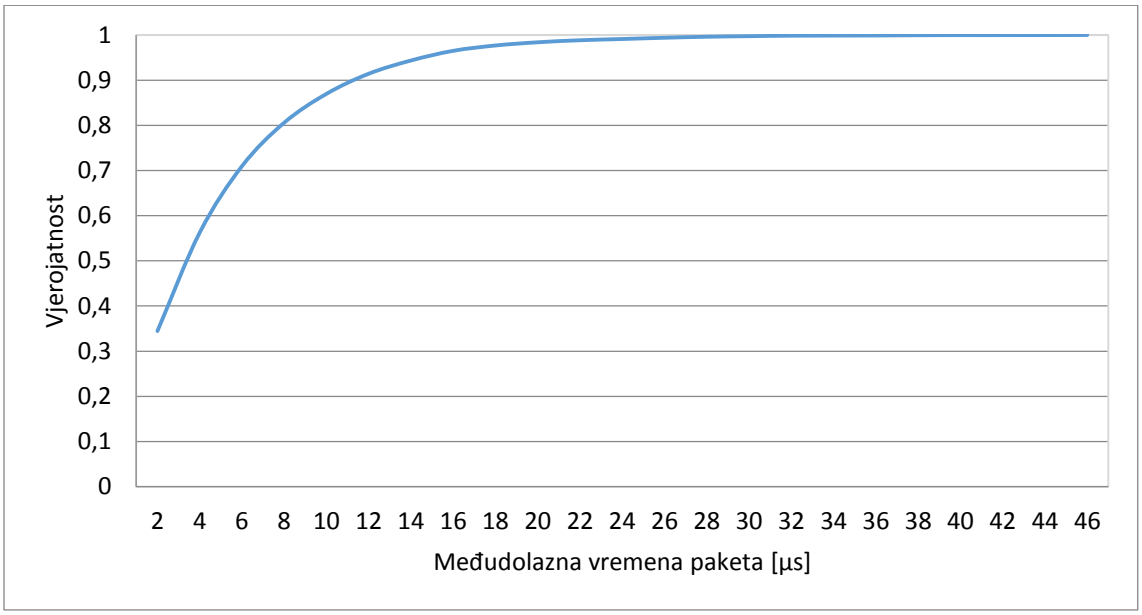
Korištenjem simulacijskog alata iz [16] simulirano je 10000 vrijednosti za svaku od navedenih razdioba. Prvo je određen i simuliran ulazni tok međudolaznih vremena pomoću eksponencijalne razdiobe. Ukupno vrijeme trajanja simulacije iznosilo je 0,0489 sekundi, to vrijeme je dobiveno zbrajanjem svih međudolaznih vremena t_a. Iz toga se može izračunati da opterećenje iznosi 204302 paketa u sekundi. Najmanje međudolazno vrijeme između dva paketa iznosi 0,1 μs , najveće međudolazno vrijeme iznosi 46 μs te prosječna vrijednost međudolaznog vremena iznosi 4,8947 μs.

Funkcija gustoće (mase) vjerojatnosti međudolaznih vremena prikazana je na grafu 1. te funkcija razdiobe vjerojatnosti međudolaznih vremena na grafu 2.



Graf 1 Funkcija gustoće vjerojatnosti međudolaznih vremena

3446 paketa ima međudolazna vremena u rasponu od 0 do 2 μs, 2179 u rasponu od 2 do 4 μs, najveća međudolazna vremena imaju dva paketa u rasponu od 44 do 46 μs. Dobivena razdioba je eksponencijalna što jest bio cilj simulacije ulaznog toka.



Graf 2 Funkcija razdiobe vjerojatnosti međudolaznih vremena

Ako se podaci gledaju preko funkcije razdiobe vjerojatnosti može se primijetiti da čak 34,46% paketa ima međudolazna vremena od 0 do 2 μs, 56,25% od 0 do 4 a čak 98,39% paketa nemaju međudolazna vremena veća od 18 μs.

Zatim je simulirano 10000 vrijednosti za vremena trajanja posluživanja svakog paketa. Duljine paketa pretvorene su množenjem simuliranih vrijednosti s nekim faktorom za svaku razdiobu tako da je prosječna vrijednost duljine paketa približna 422 Byte. Nakon toga je za svaku razdiobu izračunato je opterećenje ρ za koje vrijedi:

$$\rho = \frac{204302 \cdot \bar{p}}{10^9} \tag{43}$$

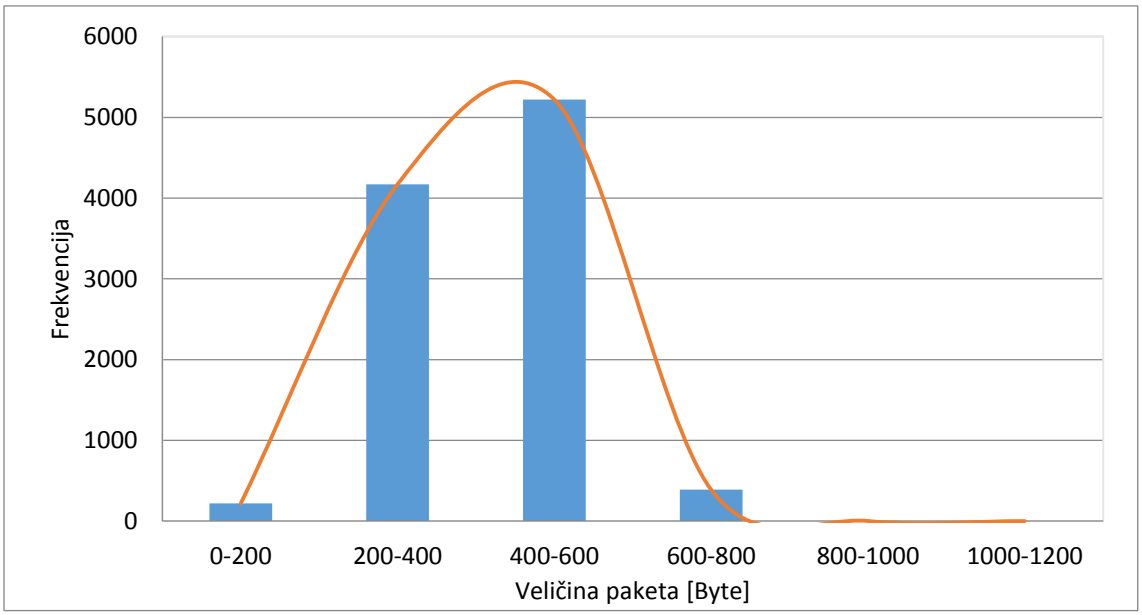
$\bar{p}$ je prosječna duljina paketa i ovisi o razdiobi te je ≈ 422 Byte, što je pretvoreno u bite. 204302 predstavlja broj paketa u sekundi koji dolaze pred čvor (*packet load, packet per second)*. Što je izračunato kao omjer broja simuliranih paketa (10000 za ovaj primjer) i ukupnog trajanja simulacije međudolaznih vremena (0,0489 sekundi). U brojniku je izražen kapacitet *linka* 1 Gb/s. Koristeći te vrijednosti izračunato je opterećenje koje je $\approx 70\%$ za svaku razdiobu. Cilj je bio dobiti za normalnu, Pareto i eksponencijalnu razdiobu prometno opterećenje od 70% uz dani kapacitet da bi prosječna duljina paketa mogla biti 422 Byte. Dobivene vrijednosti su približne željenim.

Vrijeme trajanja posluživanja za svaki paket izračunato je kao omjer duljine tog paketa p u bitovima i kapaciteta od 10^9 bit/s:

$$\tau_s = \frac{p[bit]}{10^9[\frac{bit}{s}]} \tag{44}$$

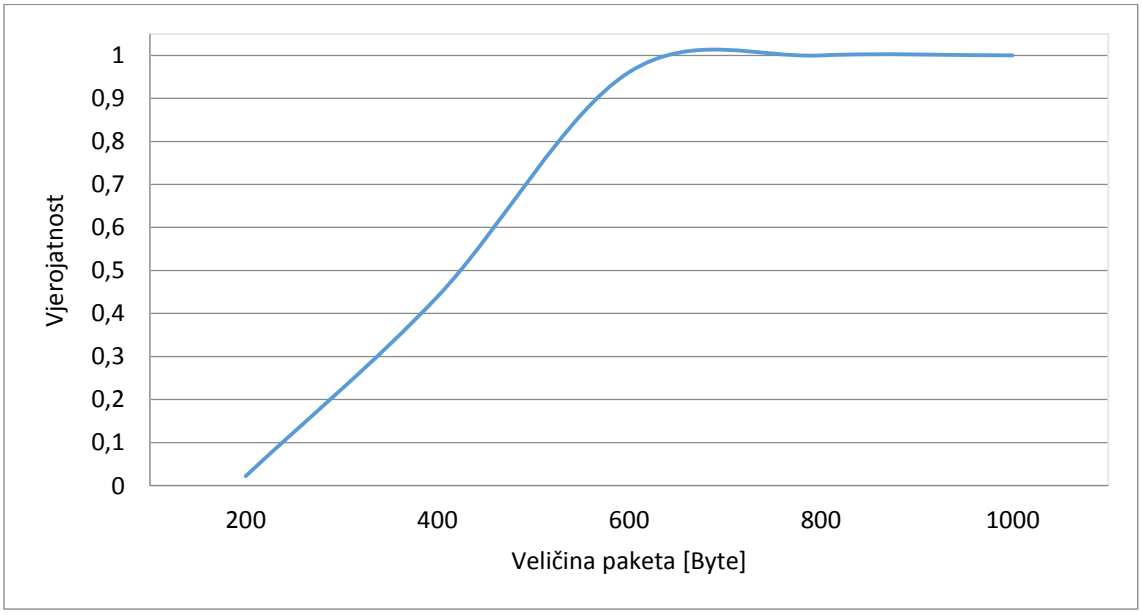
4.3.1 Trajanje posluživanja za normalnu razdiobu

Normalna razdioba simulirana je pomoću navedenog alata s parametrima $\mu = 4$ i $\sigma = 1$. Prosječna duljina paketa kod ove razdiobe jednaka je 420,509 Byte, odnosno 3364,072 bit-a. Prometno opterećenje iznosi 0,6873 Erlanga. Najmanji paket iznosi 22 Byte a najveći 809 Byte. Funkcija gustoće vjerojatnosti prikazana je za razrede po 200 Byte (graf 3).



Graf 3 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (normalna)

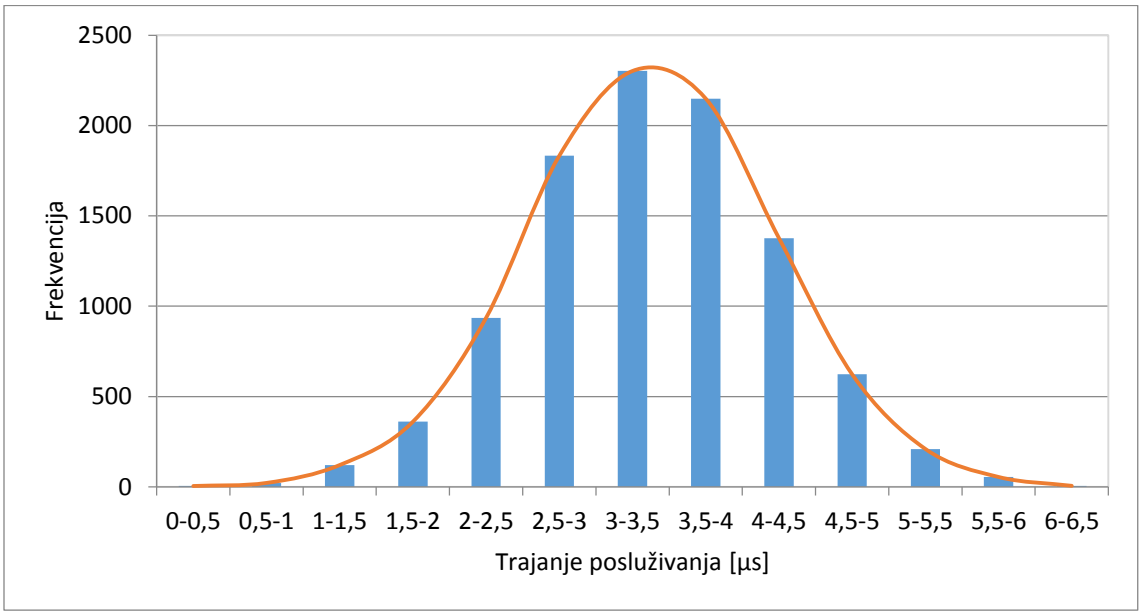
Funkcija gustoće dobivenih rezultata "zvonkolikog" je oblika kao normalna razdioba. U razredu od 0 do 200 Byte nalazi se 219 paketa, od 200 do 400 Byte nalazi se 4171 paket, od 400 do 600 Byte nalazi se 5220 paketa, od 600 do 800 Byte nalazi se 389 paketa, te jedan paket se nalazi u razredu od 800 do 1000 Byte. Funkcija razdiobe vjerojatnosti tog skupa prikazana je na grafu 4.



Graf 4 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (normalna)

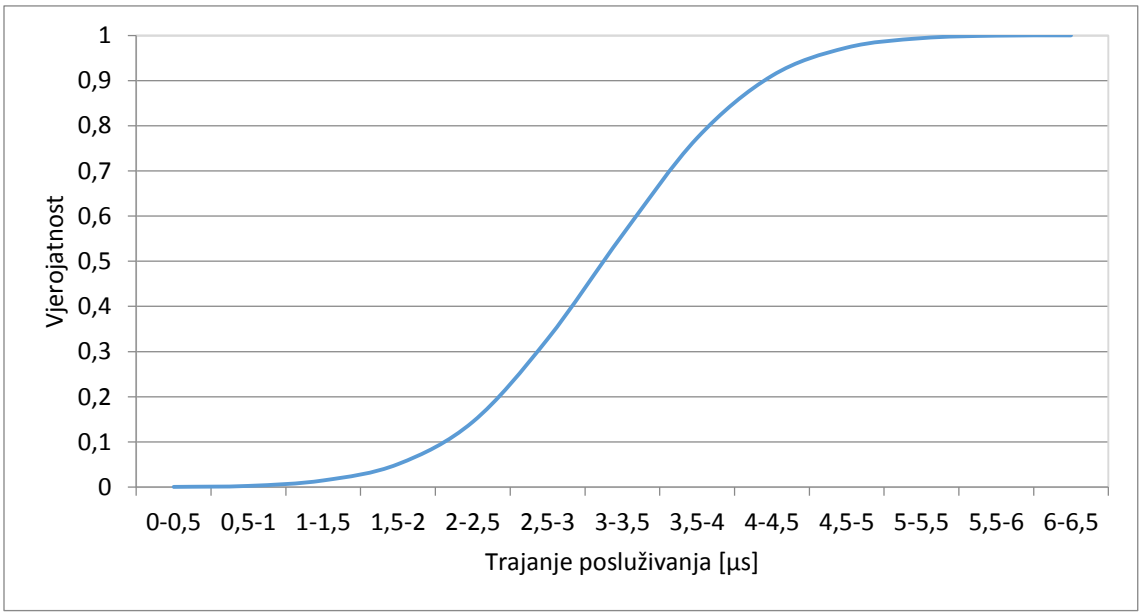
99,99% paketa nije veće od 800 Byte, 51,75% paketa manje je ili jednako prosječnoj vrijednosti.

Vrijeme trajanja posluživanja svakog paketa izračunato je prema (45). Prosječna vrijednost vremena trajanja posluživanja je 3,3641 μs, najdulje posluživani paket posluživan je 6,472 μs a najkraće posluživani paket posluživan je 0,168 μs. Na grafu 5 prikazana je funkcija gustoće vjerojatnosti vremena trajanja posluživanja za normalnu razdiobu.



Graf 5 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (normalna)

Pripadajuća funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja za normalnu razdiobu prikazana je na grafu 6. Iz grafa se može vidjeti da je 99,94% slučaja vremena trajanja posluživanja manje ili jednako 6 μs. 51,75% slučaja manje je ili jednako prosječnom trajanju posluživanja.



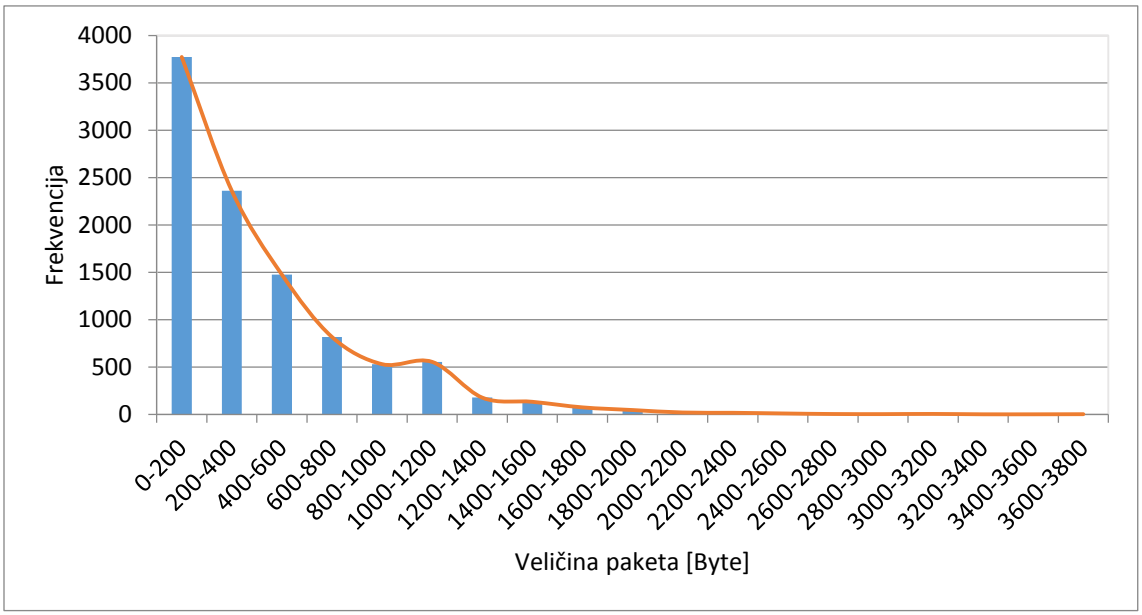
Graf 6 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (normalna)

Simulacijom su postignute željene ulazne vrijednosti, odnosno njihova razdioba koja se može opisati normalnom razdiobom. Te vrijednosti korištene su kako bi se izračunale najvažnije izlazne vrijednosti:

- Prosječno vrijeme čekanja na posluživanje T_w,
- prosječno vrijeme boravka u sustavu T_q,
- prosječan broj paketa u repu L_w,
- prosječan broj paketa u sustavu L_q.

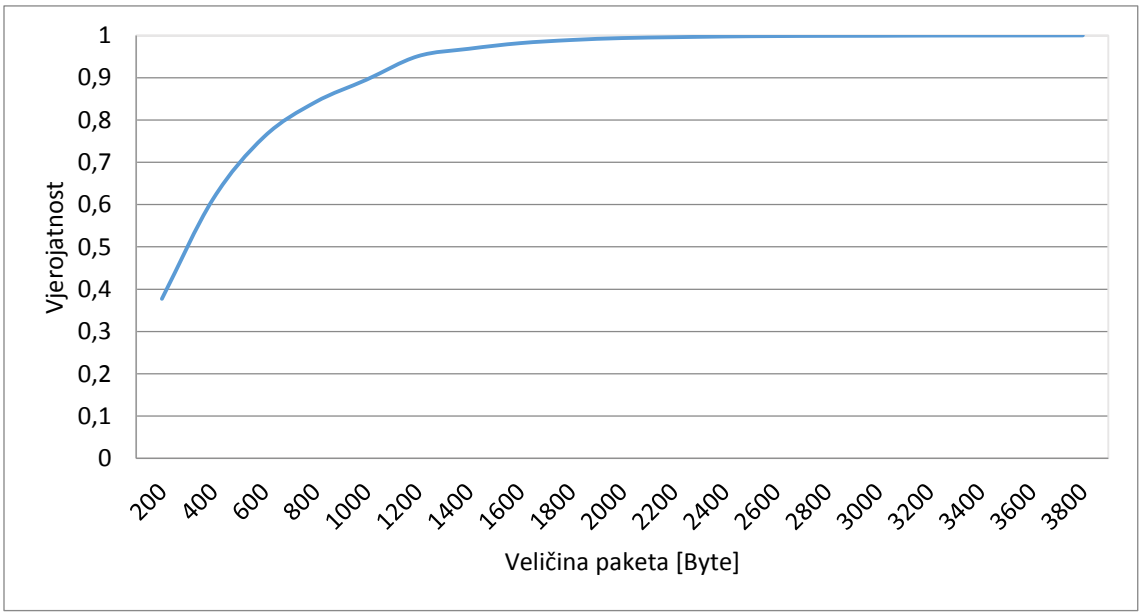
4.3.2 Trajanje posluživanja za eksponencijalnu razdiobu

Prosječna duljina paketa kod ove razdiobe je 423,8344 Byte ili 3390,6752 bita. Prometno opterećenje je 0,6927 Erlanga. Najveći paket ima duljinu od 3800 Byte, najmanji 20 Byte. Podaci su raspodijeljeni u razrede po 200 Byte što je prikazano na grafu 7.



Graf 7 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (eksponencijalna)

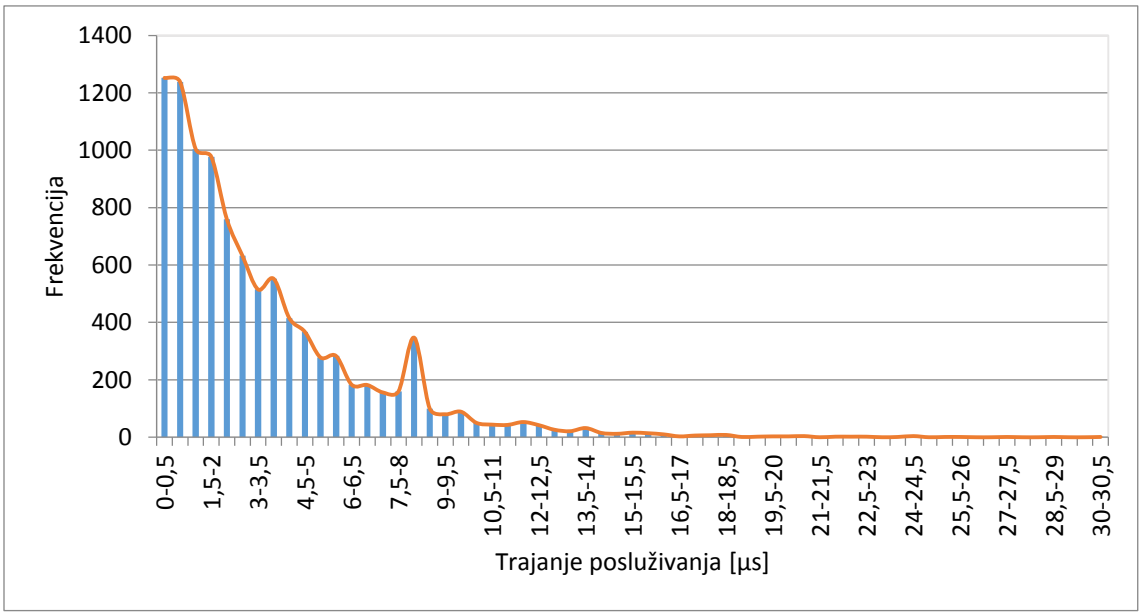
Iz grafa 7 može se primijeti kako je funkcija gustoće vjerojatnosti duljine simuliranih paketa približna eksponencijalnoj razdiobi. U prvom razredu od 0 do 200 Byte nalazi se najviše paketa, 3772 točnije. 6303 paketa manje je od prosječne vrijednosti. Razred od 1000 do 1200 stvorio je mali brijeg u funkciji gustoće vjerojatnosti, te broj paketa u tom razredu iznosi 554 što je 24 paketa više nego u prethodnom razredu od 800 do 1000 Byte. Ta činjenica ne igra preveliku ulogu za ostale izračune u modelu te se može uzeti u obzir da je željena razdioba postignuta.



Graf 8 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (eksponencijalna)

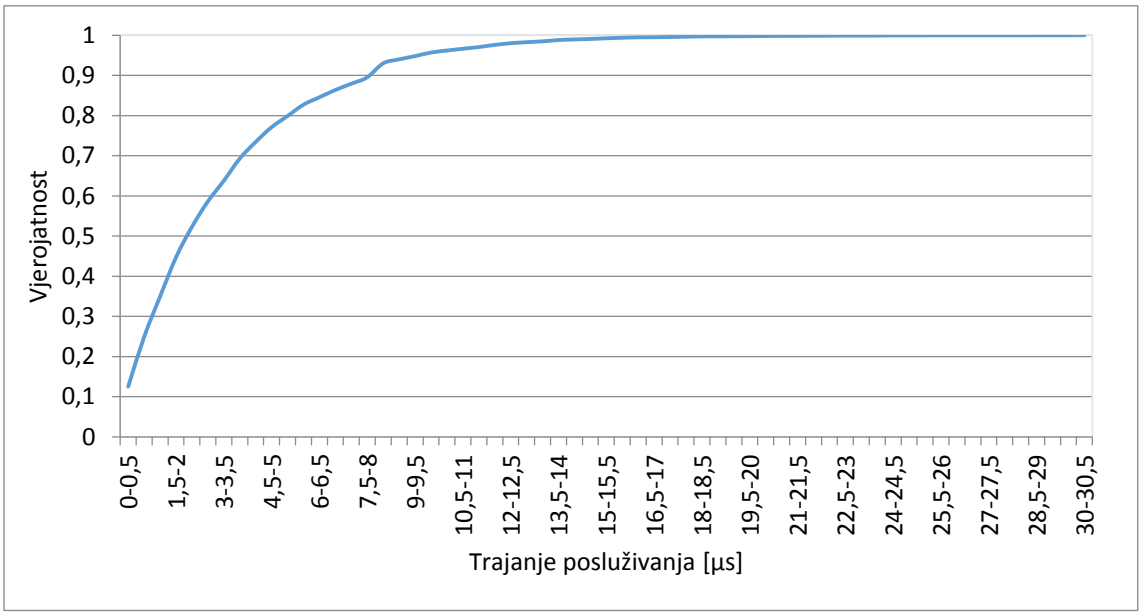
Iz grafa 8 se može vidjeti da 37,72% paketa spada u razred od 0 do 200 Byte. 98,17% paketa nije veće od 1600 Byte.

Prosječna vrijednost vremena trajanja posluživanja iznosi 3,3907 μs, najkraće posluživan paket posluživan je 0,16 μs, a najdulje posluživani paket posluživan je 30,4 μs. Na grafu 9 prikazana funkcija gustoće vremena trajanja posluživanja u razredima od 0,5 μs. U razredu od 0 do 0,5 μs nalazi se 1252 paketa, u razredu od 0,5 do 1 μs nalazi se 1238 paketa. Posljednji paket, s najdužim trajanjem posluživanja nalazi se u razredu od 30 do 30,5 μs. Ti podaci su karakteristični za eksponencijalnu razdiobu, jer ona ima težak rep. Anomalija je brijeg (lokalni maksimum) kojeg predstavlja razred od 8 do 8,5 μs, i u njemu nalazi se 347 paketa.



Graf 9 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (eksponencijalna)

Na grafu 10 prikazana je funkcija razdiobe trajanja posluživanja za eksponencijalnu razdiobu. 99,84% paketa ne poslužuje se dulje od 21 μs, 63,03% paketa ne poslužuje se dulje od prosječne vrijednosti trajanja posluživanja.

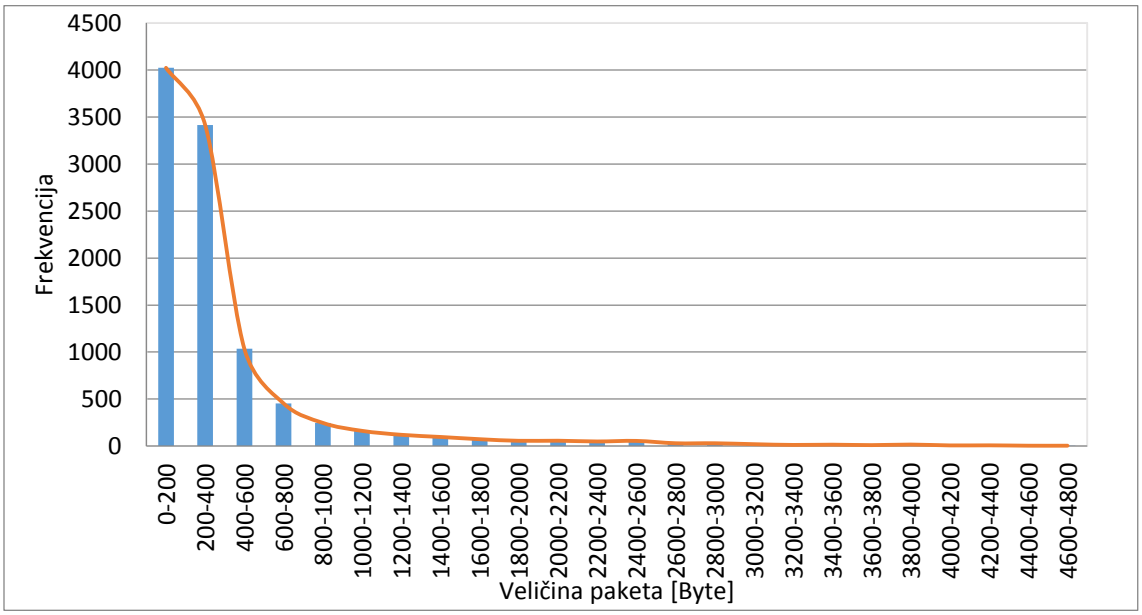


Graf 10 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (eksponencijalna)

Dobiveni podaci imaju razdiobu trajanja posluživanja koja se može opisati eksponencijalnom razdiobom.

4.3.3 Trajanje posluživanja za Pareto razdiobu

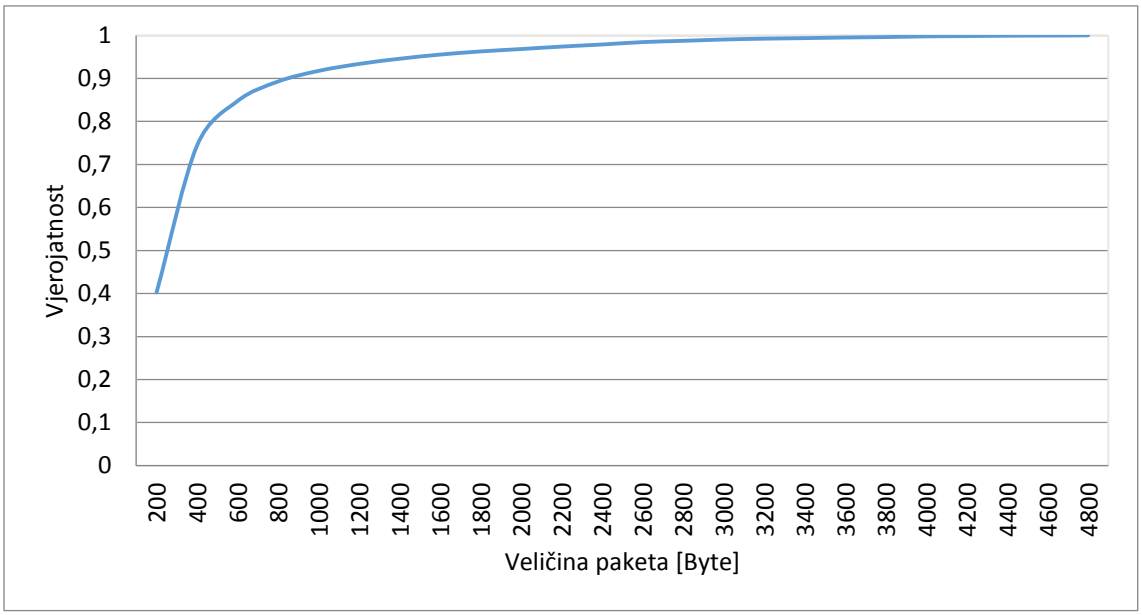
Pareto razdioba simulirana je s parametrom oblika $a = 1{,}2$ i parametrom skaliranja $b = 1$. Prosječna duljina paketa iznosi 422,6222 Byte ili 3380,9776 bita, najmanji paket ima duljinu od 131 Byte, a najveći 4771 Byte. Opterećenje iznosi 0,6907 Erlanga. Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa prikazana je na grafu 11.



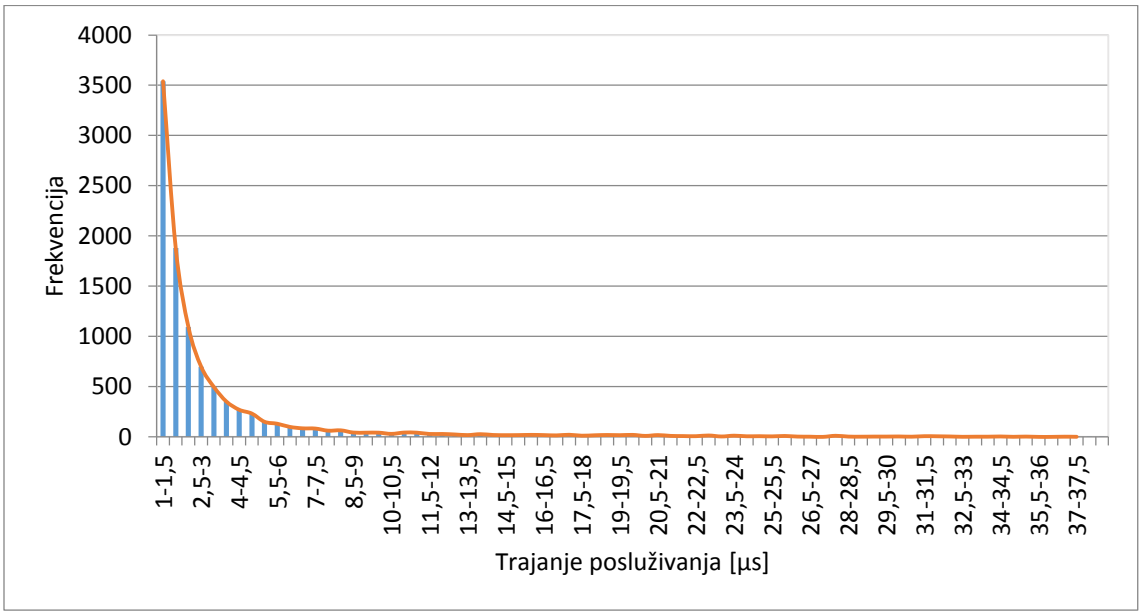
Graf 11 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (Pareto)

U razredu od 0 do 200 Byte nalazi se 4024 paketa, u razredu od 200 do 400 Byte nalazi se 3416 paketa, u razredu od 400 do 600 Byte nalazi se 1034 paketa. Najveći paketi nalaze se u razredu od 4600 do 4800 Byte te ih ima 4. Na grafu 12 prikazana je funkcija razdiobe duljine paketa za taj skup. Čak 40,24% paketa nalazi se u razredu od 0 do 200 Byte, 74,4% paketa nije dulje od 400 Byte, a 99,36% nije veće od prosječne vrijednosti.

Prosječna vrijednost trajanja posluživanja iznosi 3,3810 μs, najkraće vrijeme posluživanja iznosi 1,048 μs, najdulje vrijeme posluživanja iznosi 38,168 μs. Na grafu 13 prikazana je funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja u razredima od 0,5 μs. Niti jedan paket nije posluživan u rasponu od 0 do 1 μs. U razredu od 1 do 1,5 μs nalazi se 3540 paketa, u razredu od 1,5 do 2 μs nalazi se 1880 paketa.

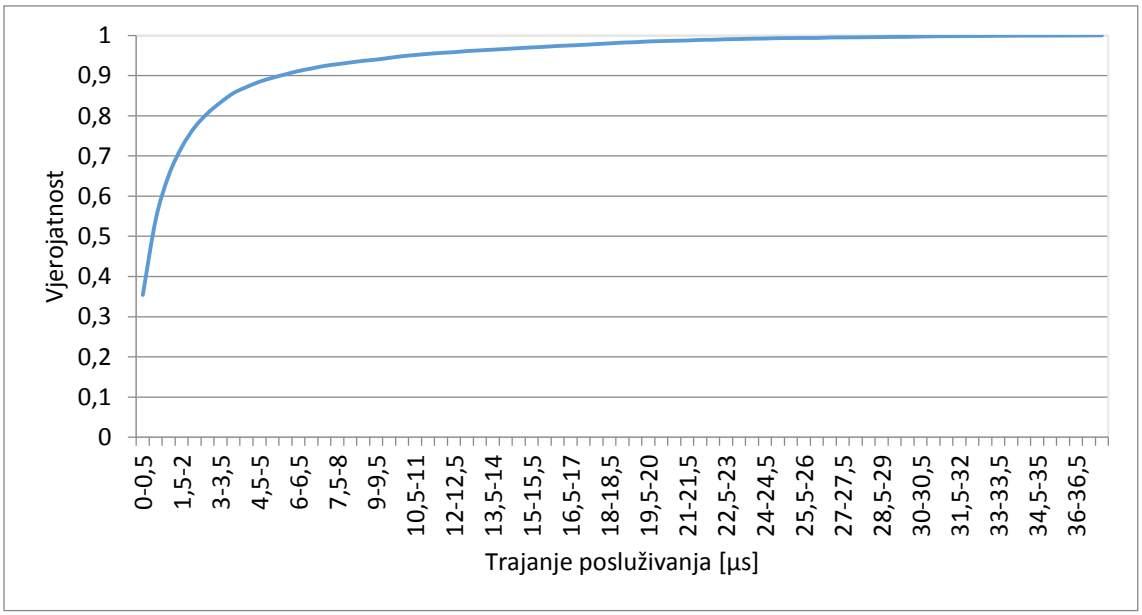


Graf 12 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (Pareto)



Graf 13 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (Pareto)

Na grafu 14 prikazana je funkcija razdiobe trajanja posluživanja, iz koje se može primijetiti da 35,4% paketa nije posluživano dulje od 1,5 μs a kraće od 1 μs. 54,2% paketa posluživano je u rasponu od 1 do 2 μs. 93,97% paketa nije posluživano dulje od 10,5 μs. 76,11% paketa nije posluživano dulje od prosječne vrijednost trajanja posluživanja.



Graf 14 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (Pareto)

4.3.4 Trajanje posluživanja za konstantnu razdiobu

Za determinističku ili konstantnu razdiobu odabrana je prosječna duljina paketa između vrijednosti prethodnih razdioba. Ta vrijednost je 422 Byte ili 3376 bita uz prometno opterećenje od 0,6897 Erlanga. Prosječno vrijeme posluživanja iznosi 3,376 μs. Zbog svojstva konstantnosti za ovu razdiobu nije nužno prikazivati grafove kao za prethodne razdiobe.

5 ANALIZA MJERA IZVEDBE OVISNO O DISTRIBUCIJI RAZDIOBE VREMENA POSLUŽIVANJA

Za svaki paket $M/G/1$ sustava izračunato je vrijeme čekanja i vrijeme boravka u sustavu. Prema eksponencijalnoj razdiobu paketi ulaze u čvor te se poslužuju prema nekoj općoj razdiobi. U slučaju da nije isteklo vrijeme posluživanja prethodnih paketa, paket koji se našao pred čvorom čeka neko vrijeme kako bi započeo s posluživanjem.

Vrijeme čekanja izračunato je kao razlika vremena izlaska iz čvora, vremena posluživanja i vremena dolaska tog paketa. Izračunate su i prosječne vrijednosti vremena čekanja te boravka u sustavu za svaku od navedenih razdioba te ostale mjere performansi čvora.

5.1 Analiza mjera za normalnu distribuciju vremena posluživanja

Karakteristike normalne distribucije vremena posluživanja prikazane su u tablici 1. Vrijednosti su izračunate u μs. Vidljivo je da je koeficijent varijacije V_{τ_s} relativno mali u odnosu na dugorepe distribucije i iznosi približno $0{,}25$.

Tablica 1 Karakteristike normalne distribucije vremena posluživanja

maks	*min*	T_s	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_{τ_s}	*kurt*	*skew*	V_{τ_s}
6,472	0,168	3,364072	3,36	3,448	0,713581	0,845329	0,052284	0,02754	0,251281

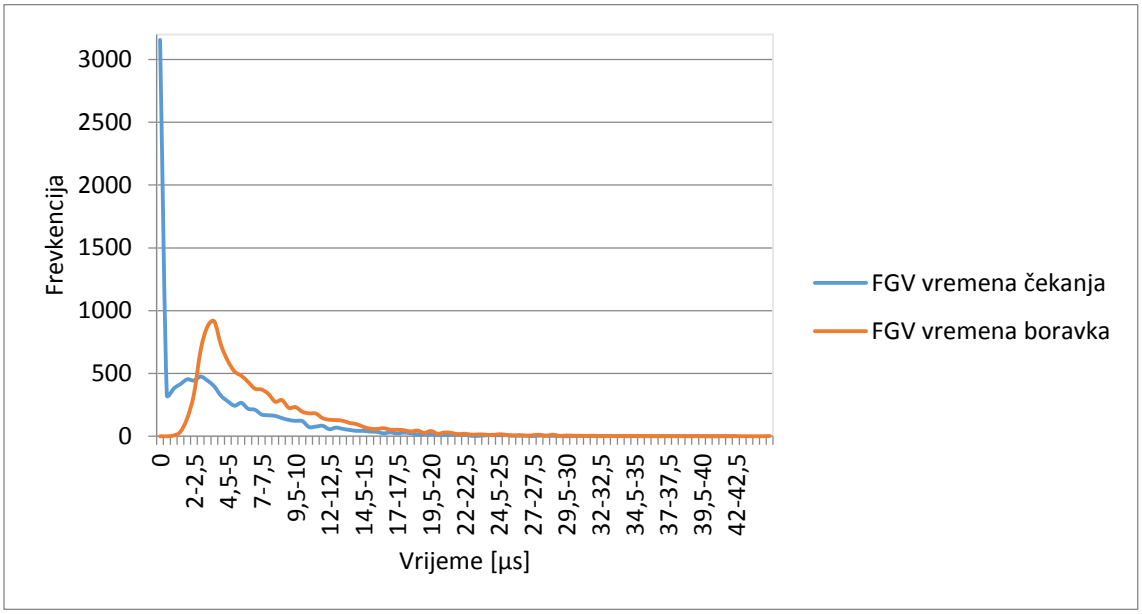
Karakteristike razdiobe vremena čekanja i razdiobe boravka u sustavu prikazane su u tablici 2. Zbroj čekanja svih paketa iznosi 38899,7 μs ili 0,0389 s. Zbroj vremena boravka svih paketa iznosi 72540,42 μs ili 0,0725 s.

Tablica 2 Karakteristike normalne distribucije vremena čekanja i boravka

	maks	*min*	T	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_τ	*kurt*	*skew*
čekanje	42,268	0	3,88997	2,32	0	24,68508	4,968409	5,642089	2,032516
boravak	44,768	0,504	7,254042	5,66	3,448	25,53648	5,053363	5,41825	1,957954

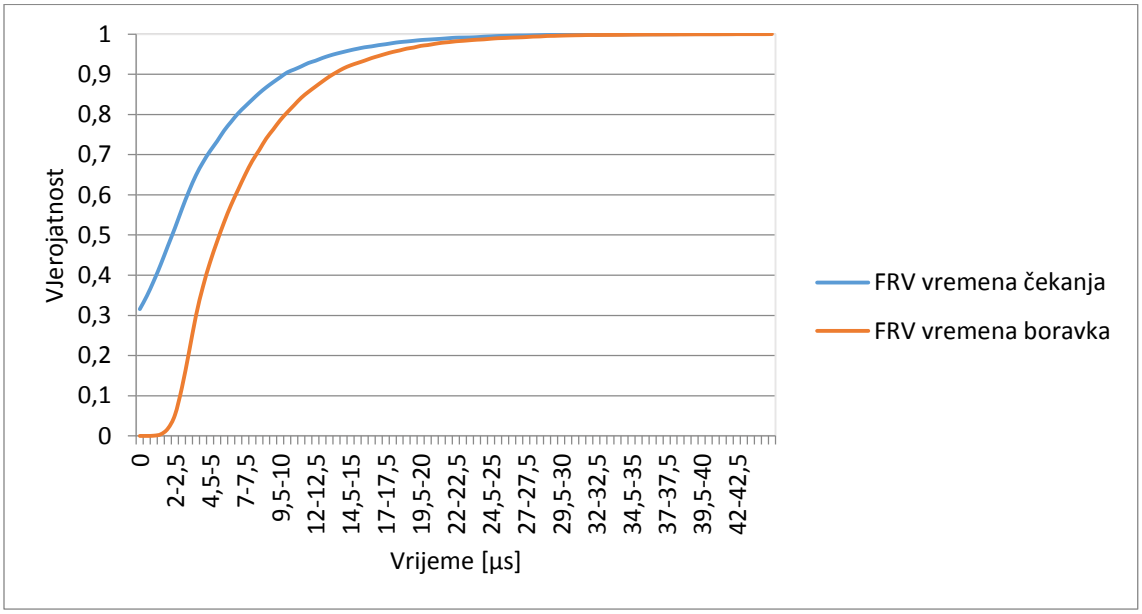
Na grafu 15 prikazane su funkcije gustoće vjerojatnosti (FGV) vremena čekanja i boravka u sustavu za normalnu razdiobu. 3156 paket u trenu dolaska odmah je poslužen. 326 paketa čeka više od nula μs a manje od 0,5 μs. Paket koji najduže čeka, čeka 42,268 μs na posluživanje. 6407 paketa ne čeka duže od prosječne vrijednosti.

Najkraće vrijeme boravka u sustavu iznosi 0,504 μs, a najduže 44,768 μs. Najveći broj paketa spada u razred od 3,5 do 4 μs i ima ih 914. 6310 paketa ne boravi duže od prosječne vrijednosti.



Graf 15 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (normalna)

Na grafu 16 prikazane su funkcije razdiobe vjerojatnosti (FRV) vremena čekanja i boravka za normalnu razdiobu. Vidljivo je da 31,56% paketa ne čeka na posluživanje. 51,74% paketa ne čeka duže od 2,5 μs a 90,47% paketa ne čeka duže od 10,5 μs na posluživanje.



Graf 16 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (normalna)

Samo 6 paketa ne boravi duže od 1 μs, 53,18% paketa ne boravi duže od 6 μs, a 90,49% ne boravi duže 14 μs. Prosječan broj paketa u repu iznosi 0,8030 a prosječan broj paketa u sustavu 1,4902.

5.2 Analiza mjera za eksponencijalnu distribuciju vremena posluživanja

Karakteristike eksponencijalne distribucije vremena posluživanja prikazane su u tablici 3. Vrijednosti su izračunate u μs. Vidljivo je da je koeficijent varijacije mnogo veći u odnosu na normalnu distribuciju i iznosi približno 0,96. Iako imaju približno jednaku prosječnu vrijednost, može se primijetiti kako su ostale karakteristike različite.

Tablica 3 Karakteristike eksponencijalne distribucije vremena posluživanja

maks	*min*	T_s	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_{τ_s}	*kurt*	*skew*	V_{τ_s}
30,4	0,16	3,390675	2,4	0,24	10,61779	3,258496	5,276069	1,872441	0,961017

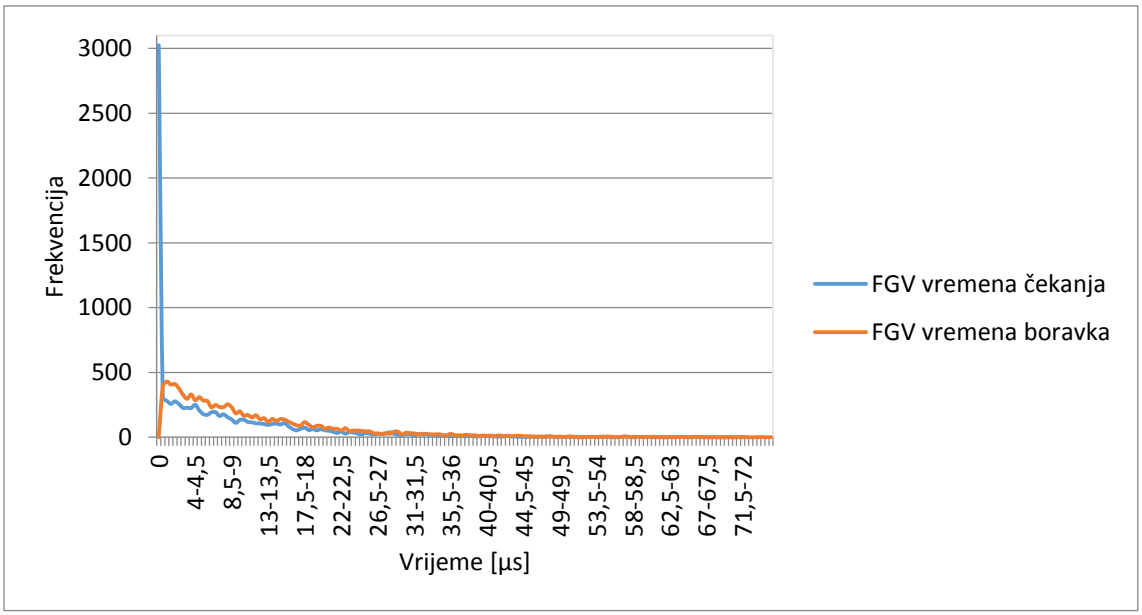
Karakteristike razdiobe vremena čekanja i razdiobe boravka u sustavu prikazane su u tablici 4. Zbroj čekanja svih paketa iznosi 75867,384 μs ili 0,0759 s. Zbroj vremena boravka svih paketa iznosi 109774,136 μs ili 0,1098 s. Varijanca čekanja i boravka je mnogo veća od normalne razdiobe kao i čekanje i boravak svih paketa.

Tablica 4 Karakteristike eksponencijalne distribucije vremena čekanja i boravka

	maks	*min*	T	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_τ	*kurt*	*skew*
čekanje	72,12	0	7,586738	3,8	0	101,11	10,05535	4,848604	1,99085
boravak	75,48	0,16	10,97741	7,84	0,24	111,7546	10,5714	3,965233	1,761591

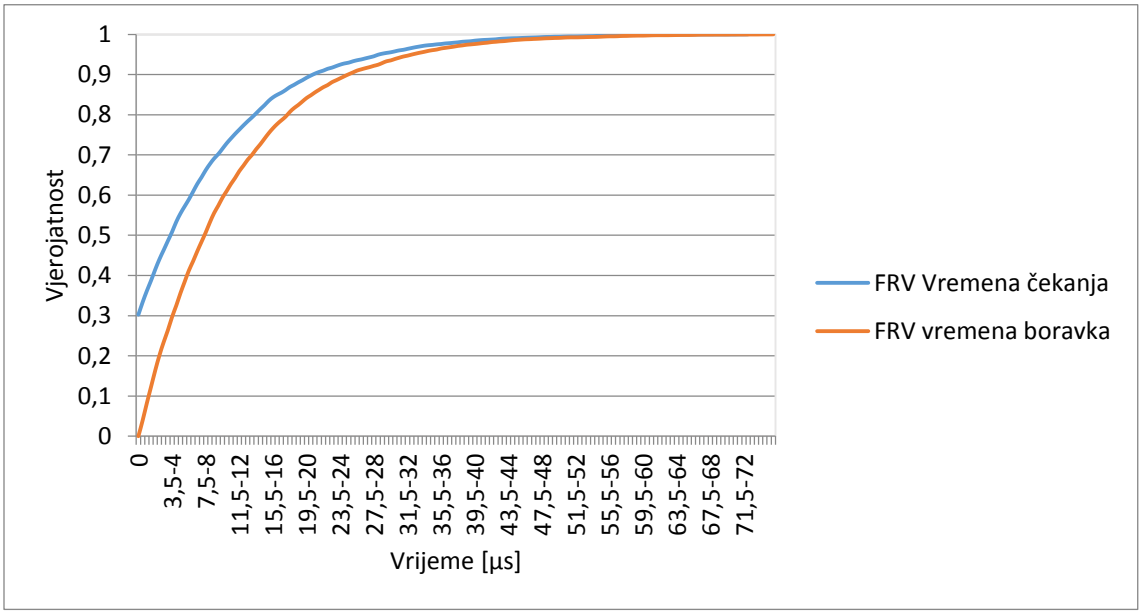
Na grafu 17 su prikazane funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka u sustavu za eksponencijalnu razdiobu. 3025 paket u trenu dolaska odmah je poslužen. 308 paketa čeka više od nula μs a manje od 0,5 μs. Paket koji najduže čeka, čeka 72,12 μs na posluživanje. 6470 paketa ne čeka duže od prosječne vrijednosti.

Najkraće vrijeme boravka u sustavu iznosi 0,16 μs, a najduže 75,48 μs. Najveći broj paketa spada u razred od 0,5 do 1 μs i ima ih 430. 6268 paketa ne boravi duže od prosječne vrijednosti.



Graf 17 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (eksponencijalna)

Na grafu 18 prikazane su funkcije razdioba vjerojatnosti vremena čekanja i boravka za eksponencijalnu razdiobu. Vidljivo je da 30,25% paketa ne čeka na posluživanje. 44,04% paketa ne čeka duže od 2,5 μs, 74,08% paketa ne čeka duže od 10,5 μs te 90,66% ne čeka duže 21,5 μs na posluživanje.



Graf 18 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (eksponencijalna)

8,2% paketa ne boravi duže od 1 μs, 41,23% paketa ne boravi duže od 6 μs, 72,66% ne boravi duže 14 μs, te 90,25% paketa ne boravi duže od 25,5 μs. Prosječan broj paketa u repu iznosi 1,5020 a prosječan broj paketa u sustavu 2,1947.

5.3 Analiza mjera za Pareto distribuciju vremena posluživanja

Karakteristike Pareto distribucije vremena posluživanja prikazane su u tablici 5. Vrijednosti su izračunate u μs. Vidljivo je da je koeficijent varijacije mnogo veći u odnosu na normalnu distribuciju i veći od koeficijenta varijacije eksponencijalne distribucije te iznosi približno 1,28. Iako sve tri distribucije imaju približno jednaku prosječnu vrijednost, može se primijetiti kako su ostale karakteristike različite.

Tablica 5 Karakteristike Pareto distribucije vremena posluživanja

maks	*min*	T_s	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_{τ_s}	*kurt*	*skew*	V_{τ_s}
38,168	1,048	3,380978	1,872	1,072	18,7298	4,327794	16,8301	3,764827	1,280042

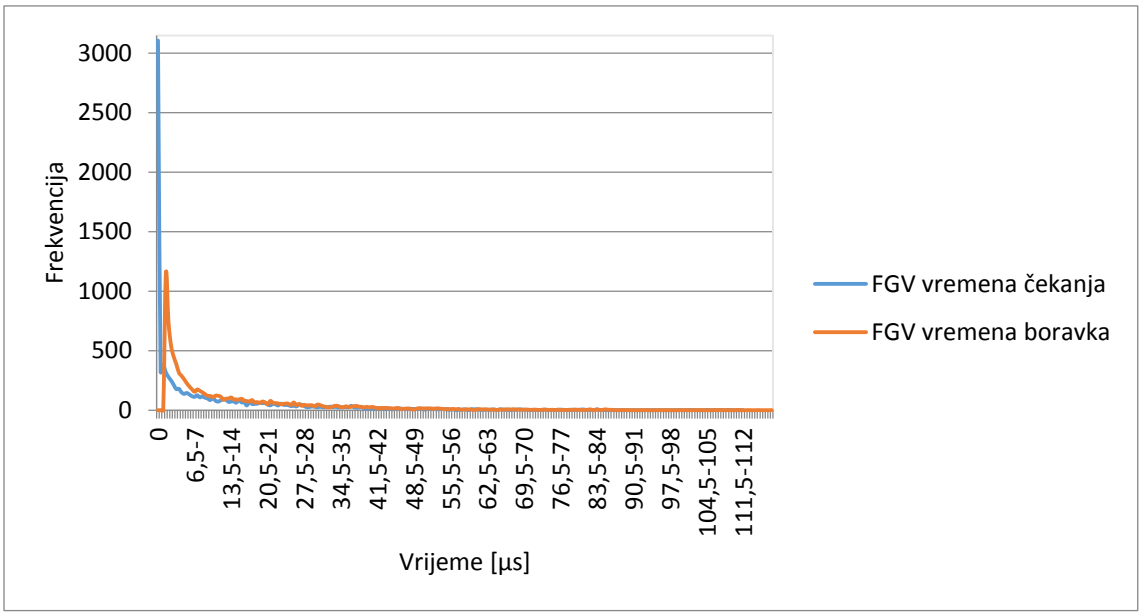
Karakteristike razdiobe vremena čekanja i razdiobe boravka u sustavu prikazane su u tablici 6. Zbroj čekanja svih paketa iznosi 105629,556 μs ili 0,1057 s. Zbroj vremena boravka svih paketa iznosi 139439,332 μs ili 0,1394 s. Varijanca čekanja i boravka je mnogo veća od normalne i eksponencijalne razdiobe kao i čekanje i boravak svih paketa.

Tablica 6 Karakteristike Pareto distribucije vremena čekanja i boravka

	maks	*min*	T	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_τ	*kurt*	*skew*
čekanje	111,688	0	10,56296	3,342	0	246,0126	15,68479	5,777911	2,20936
boravak	117,388	1,048	13,94393	7,33	1,072	267,6777	16,36086	5,04116	2,056993

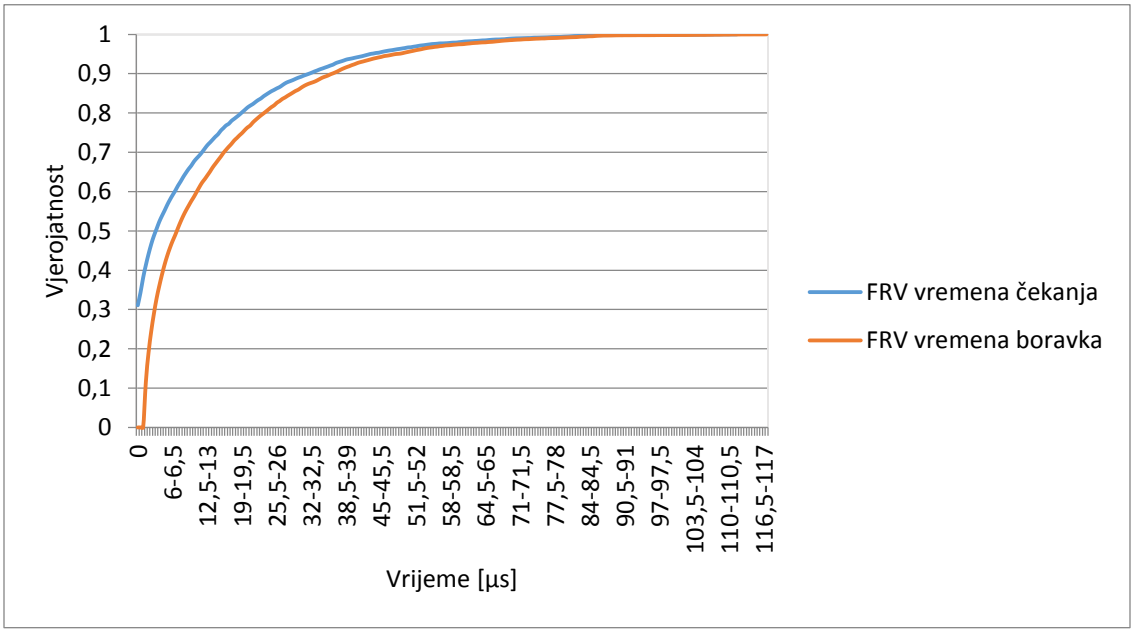
Na grafu 19 prikazane su funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka u sustavu za Pareto razdiobu. 3107 paket u trenu dolaska odmah je poslužen. 322 paketa čeka više od nula μs a manje od 0,5 μs. Paket koji najduže čeka, čeka 111,688 μs na posluživanje. 6470 paketa ne čeka duže od prosječne vrijednosti.

Najkraće vrijeme boravka u sustavu iznosi 1,048 μs, što je mnogo veće usporedi li se sa prethodnim razdiobama. Najduže vrijeme boravka 117,388 μs. Najveći broj paketa spada u razred od 1 do 1,5 μs i ima ih 1148. 6609 paketa ne boravi duže od prosječne vrijednosti.



Graf 19 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (Pareto)

Na grafu 19 prikazane su funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka za Pareto razdiobu. Vidljivo je da 31,07% paketa ne čeka na posluživanje. 46,57% paketa ne čeka duže od 2,5 μs, 67,66% paketa ne čeka duže od 10,5 μs, 82,27% ne čeka duže 21,5 μs, te 90,25% ne čeka duže od 32,5 μs na posluživanje.



Graf 20 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (Pareto)

11,48% paketa ne boravi duže od 1,5 μs, 45,66% paketa ne boravi duže od 6 μs, 66,17% ne boravi duže 14 μs, 81,96% paketa ne boravi duže od 25,5 μs, te 90,09%

paketa ne boravi duže od 36,5 μs. Prosječan broj paketa u repu iznosi 2,0353 a prosječan broj paketa u sustavu 2,7261. Može se primijetiti da su prosječan broj paketa u repu i prosječan broj paketa u sustavu veći od prethodnih razdioba.

5.4 Mjere analize za konstantnu distribuciju vremena posluživanja

Karakteristike konstantne distribucije vremena posluživanja prikazane su u tablici 7. Vrijednosti su izračunate u μs. Koeficijent varijacije jednak je nuli jer je standardna devijacija (i varijanca) jednaka nuli.

Tablica 7 Karakteristike konstantne distribucije vremena posluživanja

maks	*min*	T_s	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_{τ_s}	*kurt*	*skew*	V_{τ_s}
3,376	3,376	3,376	3,376	3,376	0	0	0	0	0

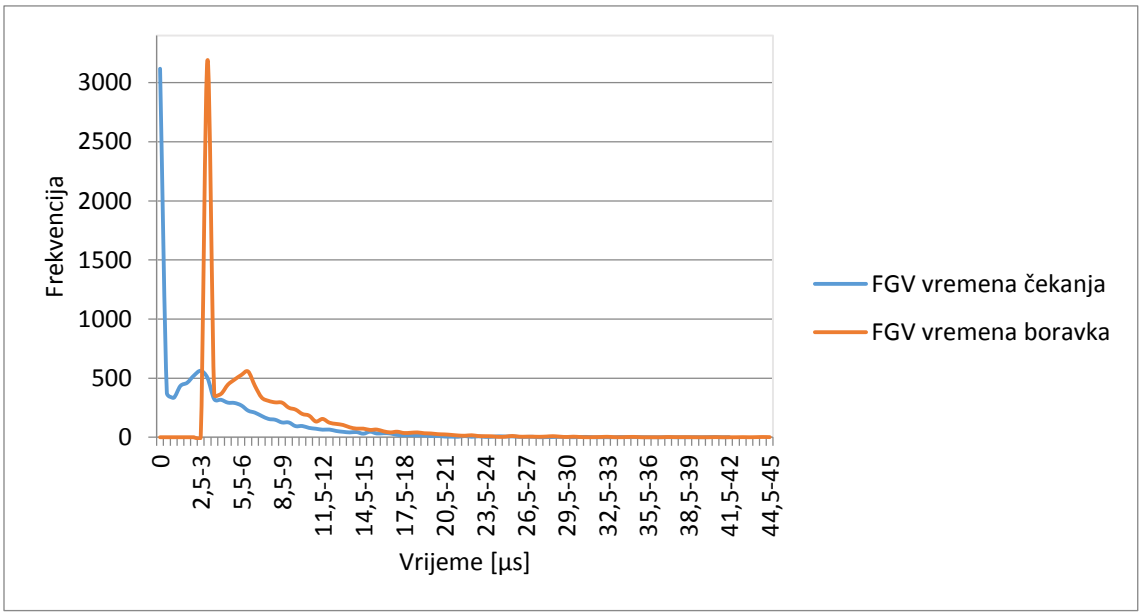
Karakteristike razdiobe vremena čekanja i razdiobe boravka u sustavu prikazane su u tablici 8. Zbroj čekanja svih paketa iznosi 36784,112 μs ili 0,0368 s. Zbroj vremena boravka svih paketa iznosi 70544,112 μs ili 0,0705 s. Ova razdioba ima svojstvo najkraćeg čekanja i najkraćeg boravka, te najmanju varijancu ako se usporedi s prethodnima.

Tablica 8 Karakteristike konstantne distribucije vremena čekanja i boravka

	max	*min*	T	*medijan*	*mod*	*Var*	σ_τ	*kurt*	*skew*
čekanje	41,616	0	3,678411	2,276	0	22,01146	4,69163753	6,792884	2,146989
boravak	44,992	3,376	7,054411	5,652	3,376	22,01146	4,69163753	6,792884	2,146989

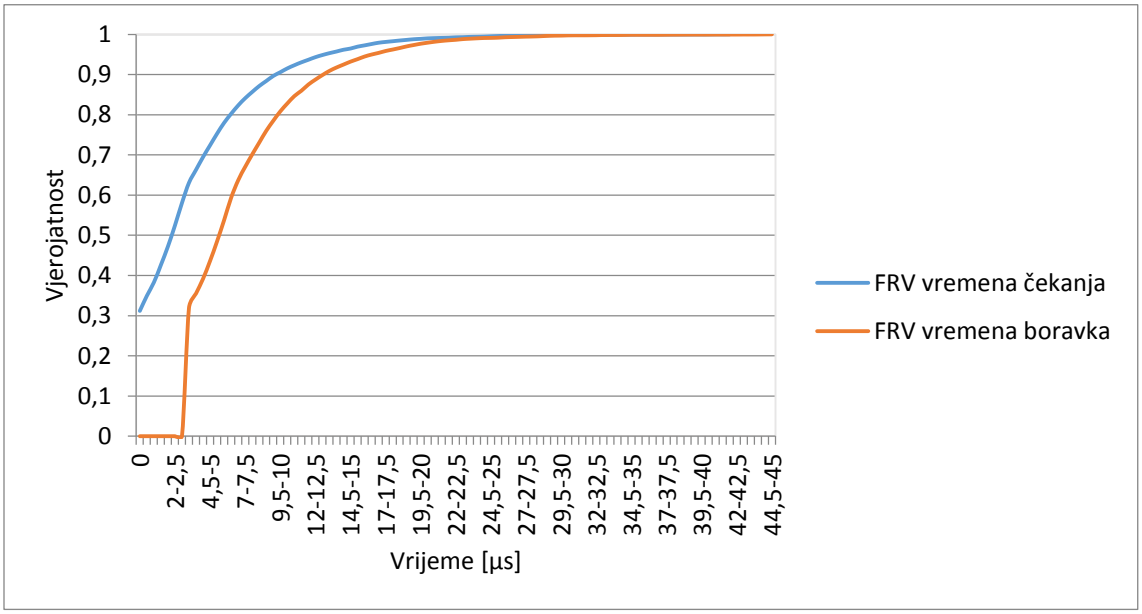
Na grafu 21 su prikazane funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka u sustavu za konstantnu razdiobu. 3118 paket u trenu dolaska odmah je poslužen. 375 paketa čeka više od nula μs a manje od 0,5 μs. Paket koji najduže čeka, čeka 41,616 μs na posluživanje. 6413 paketa ne čeka duže od prosječne vrijednosti.

Najkraće vrijeme boravka u sustavu iznosi 3,376 μs, što je mnogo veće usporedi li se s prethodnim razdiobama, jer je razdioba konstantna. Najduže vrijeme boravka 44,992 μs. Najveći broj paketa spada u razred od 3 do 3,5 μs i ima ih 3191. 6413 paketa ne boravi duže od prosječne vrijednosti.



Graf 21 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (konstantna)

Na grafu 22 prikazane su funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka za konstantnu razdiobu. Vidljivo je da 31,18% paketa ne čeka na posluživanje. 52,43% paketa ne čeka duže od 2,5 μs, 91,53% paketa ne čeka duže od 10,5 μs, 99,12 % ne čeka duže 21,5 μs, te 99,89% ne čeka duže od 32,5 μs na posluživanje.



Graf 22 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (konstantna)

35,5% paketa ne boravi duže od 4 μs, 53,76% paketa ne boravi duže od 6 μs, 91,75% ne boravi duže 14 μs. Prosječan broj paketa u repu iznosi 0,7666 a prosječan

broj paketa u sustav iznosi 1,4563. Može se primijetiti da su prosječan broj paketa u repu i prosječan broj paketa u sustavu po vrijednosti bliži normalnoj razdiobu nego Pareto ili eksponencijalnoj.

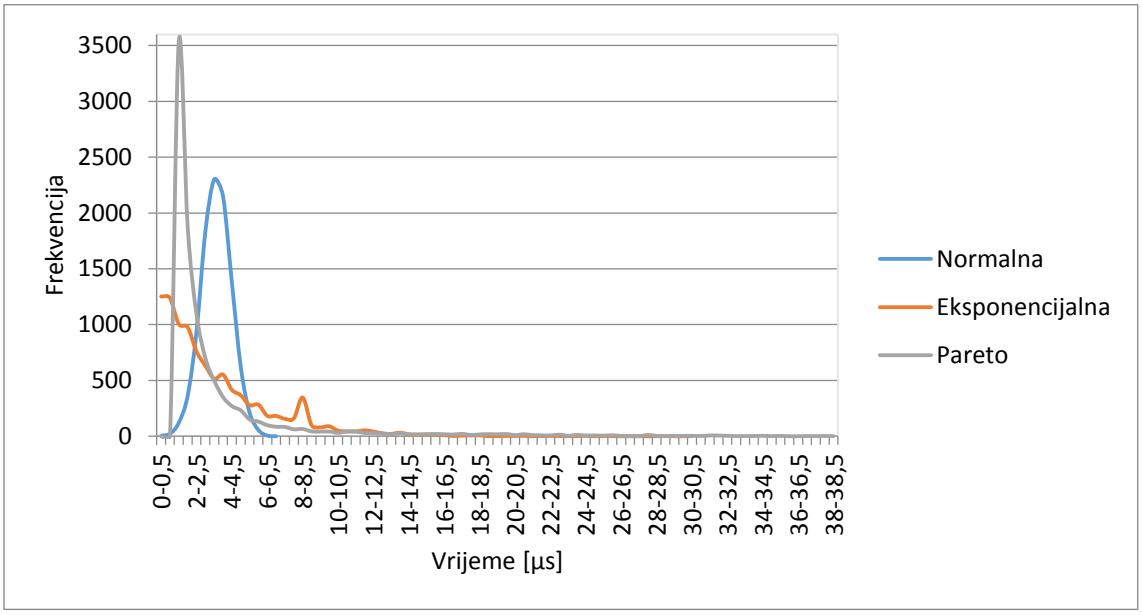
Promotri li se čekanje na posluživanje i boravak u sustavu vidljivo je kako su krivulje boravka pomaknute u desno zbog trajanja posluživanja. Iako je ukupno trajanje posluživanja (i prosječno) najveće za eksponencijalnu distribuciju trajanja posluživanja, ukupni boravak i ukupno čekanje najveći su za Pareto distribuciju trajanja posluživanja.

Važnija mjera od same prosječne vrijednosti posluživanja pokazao se koeficijent varijacije posluživanja, što je u skladu s teorijskim i empirijskim rezultatima [9]. Koeficijent varijacije posluživanja za eksponencijalnu distribuciju u ovom slučaju nije 1 ali je približno jednak 1. Distribucije trajanja posluživanja s većim iznosom V_{τ_s} karakterizira veća varijabilnost, a samim time dulje čekanje na posluživanje i boravak paketa u sustavu. Prosječna vrijednost trajanja posluživanja za konstantu distribuciju nije najmanja ali ima najmanji V_{τ_s}.

Prosječan broj paketa u repu i prosječan broj paketa u sustavu najveći su za Pareto, a najmanji za konstantnu distribuciju trajanja posluživanja, što je bilo očekivano.

6 USPOREDBA DOBIVENIH REZULTATA

Dobiveni podaci u skladu su sa empirijskim i teorijskim rezultatima [5], [9]. Kako bi se usporedili dobiveni podaci u ovom poglavlju uspoređene su funkcije gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja, čekanja na posluživanje i boravka za sve simulirane razdiobe. Radi dodatne usporedbe performansi čvora za svaku razdiobu prikazane su prosječne vrijednosti T_s, T_w, T_q, L_w i L_q, faktor varijacije V_{τ_s} i prometno opterećenje ρ (graf 26). Usporedba razdioba trajanja posluživanja prikazana je na grafu 23.

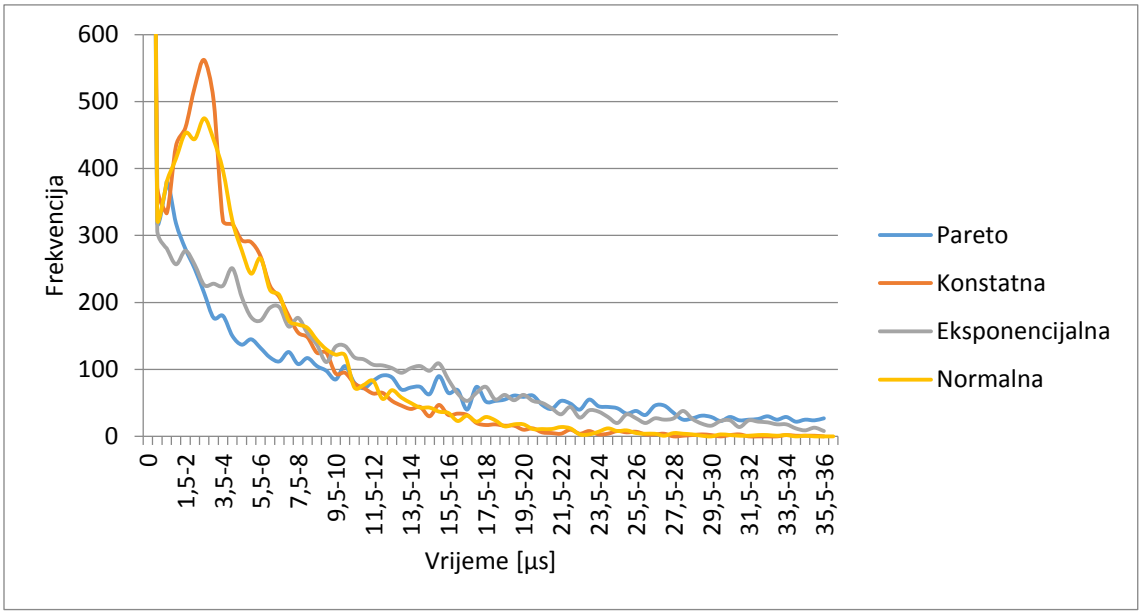


Graf 23 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja

Za Pareto distribuciju najkraće posluživanje je 1,048 μs i prostire se sve do najveće vrijednosti 38,168 μs. Za eksponencijalnu distribuciju najkraće posluživanje je 0,16 μs i prostire se sve do najveće vrijednosti 30,4 μs. Za normalnu distribuciju najkraće posluživanje je 0,168 μs a najveće 6,472 μs. Konstantna distribucija ima konstantno vrijeme posluživanja od 3,376 μs, i nije prikazana na grafu.

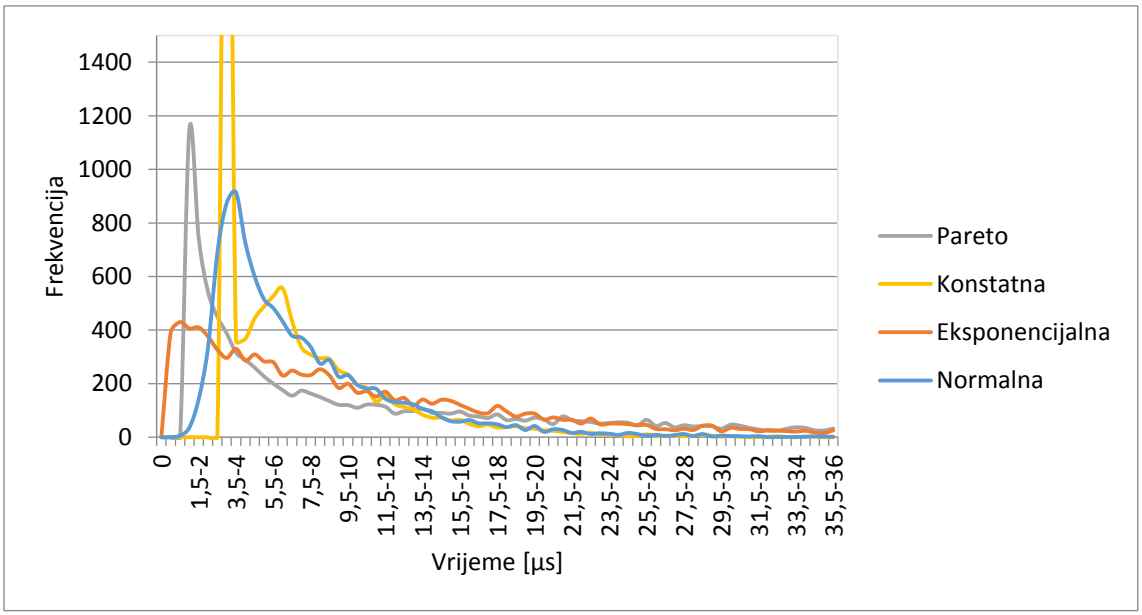
Vremena čekanja za sve distribucije trajanja posluživanja započinju sa nekom maksimalnom frekvencijom u koju spada približno 30% svih paketa. Frekvencije zatim opadaju. Za Pareto i eksponencijalnu opadaju naglo do intervala od 9 do 11 μs te se protežu do relativno velikih maksimalnih vrijednosti. Gustoća čekanja za konstantnu distribuciju ima lokalni maksimum u intervalu od 2,5 do 3 μs u kojeg spada 562 paketa.

Gustoća čekanja za normalnu distribuciju ima lokalni maksimum u istom intervalu u kojeg spada 475 paketa. Nakon tog intervala gustoća čekanja za normalnu i konstantnu distribuciju trajanja približno jednako opadaju, i puno brže od eksponencijalne i Pareto. Na grafu se mogu vidjeti razlike između distribucija u tom intervalu. Maksimalna frekvencija od približno 3000 paketa je izrezana zbog boljeg prikaza.



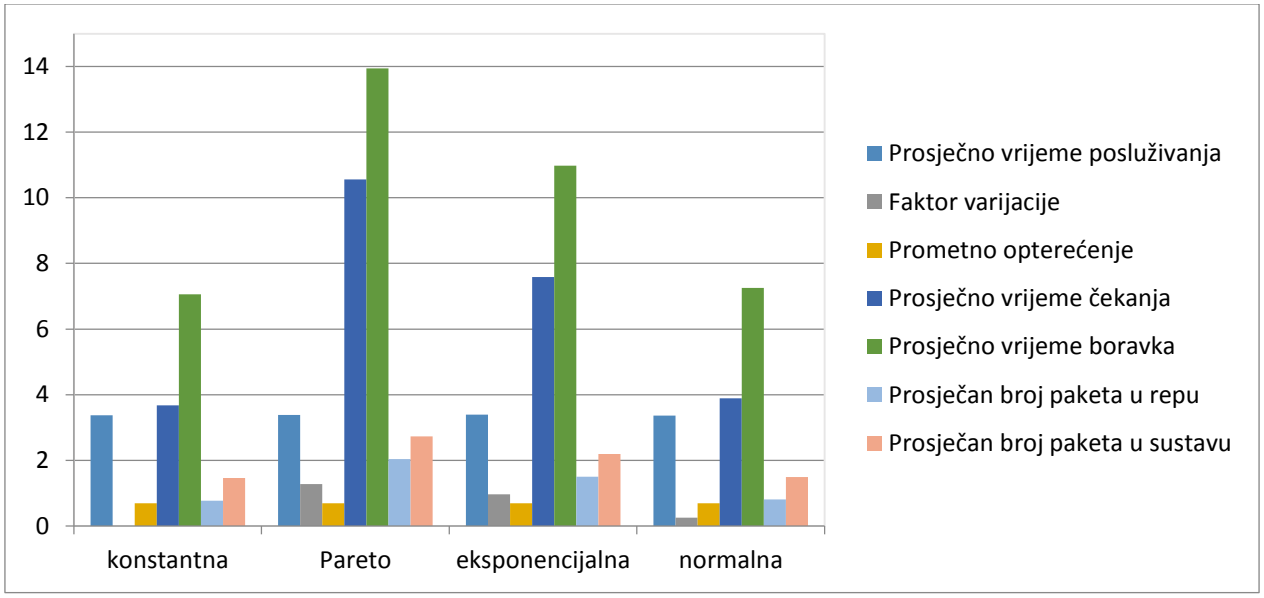
Graf 24 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti vremena čekanja

Boravak za sve distribucije veći je od jedan stoga prvih par razreda iznosi nula. Najkraći boravak imaju eksponencijalna i Pareto, jer preostale dvije se nižu od srednje vrijednosti posluživanja. Za eksponencijalnu distribuciju najveća frekvencija iznosi 430 paketa u razredu od 0,5 do 1 μs. Za Pareto distribuciju najveća frekvencija iznosi 1148 paketa u razredu od 1 do 1,5 μs. Za normalnu distribuciju najveća frekvencija iznosi 914 paketa u razredu od 3,5 do 4 μs. Za konstantnu distribuciju najveća frekvencija iznosi 3191 paketa u razredu od 3 do 3,5 μs, ta distribucija ima još jedan lokalni maksimum koji iznosi 556 paketa u razredu od 6 do 6,5 μs, što se može vidjeti na grafu 25.



Graf 25 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti vremena boravka

Na grafu 26 dan je prikaz glavnih ulaznih i izlaznih mjerila performansi. Važno je napomenuti kako gubitak paketa u ovoj simulaciji iznosi nula, jer je pretpostavka da je rep dovoljno dugačak da spremi sve pakete. U približno jednaka vremena posluživanja i prometno opterećenje pokazalo se kako koeficijent varijacije igra vrlo bitnu ulogu na prosječno vrijeme čekanja i prosječno vrijeme boravka paketa u sustavu. Porastom koeficijenta varijacije rastu i mjerila T_w, T_q, L_w i L_q.



Graf 26 Prikaz ulaznih i izlaznih veličine za sve simulirane distribucije

7 ZAKLJUČAK

U radu su opisani ne-poissonovskih podvorbeni sustavi te njihove karakteristike. Jedan od tih sustava je $M/G/1$ podvorbeni sustav pomoću kojeg je opisan internetski čvor. Simulacijom ulaznog toka pomoću eksponencijalne razdiobe dobiveni su trenutci dolazaka paketa. Može se primijetiti kako je dobivena razdioba približna eksponencijalnoj, čime je ostvaren prvi preduvjet upotrebe navedenog modela podvorbenog sustava.

Kao što je navedeno, za izučavanje performansi internetskog čvora simuliran je Poissonov ulazni tok. Potrebno je napomenuti da je dobiveno prometno opterećenje iznosilo približno 70%, uz kapacitet dolaznog *linka* od 1 Gb/s. Simulacija je provedena na 10000 paketa različitih duljina koji su pristigli u čvor u vremenskom periodu koji je iznosio 0,0489 sekundi.

Za razdiobu trajanja posluživanja simulirane su eksponencijalna, Pareto, normalna i konstantna razdioba. Kako bi bilo moguće provesti komparativnu analizu dobivenih rezultata, bilo je potrebno ostvariti približno jednaku prosječnu duljinu paketa kod svih navedenih razdioba. To je i ostvareno te je prosječna duljina paketa iznosila približno 422 Byta. Naravno, ovo je rezultiralo i približno jednakim prometnim opterećenjem, kao i prosječnim vremenom trajanja posluživanja za sve razdiobe (što je ranije napomenuto).

Dobiveni rezultati ukazuju na činjenicu da eksponencijalna razdioba trajanja posluživanja ima faktor varijacije posluživanja V_{τ_s} približno jednak 1. Budući da je prosječno vrijeme trajanja posluživanja bilo približno jednako za sve analizirane razdiobe, V_{τ_s} se pokazao kao važna mjera performansi. Njegova vrijednost pokazala se najvećom za Pareto razdiobu trajanja posluživanja, dok je najmanja bila za konstantnu (iznosi nula). V_{τ_s} za normalnu razdiobu vrijednošću je bliži V_{τ_s} konstantne nego V_{τ_s} Pareto razdiobe. V_{τ_s} za eksponencijalnu razdiobu vrijednošću je bliži V_{τ_s} Pareto razdiobe nego V_{τ_s} konstantne razdiobe.

Porastom V_{τ_s} raste vrijeme čekanja i boravka paketa u sustavu što je vidljivo i iz Pollaczek-Hinčinovih formula. Varijabilnost duljine paketa ima izravan utjecaj na trajanje posluživanja (46).

Usporedba rezultata ukazala je da približno 30% svih paketa za bilo koju promatranu razdiobu ne čeka. Ovo se može protumačiti kao rezultat relativno velikog kapaciteta odlaznog linka, gdje gotovo trećina paketa odmah biva poslužena.

Analiza prosječnog vremena čekanja i vremena boravka u sustavu pokazuje da su najmanja prosječna vremena zabilježena za konstantnu, zatim za normalnu, eksponencijalnu te, naposljetku, za Pareto razdiobu. Ovime se pokazuje važnost utjecaja pojedine razdiobe imajući u vidu da su ostali parametri bili približno jednaki za sve četiri razdiobe (broj analiziranih paketa, kapacitet odlaznog *linka,* prosječna duljina paketa te prosječno prometno opterećenje).

Literatura

[1] Adan, I., Resing, J.: *Queueing Systems*, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2015.

[2] Arzuaga, E., Kaeli, D. R.: *An M/G/1 Queue Model for Multiple Applications on Storage Area Networks*, Northeastern University Computer Architecture Research, 2008.

[3] Begović, M.: *Podvorbeni sustavi*, Fakultet Prometnih Znanosti, Zagreb, 2006.

[4] Bhat, U. N.: *Imbedded Markov Chain Models*, An Introduction to Queueing Theory. Birkhäuser, Boston, 2015., pp. 85-125

[5] Brandwajn, A., Begin, T.: *A Note on the Effects of Service Time Distribution in the M/G/1 Queue*, Computer Performance Evaluation and Benchmarking, 2009., pp. 138-144

[6] Chandrasekaran, B.: *Survey of Network Traffic Models*, Waschington University in St. Louis Cse, 2009.

[7] Degrande, N., De Vleeschauwer, D., Kooij, R. E., Mandjes, M. R. H.: *Modeling Ping Times in First Person Shooter Games*, In Proceedings of the 2006 ACM Conext Conference. ACM, 2006.

[8] Džimbeg, D.: *Analysis of Capacity Allocation Schemes in Multiservice Networks Andtheir Impact on Quality of Service* (diplomski rad), Fakultet prometnih znanosti, Sveučilište u Zagrebu, 2015.

[9] Hopp, W. J.: *Single Server Queueing Models*. In Building Intuition, Springer US, 2008., pp. 51-79.

[10] Robertson, A., Wittenmark, B., Kihl, M.: *Analysis and Design of Admission Control in Web-Server Systems*. In American Control Conference, 2003., pp. 254-259.

[11] Singh, L. K.; Srivastava, R.: *Memory Estimation Of Internet Server Using Queuing Theory: Comparative Study Between M/G/1, G/M/1 & G/G/1 Queuing Model*, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering, 2007.

[12] Stewart, C., Shen, K.: *Performance Modeling and System Management for Multi-Component Online Services*. In Proceedings of the 2nd Conference on Symposium

on Networked Systems Design & Implementation-Volume 2. Usenix Association, 2005., pp. 71-84.

[13] Zhou, X., Wei, J., Xu, C.-Z.: *Processing Rate Allocation for Proportional Slowdown Differentiation on Internet Servers*, In Parallel and Distributed Processing Symposium, 2004.

Web izvori:

[14] http://www.cisco.com/c/en/us/support/docs/voice/voice-quality/7934-bwidth-consume.html (1.9.2016)

[15] http://www.iis.sinica.edu.tw/~swc/pub/game_traffic_analysis.html (1.9.2016)

[16] http://www.math.uah.edu/stat/apps/specialsimulation.html (28.8.2016)

[17] http://www.math.uah.edu/stat/poisson/exponential.html (28.8.2016)

[18] http://www.math.uah.edu/stat/special/pareto.html (28.8.2016)

[19] https://www.caida.org/research/traffic-analysis/pkt_size_distribution/graphs.xml (1.9.2016)

Popis slika

Slika 1 Topološki prikaz internetskog čvora 7
Slika 2 Shematski prikaz internetskog čvora kao $M/G/1$ podvorbenog sustava 8
Slika 3 Dijagram vjerojatnosti prijelaza za M/G/1 diskretni uloženi Markovljev lanac 10

Popis grafikona

Graf 1 Funkcija gustoće vjerojatnosti međudolaznih vremena..... 19
Graf 2 Funkcija razdiobe vjerojatnosti međudolaznih vremena 19
Graf 3 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (normalna) 21
Graf 4 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (normalna) 21
Graf 5 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (normalna) 22
Graf 6 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (normalna)..... 23
Graf 7 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (eksponencijalna)..... 24
Graf 8 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (eksponencijalna) 25
Graf 9 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (eksponencijalna) 26
Graf 10 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (eksponencijalna) 26
Graf 11 Funkcija gustoće vjerojatnosti duljine paketa (Pareto)..... 27
Graf 12 Funkcija razdiobe vjerojatnosti duljine paketa (Pareto)..... 28
Graf 13 Funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja (Pareto) 28
Graf 14 Funkcija razdiobe vjerojatnosti trajanja posluživanja (Pareto) 29
Graf 15 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (normalna)..... 31
Graf 16 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (normalna)..... 31
Graf 17 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (eksponencijalna) .. 33
Graf 18 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (eksponencijalna). 33
Graf 19 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (Pareto) 35
Graf 20 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (Pareto) 35
Graf 21 Funkcije gustoće vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (konstantna) 37
Graf 22 Funkcije razdiobe vjerojatnosti vremena čekanja i boravka (konstantna) 37
Graf 23 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti trajanja posluživanja 39
Graf 24 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti vremena čekanja 40
Graf 25 Usporedba funkcija gustoće vjerojatnosti vremena boravka 41
Graf 26 Prikaz ulaznih i izlaznih veličine za sve simulirane distribucije 41

Popis tablica

Tablica 1 Karakteristike normalne distribucije vremena posluživanja 30
Tablica 2 Karakteristike normalne distribucije vremena čekanja i boravka 30
Tablica 3 Karakteristike eksponencijalne distribucije vremena posluživanja 32
Tablica 4 Karakteristike eksponencijalne distribucije vremena čekanja i boravka 32
Tablica 5 Karakteristike Pareto distribucije vremena posluživanja 34
Tablica 6 Karakteristike Pareto distribucije vremena čekanja i boravka 34
Tablica 7 Karakteristike konstantne distribucije vremena posluživanja 36
Tablica 8 Karakteristike konstantne distribucije vremena čekanja i boravka 36

Popis kratica

FCFS – First Come First Served

FGV – *Funkcija gustoće vjerojatnosti*

FRV – *Funkcija razdiobe vjerojatnosti*

IP – *Internet Protocol*

OSI – *Open Systems Interconnection model*

SAN – *Storage Area Network*

VoIP – *Voice over IP*

METAPODACI

Naslov rada: UTJECAJ VRSTE RAZDIOBE VREMENA POSLUŽIVANJA NA PERFORMANSE INTERNETSKOG ČVORA

Student: Dino Adlešić (0135217321)

Mentor: dr. sc. Marko Matulin

Naslov na drugom jeziku (engleski): IMPACT OF SERVICE TIME DISTRIBUTION ON THE PERFORMANCES OF INTERNET NODE

Povjerenstvo za obranu:

- **Izv. prof. dr. sc. Štefica Mrvelj** predsjednik
- **dr. sc. Marko Matulin** mentor
- **Doc. dr. sc. Ivan Grgurević** član
- **Izv. prof. dr. sc. Dragan Peraković** zamjena

Ustanova koja je dodijelila akademski stupanj: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu

Zavod: Informacijsko komunikacijski promet

Vrsta studija: diplomski

Studij: Promet

Datum obrane diplomskog rada: 27.09.2016.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
10000 Zagreb
Vukelićeva 4

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj diplomski rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu diplomskog rada pod naslovom **Utjecaj vrste razdiobe vremena posluživanja na performanse internetskog čvora** na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Student/ica:

U Zagrebu, 19.9.2016

Dino Alešić
(potpis)