

# Mogućnosti optimiranja distribucijske mreže proizvodnog poduzeća primjenom matematičkog modela

---

**Babić, Dario**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:173089>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-04**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences -  
Institutional Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**

Dario Babić

**MOGUĆNOSTI OPTIMIRANJA DISTRIBUCIJSKE MREŽE  
PROIZVODNOG PODUZEĆA PRIMJENOM  
MATEMATIČKOG MODELA**

**DIPLOMSKI RAD**

**Zagreb, 2016.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI**  
**POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKI ISPIT**

Zagreb, 15. rujna 2016.

Zavod: **Zavod za transportnu logistiku**  
Predmet: **Logistika i transportni modeli**

## **DIPLOMSKI ZADATAK br. 3697**

Pristupnik: **Dario Babić (0035182580)**  
Studij: **Inteligentni transportni sustav i logistika**  
Smjer: **Logistika**

Zadatak: **Mogućnosti optimiranja distribucijske mreže proizvodnog poduzeća primjenom matematičkog modela**

### **Opis zadatka**

Opisati i objasniti mogućnosti primjene matematičkih modela u rješavanju logističkih problema, općenito i na praktičnom primjeru. Prikupiti i urediti podatke o funkcioniranju distribucijske mreže tvrtke Juminke d.d., napraviti analizu postojećeg stanja i ukazati na mogućnosti poboljšanja. Formulirati logističko rješenje za optimiranje postojeće distribucijske mreže, te obrazložiti i kvantificirati učinak provedbe predloženog rješenja.

Zadatak uručen pristupniku: 24. ožujka 2016.  
Rok za predaju rada: 15. rujna 2016.

Mentor:

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit.

---

doc. dr. sc. Ratko Stanković

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

**DIPLOMSKI RAD**

**MOGUĆNOSTI OPTIMIRANJA DISTRIBUCIJSKE MREŽE  
PROIZVODNOG PODUZEĆA PRIMJENOM  
MATEMATIČKOG MODELA**

**POSSIBILITIES OF OPTIMIZING DISTRIBUTION NETWORK  
OF THE PRODUCTION COMPANY BY APPLYING  
MATHEMATICAL MODEL**

Mentor: Doc. dr. sc. Ratko Stanković

Student: Dario Babić, 0035182560

Zagreb, 2016.

## SAŽETAK

U današnje vrijeme postoji ogromna konkurencija koja od svih poduzeća zahtjeva stalna unaprjeđenja poslovanja, podizanje razine kvalitete proizvoda i usluga, te racionalizaciju troškova. To se posebno odnosi na distribuciju robe, zbog globalizacije koja je već dugo prisutna i traži prilagodbe ovisno o strateškim ciljevima poduzeća i zahtjevima kupaca. Izradom matematičkih modela mogu se opisati logistički sustavi distribucije robe, te se njihovim optimiziranjem mogu dobiti logistička rješenja za unaprjeđenje funkcioniranja postojećih realnih logističkih sustava.

**KLJUČNE RIJEČI** distribucija, logistička rješenja, matematički modeli, optimiranje

## SUMMARY

At the present time there is a huge competition that demands from all companies constant improvement of business, such as raising the quality of products and services or rationalization of costs. This particularly applies to the distribution of goods, because of globalization which has long been present, and requires adjustment depending on the strategic goals of the company and the customer's requirements. By creating mathematical models which describe logistics systems of distribution of goods, and their optimization can get the logistics solutions for improving existing logistics systems.

**KEYWORDS** distribution, logistics solutions, mathematical models, optimization

## Sadržaj

1. UVOD.....	1
2. OPSKRBNI LANAC.....	3
3. ULOGA DISTRIBUCIJE U OPSKRBNOM LANCU .....	11
4. PRIMJENA MATEMATIČKIH MODELA U RJEŠAVANJU LOGISTIČKIH PROBLEMA .....	25
4.1 Izrada modela .....	28
4.2 Transportni problem.....	30
4.3 Lokacijski problem .....	34
4.4 Problem distribucijske mreže .....	39
4.5 Druge matematičke metode za rješavanje transportnih problema.....	43
5. ANALIZA DISTRIBUCIJSKE MREŽE TVRTKE JAMNICA D.D.....	50
6. MOGUĆNOSTI OPTIMIRANJA DISTRIBUCIJSKE MREŽE TVRTKE JAMNICA	53
7. OPIS I KVANTIFIKACIJA POBOLJŠANJA .....	72
8. ZAKLJUČAK .....	75
LITERATURA.....	77
POPIS SLIKA .....	78
POPIS TABLICA .....	79

## 1. UVOD

Mnogi ljudi gledaju i smatraju logistiku samo kao prijevoz dobara od jednog mjesta do drugog te ne shvaćaju koliko zapravo logistika utječe na krajnju cijenu proizvoda. Danas skoro svi znaju za pojam globalizacija te svaka grana znanosti shvaća globalizaciju na svoj način. Tako razna poduzeća su danas decentralizirala svoja administrativna središta i proizvodne pogone zbog profita. Tu sada dolazi značajan utjecaj logistike jer se ponekada pojedine komponente nekog proizvoda proizvode na različitim mjestima pa im se treba osigurati prijevoz da budu dostupni u pravo mjesto u pravo vrijeme i uz najmanji trošak te da se sve komponente spoje u krajnji proizvod koje se poslije šalje na neko tržište u svijetu. Svugdje tu je potreban prijevoz od samog gotovog proizvoda pa sve do nabavke potrebnih sirovina za svaku pojedini komponentu tog gotovog proizvoda.

Zbog toga mora postojati dobar opskrbeni lanac, koji uključuje i distribucijsku mrežu, koji uz što manje vanjskih utjecaja i rizika osigurava dostavu robe na pravo mjesto, u pravo vrijeme i u naručenim količinama. Kako taj opskrbeni lanac može biti globalan, javlja se potreba za analizom lanca da se vidi gdje može dići do problema, što se može bolje napraviti i kako će promjena utjecati na cjelokupan sustav. Zbog toga se u logistici primjenjuju matematička modeliranja koja pomažu u cilju optimiziranja opskrbnog lanca i distribucijske mreže. Najveća prednost matematičkog modeliranja, a i bilo kojeg načina optimiziranja je u tome što se promjene rade u imaginarnom svijetu, koji je potrebno dokazati da je preslika stvarnog sustava, te se tu mogu vidjeti približno točni rezultati kako će koja promjena utjecati na sustav.

Matematičko modeliranje i optimizacija danas se razvijaju u kompatibilna pravca, a to su teorijski razvoj i primjena. Napredak kompjutorske tehnologije pomogao je u progresu matematičkog modeliranja i optimiziranja. Danas je razvoj i napredak elektroničke industrije puno brži nego napredak matematičkih metoda optimizacije.

[6]

Prednost većeg razvoj elektroničke industrije je u tome što je vrijeme potrebno za dobivanje rješenja ubrzano, ali iako je računalo „pametnije i brže“ i dalje mu treba dosta dugo vremena da riješi neke modele koji imaju previše dijelova te se vrijeme da se dobije rezultat raste eksponencijalno s obzirom na ulazne podatke i napisanu logiku rješavanja modela, npr. jednadžbi.

Ovaj diplomski rad je podijeljen u sedam cjelina:

1. Uvod
2. Opskrbni lanac
3. Distribucija
4. Primjena matematičkih modela u rješavanju logističkih problema
5. Analiza distribucijske mreže tvrtke Jamnica d.d.
6. Mogućnosti optimiranja distribucijske mreže tvrtke Jamnica
7. Opis i kvantifikacija poboljšanja
8. Zaključak

U drugom poglavlju će se reći općenito o opskrbnom lancu, koji su glavni subjekt u njemu, faze i cikluse opskrbnog lanca i push i pull procesi.

U trećem poglavlju će se objasniti pojam distribucija i reći glavne karakteristike distribucije, vrste kanala distribucije, fizička distribucija i marketinški kanal, što je to logističko distribucijski centar i neke njegove karakteristike.

U četvrtom poglavlju će se reći nešto o matematičkom modeliranju, kao što su transportni problem, lokacijski problem i problem distribucijske mreže

U petom poglavlju će se reći o distribucijskoj mreži proizvodnog poduzeće Jamnice d.d.

U šestom poglavlju će se prikazati dobiveni podaci od poduzeća Jamnice i prikazati će se postupak obrade podataka i dobivanja rezultata primjenom problema distribucijske mreže upotrebom rješavatelja u excelu.

U sedmom poglavlju će se dati prijedlog optimizacije distribucijske mreže obzirom na rezultate dobivene rješavateljem i dati par prijedloga optimizacije.



## 2. OPSKRBNI LANAC

Opskrbni lanac se sastoji od stranaka uključenih, direktno ili indirektno, u ispunjenju korisničkog zahtjeva, pritom ostvarujući komercijalnu dobit. Pod opskrbnim lancem se ne misli samo na proizvođače i opskrbljivače, nego i na Transporte, skladišta, prodavače i same korisnike. [1][2]

Pojam opskrbni lanac se može razmatrati u užem smislu, s aspekta pojedinog gospodarskog subjekta, primjerice tvrtke koja se sastoji od više geografskih disperziranih poslovnih jedinica u kojem su se sirovine, poluproizvodi ili gotovi proizvodi nabavljaju, proizvode ili distribuiraju. Tada se radi o unutarnjim robnim, informacijskim i financijskim tokovima tvrtke. Opskrbni lanac također obuhvaća i funkcije koje su indirektno povezane s registriranjem i ispunjavanjem zahtjeva potrošača, primjerice istraživanja tržišta, razvoj novih proizvoda, služba za potrošače... [1]

Važno je napomenuti da se u opskrbnom lancu koristi pojmovi tokovi roba i tokovi materijala. Pojmovi se mogu shvatiti da su istoznačna, ali kada se kaže da je nešto roba to implicira prvenstveno određenje robnih tokova plasmanom gotovih (komercijalnih) proizvoda na tržište u svrhu prodaje. Ali kako se u opskrbnom lancu uključuje i tok sirovina, poluproizvoda, otpadnog i povratnog materijala i materijala za reciklažu, itd. koji se s aspekta vrijednosti i namjene skupno mogu definirati kao tokovi materijala. Razlog zašto su ova dva pojma tako sličnije zbog toga što su sirovine i repromaterijali također predmet tržišnih transakcija, te se u tom smislu tretiraju kao roba. [1]

U sustavu opskrbnog lanca, osim robnih tokova, odvijaju se informacijski i financijski tokovi. Primjer toga je kada kupac dođe kupiti određeni proizvod, npr. kutnu garnituru, gdje se korisniku nudi mogućnost izbora preko kataloga nekog poduzeća koje mu daje informaciju o raspoloživim bojama, modelima, itd. Nakon izbora korisnik plaća te pokreće financijski tok. Zatim prodajno poduzeće koje je prikupilo informaciju o željenom proizvodu i novcima šalje distributeru i nadopunjava svoju zalih. Distributer šalje informaciju o cijenama i rasporedu dostave prodajnom mjestu. Distributer zatim šalje informaciju o planiranim narudžbama proizvodnom

poduzeću, a proizvodno poduzeće uzvraća distributeru informaciju o raspoloživim modelima, bojama i cijenama i rokovima isporuke. Zatim distributer daje nalog 3PL operateru za dopremu robe. Iz ovog se isto tako primjera vidi da je korisnik ili potrošač pokretač opskrbnog lanca. [1]

Cilj opskrbnog lanca je povećati ukupnu stvorenu vrijednost proizvoda ili usluga, a uspješnost postizanja tog cilja očituje se ostvarenoj razlici između vrijednosti koju proizvod ili usluga ima za kupca i vrijednost ukupno utrošenih resursa. U komercijalnom smislu to je profitabilnost opskrbnog lanca tj. Razlika između prihoda ostvarenih od prodaje i ukupnih troškova koji su s tim u svezi učinjeni u opskrbnom lancu. [1]

Iz navedenog primjera korisnik plaća na prodajnom mjestu odgovarajuću cijenu te to predstavlja prihod opskrbnog lanca. Da se na prodajnom mjestu nađe željeni proizvod, potrebno ga je proizvesti i distribuirati. Tada sudionici opskrbnog lanca obavljaj usvoje funkcije: međusobno izmjenjuju informacije i financijska sredstva, proizvode robu, otprema robe, prijevoz, skladištenje, prepakiranje, itd. Resursi utrošeni u obavljanju tih funkcija predstavlja trošak opskrbnog lanca. [1]

Jedini pozitivan financijski tok opskrbnog lanca generira kupac, dok su svi ostali financijski tokovi samo razmjena sredstva između ostalih subjekata opskrbnog lanca. Tako distributer plaća naručenu robu tvornici obuće, prenosi dio financijskih sredstva generiranih prodajom. Dio sredstva prenosi 3PL operateru, dio državnom proračunu. Tvornica opet prenosi odgovarajući dio primljenih sredstva svojim dobavljačima. Treba naglasiti kako profitabilnost opskrbnog lanca predstavlja ukupnu dobit koja se dijelu unutar sustava opskrbnog lanca, na nositelje pojedinih njegovih faza. Jedini izvor prihoda opskrbnog lanca je kupac, odnosno novčani tok koji kupac generira kupnjom robe, dok svi ostali tokovi roba, informacija i financijskih sredstva generiraju troškove. [1]

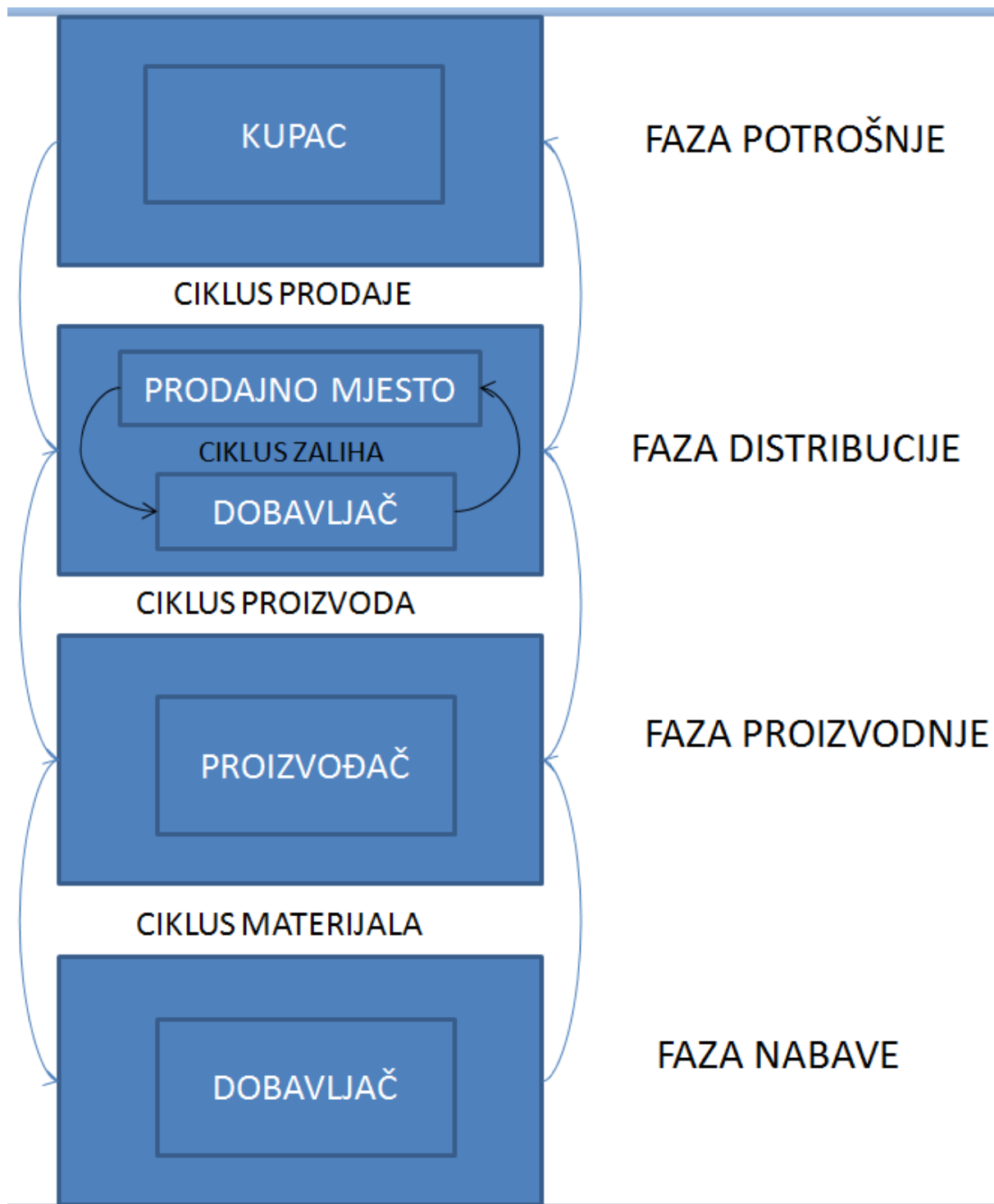
Strukturu opskrbnog lanca čini niz procesa i robnih, informacijskih i financijskih tokova unutar i između pojedinih faza. Nositelji i glavni subjekti tih procesa i tokova su: [1]

1. Dobavljač
2. Proizvođač
3. Distributer (veletrgovac)
4. Prodajna mjesta
5. Kupci.

Procese i tokove koji se odvijaju u opskrbnom lancu se može promatrati na dva načina: [1]

1. S obzirom na funkcionalne cikluse - interakcija subjekata između dvije ili unutar faze
2. S obzirom na inicijalizaciju – odgovor na potražnju (eng. Pull) i predviđanje potražnje (eng. Push)

Opskrbni lanac se sastoji od faza i ciklusa koji su prikazani slikom 1 i objašnjeni daljnjim tekstom.



Slika 1. Faze i ciklusi opskrbnog lanca

Izvor: [1]

Faze opskrbnog lanca su: [1]

1. Faza nabave uključuje dobavljače sirovina, komponenata i repromaterijala
2. Faza proizvodnje uključuje proizvođače gotovih proizvoda
3. Faza distribucije uključuje veleprodajne i maloprodajne trgovce, logističke operatere, prijevoznike i druge subjekte koji zajednički tvore distribucijsku mrežu
4. Faza potrošnje uključuje kupce, tj. korisnike usluga

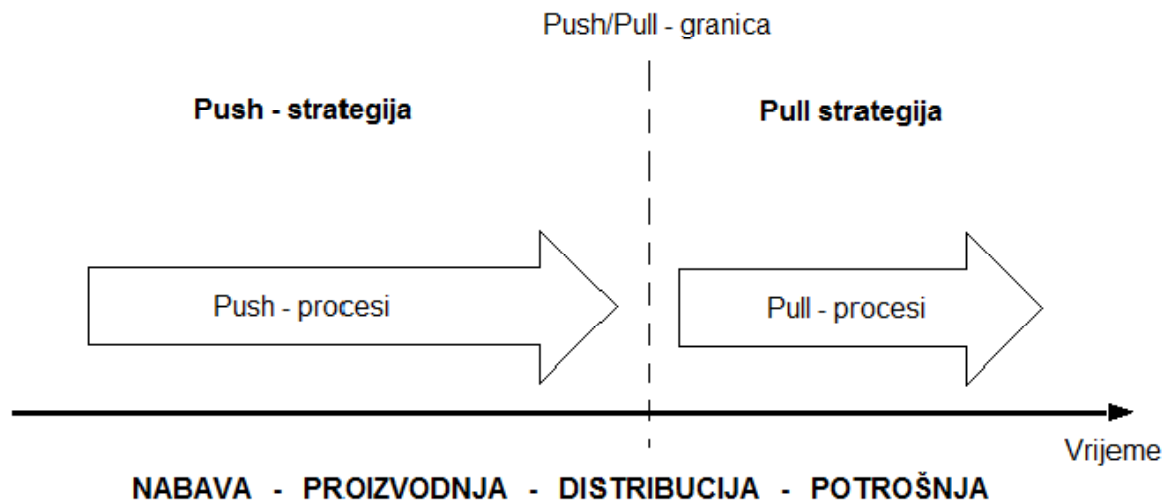
Ciklusi opskrbnog lanca su: [1]

1. Ciklus prodaje predstavlja sučelje faze potrošnje i faze distribucije, a odvija se na relaciji prodajno mjesto – kupac. Ovaj ciklus inicijalizira kupac, dolaskom na prodajno mjesto ili slanjem upita, zavisi o robi ili usluzi i tehnologiji distribucije. Ciklus završava kada kupac preuzme predmet narudžbe. On obuhvaća procese koji su izravno povezani s primanjem i ispunjavanjem zahtjeva kupaca, a osim tokova roba i informacija uključuje i financijske tokove.
2. Ciklus zaliha se odvija unutar faze distribucije te predstavlja interakcije između prodajnog mjesta i distributera. Prodajno mjesto inicijalizira ovaj ciklus kada zaliha određenog proizvoda padne ispod određene količine (kao što je minimalna zaliha). Da prodajno mjesto može zadovoljiti buduću potražnju daje narudžbu distributeru da popuni zalihe. Ciklus završava kada prodajno mjesto preuzme narudžbu. Kod uslužnih djelatnosti ne postoji ciklus zaliha jer tu nema materijalnih proizvoda koji bi se mogli čuvati nakon proizvodnje, već se proces proizvodnje odvija istodobno s procesom potrošnje.
3. Ciklus proizvoda predstavlja sučelje faze distribucije i faze proizvodnje, a očituje se u generiranju tokova roba, informacija i financijskih sredstva na relaciji distributer – proizvođač ili prodajno mjesto – proizvođač ako se radi o usluzi. Ovaj ciklus neposredno inicijalizira distributer ili prodajno mjesto posjetom proizvođačaili slanjem upita, zavisno o vrsti robe ili usluge i tehnologije distribucije. Ciklus završava kada distributer ili prodajno mjesto preuzme predmet narudžbe. Tu može ciklus biti i inicijaliziran od proizvođača zbog očekivanja narudžbi ili kada zaliha gotovih proizvoda padne ispod određene razine.

4. Ciklus materijala predstavlja sučelje faze proizvodnje i nabave te uključuje sve procese koji se odvijaju na relaciji proizvođač – dobavljač zbog opskrbe proizvodnih pogona neophodnim sirovinama i repromaterijalom. Proces ovog ciklusa u osnovi se ne razlikuju od procesa ciklusa proizvoda, razlika je u tomu što se određeni stupanj neizvjesnosti potražnje prenosi kroz strukturu opskrbnog lanca do samog proizvođača, dok se njegove narudžbe sirovina i repromaterijala prema dobavljačima mogu unaprijed odrediti i terminski rasporediti prema planu i rasporedu proizvodnje. Ovaj ciklus započinje kada proizvođač pošalje svoju narudžbu dobavljaču ili kada dobavljačeva zaliha gotove robe padne ispod određene minimalne razine, a završava kada proizvođač preuzme robu.

Osnovna obilježja procesa opskrbnog lanca u kontekstu odnosa ponude i potražnje određena su vremenom i inicijalizacijom njihova izvršenja s obzirom na potražnju kupaca. Prema tomu, procesi opskrbnog lanca mogu se podijeliti na one čije izvršenje inicijalizira reakcija odnosno odgovor na potražnju (eng. PullProcesses) i one čije izvršenje inicijalizira očekivanje, odnosno predviđanje potražnje (eng. PushProcesses). Kronološki gledano, pull– procesi odvijaju se nakon stvarno iskazane potražnje, tj. u uvjetima poznate potražnje, dok se push– procesi odvijaju prije stvarno iskazane potražnje, tj. u uvjetima kada potražnja još nije poznata, nego se očekuje odnosno mora se predvidjeti. [1]

Uz razmatranje opskrbnog lanca kao niza funkcionalnih ciklusa, na određenom mjestu vremenskog slijeda u kojem se odvijaju procesi tih ciklusa može se povući granica koji dijeli pull od push procesa. Taj odnos između kojih je ciklusa u pojedinom opskrbnom lancu push7pull granica ovisi o strategiji opskrbnog lanca što je prikazano slikom 2. [1]



Slika 2. Push/pull granica u opskrbnom lancu

Izvor: [1]

Push – strategija opskrbnog lanca podrazumijeva dugoročno predviđanje potražnje, na temelju narudžbi distributera, odnosno vlastitih skladišta gotovih proizvoda te se u skladu s time planira nabava, proizvodnja i distribucija. Ovu strategiju karakterizira okrupnjivanje robnih tokova što omogućava racionalizaciju (smanjenje troškova nabave i transport zbog količinske uštede), dok s druge strane može dovesti do gomilanja zaliha, odnosno neodgovarajuće strukture ili iscrpljivanja zaliha zbog nemogućnosti brzog reagiranja na promjene u potražnji. Ona se primjenjuje u dijelovima opskrbnog lanca gdje je neizvjesnost potražnje relativno mala, što omogućuje planiranje, odnosno upravljanje na temelju dugoročnih prognoza. Kako zadovoljenje potražnje ovdje nije upitno u prvom planu je mogućnost smanjenja troškova količinskim uštedama. Ove dijelove opskrbnog lanca također karakterizira dugi rokovi isporuke i složena struktura. [1]

Pull – strategija opskrbnog lanca zasniva se na praćenju stvarne potražnje krajnjih kupca, prema kojoj se usklađuju i koordiniraju nabava, proizvodnja i distribucija. U krajnjem slučaju dovodi do eliminiranja zaliha gotovih proizvoda za što treba imati efikasne mehanizme distribucije informacija o potražnji kupaca kroz strukturu opskrbnog lanca, a i mehanizme upravljanja resursima opskrbnog lanca. Iako ima prednost zbog smanjenja zaliha i optimalnog iskorištenja resursa, on nije prikladna kada su rokovi isporuke predugi da bi se mogli efikasno reagirati na promjene potražnje, što je vrlo čest slučaj u praksi. Osim toga, zbog usitnjavanja robnih tokova nije moguće postići učinke racionalizacije kod nabave i transporta. Ona

se primjenjuje u dijelovima opskrbnog lanca s visokim stupnjem neizvjesnosti potražnje, gdje se nameće potreba za upravljanjem na temelju stvarne potražnje. Ovdje je u prvom planu zadovoljenje potražnje, dok troškovi koji su u tu svrhu učinjeni mogu biti relativno visoki. Ove dijelove opskrbnog lanca karakterizira jednostavna struktura i kraći rok isporuke pa je zbog toga opskrbeni lanac fleksibilan i brzo se prilagođuje promjenom potražnje. [1]



### 3. ULOGA DISTRIBUCIJE U OPSKRBNOM LANCU

Definiciju koja je danas najviše prihvaćena za distribuciju dala je prije 70 godina Međunarodna trgovačka komora (eng. International Chamber of Commerce- ICC) te ona glasi "Distribucija je faza koja slijedi proizvodnju dobara od trenutka njihove komercijalizacije do isporuke potrošačima". Pod distribucijom se podrazumijeva djelotvoran prijenos dobara (roba ili usluga) od mjesta proizvodnje do mjesta potrošnje uz minimalne troškove i odgovarajuću razinu zadovoljena zahtjeva kupaca. [1]

Temeljni zadaci distribucije, kao faze opskrbnog lanca koja prethodi potrošnji, općenito se sastoje u sljedećem: [1]

1. Skraćivanje puta i vremena potrebnog da roba (ili usluga) stigne od mjesta proizvodnje do mjesta potrošnje
2. Povećanje konkurentnosti robe
3. Vremensko i prostorno usklađenje proizvodnje i potrošnje
4. Programiranje proizvodnje prema zahtjevima (potrebama) potrošača
5. Plasman novih proizvoda ili usluga na tržištu
6. Stvaranje i mijenjanje navika potrošača

Svrha distribucije kao djelatnosti je omogućiti dostupnost proizvoda ili usluga kupcima u odgovarajućoj količini, asortimanu i vremenu te na odgovarajućem mjestu. [1]

Za percepciju kupaca o proizvodu ili usluzi, distribucija je najvažnija faza opskrbnog lanca, jer ona predstavlja vezu prema kupcima, preko koje oni doživljavaju i ocjenjuju funkcioniranje opskrbnog lanca u cjelini. Osim tokova roba prema kupcima, distribucija i obuhvaća i tokove povrata robe, kao i tokove otpadnog materijala. [1]

Iako su nabava i distribucija dvije različite faze opskrbnog lanca, logistiku nabave materijala za proizvodnju i distribuciju gotovih roba te iste proizvodnje ne treba promatrati neovisno. Koordinacija ulaznih i izlaznih robnih tokova može se postići veća efikasnost na razini cijelog opskrbnog lanca. Ovakav pristup praktično

utječe na planiranje preuzimanja i isporuku pošiljaka, rutiranje i raspoređivanje vozila. [1]

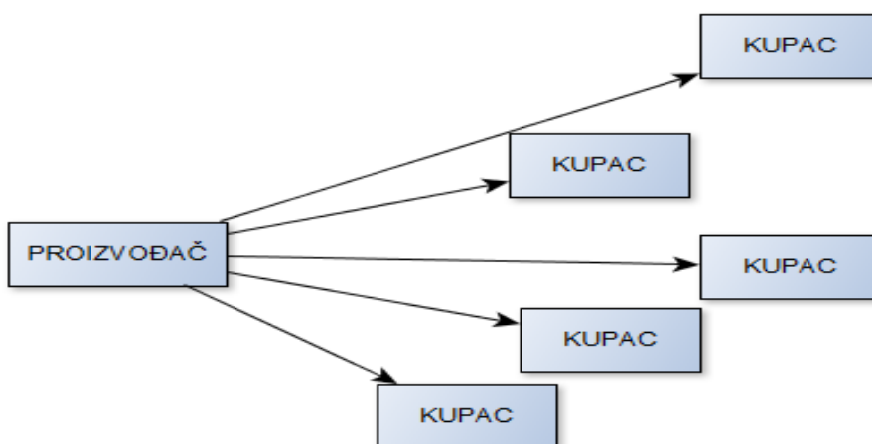
Strukturu sustava distribucije čine kanal distribucije i fizička distribucija.

Fizička distribucija obuhvaća sve radnje u sveziotpreme, skladištenja, prekrcaja i dostave robe, što se u operativnom smislu odvijaju u skladištima gotovih proizvoda kod proizvođača, logističko–distribucijskim centrima (LDC), prijevozu i maloprodajnoj mreži. U širem smislu, fizička distribucija uključuje i kretanje sirovina i repromaterijala od izvora nabave do početka faze proizvodnje. Elementi fizičke distribucije su: [5]

1. Sustav narudžbe i isporuke robe
2. Upravljanja zalihama
3. Skladištenja
4. Manipulacije robom
5. Pakiranje
6. Prijevoz (konvencionalni i mješoviti)

S obzirom na način (tehnologiju) fizičke distribucije, postoje tri osnovne koncepcije distribucijskih mreža: [1]

1. Direktna dostava je koncepcija distribucijske mreže kod koje se proizvodi direktno iz proizvođačkog skladišta gotovih proizvoda dostavljaju kupcima, odnosno maloprodajnim trgovinama (prodajnim mjestima), kako je prikazano na slici 3.



Slika 3. Direktna dostava

Izvor: prilagodio autor iz izvora [1]

Ova koncepcija isključuje distributere i LDC-e. Zbog toga postoje i određene prednosti i nedostaci, koje se mogu sažeti u sljedećem: [1]

- Prednosti direktne dostave
- Manji troškovi infrastrukture i transportno-manipulacijskih sredstava, budući da nema potrebe za dodatnim skladišnim i prekrcajno-manipulacijskim kapacitetima.
- Nema troškova distributera, odnosno upravljanja i rada LDC-a.
- Mogućnost postizanja kratkih rokova isporuke.

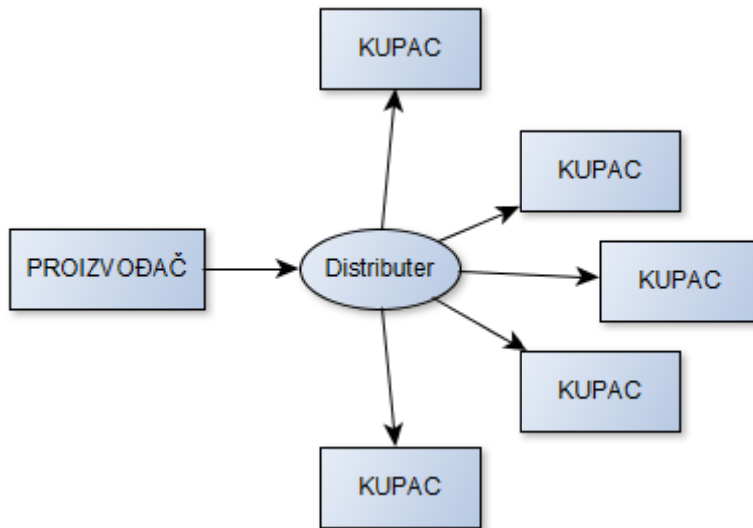
Nedostaci direktne dostave su: [1]

- Relativno velika izloženost utjecajima neizvjesnosti potražnje zbog nemogućnosti agregacije pojedinačnih narudžbi kupaca. S time je povezan i problem dostupnosti proizvoda na nižoj razini zaliha, što je posebno važno za visokovrijedne proizvode koji se prodaju u manjim količinama.
- Povećani prijevozni troškovi zbog nemogućnosti agregacije isporuka, zbog čega se i manje količine roba (LTL-eng: LessthenTruckLoad, LCL-eng: LessthenContainerLoad) prevoze na relativno velikim udaljenostima.
- Ukoliko treba omogućiti i povrat robe (neodgovarajuća roba, reklamacije...), to može biti značajan problem, kako organizacijski, tako i u domeni troškova (efikasnosti).

Zbog navedenih razloga, direktna dostava je uobičajena za visokovrijedne proizvode koji se proizvode po narudžbi, a primjenjuje se i u drugim slučajevima kada prevladavaju isporuke po količini dostatne za puni ukrcaj (FTL, FCL...) i kada se zahtijeva kratak rok isporuke (pokvarljiva roba). Dostavu može obavljati sam proizvođač, vlastitim voznim parkom, ili u tu svrhu može angažirati druge prijevoznike (outsourcing). [1]

2. Distribucijsko skladištenje gdje se skladište gleda kao čvor distribucijske mreže u kojemu se obavljaju funkcije fizičkog prihvata i prostornog preusmjeravanja/razdiobe robnih tokova po različitim pravcima unutar distribucijske mreže. Promatrano u vremenskoj dimenziji, distribucijsko skladištenje znači privremeni prekid robnih tokova kod distributera, prije isporuke krajnjim kupcima. To je konvencionalna koncepcija distribucijske mreže kod koje distribucijsko skladište

omogućuje agregaciju narudžbi kupaca, te na taj način umanjuje utjecaj neizvjesnosti potražnje na relaciji prema proizvođaču. Konceptija distribucijskog skladištenja prikazana je na slici 4.



Slika 4. Distribucijsko skladištenje

Izvor: prilagodio autor iz izvora [1]

Ova koncepcija iziskuje veće troškove infrastrukture i transportno-manipulacijskih sredstava u odnosu na direktnu dostavu, zbog potrebe za dodatnim skladišnim i prekrcajno-manipulacijskim kapacitetima. Međutim, distribucijska skladišta istodobno omogućuju smanjenje prijevoznih troškova. Smještene su bliže kupcima (pokrivaju određenu gravitacijsku zonu), omogućuju konsolidaciju isporuka, tj. Bolje iskorištenje prijevoznih kapaciteta (puni ukrcaj) na relaciji proizvođač-distributer, a ukoliko distributer radi s više proizvođača, također na relaciji distributer-krajnji kupac. U slučaju isporuka manjih količina (komadne pošiljke) prijevoz se obavlja na manjim udaljenostima (unutar gravitacijske zone distributera). Povrat robe također je lakše organizirati preko distributera nego direktno između krajnjeg kupca i proizvođača. [1]

S aspekta zaliha, distribucijsko skladištenje prikladno je za proizvode koji se prodaju u većim količinama, na kojima treba obaviti određene završne operacije za pripremu isporuke krajnjim kupcima. Iz tog razloga, distribucijska skladišta u pravilu su opremljena za pružanje usluga dodane vrijednosti, eng. VAS-ValueAddedServices, kao što su etiketiranje, sortiranje, prepakiranje... [1]

3. Cross docking podrazumijeva isporuku preko posrednika-distributera, samo što su za razliku od distribucijskog skladištenja robni tokovi ovdje neprekinuti. Crossdocking se može definirati kao kontinuirani tok robe preko LDC-a, od prihvatne do otpremne funkcije, koji isključuje potrebu konvencionalnog skladištenja. Primarna uloga skladišta pritom je koordinacija ulaznih i izlaznih tokova, a ne smještaj i čuvanje robe. Istodobno to znači reduciranje vremena i smanjenje broja manipulacija koje roba prolazi između prihvata u crossdocking terminalu i isporuke (dostave) kupcima. Bit crossdocking-a je prebacivanje fokusa s opskrbe na potražnju. Svaka proizvođačeva (dobavljačeva) isporuka robe (ulazne pošiljke) odmah se na ulazu u sustav crossdocking-a sortira i slaže prema potražnji, tj. prema prethodno primljenim narudžbama kupaca (prodajnih mjesta). Tako formirane izlazne pošiljke ukrcavaju se izravno u dostavna vozila i dostavljaju kupcima. Crossdocking može obavljati sam distributer, no najčešće se radi o outsourcing-u specijaliziranim dobavljačima logističkih usluga (3PL dobavljačima). [1]

Roba se u sustav crossdocking-a općenito doprema u većim količinama (od najmanje jedne palete na više) što umanjuje manipulacije pojedinačnim jedinicama robe i omogućuje uporabu viličara i drugih transportno-manipulacijskih sredstava. Ukoliko ipak postoji potreba rastavljanja paleta na manje jedinice, to se obavlja neposredno iz ulaznih paleta u sastav izlaznih pošiljaka, tj. bez slaganja u skladište. [1]

Osim prednosti za korisnika (smanjenje troškova manipulacija, smanjenje razina zaliha, smanjenje potrebnog skladišnog prostora, brzina isporuke), primjena tehnologije crossdocking-a donosi korist i operaterima, kroz ostvarenje poslovnih prihoda i optimalno iskorištenje skladišnih kapaciteta. Funkcioniranje sustava crossdocking-s pojednostavljeno s može opisati na sljedeći način: [1]

- radnici na prijamoj strani obavljaju iskrcaj robe iz dolaznih kamiona i slažu palete u redove koji odgovaraju ulaznim vratima;
- drugi tim radnika sortira palete prema narudžbama kupaca i slaže ih u redove za dostavu prema izlaznim vratima
- radnici na izlaznoj strani obavljaju ukrcaj u dostavna vozila.

Treba napomenuti kako sustav crossdocking-a, da bi bio efikasan, iziskuje značajna početna ulaganja i visok stupanj koordinacije uključenih subjekata uz stalnu razmjenu informacija o narudžbama i isporukama:[1]

- Proizvođači (dobavljači) distributeri (i/ili 3PL operateri), te prodajna mjesta (kupci) moraju biti povezani informacijsko-komunikacijskim sustavom koji omogućuje standardizaciju o razmjenu podataka u realnom vremenu.
- Prijevozni sustav mora biti brz i efektivan.
- Količina i frekvencija pošiljaka mora biti dovoljno velika da omogućuje optimalno iskorištenje prijevoznih kapaciteta vozila.

Većina tvrtki u praksi primjenjuje različite koncepcije distribucije ili njihove kombinacije, za različite proizvode. Zbog toga je neophodno analizirati cijeli opskrbeni lanac i utvrditi koja je koncepcija ili njihova kombinacija najprikladnija za određeni proizvod ili skupinu proizvoda. [1]

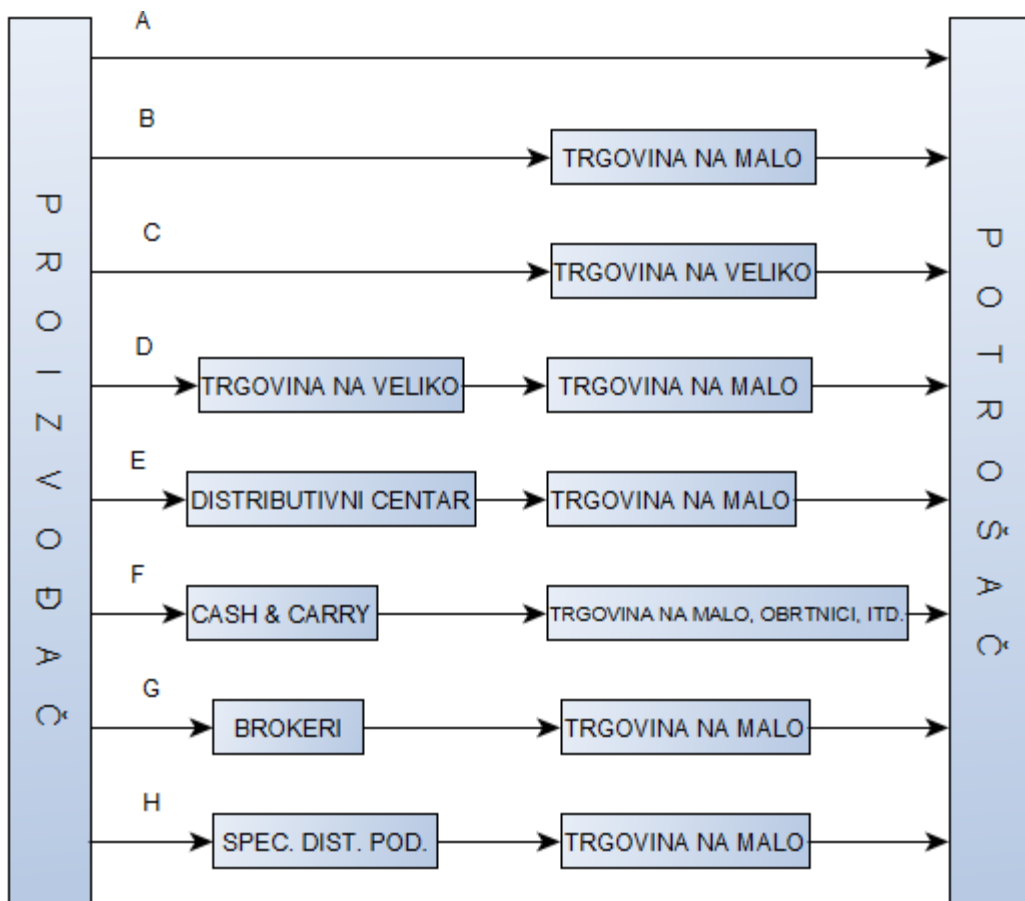
Kanal distribucije je funkcionalni put, oblik i metoda dostave robe od proizvođača do potrošača (kupca). Tu su nositelji gospodarski subjekti koji obavljaju funkcije prometa roba i usluga na tržištu. [1]

Osnovne funkcije kanala distribucije su: [5]

1. Informacija
2. Promocija
3. Pregovaranje
4. Naručivanje
5. Financiranje
6. Preuzimanje rizika
7. Fizička distribucija
8. Isplate
9. Prijenos vlasništva

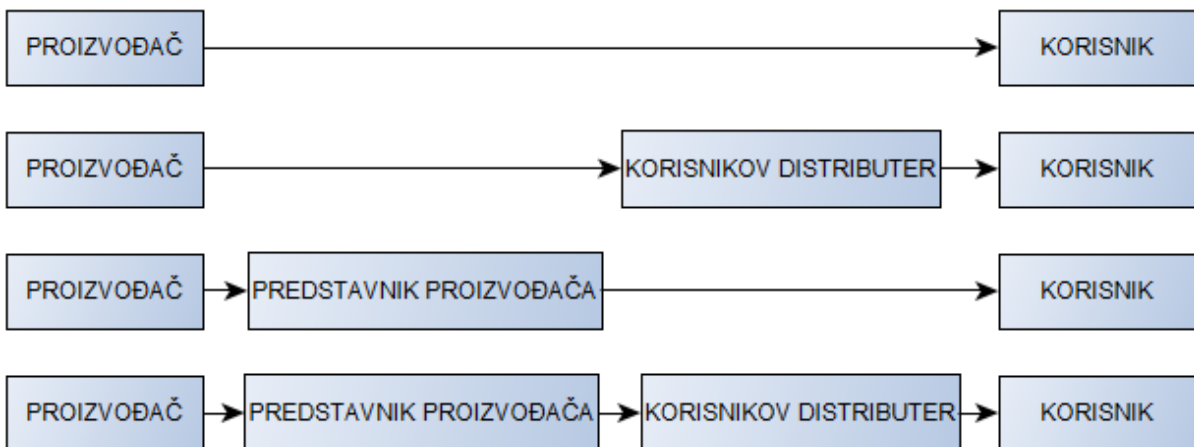
Na slici 5. su prikazani kanali distribucije prema individualnom korisniku. Kanal A ima karakteristiku izravnog kanala distribucije. Tu proizvođač direktno prodaje robu korisniku preko nekog oblika oglašavanja (Internet, oglasnik, televizija, itd.) te se roba dostavlja potrošaču. Kanal B predstavlja kratki, neizravni kanal u kojem je posrednik trgovačko poduzeće na malo. Kanal C je isti kao i B samo što je posrednik trgovina na veliko i taj kanal koriste najčešće veliki potrošači, kao što su bolnice, hoteli, škole, itd. Kanal D je primjeren za robu široke potrošnje gdje se roba potrošačima dostavlja preko trgovinskih poduzeća na veliko i malo, ali velika trgovinska poduzeća koriste svoja skladišta i prijevoz. Kanal E se koristi pri opskrbi regionalnih tržišta robom široke potrošnje. Kanal F karakterizira prodaja robe za gotov novac. Koristi ga trgovina na velika pri prodaji robe obrtnicima i trgovinama na malo. Kanal G je karakterističan po brokeru kao posredniku te se koristi primjerice za rudu, sirovinu ili kupnju veće količine mase neke robe. Kanal H sve češće koristi u razvijenim industrijskim zemljama. Karakterističan je po specijaliziranim distribucijskim poduzećima, kao posrednicima u distribuciji robe. U razvijenim industrijskim zemljama proizvođači sve češće povjeravaju, različite poslove pri distribuciji robe, specijaliziranim distribucijskim poduzećima.

Postoji i kanal distribucije za tvrtke, ali je samo razlika u tome da li tvrtka kao kupac koristi nekog posrednika i da li proizvođač ima svog agenta što je prikazano na slici 6. Još je važno napomenuti da je poželjno da proizvođač ima više kanalni sustav distribucije zbog boljeg plasmana na tržištu i veće dostupnosti za potrošače.



Slika 5. Vrste kanala distribucije

Izvor: [5]



Slika 6. Kanal distribucije za tvrtke

Izvor: [5]



Sustav distribucije u prostoru se manifestira kao distribucijska mreža, po kojoj se odvijaju robni tokovi između subjekata fizičke distribucije. Funkcioniranje distribucijske mreže treba promatrati s aspekta: [1]

1. Zahtjeva kupaca koji moraju biti zadovoljeni (konkurentna strategija, efektivnost)
2. Troškova zadovoljenja tih zahtjeva (efikasnost)

Budući da se kroz distribuciju uspostavlja veza proizvoda s kupcima, te se u tom smislu distribucija može razumjeti kao korisničko sučelje opskrbnog lanca, loša distribucijska mreža može poništiti konkurentne prednosti prethodnih faza opskrbnog lanca i u konačnici dovesti u pitanje tržišnu poziciju tvrtke, neovisno o samoj kvaliteti proizvoda ili usluga. Oblikovanje distribucijske mreže stoga je od iznimne važnosti za svaku tvrtku, a u osnovi podrazumijeva:[1]

1. Određivanje lokacija, tehnologija i kapaciteta infrastrukture (skladišta, distribucijski centri, prodajna mjesta)
2. Određivanje vrste i tehnologije prijevoza
3. Izrađivanje informacijsko-komunikacijskog sustava.

Uz određenu koncepciju ili kombinaciju različitih koncepcija distribucijske mreže, na oblikovanje distribucijske mreže utječu sljedeći glavni čimbenici: [1]

- Područje distribucije – geografska lokacija i veličina tržišta koje treba opskrbljivati proizvodima ili uslugama
- Značajke proizvoda ili usluga relevantne za eksploataciju, te prijevoz, skladištenje i postupanje (rukovanje) ako se radi o materijalnim proizvodima
- Asortiman proizvoda – broj različitih proizvoda ili usluga koje se kupcima nude preko distribucijske mreže, između kojih kupac može izvršiti odabir
- Dostupnost proizvoda – vjerojatnost da proizvod bude na zalihi ili usluga raspoloživa na odgovarajućem mjestu, u vrijeme kada se treba isporučiti kupcu
- Percepcija kupca – način i uvjeti pod kojima kupac može naručiti i dobiti (preuzeti) proizvod ili uslugu. Neki od proizvoda i usluge slabije prodaju jer je sam postupak naručivanja i preuzimanja kompliciran, dugotrajan ili čak neizvjestan.

- Transparentnost – mogućnost da kupac prati izvršenje svoje narudžbe, odnosno dobiva ažurne informacije o statusu narudžbe
- Povrat robe – mogućnost da kupac vrati neodgovarajuću robu. To se također odnosi i na sezonske povrate robe iz maloprodaje prema distributerima ili proizvođačima, radi naknade prodaje u tvorničkim dućanima
- Outsorcing– mogućnosti optimizacije distribucijske mreže uključivanjem logističkog operatora (3PL dobavljača).

Važan segment distribucijskog lanca čini logističko distributivni centar (LDC) koji se može definirati kao mjesto s najvećim stupnjem integracije logističkih aktivnosti, logističkih sustavate korisnika i nositelja logističkih usluga. On povezuje najmanje dvije grane prometa i omogućuje sve transformacije tokova makrodistribucije i tokova mikrodistribucije. Koncentrira veliki broj sudionika i poredosnovnih logističkih usluga pruža i sve ostale, prateće i dopunske usluge koje uvećavaju vrijednost i kvalitetu logističkog servisa. [5]

Neovisno o različitim nazivima, koncept logističko-distribucijskih centara u europskim zemljama razvijao se podjednako sa svim svojim sadržajima i obilježjima, tako da se mogu izdvojiti osnovne karakteristike tako definiranih logističko-distribucijskih centara koje vrijede u svim europskim zemljama. Kao osnovne karakteristike koncepta logističko-distribucijskih centara mogu se izdvojiti: [5]

- Prostorno naseljavanje poduzeća iz različitih djelatnosti: transportno orijentiranih kompanija, logističkih operatera i proizvodnih i trgovačkih poduzeća s intenzivnom logistikom.
- Povezanost s najmanje dvije grane prometa i postojanje intermodalnog terminala.
- Funkciju menadžmenta obavlja lokalni operator koji inicira kooperativne aktivnosti u cilju stvaranja sinergijskih efekata.
- Obično se razvijaju na bazi javno-privatnog partnerstva iniciranog od strane nacionalne i/ili lokalne vlasti. Razlog za to je iskustvo koje je pokazalo da logističko-distribucijski centri daju značajan doprinos teritorijalnom i ekonomskom razvoju prostora u kojemu su locirani.

- Logističko-distribucijski centri često se razvijaju od strane lokalnih zajednica, nacionalne vlade, resornog ministarstva, domaćih i stranih privatnih investitora i financijskih institucija.
- Unutar logističko-distribucijskog centra obavljaju se sve aktivnosti vezane za transport i logistiku.
- Logističko-distribucijski centri zasnovani su na principima slobodne konkurencije, tako da su otvoreni za sva privatna i javna poduzeća.
- Koncentracijom različitih tvrtki koje pružaju i koriste transportne i logističke usluge povećava se njihova proizvodna i ekonomska moć putem sinergijskog efekta.
- Logističko-distribucijski centri pružaju korisnicima napredna rješenja i infrastrukturu za informacijske tehnologije (IT), tehnologiju koja je najčešće nedostupna individualnim tvrtkama.
- Značajna karakteristika je težnja logističko-distribucijskih centara za kooperacijom na nacionalnoj i međunarodnoj razini u cilju stvaranja učinkovitih transportnih lanaca i mrežnih rješenja za optimalnu realizaciju robnih tokova.
- Trenutno nekoliko logističkih centara na prostoru Europe funkcionira u koncepciji mreže.

Za uspješno funkcioniranje logističko distribucijskih centara potrebne su sljedeće karakteristike: [5]

- Multimodalnost: povezanost s različitim granama prometa,
- Otvorenost: slobodan pristup za sva javna i privatna poduzeća, koja se žele locirati i/ili koristiti objekte centra. Osnovni koncept logističkog centra je "winwin" situacija (svi dobivaju), gdje različiti operateri i sudionici mogu dopunjavati jedni druge, čak i u situaciji punog nadmetanja na tržištu
- Multifunkcionalnost: sve transportne i logističke funkcije reprezentiraju se kroz prijevoznike, špeditere, agente, brokere, carinske brokere, uprave (lučke, carinske itd.),
- Rukovanje teretom: širok spektar objekata i opreme za manipuliranje teretom, npr. distribucijski, kontejnerski terminali, skladišta stemperaturnim režimom i sl.,

- Elektronička razmjena informacija (IT): pristup telematskim sustavima vezanim za transport, administraciju, upravu i lanacopskrbe
- Intersekcionalnost, međupovezanost: bliska suradnja i integriranje različitih poslovnih sektora u cilju realizacije transportnih i logističkih aktivnosti
- Ušteda troškova: nema dupliranja sustava, što se odražava na uštede u skladišnim i prekrcajnim sustavima, IT sustavu, uslužnim i pratećim djelatnostima i znanju. Lociranjem većeg broja poduzeća u logističko-distribucijskim centrima dolazi do većih ušteda troškova i veće ponude usluga
- Dodatne usluge: stanice za opskrbu gorivom, vodom, i sl., sustavi za njegu i održavanje, pakiranje, carinska kontrola, istraživačke aktivnosti itd.

Izgradnja logističko-distribucijskog centra podrazumijeva da nositelji odlučivanja i potencijalni investitori imaju definiran sustav ciljeva. Ciljevi su sastavni dio modela strateškog i operativnog odlučivanja, na čijoj se osnovi razvijaju kriteriji i utvrđuju relativne ocjene za i protiv razvoja centra. Polazeći od toga da je jedan logističko-distribucijski centar meta-logistički sustav u okviru kojega kooperiraju transportna, špediterska, trgovačka, industrijska i druga uslužna poduzeća, a da je mreža logističko-distribucijskog centra makrologistički sustav od bitnog značenja za gospodarski razvoj jedne nacionalne sredine, očigledno je da se radi o kompleksnosti i mnogobrojnosti ciljeva različitih interesnih grupa. Ciljevi razvoja logističko-distribucijskog centra su:[5]

- racionalno i ekonomski opravdano investiranje u prometnu infrastrukturu svih grana transporta,
- optimalna raspodjela transportnog rada u svim granama prometa,
- regulacija transportne ponude cjelokupnom transportnom tržištu jedne države,
- razvoj regionalnog gospodarstva koje gravitira logističko distribucijskom centru;
- smanjenje i racionalno korištenje energetske potencijala,
- bolje iskorištenje transportnih sredstava i sustava putem koordiniranog izdavanja dispozicija za transport,
- proširenje tržišta za nositelje transportnih i logističkih usluga uz veći stupanj rentabilnosti,

- razvoj suvremenih tehnologija intermodalnog transporta uspostavljanjem ekonomskih, tehnoloških i organizacijskih kooperativnih veza svih sudionika u transportnom lancu,
- rasterećenje gradskog područja od daljinskog cestovnog prijevoza i smanjenje prometa uz bolje opsluživanje i opskrbljivanje urbanih sredina,
- konsolidacija tokova i razvoj city logističkih koncepcija,
- smanjenje zagađenja zraka,
- smanjenje prometne buke,
- smanjenje vremena distribucije i transporta,
- smanjenje vezanog kapitala u logističkim sustavima,
- smanjenje ukupnih troškova distribucije i logistike i njihovog udjela u ukupnim troškovima proizvoda, što povećava konkurentnost proizvoda na tržištu,
- smanjenje ukupnih investicija u logističke sustave racionalnim usmjeravanjem na koncentraciju i kooperaciju,
- smanjenje rizika od investicija u logističke sustave,
- mogućnost davanja kompletne i kompleksne logističke usluge,
- ponuda različitih "valueadded" usluga,
- stvaranje preduvjeta za tehnološki kvalitetno uključivanje u međunarodni transportni sustav itd.

Logističko-distribucijski centar u osnovi je sustav koji proizvodi širok spektarrazličitih usluga za isto tako širok spektar različitih korisnika na različitim područjimalogistike i njenim pratećim djelatnostima. Struktura proizvoda logističkogdistribucijskogcentra može biti definirana u funkciji različitih područja logistike kojaimaju svoja specifična obilježja. Tako se u sustavu logističkih usluga mogu pojaviti usluge u sljedećim područjima: Vrste usluga u LDC-u su:[5]

- Intermodalni transport,
- Gradska logistika (eng. City logistics),
- Logistički outsourcing,
- Logističke usluge skladištenja,
- Logistika nabave i distribucije,
- Logistika otpadnih i povratnih materijala,
- Logistika opasnih materijala,
- Transportne i špediterske usluge,
- Usluge dodane vrijednosti, (eng. Valueaddedlogisticsservices),
- Usluge transportne burze,
- Pozadinska luka (eng. Dryport),
- Usluge organizacije transporta,
- Upravljanje ljudskim resursima (eng. Human ResourceManagment - HRM),
- Usluge konzaltinga,
- Optimizacija transportnih lanaca,
- Usluge korisnicima centra,
- Slobodne zone.

## 4.PRIMJENA MATEMATIČKIH MODELA U RJEŠAVANJU LOGISTIČKIH PROBLEMA

Matematički modeli i metode optimiranja u prometnom sustavu predstavljaju primjenu kvantitativnih metoda za rješavanje kompleksnih problema u sustavu od ljudi, prometa, prometnica, tereta, prometnih objekata, informacije i kapitala. Zadatak tih metoda je da donositelj odluke osiguraju da politiku i mjere za realizaciju odluke postave na znanstvenim osnovama i da se, ako je moguće, temelje na mjerljivim veličinama. Polazna osnovica za takav pristup je stvarnost, gdje nastaju problemi. Problem je u tome što se problematika mora ograničiti i svesti na najvažnije čimbenike koji je obilježavaju te to znači da je matematički model, kao i ostale vrste modela, apstraktan. [3]

Kod matematičkih modela problem se opisuje matematičkim jezikom, tj. jednadžbama, nejednadžbama, funkcijama i brojevima. Kod matematičkih modela se lagano dođe do kvantitativnog oblika rješenja, ali je problem vidjeti kvalitativnu stranu tog problema kako se temelji na nekoj mjernoj jedinici. Broj takvih problema koje je teško ili nemoguće predstaviti matematičkim jezikom nije mali. Želja da čovjek uvijek nađe optimalno rješenje dovodi do nepremostive prepreke već u samoj postavci problema optimiranja, jer se u matematičkim modelima ne može naći optimalno rješenje ako podaci nisu izraženi kvantitativnom obliku. [3]

Za opisivanje optimizacijskih problema matematičkim metodama sljedeće su pretpostavke: [3]

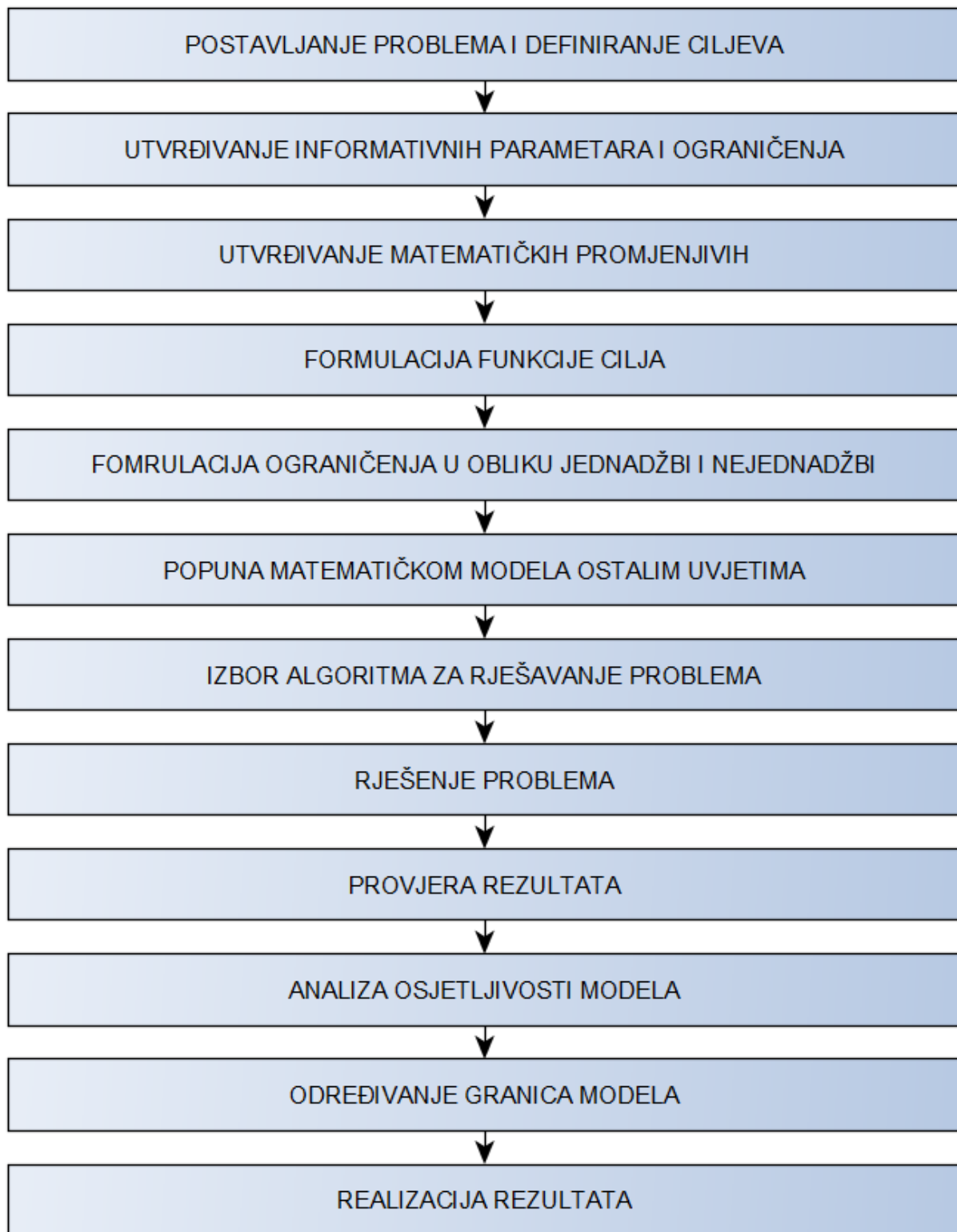
1. Poznate su karakteristike veličine sustav. Te veličine su funkcije vremena ili konstantne u vremenu. Između tih veličina postoje relacije, koje su posljedica zakonitosti odnosa u sustavu. Zavisno od prirode sustava, relacije su izraz fizikalnih, tehnoloških, organizacijskih, ekonomskih ili drugih zakonitosti koje vladaju u sustavu. Matematički oblici relacija su raznovrsni npr. Jednadžbe, orijentalni grafovi, diferencijalne jednadžbe, itd. relaciju unutar mogu biti nezavisno ili zavisno promjenjive, ali je to podređeno prirodom sustava i optimizacijskog problema.

2. Nezavisno promjenjive u optimizacijskim problemima ne mogu se uzimati bilo kakve vrijednosti, nego su podvrgnute ograničenjima, koja su određena granicama koje i zavisnosti od prirode sustava izražavaju ograničenost resursa, dopušteni normalni režim sustava, ili, jednostavno, nezavisno promjenjive izvan dopustivih granica nemaju smisla. I zavisno promjenjive, zbog sličnih razloga kao nezavisno promjenjive, također su podvrgnute ograničenjima. Ograničenja jednih i drugih promjenjivih matematički se izražavaju nejednadžbama.
3. Postoji kvantitativna mjeraza ocjenu kvalitete različitih mogućih rješenja. Ta mjera se naziva kriterijem. Kriterij izražava tehničke, ekonomske ili neke druge zahtjeve. U postavljanju kriterija u jednom optimizacijskom zadatku, procjena i subjektivna komponenta imaju važne uloge. U kriteriju opstoje iste one promjenjive koje se nalaze u relacijama spomenutih pod prvim i ograničenja pod drugim pretpostavkama

Kada su navedene pretpostavke ispunjene, može se postaviti opći zadatak optimizacije, u kojem treba odrediti promjenjive veličine u sustavu tako da su ispunjene relacije koje između njih vladaju, zadovoljenja postavljena ograničenja a kriterij dobio ekstremnu vrijednost, tj. najmanju ili najveću vrijednost. [3]

Slika 7 prikazuje osnovne etape matematičkog modeliranja. Pravilan izbor metode osigurava da se ne traži rješenje krivo postavljenog zadatka te da se za dobro postavljeni zadatak ne daje krivo rješenje. Mora se odmah primijetiti da metode i principi o kojima je ovdje riječ nisu univerzalna jer svako istraživanje ima svoje specifičnosti. Problemi koji se ne mogu riješiti matematičkim modelima, pokušajuse riješiti pomoću simulacijskih metoda na računalu. [3]



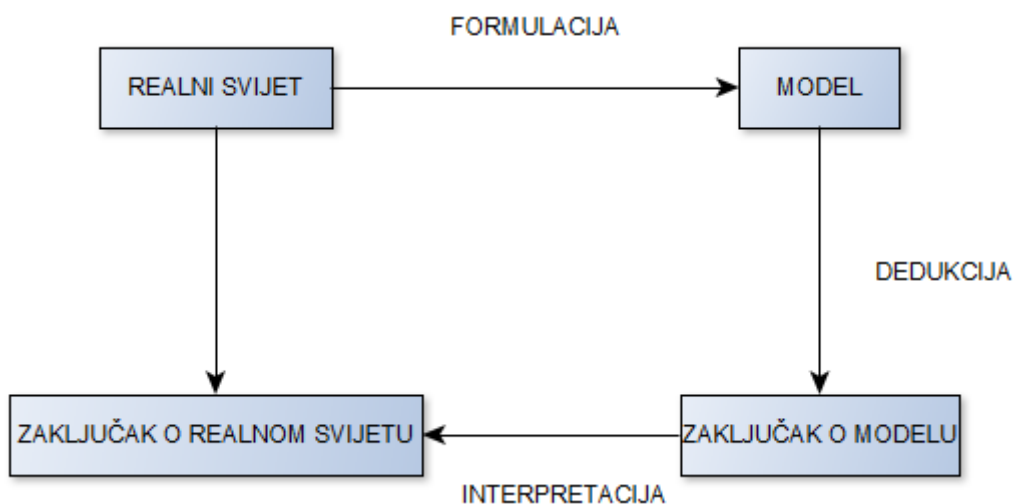


Slika 7. Koraci matematičkom modeliranju

Izvor: prilagodio autor iz izvora [3]

## 4.1 Izrada modela

Da se obavila kvantitativna analiza nekog sustava iz realnog svijeta, nužno je izraditi njegov matematički model. Postupak modeliranja dosta je osjetljiv i zahtjeva određeno iskustvo i intuiciju. Mora se reći da gotovo i nema zbivanja u realnom svijetu koje bi se mogle potpuno točno prenijeti u matematički model. Pri izradbi matematičkog modela zanemaruju se mnoge informacije i međusobne zavisnosti. U model se unose samo one veličine i one veze za koje se smatra da su relevantne za dobivanje rješenja problema zbog kojeg se model izrađuje. Veza i zavisnosti u realnom svijetu najčešće su nelinearne i nederminističke, a i podaci o realnom svijetu nisu nikada apsolutno točni. Podaci se trebaju statistički obraditi, odrediti točnost podataka te uočiti međusobne veze i zakonitosti u realnom svijetu. Postupak izrade modela prikazan je slikom 8.



Slika 8. Proces modeliranja

Izvor: prilagodio autor iz izvora [3]

Deset principa modeliranja su: [3]

1. Ne izrađivati komplicirani model ako se jednostavan može postići. Ne treba se forsirati da se prikaže sav repertoar znanja ili da se impresionira korisnik. Preporuča se postupak pojednostavljenja sve dok rješenje ne postane matematički izvodljivo, a nakon toga slijedi obogaćivanje modela sve dok ne bude i dalje matematički izvodljivo.

2. Ne podešavati problem da bi odgovarao tehnici rješenja. Kod snimanja stanja u realnom problemu treba paziti na to da se podsvjesno ne iskrivi slika u nastojanju da se problem svede u oblik koji se može riješiti nekom od poznatih tehnika.
3. Postupak stvaranja zaključaka o modelu mora biti rigorozan. U obradi modela ne smiju promaknuti logističke pogreške. U suprotnom, ne može se znati jesu li pogreške pretpostavke ili postupci. Može se uzeti analogija s programom na računalu koje je formalno ispravan, ali zbog ugrađene logičke pogreške daju krive rezultate.
4. Model treba provjeriti prije ugradbe. Model se može testirati na stvarnim, već obrađenim podacima. Ako takvih nema, ulazne podatke treba generirati te ih varirati i na taj način provjeriti ispravnost reakcije modela.
5. Model ne treba nikada shvaćati suviše doslovno. Budući da je model, bio kompliciran ili jednostavan, samo pojednostavljena slika stvarnosti. Rezultate koji se dobiju njegovom obradom treba usporediti s iskustvenim podacima da se uoči jesu li logični. Ako ne djeluju logično, a to je ponekad slučaj, treba ustanoviti zašto je to tako. Na taj način obavlja se, s jedne strane kontrola, a s druge se obogaćuje saznanje o modelu.
6. Ne treba očekivati da model rješava probleme za koje nije bio projektiran. Pri izradbi modela vodi se računa o cilju koji se želi postići pa se ovisno o tome pojedini elementi realnog svijeta smatraju relevantnim ili nerelevantnima. Ako se izmjeni cilj, ne može se očekivati da će postojeći model biti adekvatan.
7. Ne treba pretjerivati s korištenjem istog modela. Jednom izgrađen model i ugrađeni postupci za njegovo rješavanje i interpretaciju mogu biti uz minimalne izmjene primjenjivi za rješavanje različitih vrsta problema. Postoji opasnost da operacijski istraživač ne uoči razliku pa neadekvatnim rezultatom komprimira sebe i stranku.
8. Znatne su koristi već od izradbe modela. Izradba modela zahtjeva racionalnu analizu stvarnosti. Događa se da se pritom otkriju određene nelogičnosti koje su godinama bile prikrivene. Primjer toga iz prakse je kada se pripremanjem modela proizvodnje za linearno programiranje ustanovila da postoje proizvodi čija prodajna cijena niža od izravnih troškova izvedbe.

9. Model ne može biti bolji od ulaznih informacija. Kvaliteta rezultata dobivena obradom modela ne može biti bolja od kvalitete ulaznih informacija. Treba usmjeriti napore na poboljšanje kvalitete podataka.
10. Modeli ne mogu nadomjestiti donositelj odluke. Kvantitativnim metodama može se dobiti samo podloga na temelju koje donositelj odluke donosi samo odluku. Općenito, postoje aspekti realnog svijeta koji nisu obuhvaćeni modelom zbog toga što ih se ne može kvantificirati ili zato što ovise o okruženju pa je njihovo pojavljivanje nepredvidivo

#### **4.2 Transportni problem**

Transportni problem se bavi određivanjem rasporeda transporta određenoga transportnoga supstrata (homogenih jedinica tereta, kao što je paleta ili karton) iz n izvora u kojima se supstrat nalazi u m odredištu čiju potražnju za supstratom treba zadovoljiti, koristeći raspoložive transportne putove po kriteriju najmanjih transportnih troškova ili najkraćega transportnoga puta.

Raspored transporta određuje iz kojega se izvora transportira koja količina supstrata u koje odredište i kojim transportnim putom. [3]

U osnovnom transportnom problemu su poznati kapaciteti, lokacije izvora, potražnja odredišta, raspoloživi transportni putovi (veze između izvora i odredišta), jedinični transportni troškovi ako je traženi kriterij najmanji transportni trošak, odnosno duljine transportnih putova ako je kriterij najkraći transportni put. Osnovni oblik problema može biti dodatno složen, primjerice uvođenjem kapaciteta transportnih sredstava, odnosno propusnosti transportnih putova ili vremenskih prozora kod izvora ili kod odredišta. [3]

Kada je ukupna potražnja odredišta jednaka ukupnom kapacitetu izvora, problem se naziva zatvorenim, no u praksi se često pojavljuju i situacije u kojima kapaciteti premašuju potražnju odnosno potražnja nadmašuje kapacitete pa potražnju nije moguće zadovoljiti.

Transportni problem može se svesti na problem optimiranja radi aproksimiranja matematičkim modelom linearnoga programiranja. U tom smislu pojedine elemente transportnoga problema predstavljaju odgovarajući elementi transportnoga modela, kako slijedi: [3]

- funkcija cilja predstavlja ukupne transportne troškove, odnosno transportni put koji treba minimizirati
- varijable odlučivanja predstavljaju raspored transporta, tj. količine supstrata koje se transportiraju iz određenoga izvora u određeno odredište po transportnom putu koji povezuje određeni izvor s određenim odredištem
- ograničenja predstavljaju uvjete koji moraju biti ispunjeni: potražnja odredišta mora biti zadovoljena, kapaciteti izvora ne mogu biti prekoračeni, transport se može odvijati po raspoloživim transportnim putovima
- ulazni podatci poznate su (zadane) veličine transportne mreže: kapaciteti izvora, potražnja odredišta, jedinični transportni troškovi.

Transportni modeli vrsta su modela mreže koja se sastoji od čvorova (izvoraili odredišta) i lukova (transportni putovi) koji povezuju te čvorove. Transportni model prikazuje razdiobu transportnih (robnih) tokova unutar transportne mreže, tj. između čvorova čije su funkcije i lokacije poznate (zadane). Ovdje treba razmotriti sljedeća pitanja: [3]

- Iz kojih izvora opskrbljivati koja odredišta?
- Kako kvantitativno odrediti razdiobu transporta?
- Koje transportne putove odabrati?

Odgovori na ova pitanja određuju suprastrukturno rješenje transportne mreže u danom slučaju. Primjenom transportnih modela može se u tom smislu optimirati funkcioniranje transportne mreže kao cjeline. [3]

Optimalno rješenje transportnoga problema jest povezivanje izvorišnih čvorova (distribucijski centru, proizvodni pogoni, itd.) i odredišnih čvorova (skladišta, prodajna mjesta, itd.) transportnim putovima tako da potražnja bude zadovoljena, a trošak transporta minimalan ili prijeđen najmanji put, ovisno o funkciji cilja. [3]

Matematička formulacija transportnoga problema, tj. transportni model sastoji se od elemenata matematičkoga modela linearnoga programiranja, kako je opisano u prethodnoj točki (funkcija cilja, ograničenja, varijable odlučivanja, ulazni podatci), zapisanih matematičkim izrazima kako slijedi: [3]

Funkcija cilja:

$$\min F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} * q_{ij} \quad (4.2.1)$$

Ograničenja:

$$\sum_{l=1}^n q_{lj} = p_j \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (4.2.2)$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ij} \leq k_i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.2.3)$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (4.2.4)$$

Gdje je:

$t_{ij}$  = jedinični transportni trošak na relaciji od izvora  $i$  do odredišta  $j$

$q_{ij}$  = količina robe koja se iz izvora  $i$  transportira do odredišta  $j$

$m$  = ukupan broj odredišta čiju potražnju treba zadovoljiti

$n$  = ukupan broj izvora

$k_i$  = kapacitet izvora  $i$

$p_j$  = potražnja odredišta  $j$ .

Jednadžba (4.2.1) predstavlja funkciju cilja, tj. ukupni transportni trošak na razini cijele mreže kao zbroj produkata količine robe i jediničnoga transportnoga troška na svim relacijama transportne mreže. Jednadžba (4.2.2) predstavlja ograničenje koje određuje kako potražnja svih odredišta mora biti zadovoljena, nejednadžba (4.2.3) predstavlja ograničenje koje određuje kako ukupna količina robe koja se transportira iz pojedinoga izvora ne može biti veća od njegovoga kapaciteta, a nejednadžba (4.2.4) predstavlja uvjet nenegativnosti varijable odlučivanja (transport negativne količine robe nema logičkoga smisla).

Prije izrade matematičkog modela radi se Logički opis problema koji sadrži funkcionalni prikaz strukture postavljenoga zadatka koji odgovara strukturi matematičkoga modela linearnoga programiranja, kako slijedi: [3]

- funkcija cilja sadrži kriterij optimalnosti: minimizirati transportne troškove (min F);
- varijable odlučivanja promjenjive su veličine čije vrijednosti treba odrediti radi dobivanja optimalnoga rješenja problema, odnosno minimalne vrijednosti funkcije cilja: raspored transporta;
- ograničenja određuju kvantitativno područje dopuštenih vrijednosti varijabla odlučivanja, odnosno područje izvedivosti: potražnja prodajnih mjesta u svakom gradu mora biti zadovoljena; iz svakoga izvora (LDC-a) ukupno se može transportirati najviše toliko robe koliki je njegov kapacitet;
- ulazne veličine podatci su dobiveni analizom realnoga sustava: jedinični transportni troškovi od svakoga LDC-a do svakoga grada (€/paleta); potražnja prodajnih mjesta u svakom gradu (paleta/mjesec); kapaciteti LDC-a (paleta/mjesec).

Zatim se provjerava da li je problem rješiv tj. je li moguće pronaći rješenje koje zadovoljava postavljena ograničenja. U svezi s tim ovaj je problem rješiv ukoliko se raspoloživim kapacitetima LDC-a može zadovoljiti potražnja svih prodajnih mjesta ili, drugim riječima, problem je rješiv ukoliko je ukupni kapacitet svih LDC-a veći ili jednak ukupnoj potražnji prodajnih mjesta. Uvjet rješivosti za ovaj primjer se izražava na sljedeći način gdje su: [3]

$$K = \sum_{i=1}^n k_i \quad (4.2.5)$$

$$P = \sum_{j=1}^m p_j \quad (4.2.6)$$

gdje je:

$n$  = ukupan broj LDC-a

$k_i$  = kapacitet LDC-a na lokaciji  $i$

$K$  = ukupan kapacitet svih LDC-a u mreži

$m$  = ukupan broj gradova koje treba opskrbiti

$p_j$  = potražnja u gradu  $j$

$P$  = ukupna potražnja tržišta

Dok uvjet rješivosti glasi: [3]

$$K \geq P \quad (4.2.7)$$

### 4.3 Lokacijski problem

Lokacijski problem se koristi za određivanje broja  $i$  i lokacija izvorišnih čvorova te rasporeda transporta određenoga supstrata (homogenih jedinica tereta iz  $n$  izvora u  $m$  odredišta, čiju potražnju za supstratom treba zadovoljiti koristeći raspoložive transportne putove po kriteriju najmanjih troškova. Troškovi se ovdje odnose ne samo na transportne troškove, već i na troškove infrastrukture (izvorišnih čvorova: proizvodnih pogona ili LDC-a iz kojih se generiraju transportni tokovi). Osim što se u obzir uzimaju i troškovi infrastrukture, lokacijski se problemi od transportnih problema razlikuju po tome što broj  $i$  i lokacije izvorišnih čvorova nisu poznati, već ih treba odrediti. [3]

Broj  $i$  i lokacije izvorišnih čvorova predstavljaju izbor lokacija u transportnoj mreži iz kojih se može transportirati supstrat radi zadovoljenja potražnje odredišta. Pritom svaka lokacija (čvor na transportnoj mreži) ima svoju potražnju kao odredište, no istodobno može imati i funkciju izvora iz kojega se može zadovoljiti potražnja određene lokacije i drugih lokacija (čvorova na transportnoj mreži) onoliko koliko to kapacitet izvora na određenoj lokaciji omogućuje. Primjerice, potražnja prodajnih mjesta u nekom gradu može biti zadovoljena otvaranjem LDC-a u tom gradu ili iz LDC-a koji je otvoren u nekom drugom gradu. Prema tomu, svaki je čvor na



transportnoj mreži ujedno i potencijalna lokacija LDC-a. Raspored transporta određuje iz kojega se izvora (lokacije na kojoj je otvoren LDC) transportira koja količina supstrata u koje odredište i kojim transportnim putem. [3]

U osnovnom lokacijskom problemu poznati (zadani) su kapaciteti i troškovi potencijalnih izvora, potražnja odredišta, raspoloživi transportni putovi (veze između izvora i odredišta), jedinični transportni troškovi, odnosno duljine transportnih putova. Osnovni oblik problema može biti dodatno zakompliciran, primjerice mogućnošću određivanja kapaciteta izvora, uvođenjem kapaciteta transportnih sredstava, odnosno propusnosti transportnih putova i/ili vremenskih prozora kod izvora odnosno kod odredišta. [3]

Lokacijski problem može se svesti na problem optimiranja radi aproksimiranja matematičkim modelom linearnoga programiranja. U modelu se koriste stalne varijable (raspored transporta) i binarne varijable (broj i lokacije izvorišnih čvorova). U tom smislu pojedine elemente lokacijskoga problema predstavljaju odgovarajući elementi lokacijskoga modela, kako slijedi: [3]

- funkcija cilja predstavlja ukupne troškove opskrbe odredišta (troškovi infrastrukture i transportni troškovi) koje treba minimizirati;
- varijable odlučivanja predstavljaju broj i lokacije izvorišnih čvorova te raspored transporta, tj. količine supstrata koje se transportiraju iz određenoga izvora u određeno odredište po transportnom putu koji povezuje određeni izvor s određenim odredištem;
- ograničenja predstavljaju uvjete koji moraju biti ispunjeni: potražnja odredišta mora biti zadovoljena, kapaciteti izvora ne mogu biti prekoračeni, transport se može odvijati po raspoloživim transportnim putovima;
- ulazni podatci poznate su veličine transportne mreže: potencijalne lokacije i kapaciteti izvora, potražnja odredišta, troškovi infrastrukture i jedinični transportni troškovi.

Lokacijski modeli također su vrsta modela mreže koja se sastoji od čvorova (izvori odnosno odredišta) i lukova (transportni putovi) koji povezuju te čvorove. Lokacijski model prikazuje broj i lokacije izvora te razdiobu transportnih (robnih) tokova unutar transportne mreže. Ovdje treba razmotriti sljedeća pitanja: [3]

- Kako odrediti broj i lokacije izvora?
- Iz kojih izvora opskrbljivati koja odredišta?
- Kako kvantitativno odrediti razdiobu transporta?
- Koje transportne putove odabrati?

Odgovori na ova pitanja određuju infrastrukturno i suprastrukturno rješenje transportne mreže u danom slučaju. Primjenom lokacijskih modela može se optimirati funkcioniranje transportne mreže kao cjeline. Optimalno rješenje lokacijskoga problema može se dobiti optimiranjem matematičkoga modela problema, a obuhvaća sljedeće elemente: [3]

- određivanje broja i lokacija izvorišnih čvorova;
- povezivanje izvorišnih čvorova (proizvodni pogoni, LDC-i...) i odredišnih čvorova (skladišta, prodajna mjesta...) transportnim putovima;
- određivanja količina supstrata kojima se iz pojedinoga izvora zadovoljava potražnja odredišta, odnosno količina supstrata koje se transportiraju na pojedinom transportnom putu, tako da se potražnja odredišta zadovolji uz najmanje troškove i da se pritom ne prekorače kapaciteti izvora.

Logički opis problema izgleda za ovaj problem ovako: [3]

- Funkcija cilja sadrži kriterij optimalnosti: minimizirati troškove opskrbe prodajnih mjesta koji se sastoje od fiksnih troškova LDC-a i varijabilnih troškova transporta (min F).
- Varijable odlučivanja promjenjive su veličine čije vrijednosti treba odrediti radi dobivanja optimalnoga rješenja problema, odnosno minimalne vrijednosti funkcije cilja: broj i lokacije LDC-a; raspored transporta.
- Ograničenja određuju kvantitativno područje dopuštenih vrijednosti varijabla odlučivanja, odnosno područje izvedivosti: potražnja prodajnih mjesta u svakom gradu mora biti zadovoljena; na svakoj lokaciji može se otvoriti samo jedan ili niti jedan LDC; iz svakoga izvora (LDC-a) ukupno se može transportirati najviše toliko robe koliki je njegov kapacitet.

Potrebna je provjera da li je problem rješiv pa se postavlja sljedeće: [3]

$$K_{max} = \sum_{i=1}^n l_i * k_i ; l_i = 1 \forall i = 1, \dots, n \quad (4.3.1)$$

$$P = \sum_{j=1}^m p_j \quad (4.3.2)$$

Gdje su:

$l_i$  = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost jedan ako je LDC otvoren na lokaciji i inulaako LDC nije otvoren na lokaciji i

$n$  = ukupan broj potencijalnih lokacija LDC-a

$k_i$  = kapacitet LDC-a na lokaciji i

$K_{max}$  = ukupan kapacitet svih LDC-a koji mogu biti otvoreni u transportnoj mreži

$m$  = ukupan broj gradova koje treba opskrbiti

$p_j$  = potražnja u gradu j

$P$  = ukupna potražnja tržišta (prodajnih mjesta u svim gradovima),

$$K_{max} \geq P \quad (4.3.3)$$

Nejednadžba (4.3.3) predstavlja uvjet rješivosti problema.

Uz napravljeni logički model i provjerena rješivost modela, kreće se s izradom matematičkog modela pa funkcija cilja glasi: [3]

$$\text{Min } F = \sum_{i=1}^n l_i * f t_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} * q_{ij} \quad (4.3.4)$$

Dok su ograničenja:

$$\sum_{l=1}^n q_{ij} = p_j \forall j = 1, \dots, m \quad (4.3.5)$$

$$\sum_{j=1}^m \leq l_i * k_i \forall i = 1, \dots, n \quad (4.3.6)$$

$$l_i \in \{0,1\} \forall i = 1, \dots, n \quad (4.3.7)$$

$$q_{ij} \geq 0 \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (4.3.8)$$

gdje je:

$l_i$ = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost 1 ako je LDC otvoren na lokaciji i odnosno 0 ako LDC nije otvoren na lokaciji i

$f_i$ = fiksni trošak LDC-a na lokaciji i

$t_{ij}$ = jedinični transportni trošak od LDC-a na lokaciji i do prodajnih mjesta u gradu j

$q_{ij}$ = količina robe koja se iz LDC-a na lokaciji i transportira do prodajnih mjesta u gradu j

$m$  = ukupan broj gradova čija prodajna mjesta treba opskrbiti

$n$  = ukupan broj potencijalnih lokacija LDC-a

$k_i$ = mjesečni kapacitet LDC-a na lokaciji i

$p_j$ = mjesečna potražnja prodajnih mjesta u gradu j.

Jednadžba (4.3.4) predstavlja funkciju cilja, tj. ukupni trošak opskrbe prodajnih mjesta na razini cijele mreže. Sastoji se od fiksnih troškova LDC-a (zbroy fiksnih troškova na svim lokacijama na kojima je otvoren LDC) i varijabilnih troškova transporta (zbroy produkata količine robe i jediničnoga transportnoga troška na svim transportnim relacijama).

Ograničenja predstavljaju matematički izrazi od (4.3.5) do (4.3.8). Jednadžba (4.3.5) predstavlja ograničenje koje određuje kako potražnja prodajnih mjesta u svim gradovima mora biti zadovoljena, nejednadžba (4.3.6) predstavlja ograničenje koje određuje kako se sa svake lokacije može transportirati najviše toliko robe koliki je kapacitet LDC-a otvorenoga na određenoj lokaciji (ukoliko na nekoj lokaciji nije otvoren LDC, s te se lokacije ne može transportirati roba), izraz (4.3.7) određuje kako se na svakoj potencijalnoj lokaciji može otvoriti samo jedan ili niti jedan LDC, a nejednadžba (4.3.8) predstavlja uvjet nenegativnosti.

#### 4.4 Problem distribucijske mreže

Pri rješavanju lokacijskoga problema u prethodnoj točki korišteni su matematički modeli linearnoga programiranja (lokacijski modeli) koji predstavljaju samo dio distribucijske mreže, tj. izlazne robne tokove iz LDC-a prema prodajnim mjestima, dok su ulazni tokovi (doprema robe do LDC-a) i logističke operacije u samim LDC-ima zanemareni. [3]

Model distribucijske mreže dobiven je proširenjem lokacijskoga modela dodatnim elementima: [3]

- varijabilnim troškovima LDC-a (troškovi obavljanja logističkih operacija)
- troškovima dopreme robe do LDC-a

da se obuhvate robni tokovi fizičke distribucije robe od mjesta proizvodnje odnosno mjesta preuzimanja robes ciljem postizanja višega stupnja sličnosti s funkcioniranjem realnoga sustava. [3]

Problem distribucijske mreže također se može svesti na problem optimiranja radi aproksimiranja matematičkim modelom linearnoga programiranja. U matematičkom modelu koriste se stalne varijable i binarne varijable (broj, kapaciteti i lokacije LDC-a). U tom smislu, pojedine elemente problema predstavljaju odgovarajući elementi modela distribucijske mreže koji su sljedeći: [3]

- funkcija cilja predstavlja logističke troškove distribucije (fiksni i varijabilni troškovi LDC-a te transportni troškovi dopreme robe do LDC-a i dostave do prodajnih mjesta) koje treba minimizirati
- varijable odlučivanja predstavljaju broj, kapacitet i lokacije LDC-a te raspored distribucije, tj. količine supstrata koje se dopremaju do pojedinoga LDC-a i dostavljaju prodajnim mjestima
- ograničenja predstavljaju uvjete koji moraju biti ispunjeni: potražnja prodajnih mjesta mora biti zadovoljena, kapaciteti LDC-a ne mogu biti prekoračeni, transport se može odvijati po raspoloživim transportnim putovima
- ulazni podatci poznate su veličine distribucijske mreže: potencijalne lokacije i mogući kapaciteti LDC-a, potražnja prodajnih mjesta, fiksni i varijabilni

troškovi LDC-a, jedinični transportni troškovi dopreme robe do LDC-a i dostave do prodajnih mjesta.

Optimalno rješenje problema distribucijske mreže može se dobiti optimiranjem matematičkoga modela distribucijske mreže, a obuhvaća sljedeće elemente: [3]

- određivanje broja, kapaciteta i lokacija LDC-a
- povezivanje čvorova distribucijske mreže (mjesto preuzimanja robe, LDC, prodajno mjesto) transportnim putovima
- određivanja količina supstrata koje se dopremaju u LDC-e i dostavljaju prodajnim mjestima po pojedinim transportnim putovima, tako da se potražnja prodajnih mjesta zadovolji uz najmanje logističke troškove te da se pritom ne prekorače raspoloživi kapaciteti LDC-a.

Promatra se rješivost problema koja se ne razlikuje od lokacijskog problema (matematički izrazi (4.3.1), (4.3.2) i (4.3.3)), ali treba uzeti u obzir ako postoji mogućnost izbora većih kapacitet LDC-a.

Zatim slijedi izrada matematičkog modela te se ona sastoji od sljedećih elemenata: [3]

Funkcija cilja:

$$\min F = \sum_{i=1}^n lA_i * [ftA_i + rp_i * (d_i + vtA_i)] + \sum_{i=1}^n lB_i * [ftB_i + rp_i * (d_i + vtB_i)] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} * q_{ij} \quad (4.4.1.1)$$

$$rp_i = \sum_{j=1}^m q_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.4.1.2)$$

Ograničenja:

$$\sum_{i=1}^n q_{ij} = p_j \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (4.4.2)$$

$$\sum_{j=1}^m q_{ij} \leq lA_i * kA_i + lB_i * kB_i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.4.3)$$

$$lA_i, lB_i \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.4.4)$$

$$lA_i + lB_i \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4.4.5)$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (4.4.6)$$

Gdje je:

$lA_i$ = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost 1 ako je LDC Tipa A otvoren na lokaciji  $i$  ili 0 ako LDC Tipa A nije otvoren na lokaciji  $i$

$ftA_i$ = fiksni trošak LDC-a Tipa A na lokaciji  $i$

$vtA_i$ = jedinični varijabilni trošak LDC-a Tipa A na lokaciji  $i$

$lB_i$ = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost 1 ako je LDC Tipa B otvoren na lokaciji  $i$  odnosno 0 ako LDC Tipa B nije otvoren na lokaciji  $i$

$ftB_i$ = fiksni trošak LDC-a Tipa B na lokaciji  $i$

$vtB_i$ = jedinični varijabilni trošak LDC-a Tipa B na lokaciji  $i$

$d_i$ = jedinični transportni trošak dopreme robe do LDC-a na lokaciji  $i$

$t_{ij}$ = jedinični transportni trošak dostave robe od LDC-a na lokaciji  $i$  do prodajnih mjesta u gradu  $j$

$q_{ij}$ = količina robe koja se iz LDC-a na lokaciji  $i$  dostavlja prodajnim mjestima grada  $j$

$rp_i$ = realizirani promet LDC-a na lokaciji  $i$

$m$  = ukupan broj gradova čija prodajna mjesta treba opskrbiti

$n$  = ukupan broj potencijalnih lokacija LDC-a

$kA_i$ = mjesečni kapacitet LDC-a Tipa A na lokaciji  $i$

$kB_i$ = mjesečni kapacitet LDC-a Tipa B na lokaciji  $i$

$p_j$ = mjesečna potražnja prodajnih mjesta u gradu  $j$ .

Jednadžba (4.4.1.1) predstavlja funkciju cilja, tj. ukupne logističke troškove na razini cijele distribucijske mreže. Sastoji se od fiksnih i varijabilnih troškova LDC-a te transportnih troškova dopreme robe do LDC-a i dostave do prodajnih mjesta.

Ograničenja predstavljaju matematički izrazi od (4.4.2) do (4.4.6). Jednadžba (4.4.2) predstavlja ograničenje koje određuje kako potražnja prodajnih mjesta u svim gradovima mora biti zadovoljena, nejednadžba (4.4.3) predstavlja ograničenje koje određuje kako se sa svake lokacije može distribuirati najviše toliko robe koliki je kapacitet LDC-a otvorenoga na određenoj lokaciji (ukoliko na nekoj lokaciji nije otvoren LDC, s te se lokacije ne može distribuirati roba), izraz (4.4.4) određuje kako su lokacijske varijable binarne, a nejednadžba (4.4.5) kako se na svakoj potencijalnoj lokaciji može otvoriti samo jedan ili niti jedan LDC inejednadžba (4.4.6) predstavlja uvjet nenegativnosti.



## 4.5 Druge matematičke metode za rješavanje transportnih problema

Osim prije navedenih matematičkih modela, postoje i drugi. Jedan od primjera je kombinacija VAN metode koja daje početno rješenje, te steppingstone metodom se promatra je li dobiveno rješenje optimalno. Ono što je važno napomenuti za takve metode da se rješavaju pravilima, ovisno o metodi koja se primjenjuje. Za pronalaženje početnog rješenja koriste se jedne od sljedećih metoda:[6]

1. Metoda sjeverozapadnog kuta je jedna od metoda koja se koristi za pronalaženje početnog dopustivog rješenja transportnog problema. Metoda počinje s gornjim lijevim kutom, ispunjava se potražnja od prvog odredišta preko prvog izvora. Ako je izvor ispunio odredište te mu je ostala određena količina robe, kreće na sljedeće odredište. Ukoliko izvor nema dovoljno robe za jedno odredište, od sljedećeg izvora se šalje razlika robe koja je potrebna da ispuni potražnju. Postupak je prikazan tablicom 1. Ukupni trošak se računa formulom 4.5.1 i trošak iznosi za ovaj primjer 530 kn

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} * x_{ij} \quad (4.5.8)$$

Gdje su:

$c_{ij}$  – cijena prijevoza jedne jedinice tereta

$x_{ij}$  – količina jedinice tereta

$m$  – broj odredišta

$n$  – broj izvora

Tablica 1. Metoda sjeverozapadnog kuta

P. i S.	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)
80/80			
S1 (20)	<sup>10</sup> 20	12	0
S2 (30)	<sup>8</sup> 20	4 10	3
S3 (20)	6	9	4 20
S4 (10)	7	8	5 10

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

Ova metoda je jednostavna, ne vodi se računa o jediničnim troškovima i nije potrebno programiranje ili korištenje računala, dok je nedostatak što daje rezultat koji je daleko od optimalnog te zahtjeva veći broj iteracija da se pronađe optimalno rješenje. [6]

2. Najmanji trošak pronalazi najmanji  $c_{ij}$  u tablici te se transportira iz skladišta naprodajno mjesto s najmanjim troškom transporta. Kad se skladište isprazni ili prodajno mjesto popuni, dalje se nastavlja tražiti najmanji  $c_{ij}$  sve dok sva potražnja nije ispunjena što je prikazano u tablici 2. Ukupni trošak se dobiva formulom 4.5.1 i ona iznosi 340 kn.

Ova metoda je dobra zbog jednostavnosti i obrade na računalima. Mane su joj što pri ručnoj obradi većih matrica lako dolazi do predviđanja minimalnog troška i zahtjeva više vremena. [6]

**Tablica2. Najmanji trošak**

P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)
S1 (20)	10	12	<sup>0</sup> 20
S2 (30)	<sup>8</sup> 10	<sup>4</sup> 10	<sup>3</sup> 10
S3 (20)	<sup>6</sup> 20	9	4
S4 (10)	<sup>7</sup> 10	8	5

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

**Tablica3. VAM metoda**

P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)	RAZLIKA R.
S1 (20)	10	12	<sup>0</sup> 20	10 0
S2 (30)	<sup>8</sup> 10	<sup>4</sup> 10	<sup>3</sup> 10	1 5
S3 (20)	<sup>6</sup> 20	9	4	2
S4 (10)	<sup>7</sup> 10	8	5	2
RAZLIKA S.	1	4 0	3 1	

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

3. VAM metoda (Vogelova aproksimativna metoda) traži najmanji element u svakom redu i stupcu te se upisuju razlike u dodatnoj koloni što je prikazano u tablici 3. Od svih razlika bira se najvećate dajemo prednost što je u primjeru 10 u prvom redu. 10 je razlika između cijene transporta 10 i broja 0 te se transportira gdje je cijena nula 20 komada robe da se popuni potražnja P3. Kada smo to ispuni, križa se taj red jer je skladište S1 prazno. Budući da više u trećem stupcu nema vrijednosti nula, u tom stupcu se mijenja razlika kojasada postaje jedan. Sljedeća najveća razlika je četiri te se postupak ponavlja sve dok se ne ispuni cijela tablicu. Ukoliko ima više razlika međusobno jednakih i istodobno najvećih, daje se prednost onoj koja ima najnižu jediničnu cijenu. Ukupnitrošak se dobiva formulom 4.5.1 i iznosi 340 kn. Iako je u metodi najmanjeg troška ukupan trošak isti, ne znači da će davati iste rezultate.

VAM metoda se smatra metodom koja u većini slučajeva daje rješenje koje je najbliže optimalnom što se može smatrati kao dobra strana što ponekada zahtijeva više računanja što se može smatrati kao mana. [6]

Nakon završene jedne od početnih metoda, počinje se tražiti optimalno rješenje pomoću jednih od sljedećih metoda: [6]

1. Stepping-stone metoda (ili skakanja s kamena na kamen) koristi postojeće početno rješenje neke od prije navedenih metoda. Počinje se tako da se izračuna relativni trošak za svako slobodno polje tablice. Ti troškovi pokazuju za koliko bi se smanjio ili povećao trošak transporta ako se jedna jedinica transportira preko danog polja. Pozitivni relativni troškovi povećavaju troškove, dok negativni smanjuju. Kada postoje negativni relativni troškovi, postoji i mogućnost optimiziranja, a ako su svi pozitivni, bazično rješenje je i optimalno. Uzeti će se početno rješenje od metode sjeverozapadnog kuta (tablica 1.). Važno je da se pri određivanju relativnih troškova ne smije narušiti ravnoteža ponude i potražnje. To znači ako se vrši transport preko polja (1,1) onda se mora smanjiti za odgovarajući iznos postojeći transport u prvom redu (1,3) da skladište ne isporuči više nego što ima robe i u prvoj koloni da potražnja ostane nepromijenjena. Kod ove metode se mora paziti da li je degeneriran, jer ako je, biti će problem ostvariti zatvoreno kretanje.

Degeneracija je posljedica postojanja jedne ili više jednakih parcijalnih suma ponude i potražnje ona se prepoznaje kadaje broj početnih pozitivnih varijabli manji od  $m + n - 1$ , gdje je  $n$  broj ishodišta, a  $m$  broj odredišta. To znači da su kod degeneriranog bazičnog rješenja neka od  $m+n-1$  bazičnih rješenja jednaka nuli, tj. neke bazične varijable  $x_{ij}=0$ . Takvo bazično rješenje nije moguće poboljšati metodama za dobivanje početnog rješenja, već je potrebno degenerirano rješenje pretvoriti u nedegenerirano. Degeneraciju je moguće dobiti bilo kojom početnom metodom ili kasnije u nekoj iteraciji. Degenerirano rješenje pretvaramo u nedegenerirano ubacivanjem fiktivnog tereta u neko popunjeno polje i to ono ili ona polja koja su nam potrebna za izračunavanje svih vrijednosti. Fiktivni teret može, ali ne mora nestati do kraja iterativnog procesa traženja rješenja. Najčešća oznaka koja se koristi za fikciju je  $\square$ . [6]

Ne zauzeta polja iz tablice 1 se računaju po principu  $d_{13}=C_{13}-C_{33}+C_{31}-C_{11}=0-4+6-10=-8$  i  $d_{42}=C_{42}-C_{22}+C_{21}-C_{31}+C_{33}-C_{43}=8-4+8-6+4-5=5$  što je prikazano na slici 7. Nakon toga se gleda koja je najmanja vrijednost, jer to ukazuje da postoji bolje rješenje, te je to u našem slučaju vrijednost polja  $d_{13}=-8$  te je postupak prijenosa prikazan slikom 9. Za  $\square$  vrijedi  $X_{ij} \pm \square = X_{ij}$

P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)
S1 (20)	$10 \bar{20}$	$12 \bar{6}$	$0 \bar{-8}$
S2 (30)	$8 \bar{20}$	$4 \bar{10}$	$3 \bar{-3}$
S3 (20)	$6 \bar{8}$	$5 \bar{7}$	$4 \bar{20}$
S4 (10)	$7 \bar{0}$	$8 \bar{5}$	$5 \bar{10}$

Slika 9. Steppingstone tablica

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

Sada slika 9 prikazuje novo bazično rješenje te se kreće istim koracima kao i gore navedeno dok sva slobodna polja ne budu  $\geq 0$ , te se formulom (4.5.1) izračuna optimalni trošak.

Ova metoda je jednostavna za računanje i za primjenu računala. Ovom metodom se uglavnom dolazi brže do optimalnog rješenja nego druge metode za pronalaženje optimuma. [6]

## 2. MODI metoda

Ova metoda je usavršena metoda relativnih troškova te ima jednostavniji postupak za određivanje razlika  $d_{ij}$ . MODI metoda potreban je manji broj iteracija da bi se pronašlo optimalno rješenje, ali ima više računanja.

MODI koraci su: [9]

1. Koristi se neko početno rješenje nekom od metoda koje su prije navedene.
2. Provjerava se je li početno rješenje degeneričko
3. Rješava se jednačba (4.5.1) za svaku ispunjenu ćeliju u tablici. Proizvoljno se bira jedan od  $U_i$  ili  $V_j$  da je jednak nuli te se dalje izračunava za svaki red i stupac.

$$U_i + V_j = c_{ij} \quad (4.5.2)$$

4. Kod svake ne ispunjenje ćelije izračunati jednačbom (4.5.2)

$$d_{ij} = c_{ij} - (U_i + V_j) \quad (4.5.3)$$

5. Pronaći negativne  $D_{ij}$  u ćelijama. Ako ih nema, rješenje je optimalno ( $D_{ij} > 0$ ), ali ako ima dvije ili više negativnih, odabire se najmanja vrijednost od njih ( $D_{ij} < 0$ ).
6. U odabranu ćeliju se alocira neka količina robe koja ovisi o susjednim popunjenim ćelijama s kojima stvara zatvoreni krug.
7. Prebacuje se najveća količina robe u tu odabranu ćeliju na takav način da jedna od okupiranih ćelija postane nula, dok su ostale pozitivne ili nula.
8. Vraća se na treći korak i ponavlja se dok se ne dobije optimalno rješenje.

Da bi koraci bili jasniji upotrijebiti će se sljedeći primjer: [6]

1. Uzima se primjer metode sjeverozapadnog kuta te će se riješiti MODI metodom
2. Početno rješenje je nedegenerirano pa se u tablicu mora dodati  $\square$  koje se postavi na ćeliju s najmanjim jediničnim troškom koje će se poslije objasniti.

3. Postavimo da je  $V_1 = 0$  te  $C_{11}=10$  dobijemo  $U_1$  formulom (4.5.2)  $U_1 = C_{11} - V_1 = 10 - 0 = 10$ . Kako znamo  $C_{21}$  dobije se  $U_2 = C_{21} - V_1 = 8 - 0 = 8$  te  $V_2 = C_{22} - U_2 = 4 - 8 = -4$ . Kako se dalje ne može izračunati  $V_3$ ,  $U_3$  i  $U_4$  jer je nedegenerirano početno rješenje, gledaju se jedinične cijene transporta koja ima najmanju vrijednost kod ćelija koje nemaju  $U_i$  ili  $V_j$ , a to su  $C_{13} = 0$ ,  $C_{32} = 3$ ,  $C_{31} = 6$ ,  $C_{32} = 9$ ,  $C_{41} = 7$  i  $C_{42} = 8$ . Kako  $C_{13} = 0$  tu se postavlja  $\square$  te se dalje nastavlja s računanjem te su rezultati prikazani u slici 8.
4. Kako su  $U_i$  i  $V_j$  ispunjeni, izračunava se  $D_{ij}$  po formuli (4.5.3) za svaku neispunjenu ćeliju.  $D_{12} = C_{12} - U_1 - V_2 = 12 - 10 - (-4) = 6$ ,  $D_{23} = C_{23} - U_2 - V_3 = 3 - 8 - (-10) = 5$ , Te se tako ponavlja za  $D_{31}$ ,  $D_{32}$ ,  $D_{41}$ ,  $D_{42}$  i rezultat je vidljiv u slici 8.
5. Kako na kraju trećeg koraka imamo negativne vrijednosti ukazuje nam da rješenje nije optimalno. Kako su  $D_{31} = D_{41} = -8$  gleda se koja od tih ćelija ima najmanji jedinični trošak te se uzima  $D_{31}$  jer  $C_{31} < C_{41}$ .
6. Zatvoreni krug je prikazan na slici 10.
7. Maksimalni broj jedinica koji se može preseliti je 20 te je rezultat prikazan na slici 9.
8. Vraća se na treći korak zbog provjere je li dobiveno rješenje optimalno. Kako nije dobiveno optimalno rješenje kreće se s ponovnim rješavanjem po istim koracima prikazano na slici 11.

P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)	$U_i$
S1 (20)	$-10$ <b>20</b>	$12$ <b>6</b>	$0$ <b>ε</b> $+$	10
S2 (30)	$8$ <b>20</b>	$4$ <b>10</b>	$3$ <b>5</b>	8
S3 (20)	$+$ $6$ <b>-8</b>	$9$ <b>-1</b>	$4$ <b>20</b>	14
S4 (10)	$7$ <b>-8</b>	$8$ <b>-3</b>	$5$ <b>10</b>	15
$V_j$	0	-4	-10	

Slika 10. MODI metoda

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)	$U_i$
S1 (20)	<sup>10</sup> 5	<sup>12</sup> 11	<sup>0</sup> 20	-3
S2 (30)	<sup>-8</sup> 20	<sup>+10</sup>	<sup>3</sup> ε +	0
S3 (20)	<sup>6</sup> 20	<sup>9</sup> 7	<sup>4</sup> 3	-2
S4 (10)	<sup>+7</sup> -3	<sup>8</sup> 2	<sup>5</sup> 10 <sup>-</sup>	2
$V_i$	8	4	3	

Slika 11. MODI metoda druga iteracija

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

Kako se ponovo vraća na treći korak da se provjeri optimalnost rješenja, dobiva se slika 12 gdje rezultat pokazuje da je pronađeno optimalno rješenje kako su svi  $D_{ij} > 0$  i optimalni trošak se izračuna formulom (4.5.1) i on iznosi 340 kn.

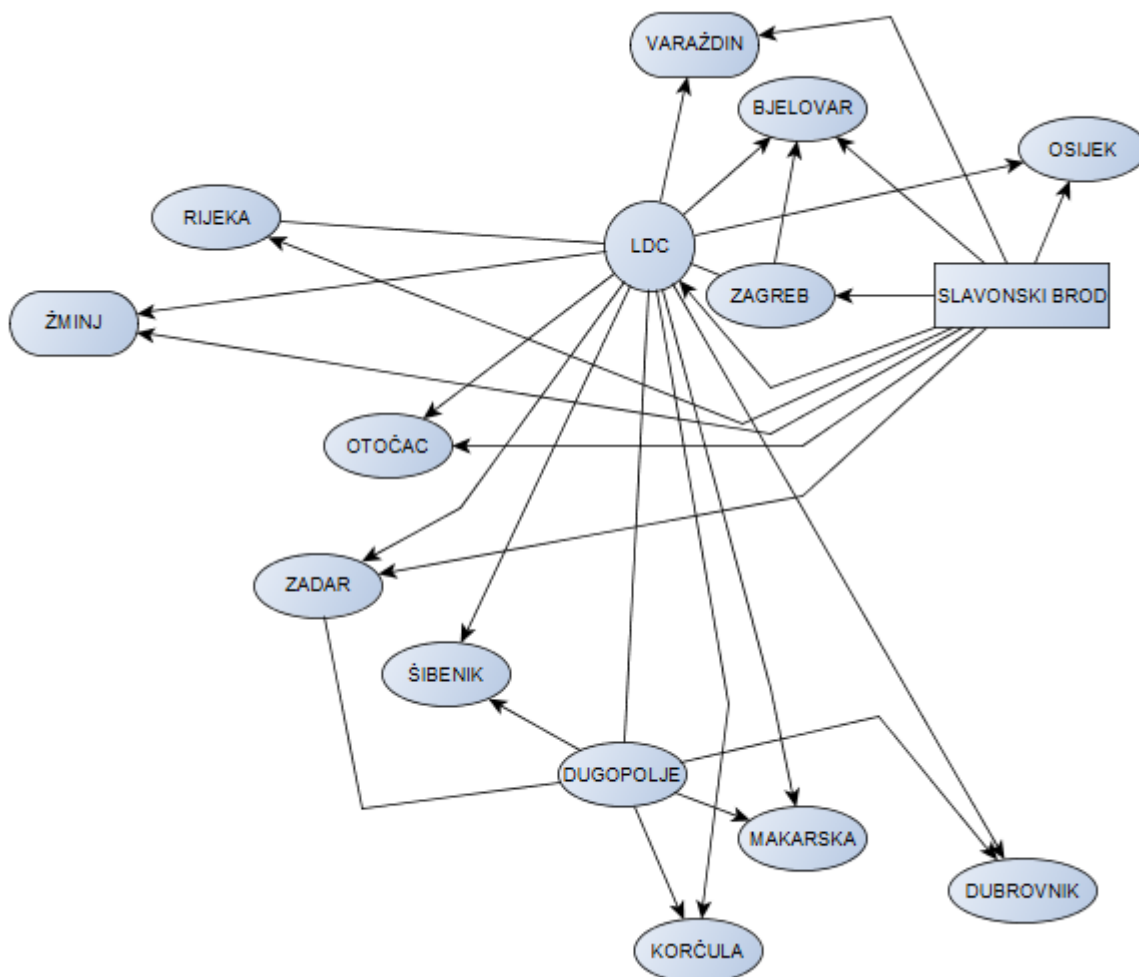
P. i S. 80/80	P1 (40)	P2 (10)	P3 (30)	$U_i$
S1 (20)	<sup>10</sup> 5	<sup>12</sup> 11	<sup>0</sup> 20	3
S2 (30)	<sup>8</sup> 10	<sup>4</sup> 10	<sup>3</sup> 10	0
S3 (20)	<sup>6</sup> 20	<sup>9</sup> 7	<sup>4</sup> 3	2
S4 (10)	<sup>7</sup> 10	<sup>8</sup> 5	<sup>5</sup> 3	1
$V_i$	8	4	3	

Slika 12. MODI metoda treća iteracija

Izvor: prilagodio autor iz izvora 6

## 5. ANALIZA DISTRIBUCIJSKE MREŽE TVRTKE JAMNICA D.D.

Proizvodno poduzeće Jamnica d.d. je osnovano 18.listopada.1828 godine koje crpi vodi iz jamničinog vrela u Pisarovini. 1993 godine prelaze u dioničko društvo gdje je većinski vlasnik Agrokor koncern te se obnovljeni jamničini pogoni koji su stradali u ratu. U sastavu Jamnice d.d. su punionica prirodne mineralne vode i bezalkoholnih pića u Pisarovini, punionica prirodne mineralne vode i bezalkoholnih pića u Svetoj Jani, punionica prirodne mineralne vode i bezalkoholnih pića Sarajevski kiseljak u BiH, punionica mineralne vode Fonyódi u Mađarskoj te vlastite distributivne kompanije u Sloveniji, Srbiji i SAD-u. Distribucijska mreža jamnice u Republici Hrvatskoj je prikazana slikom 13. [7]



Slika 13. Distribucijska mreža Jamnice u RH

Izvor: izradio autor



Na slici 13 se vidi da je distribucijska mreža Jamnice centralno orijentirana preko logističko distributivnog centra u Jastrebarskom. Jamnica svoju distribuciju dijeli na primarnu i sekundarnu.

1. Primarna se sastoji od 22 vlastita vozila, uz korištenje usluga vanjskih prijevoznika kada je potrebno. Oni služe za prijevoz iz tvornica do jamničkih prodajnih centara koji su prikazani u slici 13 ili direktno kupcu ako ispuni cijeli kamion. Tu spadaju vozila koja imaju korisnu nosivost veću od 15 t. Jamnica koristi kamione s prikolicom te ima heterogeni vozni park. Ovdje vozila rade neprekidno, a ako je koje slobodno, preko web aplikacije Lognet se stavlja na burzu transporta. Tu kompanije formiraju privatne (zatvorene) Lognet mreže, povezuju se s prijevoznicima i razmjenjuju informacije o teretima i prijevozima. Takve mreže daju značajnu prednost poslovanja u odnosu na uobičajeni način rada: kompanije brže pronalaze optimalnog prijevoznika, a prijevoznici imaju veći izbor tereta. Lognet se prilagođava poslovnim procesima korisnika, a procesi su popraćeni izradom prateće dokumentacije i izvještaja. [8]
2. Sekundarna distribucija ima oko 100 vozila te se tu malo koriste vanjski prijevoznici. Ona se koristi za maloprodaju i za svako dostavno mjesto koje ne zadovoljava definiciju direktnog kupca. Tu se koristi program Ortek koji automatski rutirakamione primjenom metode skakanja kamena na kamen, ali za osjetljive rute se radi ručno. Izgled rute definira kupac s obzirom na svoju narudžbu i lokaciju. Tu nastaje problem zbog velike potrebe profesionalnih vozača koji se traže tijekom cijele godine i potrebe za pomoćnim skladišnim radnicima koji pomažu kod istovara. Van sezone 30% kamiona stoji

Tijekom ljeta javlja se velika razlikabroja potrebnih kamiona koji su potrebni. Jamnicite koeficijent iznosi ljeti 1:3 (ako je prije ljeta broj potrebnih kamiona dnevno bio 50, tijekom ljeta se taj broj utrostruči, znači potrebno je 150 kamiona), a tijekom blagdana postiže koeficijent čak i 1:7 u Dalmaciji. Primjerice kod primarnog transporta van sezone se otpremi 16 kamiona dnevno, a kada je sezona u hrvatskoj je potrebno 157 kamiona dnevno i kod međunarodnog 220 kamiona dnevno.

Jamnica ima vlastiti cjenik prijevoza kojim su podložna vlastita vozila i vanjski prijevoznici. To je ključno jer tako Jamnica sama sebi fiktivno obračunava prihode i troškove kojima se analizira isplativost vlastitog voznog parka. Iz toga se donose

zaključci o smanjenju ili povećanju voznog parka. Cijena se mijenja ovisno o tržišnim uvjetima i zahvaljujući web aplikaciji Lognetuprate zakonitosti i cijene na tržištu.

Razlog zašto Jamnica daje kamione od primarnog transporta na burzu je zbog toga što je na međunarodnom prijevozu veća profitabilnosti, a svojim ugovorenim prijevoznicima daje prijevoze u hrvatskoj, a i u međunarodnom ako sve svoje kamione iz primarne distribucije otpreme te tako uzimaju dio svog kolača. Jamnica je svjesna sezonalnosti svojih proizvoda i efekta biča te zbog toga Jamnica prati svoj transportni trošak od vanjskih prijevoznika. Jamnica je izračunala da van sezone (od rujna do lipnja) ugovoreni prijevoznik može ostvariti između 15.000 do 18.000 kn po kamionu, a tijekom sezone (od lipnja do rujna) od 60.000 do 75.000 kn po kamionu i postoji problem te izražene sezonalnosti, gdje je posljedica togavarijabilan broj potrebnih kamiona u distribucijskoj mreži Jamnice. Da bi nekoprijevozničko poduzeće ostalo zainteresirano za suradnju (pružanje prijevoznčkih usluga Jamnici), Jamnica je izračunala da im je potrebno najmanje 38.000 kn prihoda po kamionu unutar godine dana.

Jamnica ima ugovor s 40 vanjskih prijevoznika u domaćem prijevozu koji dnevno daju 115 kamiona na raspolaganje. Jamnica koristi tri točke kojima kontrolira i planira transport, a i prati da li koji dispečer favorizira nekog prijevoznika (da svi ugovoreni prijevoznici dobe jednak udjel u poslu)

1. Programom Orteks, koji nije automatski, se slažu rute
2. Koristi se Lognet aplikacija preko koje se komunicira sa prijevoznicima.
3. Jamnica vodi obračun prijevoza gdje se pazi da je svaki prijevoznik dobio jednak udjel u poslu. Parametri se tu vode na mjesečnoj razini i tu spadaju:
  1. Ukupno ostvareni iznos prijevoza
  2. Ukupni ostvareni iznos jedinične cijene po paleti
  3. Ostvarenih kuna po kilometru koji ovisi o sposobnosti prijevoznika i tu je dozvoljena pogreška do 10%
  4. Broj tura u mjesecu koji se povremeno računa.

## 6. MOGUĆNOSTI OPTIMIRANJA DISTRIBUCIJSKE MREŽE TVRTKE JAMNICA

U razgovoru s rukovoditeljem i direktorom sektora logistike u Jamnici dobiveni su podaci koji su korišteni za optimizaciju distribucijske mreže Jamnice. Dobiveni podaci nisu točni, nego su podijeljeni s određenim koeficijentom kako bi se zadržali njihovi međusobni omjeri, a sačuvala tajnost podataka.

Tablica 4 prikazuje potražnju paleta po gradovima u svibnju, lipnju, srpnju, kolovozu i kolika je ukupna potražnja. U srpnju je iskazana najveća potražnja od 110.891 paleta, a LDC koji se nalazi u Jastrebarskom je otpremio 172.313 paleta što ga čini najvažnijom otpremnom točkom u mreži.

Tablica 4. Potražnja po gradovima

GRADOVI	SVIBANJ [paleta]	LIPANJ [paleta]	SRPANJ [paleta]	KOLOVOZ [paleta]	JEDINICE UKUPNO [paleta]
VARAŽDIN	3.862	3.355	4.612	3.757	15.586
BJELOVAR	2.240	1.803	2.538	2.125	8.706
DUBROVNIK	1.036	753	1.780	1.560	5.129
DUGOPOLJE 3PL	5.117	4.042	9.218	7.519	25.895
KORČULA - SEZONSKO SKL.	543	321	1.236	1.136	3.236
LDC	39.538	29.660	55.636	47.480	172.313
MAKARSKA	829	364	1.657	1.538	4.387
OSIJEK	5.007	5.156	5.733	4.810	20.707
OTOČAC	1.604	1.167	2.428	2.216	7.415
RIJEKA	2.430	1.592	3.542	3.096	10.660
ŠIBENIK	1.466	1.000	2.651	2.264	7.381
ZADAR	2.584	1.679	5.002	4.150	13.415
ZAGREB	8.138	6.836	8.898	6.602	30.474
ŽMINJ	3.386	1.968	5.960	5.317	16.631
UKUPNO PO MJESECU	77.778	59.696	110.891	93.570	341.935

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Tablica 5 prikazuje realnu cijenu transporta kojom Jamnica obračunava prijevoz i kapacitet po skladištima. Tu se vidi da LDC koji se nalazu u Jastrebarsko ima najveći kapacitet i da ima cijenu za svaki grad u mreži te to dokazuje da je to centralno skladište u republici Hrvatskoj. Ukupni kapacitet iznosu 40.000 paleta (koliko može imati najviše paleta u svim skladištima u jednom trenutku) te se ne smije zanemariti i obrtaj skladištada bi se dobio pravi kapacitet pojedinog, a i ukupnog broja skladišta.

Tablica 6 prikazuje koliko je koje skladište izdalo paleta po mjesecu svibnju, lipnju srpnju, kolovozi u ukupno po gradu i mjesecu. Zatim se je taj broj podijelio s kapacitetom po skladištu u istom gradu te su se dobili obrtaji po skladištu zasvibanj, lipanj, srpanj i kolovoz i prosjek od ta četiri mjeseca.

Tablica5. Cijena transporta i kapaciteti skladišta

Jedinični transportni troškovi od skladišta do odredišta (kn/paleti)

S/O	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	OSIJEK	LDC	VARAŽDIN	ŽMINJ	Kapacitet [paleta]
Zagreb	12	24,41										12			3.750
Bjelovar		12													764
Otočac			12												625
Rijeka				12								75,95			1.389
Dugopolje					12	87,74	55,06	33,33	39,89	124,38		62,19			7.153
Korčula						12									208
Zadar					55,06		12								1.389
Šibenik								12							861
Makarska									12						625
Dubrovnik										12					667
Osijek											12				2.778
LDC	23,82	41,19	64,17	75,95	124,38	208,83	99,07	107,58	135,95	191,89	105,9	12	43,26	111,11	18.056
Slavonski Brod	44,39	26,59	64,17	75,95			99,07				20,61	44,39	44,08	111,11	1.736

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Tablica6. Obrtaj po skladištu

SKLADIŠTA	SVIBANJ [paleta]	LIPANJ [paleta]	SRPANJ [paleta]	KOLOVOZ [paleta]	JEDINICE UKUPNO [paleta]	KAPACITET [paleta]	svib obrtaj	lip obrtaj	srpanj obrtaj	kolovoz obrtaj	prosjek
BJELOVAR	2.344	2.708	3.247	2.521	<b>10.819</b>	764	3,07	3,55	4,25	3,30	3,54
DUBROVNIK	1.523	2.283	3.524	3.174	<b>10.504</b>	667	2,28	3,42	5,29	4,76	3,94
DUGOPOLJE	7.114	5.902	7.198	6.900	<b>27.113</b>	7.153	0,99	0,83	1,01	0,96	0,95
KORČULA	372	591	1.224	959	<b>3.147</b>	208	1,79	2,84	5,88	4,60	3,78
LDC	29.116	30.834	35.785	32.346	<b>128.082</b>	18.056	1,61	1,71	1,98	1,79	1,77
MAKARSKA	1.030	2.011	4.031	3.417	<b>10.489</b>	625	1,65	3,22	6,45	5,47	4,20
OSIJEK	5.240	5.892	6.064	5.209	<b>22.405</b>	2.778	1,89	2,12	2,18	1,88	2,02
OTOČAC	2.836	2.758	2.672	3.302	<b>11.568</b>	625	4,54	4,41	4,28	5,28	4,63
RIJEKA	2.532	3.306	4.665	3.999	<b>14.502</b>	1.389	1,82	2,38	3,36	2,88	2,61
SLAVONSKI BROD	9.876	9.059	9.201	10.990	<b>39.126</b>	1.736	5,69	5,22	5,30	6,33	5,63
ŠIBENIK	2.189	3.204	5.925	4.904	<b>16.222</b>	861	2,54	3,72	6,88	5,69	4,71
ZADAR	2.898	4.307	7.941	6.332	<b>21.478</b>	1.389	2,09	3,10	5,72	4,56	3,87
ZAGREB	13.693	16.587	15.652	12.148	<b>58.079</b>	3.750	3,65	4,42	4,17	3,24	3,87

**Ukupno [paleta]**      **82.468**      **91.725**      **111.151**      **100.272**      **378.356**

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Kako je u prijašnjem poglavlju objašnjeno da je distribucijska mreža Jamnice centralno orijentirana koristiti će se model distribucijske mreže koji će se prikazati i riješiti u excelu pomoću excel programskog dodatka rješavatelja. Važno je još napomenuti za LDC da se on pune preko punionica koje su smještene u Pisarovini i Jastrebarskom, a to su punionice Jamnica, Juicy i Jana te se dalje sve opskrbljuje preko punionica i LDC Jastrebarsko. Cijene prijevoza od punionica do neketočke su jednake cijeni transporta iz LDC-a.

Kako postojeće dostavne rute ne pokrivaju dosta relacija primjerice uzmemo grad Osijek gdje je potražnja za svibanj iznosi 5.007 paletai može se opskrbiti iz skladišta u Osijeku i Slavonskom brodu, ali ta dva skladišta imaju ukupni kapacitet od 4.514 paleta. To upućuje da nema dosta putova (tarifa) te je potrebno dodati nove da bi problem mogao biti rješiv.

$$c_{ij} = \left[ \frac{\text{udaljenost od skladišta i do grada } j * 5,8}{33} \right] * 1,3 \text{ [kn/pal]} \quad (6.1)$$

Jednadžba (6.1) sadrži broj kilometara [km] \* 5,8 [kn] te se taj umnožak dijeli s 33 koji predstavlja broj paleta koji se prevozi po kamionu. Kako je potrebno da se i kamion vrati na tu cijenu se još dodaje 30% te tablica 7 prikazuje novu tarifu za nove relacije, a i koristiti će se kao za cijene transportnih troškova u svim primjerima u excelu za rješavanje ovog problema distribucije. Udaljenosti su dobiveni korištenjem google karata u mjernoj jedinici kilometri [km].

Tablica 7. Prikaz tarifnih stavki

	Jedinični transportni troškovi od skladišta do odredišta [kn/pal]												
od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	OSIJEK	VARAŽDIN	ŽMINJ
Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52
Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70
Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52
Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17
Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107
Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142
Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82
Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95
Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121
Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153
Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116
Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Tablica 8 prikazuje baznu tablicu koja predstavlja ulazne podatke za ovaj primjer optimizacije distribucijske mreže Jamnice. Fiksni troškovi skladišta su izračunati formulom (6.2).

$$\text{cijena najma po paleti} \left[ \frac{\text{eur}}{\text{pal}} \right] * \text{kapacitet jednog skladišta} [\text{pal}] \quad (6.2)$$

\* tečaj euro u kune

Gdje je cijena mjesečnog najma po paleti iznosi 5,5 [eur] (podatak dobiven od Jamnice), kapaciteti skladišta koji su dani u tablici 6, a tečaj iznosi 7,51 kn po euru. Za kapacitet se koristi podatak koliko je koje skladište izdalo paleta, prikazana je jedinični trošak puta od LDC-a do pojedinog skladišta (kn/paleti) i jedinični transportni trošak između gradova (kn/pal).

Tablica8. Bazna tablica

Jedinični Transportni trošak (kn/pal)																
od/do [kn/pal]	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	OSIJEK	VARAŽDIN	ŽMINJ	Kapacitet [pal]	fik. Troš [kn]	cijena put LDC [kn/pal]
Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	16.587	154.894	9
Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	3.247	31.552	27
Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	3.303	25.816	30
Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	4.666	57.368	31
Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	7.199	295.445	83
Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	1.225	8.605	120
Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	7.941	57.368	59
Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	5.926	35.568	72
Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	4.031	25.816	98
Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	3.525	27.537	131
Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	6.065	114.736	72
Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	10.991	71.710	52
Potražnja [pal]	8.138	2.240	1.605	2.430	5.117	543	2.585	1.467	829	1.036	5.008	3.863	3.386	36.459		

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.



Cilj je minimalizacija troška distribucije, pa funkcija cilja matematički formulirana izrazom (6.1)

$$\min F = \sum_{i=1}^n l_i * [ft_i + r_i * d_i] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{ij} * q_{ij} \quad (6.3)$$

uz ograničenja:

$$p_j = \sum_{i=1}^n q_{ij} \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (6.4)$$

$$k_i * l_i \geq \sum_{j=1}^m q_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (6.5)$$

$$l_i \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (6.6)$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n ; j = 1, \dots, m \quad (6.7)$$

Gdje su:

$t_{ij}$  = jediničnitrošak opskrbe gradaj iz skladišta na lokaciji i

$q_{ij}$  = količina robe kojom se gradj opskrbljuje iz skladišta na lokaciji i

m = ukupan broj gradova koje treba opskrbiti

n = broj lokacija na kojima može biti otvoreno skladište

$k_i$  = mjesečni kapacitet skladišta na lokaciji i

$p_j$  = mjesečna potražnja u graduj

$l_i$  = lokacijska varijabla, poprima vrijednost 1 ako je skladište otvoreno na lokaciji i, odnosno 0 ako skladište nije otvoren na lokaciji i

$ft_i$  = fiksni trošak skladišta na lokaciji i

$r_i$  = realizirani promet skladišta na lokaciji i

$d_i$  = jedinični trošak dopreme robe od LDC-a do skladišta na lokaciji

Jednadžba (6.3) predstavlja funkciju cilja koja prikazuje ukupne troškove cijele distribucijske mreže. Sastoji se od fiksnih troškova skladišta, transportnih troškova do skladišta i prodajnih mjesta

Ograničenja su dana matematičkim izrazima (6.4) do (6.7). Jednadžba (6.4) predstavlja ograničenje koja zahtjeva da je zadovoljena potražnja u svakom gradu. Nejednadžba (6.5) predstavlja ograničenje koje određuje kako se sa svakog skladišta može distribuirati robe koliki mu je kapacitet. (6.6) ograničuje da su lokacijske varijable binarne, tj poprimaju vrijednost nula ili jedan, a (6.7) predstavlja uvjet nenegativnosti.

Zatim se provjerava da li je ovaj problem rješiv. On je rješiv ako je najveći kapacitet skladišta veći ili jednak potražnji svih gradova

$$K_{max} \geq P \quad (6.8)$$

$$K_{max} = \sum_{i=1}^n l_i * k_i ; l_i = 1 \forall i = 1, \dots, n \quad (6.9)$$

$$P = \sum_{j=1}^m p_j \quad (6.10)$$

Gdje su:

$l_i$  = lokacijska varijabla (binarna), poprima vrijednost jedan ako je skladište otvoreno na lokaciji i i nula ako skladište nije otvoreno na lokaciji i

$n$  = ukupan broj potencijalnih lokacija skladišta

$k_i$  = kapacitet skladišta na lokaciji i

$K_{max}$  = ukupan kapacitet svih skladišta koji mogu biti otvoreni u transportnoj mreži

$m$  = ukupan broj gradova koje treba opskrbiti

$p_j$  = potražnja u gradu j

$P$  = ukupna potražnja tržišta (prodajnih mjesta u svim gradovima)

Kako su u sva četiri mjeseca kapacitet veći od potražnje (svibanj  $51.649 \geq 38.247$ ; lipanj  $58.614 \geq 30.043$ ; srpanj  $71.352 \geq 55.262$ ; kolovoz  $63.862 \geq 46.097$ ), ovaj problem je rješiv. Razlika sveukupnog kapaciteta i sveukupne potražnje po mjesecu se vide u slikama 14, 15, 16 i 17 te za sva četiri mjeseca u slici 18.

Optimalan broj skladišta i broj otpremljenih paleta koji zadovoljavaju ograničenja uz najmanje troškove distribucije prikazan je u excel tablici primjenom programskog alata rješavatelja.

Optimalno rješenje za mjesec svibanj navedeno je u nastavku, a prikazano je slikom 14:

- Skladište u Zagrebu opskrbljuje Zagreb s 8.138 paleta, Rijeci s 1.797 paleta, Varaždin s 3.758 paleta te je time cijeli kapacitet skladišta u Zagrebu ispunjen, tj potpuno je iskorišten.
- Skladište u Bjelovaru opskrbljuje Bjelovar s 2.240 palete i Varaždin s 105 paleta te je time kapacitet skladišta potpuno iskorišten.
- Skladište Otočac opskrbljuje Otočac s 1.349 paleta, Rijeku s 633 paleta i Žminj s 854 paleta te je time kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Rijeka opskrbljuje Žminj s 2.532 paleta te je skladište potpuno iskorišteno.
- Skladište Dugopolje opskrbljuje Dugopolje s 4.706 paleta, Korčulu s 543 paleta, Makarsku s 829 paleta i Dubrovnik s 1.036 paleta te je potpuno iskorišten kapacitet skladišta.
- Skladište Korčula nije otvoreno
- Skladište Zadar opskrbljuje Otočac s 256 paleta i Zadar s 2.585 paleta, ali nije potpuno iskorišten kapacitet (kapacitet iznosi 2.899, a dostavilo je 2.841 što je za 58 manje od kapaciteta)
- Skladište Šibenik opskrbljuje Dugopolje s 411 palete i Šibenik s 1.467 palete, ali ima neispunjeni kapacitete za 311 palete
- Skladišta Makarska, Dubrovnik i Osijek nisu otvorena
- Skladište Slavonski Brod opskrbljuje Osijek s 5.008 paleta, ali iskorišteno je oko 51% skladišta.
- Optimalni trošak distribucijske mreže u mjesecu svibnju iznosi  $\min F = 2.797.707$  kn

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		TRANSPORTNI TROŠKOVI [kn/pal]																
2	od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	kapacitet [pal]	fik. Troš [kn]	doprema od LDC [kn/pal]	
3	Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	13.693	154.894	9	
4	Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	2.345	31.552	27	
5	Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	2.836	25.816	30	
6	Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	2.532	57.368	31	
7	Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	7.114	295.445	83	
8	Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	372	8.605	120	
9	Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	2.899	57.368	59	
10	Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	2.189	35.568	72	
11	Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	1.030	25.816	98	
12	Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	1.523	27.537	131	
13	Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	5.240	114.736	72	
14	Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	9.876	71.710	52	
15	potražnja [pal]	8.138	2.240	1.605	2.430	5.117	543	2.585	1.467	829	1.036	5.008	3.863	3.386	13.402			
16																		
17																		
18		RASPORED PALETA [pal]																
19	lokacija sklad	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	0=ne 1 = da	promet ldc-a [pal]	Prazni hod [pal]	
20	Zagreb	8138	0	0	1797	0	0	0	0	0	0	0	3758	0	1	13693	0	
21	Bjelovar	0	2240	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105	0	1	2346	0	
22	Otočac	0	0	1349	633	0	0	0	0	0	0	0	0	854	1	2836	0	
23	Rijeka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2532	1	2532	0	
24	Dugopolje	0	0	0	0	4706	543	0	0	829	1036	0	0	0	1	7114	0	
25	Korčula	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
26	Zadar	0	0	256	0	0	0	2585	0	0	0	0	0	0	1	2841	58	
27	Šibenik	0	0	0	0	411	0	0	1467	0	0	0	0	0	1	1878	311	
28	Makarska	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	Dubrovnik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
30	Osijek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
31	Slavonski Brod	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5008	0	0	1	5008	4868	
32	nez. Potr [pal]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
33																		
34	CIU	2.797.707,00	kn															

Slika 14. Optimalno rješenje za svibanj

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Optimalno rješenje za mjesec lipanj navedeno je u nastavku, a prikazano je slikom 15:

- Skladište u Zagrebu opskrbljuje Zagreb s 6.836 paleta, Bjelovar s 984 paleta, Rijeku s 254 paleta, Osijek s 5.157 paleta i Varaždin s 3.356 paleta te je time cijeli kapacitet skladišta u Zagrebu ispunjen.
- Skladište u Bjelovaru opskrbljuje Bjelovar s 820 palete, ali kapacitet nije iskorišten za 1.888 paleta, što u postotku iznosi oko 70% da nije iskorišteno
- Skladište Otočac opskrbljuje Otočac s 1.167 paleta, Dugopolje s 591 paleta i Šibenik s 1.000 paleta te je time kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Rijeka opskrbljuje Rijeku s 1.339 palete i Žminj s 1.968 paleta te je skladište potpuno iskorišteno.
- Skladište Dugopolje i Korčula nije otvoreno
- Skladište Zadar opskrbljuje Dugopolje s 933 palete, Zadar s 1.680 paleta i Dubrovnik s 754 palete, ali kapacitete nije potpuno iskorišten za 940 paleta što je oko 22% skladišta neiskorišteno
- Skladište Šibenik opskrbljuje Dugopolje s 2.518 paleta, Korčulu s 322 palete i Makarsku s 364 palete te je kapacitete skladišta potpuno iskorišten
- Skladišta Makarska, Dubrovnik, Osijek i Slavonski Brod nisu otvorena
- Optimalni trošak distribucijske mreže u mjesecu lipnju iznosi  $\min F = 1.911.278$  kn

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		TRANSPORTNI TROŠKOVI [kn/pal]																
2	od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	kapacitet [pa]	fik. Troš [kn]	doprema od LDC [kn/pal]	
3	Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	16.587	154.894	9	
4	Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	2.708	31.552	27	
5	Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	2.758	25.816	30	
6	Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	3.307	57.368	31	
7	Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	5.902	295.445	83	
8	Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	592	8.605	120	
9	Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	4.307	57.368	59	
10	Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	3.204	35.568	72	
11	Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	2.012	25.816	98	
12	Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	2.284	27.537	131	
13	Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	5.893	114.736	72	
14	Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	9.060	71.710	52	
15	potražnja [pa]	6.836	1.804	1.167	1.593	4.042	322	1.680	1.000	364	754	5.157	3.356	1.968	28.571			
16																		
17																		
18		RASPORED PALETA [pa]																
19	lokacija sklad	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	0=ne 1=da	promet ldc-a [	Prazni hod [pa]	
20	Zagreb	6836	984	0	254	0	0	0	0	0	0	5157	3356	0	1	16587	0	
21	Bjelovar	0	820	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	820	1888	
22	Otočac	0	0	1167	0	591	0	0	1000	0	0	0	0	0	1	2758	0	
23	Rijeka	0	0	0	1339	0	0	0	0	0	0	0	0	1968	1	3307	0	
24	Dugopolje	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	Korčula	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
26	Zadar	0	0	0	0	933	0	1680	0	0	754	0	0	0	1	3367	940	
27	Šibenik	0	0	0	0	2518	322	0	0	364	0	0	0	0	1	3204	0	
28	Makarska	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
29	Dubrovnik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
30	Osijek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
31	Slavonski Brod	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
32	nez. Potr [pa]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
33																		
34	CILJ	1.911.278,00	kn															

Slika 15. Optimalno rješenje za mjesec lipanj

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Optimalno rješenje za mjesec srpanj navedeno je u nastavku, a prikazano je slikom 16:

- Skladište u Zagrebu opskrbljuje Zagreb s 8.898 paleta, Otočac s 388 paleta Rijeku s 3.543 paleta, Varaždin s 1.529 palete i Žminj s 1.295 paleta te je time cijeli kapacitet skladišta u Zagrebu ispunjen
- Skladište u Bjelovaru opskrbljuje Bjelovar s 2.539 palete i Varaždin s 708 paleta te je time kapacitet skladišta potpuno iskorišten.
- Skladište Otočac opskrbljuje Otočac s 2.041 paleta i Dugopolje s 631 paleta te je time kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Rijeka opskrbljuje Žminj s 4.666 paleta te je skladište potpuno iskorišteno.
- Skladište Dugopoljenije otvoreno.
- Skladište Korčula opskrbljuje Korčulu s 1.225 paleta čime je potpuno iskorišten kapacitet skladišta.
- Skladište Zadar opskrbljuje Dugopolje s 288 paleta, Zadar s 5.002 paleta i Šibenik s 2.651 paleta čime je skladište potpuno iskorišteno
- Skladište Šibenik opskrbljuje Dugopolje s 5.926 paleta te je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Makarska opskrbljuje Dugopolje s 2.374 palete i Makarsku s 1.657 paleta čime je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Dubrovnik opskrbljuje Korčulu s 12 paleta i Dubrovnik s 1.781 paleta, ali je iskorišteno oko 50% skladišta
- Skladište Osijek nije otvoreno
- Skladište Slavonski Brod opskrbljuje Osijek s 5.733 paleta i Varaždin s 2.375 paleta, čime je iskorišteno oko 88% kapaciteta tog skladišta.
- Optimalni trošak distribucijske mreže u mjesecu srpnju iznosi  $\min F = 3.996.515$  kn

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		TRANSPORTNI TROŠKOVI [kn/pal]																
2	od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	kapacitet [pal]	fik. Troš [kn]	doprime od LDC [kn/pal]	
3	Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	15.653	154.894	9	
4	Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	3.247	31.552	27	
5	Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	2.672	25.816	30	
6	Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	4.666	57.368	31	
7	Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	7.199	295.445	83	
8	Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	1.225	8.605	120	
9	Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	7.941	57.368	59	
10	Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	5.926	35.568	72	
11	Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	4.031	25.816	98	
12	Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	3.525	27.537	131	
13	Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	6.065	114.736	72	
14	Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	9.202	71.710	52	
15	potražnja [pal]	8.898	2.539	2.429	3.543	9.219	1.237	5.002	2.651	1.657	1.781	5.733	4.612	5.961	16.090			
16																		
17		RASPORED PALETA [pal]																
18																		
19	lokacija sklad	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	0=ne 1 = da	promet ldc-a [pal]	Prazni hod [pal]	
20	Zagreb	8898	0	388	3543	0	0	0	0	0	0	0	1529	1295	1	15653	0	
21	Bjelovar	0	2539	0	0	0	0	0	0	0	0	0	708	0	1	3247	0	
22	Otočac	0	0	2041	0	631	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2672	0	
23	Rijeka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4666	1	4666	0	
24	Dugopolje	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	Korčula	0	0	0	0	0	1225	0	0	0	0	0	0	0	1	1225	0	
26	Zadar	0	0	0	0	288	0	5002	2651	0	0	0	0	0	1	7941	0	
27	Šibenik	0	0	0	0	5926	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5926	0	
28	Makarska	0	0	0	0	2374	0	0	0	1657	0	0	0	0	1	4031	0	
29	Dubrovnik	0	0	0	0	0	12	0	0	0	1781	0	0	0	1	1793	1732	
30	Osijek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
31	Slavonski Brod	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5733	2375	0	1	8108	1094	
32	nez. Potr [pal]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
33																		
34	CILU	3.996.515,00	kn															

Slika 16. Optimalno rješenje za mjesec srpanj

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.



Optimalno rješenje za mjesec kolovoz navedeno je u nastavku, a prikazano je slikom 17:

- Skladište u Zagrebu opskrbljuje Zagreb s 6.603 paleta, Rijeku s 3.004 palete, Varaždin s 1.222 palete i Žminj s 1.319 paleta te je time cijeli kapacitet skladišta u Zagrebu ispunjen
- Skladište u Bjelovaru opskrbljuje Bjelovar s 2.125 palete i Varaždin s 396 paleta te je time kapacitet skladišta potpuno iskorišten.
- Skladište Otočac opskrbljuje Otočac s 2.216 paleta, Rijeku s 92 palete i Šibenik s 995 paleta te je time kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Rijeka opskrbljuje Žminj s 3.999 paleta te je skladište potpuno iskorišteno.
- Skladište Dugopoljenije otvoreno.
- Skladište Korčula opskrbljuje Korčulu s 960 paleta čime je potpuno iskorišten kapacitet skladišta.
- Skladište Zadar opskrbljuje Dugopolje s 913 paleta, Zadar s 4.151 paleta i Šibenik s 1.269 paleta čime je skladište potpuno iskorišteno
- Skladište Šibenik opskrbljuje Dugopolje s 4.904 paleta te je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Makarska opskrbljuje Dugopolje s 1.702 palete, Korčulu s 177 paleta i Makarsku s 1.539 paleta čime je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Dubrovnik opskrbljuje Dubrovnik s 1.560 paleta, ali je iskorišteno oko 50% skladišta
- Skladište Osijek nije otvoreno
- Skladište Slavonski Brod opskrbljuje Osijek s 4.811 paleta i Varaždin s 2.140 paleta, čime je iskorišteno oko 63% kapaciteta tog skladišta.
- Optimalni trošak distribucijske mreže u mjesecu srpnju iznosi  $\min F = 3.460.847$  kn

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1			TRANSPORTNI TROŠKOVI [kn/pal]															
2		od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	kapacitet [pa]	fik. Troš [kn]	doprema od LDC [kn/pal]
3		Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	12.148	154.894	9
4		Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	2.521	31.552	27
5		Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	3.303	25.816	30
6		Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	3.999	57.368	31
7		Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	6.900	295.445	83
8		Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	960	8.605	120
9		Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	6.333	57.368	59
10		Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	4.904	35.568	72
11		Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	3.418	25.816	98
12		Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	3.175	27.537	131
13		Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	5.210	114.736	72
14		Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	10.991	71.710	52
15		potražnja [pa]	6.603	2.125	2.216	3.096	7.519	1.137	4.151	2.264	1.539	1.560	4.811	3.758	5.318	17.765		
16																		
17																		
18			RASPORED PALETA [pa]															
19		lokacija sklad	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	0=ne 1 = da	promet ldc-a [pa]	Prazni hod [pa]
20		Zagreb	6603	0	0	3004	0	0	0	0	0	0	0	1222	1319	1	12148	0
21		Bjelovar	0	2125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	396	0	1	2521	0
22		Otočac	0	0	2216	92	0	0	0	995	0	0	0	0	0	1	3303	0
23		Rijeka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3999	1	3999	0
24		Dugopolje	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25		Korčula	0	0	0	0	0	960	0	0	0	0	0	0	0	1	960	0
26		Zadar	0	0	0	0	913	0	4151	1269	0	0	0	0	0	1	6333	0
27		Šibenik	0	0	0	0	4904	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4904	0
28		Makarska	0	0	0	0	1702	177	0	0	1539	0	0	0	0	1	3418	0
29		Dubrovnik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1560	0	0	0	1	1560	1615
30		Osijek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31		Slavonski Brod	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4811	2140	0	1	6951	4040
32		nez. Potr [pa]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
33																		
34		CIU	3.460.847,00	kn														

Slika 17. Optimalno rješenje za mjesec kolovoz

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Optimalno rješenje za sva četiri mjeseca navedeno je u nastavku, a prikazano je slikom 18:

- Skladište u Zagrebu opskrbljuje Zagreb s 30.475 paleta, Otočac s 1.339 paleta, Rijeku s 10.662 palete, Varaždin s 13.476 palete i Žminj s 2.129 paleta te je time cijeli kapacitet skladišta u Zagrebu ispunjen
- Skladište u Bjelovaru opskrbljuje Bjelovar s 8.708 paleta i Varaždin s 2.113 paleta te je time kapacitet skladišta potpuno iskorišten.
- Skladište Otočac opskrbljuje Otočac s 6.078 paleta i Šibenik s 5.491 paleta te je time kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Rijeka opskrbljuje Žminj s 14.504 paleta te je skladište potpuno iskorišteno.
- Skladište Dugopoljei Korčula nije otvoreno.
- Skladište Zadar opskrbljuje Dugopolje s 6.171 paleta, Zadar s 13.418 paleta i Šibenik s 1.891 paleta čime je skladište potpuno iskorišteno
- Skladište Šibenik opskrbljuje Dugopolje s 16.223 paleta te je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Makarska opskrbljuje Dugopolje s 3.503 palete, Korčulu s 2.599 paleta i Makarsku s 4.389 paleta čime je kapacitet potpuno iskorišten
- Skladište Dubrovnik opskrbljuje Dubrovnik s 5.131 paleta i Korčulu s 640 paleta, ali je iskorišteno 55% skladišta
- Skladište Osijek nije otvoreno
- Skladište Slavonski Brod opskrbljuje Osijek s 20.709 paleta čime je iskorišteno oko 53% kapaciteta tog skladišta.
- Optimalni trošak distribucijske mreže u kvartalnom periodu iznosi  $\min F = 11.658.247$  kn

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1			TRANSPORTNI TROŠKOVI [kn/pal]															
2	od/do	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	kapacitet [pal]	fik. Troš [kn]	dopreme od LDC [kn/pal]	
3	Zagreb	5	20	35	36	90	125	65	78	105	137	65	20	52	58.081	619.576	9	
4	Bjelovar	20	5	53	55	108	144	83	96	124	156	60	25	70	10.821	126.208	27	
5	Otočac	35	53	5	36	57	92	33	44	73	104	100	55	52	11.569	103.264	30	
6	Rijeka	36	55	36	5	91	127	66	79	107	139	101	57	17	14.504	229.472	31	
7	Dugopolje	90	108	57	91	5	36	33	17	17	48	153	109	107	27.115	1.181.780	83	
8	Korčula	125	144	92	127	36	5	68	52	22	27	190	144	142	3.149	34.420	120	
9	Zadar	65	83	33	66	33	68	5	20	48	79	129	85	82	21.480	229.472	59	
10	Šibenik	78	96	44	79	17	52	20	5	31	64	142	98	95	16.223	142.272	72	
11	Makarska	105	124	73	107	17	22	48	31	5	35	168	124	121	10.491	103.264	98	
12	Dubrovnik	137	156	104	139	48	27	79	64	35	5	204	156	153	10.507	110.148	131	
13	Osijek	65	60	100	101	153	190	129	142	168	204	5	78	116	22.408	458.944	72	
14	Slavonski Brod	43	39	78	79	133	168	108	121	148	101	22	57	95	39.129	286.840	52	
15	potražnja [pal]	30.475	8.708	7.417	10.662	25.897	3.239	13.418	7.382	4.389	5.131	20.709	15.589	16.633	75.828			
16																		
17																		
18			RASPORED PALETA [pal]															
19	lokacija sklad	ZAGREB	BJELOVAR	OTOČAC	RIJEKA	DUGOPOLJE	KORČULA - SS	ZADAR	ŠIBENIK	MAKARSKA	DUBROVNIK	Osijek	VARAŽDIN	ŽMINJ	0=ne 1=da	promet ldc-a [pal]	Prazni hod [pal]	
20	Zagreb	30475	0	1339	10662	0	0	0	0	0	0	0	13476	2129	1	58081	0	
21	Bjelovar	0	8708	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2113	0	1	10821	0	
22	Otočac	0	0	6078	0	0	0	0	5491	0	0	0	0	0	1	11569	0	
23	Rijeka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14504	1	14504	0	
24	Dugopolje	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	Korčula	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
26	Zadar	0	0	0	0	6171	0	13418	1891	0	0	0	0	0	1	21480	0	
27	Šibenik	0	0	0	0	16223	0	0	0	0	0	0	0	0	1	16223	0	
28	Makarska	0	0	0	0	3503	2599	0	0	4389	0	0	0	0	1	10491	0	
29	Dubrovnik	0	0	0	0	0	640	0	0	0	5131	0	0	0	1	5771	4736	
30	Osijek	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
31	Slavonski Brod	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20709	0	0	1	20709	18420	
32	nez. Potr [pal]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
33																		
34	CILJ	11.658.247,00	kn															

Slika 18. Optimalno rješenje za sva četiri mjeseca

Izvor: izradio autor prema podacima iz Jamnice d.d.

Za svih pet slika se formule nalaze u istim poljima pa su samo mijenjane vrijednosti s obzirom na dobivene podatke iz Jamnice. Jedinični transportni troškovi se nalaze u polju C3:O14, potražnja po gradu se nalazi u retku C15:O15, fiksni troškovi skladišta se nalaze u stupcu Q3:Q14, kapaciteti skladišta se nalaze u stupcu P3:P14, a stupac R3:R14 predstavlja trošak puta od LDC-a do skladišta.

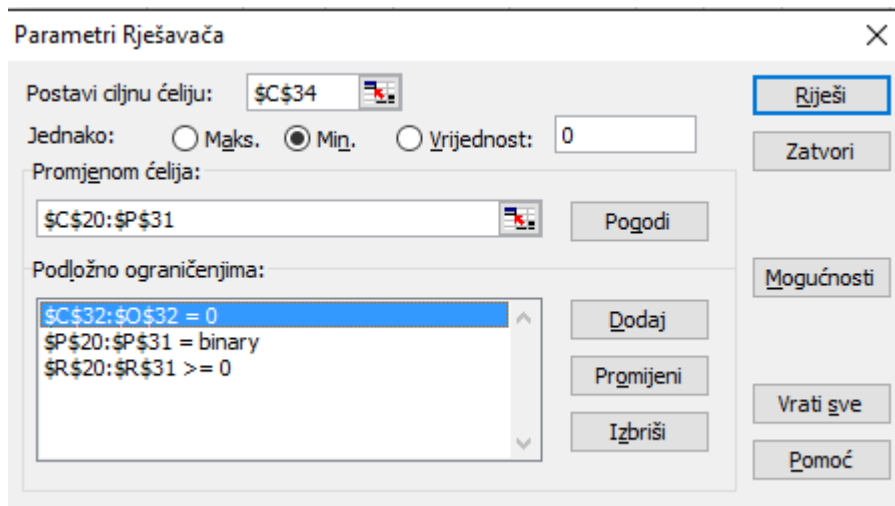
Matematičke formule koje su zapisane u excelu su prikazane slikom 19 a slikom 20 su prikazani parametri rješavatelja.

Slika 19. Matematički izrazi za mjesečno i kvartalno optimalno rješenje

matematički izraz	ćelija	lijevi dio formule	znak	desni dio formule	ćelija
6.1		min F	=	=SUMPRODUCT(C20:O31;C3:O14)+ SUMPRODUCT(P20:P31;Q3:Q14)+ SUMPRODUCT(R3:R14;Q20:Q31)	C34
6.2	C15:O15	Pj	=	C15 - SUM(C20:C31) i tako do O32	C32:O32
6.3	R20:R31	=(P20*P3)-SUM(C20:O20), itd.	≥	0	
6.4		li	∈	0, 1 tj binarno	P20:P31
6.5	kvačica u okviru parametara rješavatelja da se brojevi bez ograničenja pretvore u pozitivne				

Izvor: napravio autor

Slika 20. Prikaz parametara rješavatelja za sva četiri mjeseca i kvartalno



Izvor: napravio autor

## 7. OPIS I KVANTIFIKACIJA POBOLJŠANJA

U slikama 15, 16, 17 i 18 se ponavlja da skladište u Dugopolju nije potrebno, dok skladište u Osijeku u svih pet slika (14, 15, 16, 17, 18) je zatvoreno. Iako u svibnju i lipnju (slike 15 i 16) postoje i druga skladišta koja su zatvorena, ali su otvorena tijekom srpnja, kolovoza, ali i kvartalno koja objedinjuje svu potražnju i kapacitete u sva četiri mjeseca, predlaže se za ukidanje tih skladišta radi smanjenja troška. Kada su sva skladišta otvorena ukupni fiksni mjesečni trošak iznosi 906.415 kn, a ukidanjem skladišta u Osijeku i Dugopolju bi se mjesečno smanjio trošak za 410.181 kn što u postotku čini mjesečnu uštedu od 45,25% prikazano je tablicom 9.

Tablica9. Ušteda ukidanjem skladišta u Dugopolju i Osijeku

Grad	fiksni trošak [kn]	prijedlog [kn]	ušteta [kn]	postotak uštede [%]
Zagreb	154.894	154.894		
Bjelovar	31.552	31.552		
Otočac	25.816	25.816		
Rijeka	57.368	57.368		
Dugopolje	295.445	0		
Korčula	8.605	8.605		
Zadar	57.368	57.368		
Šibenik	35.568	35.568		
Makarska	25.816	25.816		
Dubrovnik	27.537	27.537		
Osijek	114.736	0		
Slavonski Brod	71.710	71.710		
Suma [kn]	906.415	496.234	410.181	45.25

Izvor: napravio autor

Ako bi se skladišta ukinula, gradovi Osijek i Dugopolje bi se opskrbljivali iz drugih skladišta, ali trošak sveukupnog transporta se povećao za maksimalno 15,96% što je prikazano u tablici 10. Iznositransportnog troška, a i ukupnog troška dobiveni su istim postupkom kao i optimalna rješenja, ali uz uvjet da su sve lokacijske varijable 1, tj. da su sva skladišta otvorena.

**Tablica10. Prikaz razlike i postotak transportnih troškova**

	Transportni trošak [kn]				
	svibanj	lipanj	srpanj	kolovoz	kvartalno
Normalno	2.067.959	1.532.022	3.359.663	2.837.134	9.474.790
Optimalno	2.397.954	1.548.712	3.500.281	2.964.613	9.707.731
Razlika	329.995	16.690	140.618	127.479	232.941
Postotak	-15,96%	-1,09%	-4,19%	-4,49%	-2,46%

Izvor: napravio auto

Ukupna ušteda distribucijske mreže Jamnice se vidi na tablici 11 koja prikazuje razliku i postotak ukupne uštede troškova (transportni troškovi i fiksni troškovi skladišta). Taj postotak varira između 3% i 22%. Ukidanjem skladišta u Dugopolju i Osijeku se može očekivati ukupna ušteda distribucijske mreže između 3% i 22% na mjesečnoj razini, a kvartalno prosječno 11%. Ušteda od 22% je rezultat manje potražnje u mjesecu lipnju, pa je u primjeru optimizacije više skladišta zatvoreno što rezultira većom uštedom.

**Tablica11. prikaz razlika i postotak ukupnih troškova distribucijske mreže**

	Ukupni distribucijski troškovi [kn]				
	svibanj	lipanj	srpanj	kolovoz	kvartalno
Normalno	2.974.374	2.438.437	4.266.078	3.743.549	13.100.450
Optimalno	2.894.188	1.911.278	3.996.515	3.460.847	11.658.247
Razlika	-80.186	-527.159	-269.563	-282.702	- 1.442.203
Postotak	3%	22%	6%	8%	11%

Izvor: napravio auto

Ukidanjem skladišta u Dugopolju i Osijeku problem je i dalje rješiv, jer jekapacitet veći od potražnje u svibnju veći za 1048 paleta, lipnju za 16.776 paleta, srpnju za 2.826 paleta, kolovozu za 5.655 paleta i kvartalno za 26.305 paleta što je prikazano tablicom 12.

**Tablica12. Prikaz slobodnog kapaciteta ukidanjem skladišta**

	Količina [pal]				
	svibanj	lipanj	srpanj	kolovoz	kvartalno
Potražnja	38.247	30.043	55.262	46.097	169.649
Kapacitet	39.295	46.819	58.088	51.752	195.954
Razlika	1.048	16.776	2.826	5.655	26.305

Izvor: napravio auto

Sva skladišta koja Jamnica ima su u najmu po prostoru, tj Jamnica nemavlastito skladište (osim u Getaldićevoj) te to omogućava lako odricanje tih lokacija. Postoje u ovom primjeru optimizacije skladišta koja nemaju potpuno

iskorišteni kapacitet, kao što su skladišta Slavonski Brod i Dubrovnik koja kada su otvorena imaju oko 50% iskorištenog kapaciteta. Iako nisu potpuno iskorišteni kapaciteti ne smije ih se mijenjati jer ukidanjem skladišta ili promjenom kapaciteta skladišta bise pojavio problem nezadovoljene potražnje.

Važno je napomenuti da se dobivene uštede i postoci baziraju na simuliranim troškovima i prometu, te da bi se uvrštavanjem stvarnih troškova, odnosno stvarno realiziranog prometa dobili realni iznosi ostvarivih ušteda, koji mogu bitno odstupati od navedenih. Međutim, unatoč tomu što dobiveni rezultati nemaju direktnog praktičnog značenja, dan je analitički prikaz primjera distribucijske mreže, te je prikazana mogućnost primjene matematičkih modela u optimiranju distribucijske mreže, što je svrha i cilj ovog diplomskog rada.



## 8. ZAKLJUČAK

Iz svega navedenoga u analitičkom dijelu rada, proizlazi da se primjenom matematičkom modeliranja distribucijske mreže (u ovom primjeru distribucijska mreža Jamnice d.d.) mogu identificirati elementi u kojima postoji prostor za poboljšanje, te se s tim u svezi mogu formulirati logistička rješenja za optimiranje dotične distribucijske mreže. Optimalno rješenje je dobiveno primjenom matematičkom modela distribucijske mreže uz korištenje ulaznih podataka koji su nužni za taj model, te se također može izvesti kvantifikacija očekivanih učinaka primjenom dobivenog optimalnog rješenja u realnom sustavu.

Time je dokazano da je primjena matematičkom modela moguća u optimiranju distribucijske mreže nekog poduzeća te se mogu dobiti smjernice za primjenu u realnom sustavu, radi poboljšanja efektivnosti i efikasnosti distribucije roba.

Prednost primjene matematičkog modeliranja je i mogućnost eksperimentiranja na modelu, što je jeftinije i sigurnije s aspekta mogućih neželjenih učinaka, a i brže se mogu dobiti rezultati, nego da se planirana promjena primjeni u realnom sustavu. Važno je napomenuti da se dobiveno optimalno rješenje može primijeniti kao poligon za testiranje sustava u raznim uvjetima te se uvidjeti koliko bi bio taj sustav dobar i loš.

Međutim, treba napomenuti da se ulazni podaci modela temelje na povijesnim podacima, te da se u budućnosti mogu dogoditi razni događaji i promjene koje vrlo lako uzrokuju nepredviđene događaje u sustavu koji nisu „predviđeni“ matematičkim modelom, te ima negativan utjecaj na cjelokupan sustav. Jedan od nedostataka je i ljudski faktor koji može pogriješiti tijekom unosa ulaznih podataka, ili pretjerivanjem kompliciranjem modela (a treba se raditi što jednostavniji model), ili krivim očitavanjem rezultata koji može biti razlog nekog očekivanog rezultata od strane korisnika, a i ne smije se zaboraviti da se rezultati mogu namještati. Ponekada korisnici znaju koristiti matematički modela od prije te ga primjene na nekom drugom sustavu ili ga posude drugom klijentu pa im rezultati mogu ispadati krivo ili se ne poklapa količina ulaznih podataka što uglavnom rezultira lošom optimizacijom te ponekada se problemi ne mogu opisati matematičkim modelom što je još jedan nedostatak modela.

Može se zaključiti da je primjena matematičkih modela kao alata za optimizaciju i planiranje logističkih procesa moguća i vrlo korisna ali je važno da korisnik poznaje funkcioniranje promatranog sustava i njegove procese, te da ima pristup točnim podacima kojima treba ugraditi u model, koji treba biti što je moguće jednostavniji. Matematičkim modeliranjem dobiva se apstraktno rješenje, koje prije primjene treba testirati na povijesnim podacima. U suprotnom ako se u početku ne obraća pažnja na to dolazi do pogrešaka koje na kraju daju potpuno krive rezultate, te ako se primjene u stvarnom svijetu, dolazi do negativnih posljedica koje mogu imati jako negativan utjecaj na cjelokupni logistički sustav nekog poduzeća.

## LITERATURA

1. Ivaković, Č., Stanković, R., Šafran, M.: Špedicija i logistički procesi, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 2010., str. 252-266, 288-324.
2. Chopra, S., Meindl, P., SupplyChain Management: Strategy, Planning, and Operation 3rd edition, PearsinEducationInc., UpperSaddleRiver, New Jersey 2007., Str. 3–5
3. Pašagić, H.: Matematičko modeliranje i teorija grafova, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1998., str. 10-16
4. Stanković, R., Pašagić Škrinjar, J., Logistika i transportni modeli, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 2015. str. 35-61
5. Autorizirana predavanja „Distribucijska logistika 1“ (akademska godina 2014./2015.)
6. Petrić, J., Kojić, Z., Šarenac, L., Operaciona istraživanja, IRO „Naučna knjiga“, Beograd 1988., str. 5-9, 175-237

### Internet:

7. <http://jamnica.company/o-nama/16/?lang=> (26.06.2016)
8. <https://www.lognet.hr/HR/about.php> (24.08.2016)
9. [https://books.google.hr/books?id=yXYZLm1e\\_IUC&pg=PA67&lpg=PA67&dq=MODI+method&source=bl&ots=1MU-2R4ZwZ&sig=eIXYCUQowl\\_eSD2pEh0lCHK7F2M&hl=en&sa=X&ved=0ahUKEwjtvqb8z-\\_MAhVCxRQKHTBB\\_c4ChDoAQg2MAQ#v=onepage&q&f=false](https://books.google.hr/books?id=yXYZLm1e_IUC&pg=PA67&lpg=PA67&dq=MODI+method&source=bl&ots=1MU-2R4ZwZ&sig=eIXYCUQowl_eSD2pEh0lCHK7F2M&hl=en&sa=X&ved=0ahUKEwjtvqb8z-_MAhVCxRQKHTBB_c4ChDoAQg2MAQ#v=onepage&q&f=false) (19.05.2016)

## POPIS SLIKA

Slika 1. Faze i ciklusi opskrbnog lanca.....	6
Slika 2. Push/pull granica u opskrbnom lancu.....	9
Slika 3. Direktna dostava.....	12
Slika 4. Distribucijsko skladištenje.....	14
Slika 5. Vrste kanala distribucije.....	18
Slika 6. Kanal distribucije za tvrtke.....	18
Slika 7. Koraci matematičkom modeliranja.....	27
Slika 8. Proces modeliranja.....	28
Slika 9. Stepping stone tablica.....	46
Slika 10. MODI metoda.....	48
Slika 11. MODI metoda druga iteracija.....	49
Slika 12. MODI metoda treća iteracija.....	49
Slika 13. Distribucijska mreža Jamnice u RH.....	50
Slika 14. Optimalno rješenje za svibanj.....	62
Slika 15. Optimalno rješenje za mjesec lipanj.....	64
Slika 16. Optimalno rješenje za mjesec srpanj.....	66
Slika 17. Optimalno rješenje za mjesec kolovoz.....	68
Slika 18. Optimalno rješenje za sva četiri mjeseca.....	70
Slika 19. Matematički izrazi za mjesečno i kvartalno optimalno rješenje.....	71
Slika 20. Prikaz parametara rješavatelja za sva četiri mjeseca i kvartalno.....	71

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Metoda sjeverozapadnog kuta.....	43
Tablica 2. Najmanji trošak .....	44
Tablica 3. VAM metoda .....	44
Tablica 4. Potražnja po gradovima .....	53
Tablica 5. Cijena transporta i kapaciteti skladišta.....	55
Tablica 6. Obrtaj po skladištu .....	55
Tablica 7. Prikaz tarifnih stavki.....	56
Tablica 8. Bazna tablica .....	58
Tablica 9. Ušteda ukidanjem skladišta u Dugopolju i Osijeku .....	72
Tablica 10. Prikaz razlike i postotak transportnih troškova.....	73
Tablica 11. prikaz razlika i postotak ukupnih troškova distribucijske mreže .....	73
Tablica 12. Prikaz slobodnog kapaciteta ukidanjem skladišta.....	73

## METAPODACI

**Naslov rada: Mogućnosti optimiranja distribucijske mreže proizvodnog poduzeća primjenom matematičkog modela**

**Student: Dario Babić**

**Mentor: doc. dr. sc. Ratko Stanković**

**Naslov na drugom jeziku (engleski): Possibilities of Optimizing Distribution Network of the Production Company by Applying Mathematical Model**

**Povjerenstvo za obranu:**

- Prof. dr. sc. Jasmina Pašagić Škrinjar      predsjednik
- Doc. dr. sc. Ratko Stanković              mentor
- Prof. dr. sc. Kristijan Rogić              član
- Prof. dr. sc. Mario Šafran                  zamjena

**Ustanova koja je dodijelila akademski stupanj: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu**

**Zavod: Zavod za transportnu logistiku**

**Vrsta studija: diplomski**

**Studij: logistika**

**Datum obrane diplomskog rada: 27.09.2016.**

**Napomena:** pod datum obrane diplomskog rada navodi se prvi definirani datum roka obrane.



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
10000 Zagreb  
Vukelićeva 4

### IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj \_\_\_\_\_ diplomski rad  
isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na  
objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz  
necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj  
visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu \_\_\_\_\_ diplomskog rada  
pod naslovom **Mogućnosti optimiranja distribucijske mreže proizvodnog  
poduzeća primjenom matematičkog modela**

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom  
repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Studentica:

U Zagrebu, 14.9.2016 \_\_\_\_\_

Daniela Brakić  
(potpis)