

# Izračun performansi zrakoplova Dash 8 Q400 u penjanju

---

**Cicnjak, Matija**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Transport and Traffic Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet prometnih znanosti**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:119:036421>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-04-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Transport and Traffic Sciences - Institutional Repository](#)



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

Matija Cicnjak

**Izračun performansi zrakoplova Dash 8 Q400  
u penjanju**

ZAVRŠNI RAD

Zagreb, 2017.

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI  
ODBOR ZA ZAVRŠNI RAD**

Zagreb, 19. travnja 2016.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**  
Predmet: **Zrakoplovna prijevozna sredstva**

**ZAVRŠNI ZADATAK br. 3599**

Pristupnik: **Matija Cicnjak (0135233014)**  
Studij: **Aeronautika**  
Smjer: **Kontrola leta**

Zadatak: **Izračun performansi zrakoplova Dash 8 Q400 u penjanju**

Opis zadatka:

Zadatak završnog rada je određivanje performansi zrakoplova u penjanju. U radu je potrebno opisati matematički model zrakoplova u penjanju kao i optimalne režime za penjanje. Na primjeru odabranog zrakoplova Dash Q400 izračunati performanse u penjanju koristeći dostupne podatke iz priručnika za letenje te teorijski. Usporediti dobivene rezultate i komentirati eventualne razlike.

Zadatak uručen pristupniku: 17. ožujka 2016.

Mentor:

---

dr. sc. Karolina Krajček Nikolić

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

ZAVRŠNI RAD

**Izračun performansi zrakoplova Dash 8  
Q400 u penjanju**

**Performance of Dash 8 Q400 Aircraft  
During Climb**

Mentor: dr.sc. Karolina Krajček Nikolić  
Student: Matija Cicnjak, 0135233014

Zagreb, 2017.

## SAŽETAK

Penjanje je segment leta zrakoplova koji traje od uzljetanja zrakoplova sve do dostizanja željene visine leta. Najbitnije veličine koje se promatraju tijekom penjanja zrakoplova su brzina uzdizanja, kut penjanja, vrijeme penjanja i potrošnja goriva. Na penjanje velik utjecaj imaju masa zrakoplova, raspoloživa snaga motora te meteorološki uvjeti. Ovisno o odnosima navedenih veličina, mogu se odrediti različiti režimi penjanja. Unutar ovog rada analizirane su razlike između teorijske i stvarne brzine uzdizanja, kuta penjanja, vremena penjanja i potrošnje goriva zrakoplova Dash 8 Q400.

**KLJUČNE RIJEČI:** penjanje zrakoplova; režimi penjanja zrakoplova; Dash 8 Q400

## SUMMARY

Climbing is a segment of flight from the flight departure until reaching the desired altitude. The most important variables that are observed during the climb are: rate of climb, angle of climb, climb time and fuel consumption of the aircraft. Climb performance is strongly affected by the mass of the aircraft, the available engine power and meteorological conditions. Different regimes of climb can be determined by combining the values of previously mentioned factors. Within this study the differences between theoretical and actual speed of ascent, the angle of climb, climbing time and fuel consumption have been analyzed for the aircraft Dash 8 Q400.

**KEYWORDS:** aircraft climb; aircraft climb regimes; Dash 8 Q400

## Sadržaj

1	Uvod .....	1
2	Matematički model zrakoplova u penjanju .....	3
2.1	Sile koje djeluju na zrakoplov u penjanju.....	3
2.2	Ravnotežni let zrakoplova .....	5
2.3	Najveći kut penjanja .....	7
2.4	Najveća brzina uzdizanja .....	10
2.5	Vrijeme penjanja i potrošnja goriva u penjanju.....	12
3	Optimalni režimi za penjanje zrakoplova.....	14
3.1	Penjanje maksimalnim gradijentom penjanja .....	14
3.1.1	Faktori koji utječu na kut penjanja i na brzinu( $Vx$ ):.....	14
3.1.2	Brzina $Vx$ za turbomlazne zrakoplove .....	16
3.1.3	Brzina $Vx$ za zrakoplove sa propellerskim pogonom.....	16
3.2	Penjanje maksimalnom brzinom uzdizanja .....	17
3.2.1	Brzina $Vy$ za turbomlazne zrakoplove .....	19
3.2.2	Brzina $Vy$ za propellerske zrakoplove .....	19
4	Teorijski izračun performansi u penjanju zrakoplova Dash 8 Q400 .....	20
4.1	Pogonska skupina zrakoplova Dash 8 Q400.....	20
4.2	Određivanje maksimalne brzine uzdizanja za zrakoplov Dash 8 Q400 ...	22
4.3	Određivanje najkraćeg vremena penjanja do visine 7620m .....	25
4.4	Određivanje maksimalnog kuta penjanja pri BRC režimu za zrakoplov Dash 8 Q400	27
4.5	Određivanje potrošnje goriva pri BRC režimu za zrakoplov Dash 8 Q400	28
5	Određivanje performansi u penjanju koristeći AOM.....	32
5.1	Tipovi penjanja zrakoplova prema AOM.....	33
5.2	Određivanje kuta penjanja zrakoplova .....	34

5.2.1	Utjecaj temperature na kut penjanja zrakoplova .....	34
5.2.2	Utjecaj mase na kut penjanja zrakoplova .....	35
5.2.3	Utjecaj visine na kut penjanja zrakoplova .....	38
5.3	Određivanje brzine uzdizanja zrakoplova .....	38
5.3.1	Utjecaj temperature na brzinu uzdizanja zrakoplova .....	39
5.3.2	Utjecaj mase na brzinu uzdizanja zrakoplova .....	40
5.3.3	Ovisnost brzine uzdizanja o visini zrakoplova .....	41
5.4	Usporedba potrošnje goriva zrakoplova .....	41
6	Usporedba teorijskih i stvarnih performansi .....	44
6.1	Usporedba kuta penjanja zrakoplova ovisno o visini leta .....	44
6.2	Usporedba brzine uzdizanja zrakoplova ovisno o visini leta .....	45
6.3	Usporedba najkraćeg vremena penjanja zrakoplova na visinu od 7620m	46
6.4	Usporedba potrošnje goriva pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620m	46
6.5	Usporedba brzine leta pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620m .....	47
7	Zaključak .....	48
Literatura .....	49	
Popis slika .....	50	
Popis tablica .....	52	

# 1 Uvod

Za let svakog zrakoplova jako je važno odrediti performanse pri penjanju budući da je penjanje neizostavni dio svakog leta. Određivanje performansi pri penjanju je važno zbog mogućnosti nadvisivanja prepreka zrakoplova kako bi se mogli zadovoljiti uvjeti sigurnosti pri penjanju nakon polijetanja. Budući da je zrakoplovnim kompanijama cilj poslovati uz što manje troškove važno je odrediti režim najmanje potrošnje goriva pri penjanju na visinu krstarenja, da bi se ostvarile što veće uštede goriva.

Ovaj rad bavi se usporedbom različitih performansi pri penjanju zrakoplova. Svrha rada je definirati i objasniti veličine bitne za penjanje zrakoplova i načine na koji one utječu na performanse zrakoplova pri penjanju, te analizirati i usporediti teorijske i stvarne performanse zrakoplova Dash 8 Q400. Rad je podijeljen u 7 cjelina:

1. Uvod
2. Matematički model zrakoplova u penjanju
3. Optimalni režimi za penjanje zrakoplova
4. Teorijski izračun performansi u penjanju zrakoplova Dash 8 Q400
5. Određivanje performansi u penjanju koristeći AOM
6. Usporedba teorijskih i stvarnih performansi
7. Zaključak

U drugom poglavlju opisane su osnovne veličine bitne za zrakoplova prilikom penjanja. Objasnijene su sile koje djeluju na zrakoplov tijekom penjanja i načini na koje se mogu odrediti brzina uzdizanja, kut penjanja, vrijeme penjanja i potrošnja goriva zrakoplova.

Ovisnost optimalnih režima penjanja o konfiguraciji i pogonskoj skupini zrakoplova, navedeni su u trećem poglavlju rada.

U četvrtom se poglavlju vrše teorijski izračuni relevantnih performansi zrakoplova poput maksimalnog kuta penjanja, minimalnog vremena penjanja i maksimalnog kuta penjanja zrakoplova.

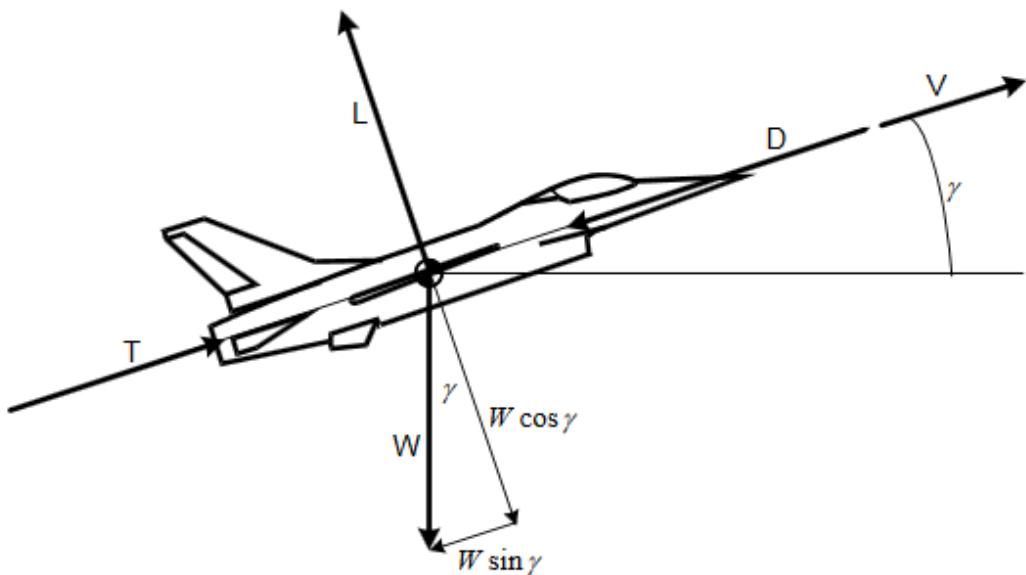
U petom poglavlju računaju se performanse zrakoplova pri stvarnom letu uz pomoć tablica performansi zrakoplova unutar AOM (*Aircraft Operation Manual*).

Unutar šestog poglavlja uspoređuju se rezultati izračuna teorijskih performansi i stvarnih performansi zrakoplova Dash 8 Q400.

## 2 Matematički model zrakoplova u penjanju

Jednadžbe gibanja predstavljaju osnovni matematički model gibanja zrakoplova. Na osnovu tih jednadžbi, moguće je razmatrati više slučajeva gibanja, te utjecaj raznih veličina i parametra na let zrakoplova. U ovom poglavlju odredit će se koje sile utječu na zrakoplov u penjanju, te analizirati njihov utjecaj na performanse zrakoplova.

### 2.1 Sile koje djeluju na zrakoplov u penjanju



Slika 1. Sile pri penjanju zrakoplova

Postoje četiri osnovne sile koje djeluju na zrakoplovu u letu: uzgon, težina, potisak i otpor. Kretanje zrakoplova kroz zrak ovisi o relativnoj veličini tih sila i orientaciji zrakoplova. Za zrakoplov u krstarenju, četiri sile su u ravnoteži, a zrakoplov se kreće konstantnom brzinom i na konstantnoj visini. Pri promatranju odnosa sila tijekom jednolikog penjanja povlači se vertikalna i horizontalna os kroz centar mase zrakoplova. Uzgon i otpor su komponente aerodinamičke sile koje su definirane u odnosu na putanju leta. Uzgon je okomit na putanju leta, a otpor je u pravcu leta suprotno usmjeren. Potisak zrakoplova je također obično usklađen sa putanjom leta. Neki moderni borbeni zrakoplov imaju mogućnost promijeniti kut potiska, ali će se pretpostaviti da je potisak usklađen sa smjerom putanje leta. Težina zrakoplova je uvijek usmjerena prema središtu Zemlje.

Ove četiri sile su vektorske veličine. Mogu se ispisati dvije komponentne jednadžbe za gibanja zrakoplova na temelju Newtonovog drugog zakona kretanja i pravila vektorske algebre. Jedna jednadžba daje vertikalno ubrzanje  $a_v$ , a druga daje horizontalo ubrzanje  $a_h$ . Ako se sila potiska označi simbolom  $T$ , uzgona simbolom  $L$ , otpora simbolom  $D$ , i težina simbolom  $W$ , vertikalna komponentna jednadžba glasit će:

$$T \sin(\gamma) - D \sin(\gamma) + L \cos(\gamma) - W = ma_v \quad 2.1$$

Slično tome, horizontalna komponentna jednadžbe glasi:

$$T \cos(\gamma) - D \cos(\gamma) - L \sin(\gamma) = ma_h \quad 2.2$$

Ove jednadžbe mogu se pojednostaviti koristeći višak potiska  $T_{ex}$ :

$$T_{ex} = T - D \quad 2.3$$

Dobivene jednadžbe gibanja bit će:

Okomito:

$$T_{ex} \sin(\gamma) + L \cos(\gamma) - W = ma_v \quad 2.4$$

Horizontalno:

$$T_{ex} \cos(\gamma) - L \sin(\gamma) = ma_h \quad 2.5$$

Za male kutove penjanja,  $\cos(\gamma)$  je gotovo 1.0 a  $\sin(\gamma)$  je gotovo jednak nuli.

Jednadžbe će u tom slučaju glasiti:

Okomito:

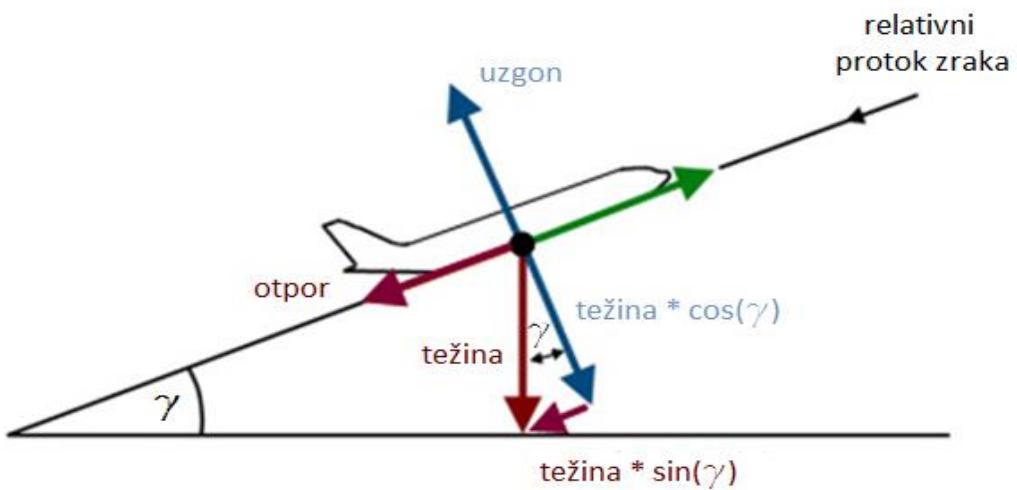
$$L - W = ma_v \quad 2.6$$

Horizontalno:

$$T - D = ma_h \quad 2.7$$

## 2.2 Ravnotežni let zrakoplova

Ravnotežni let podrazumijeva da su momenti koji djeluju oko centra mase zrakoplova u ravnoteži. U tom slučaju neće doći do okretanja zrakoplova, a ako zrakoplov u tom trenutku ima kutnu brzinu neće doći do promjene u iznosu kutne brzine. U većini slučajeva let komercijalnih zrakoplova odvija se u uvjetima ravnotežnog leta ili vrlo blisko njima [1].



**Slika 2. Zrakoplov u penjanju**

Promatranjem stacionarnog penjanja ili spuštanja zrakoplova u vertikalnoj ravnini mogu se napisati jednadžbe gibanja zrakoplova u prostoru. Jednadžbe ravnotežnog gibanja središta mase zrakoplova su:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma \quad 2.8$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L \cos \theta - W \cos \gamma \quad 2.9$$

$$mV \cos \gamma \frac{d\chi}{dt} = L \sin \phi \quad 2.10$$

Za gibanje u vertikalnoj ravnini kut skretanja  $\chi$  je konstantan, te iz treće jednadžbe proizlazi da tada nema ni kuta valjanja  $\emptyset = 0$ , te ove jednadžbe imaju oblik:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma$$

2.11

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L - W \cos \gamma$$

2.12

Za pravocrtno ( $\gamma = const$ ) i stacionarno ( $V = const$ ) penjanje ili spuštanje bit će:

$$T = D + W \sin \gamma$$

2.13

$$L = W \cos \gamma$$

2.14

Te jednadžbe mogu se direktno napisati promatrujući zrakoplov u stacionarnom penjanju. Iz prve jednadžbe su kut penjanja  $\gamma$  i brzina uzdizanja  $V_V$ :

$$\sin \gamma = \frac{T - D}{W}$$

2.15

$$V_V = V \sin \gamma = V \frac{T - D}{W}$$

2.16

Brzina uzdizanja  $V_V$  označava se u zrakoplovnoj praksi s R/C (*Rate of Climb*), a tangens kuta  $\gamma$  označava se sa G i naziva se gradijent penjanja (*Climb Gradient*).

Iz jednakosti  $L = W \cos \gamma$ , koja je potrebna za penjanje (ili spuštanje), nameće se uvjet za penjanje pod kutom  $\gamma$ :

$$\frac{V^2 C_L}{\cos \gamma} = \frac{2W}{\rho S}$$

2.17

Kojom brzinom leta  $V$ , kojim koeficijentom uzgona  $C_L$ , te kojim će se kutom  $\gamma$  zrakoplov penjati odrediti će režim leta zrakoplova. Koriste se dvije mogućnosti optimizacije:

- najveći kut penjanja  $\gamma_{max}$  (BAC, *Best Angle of Climb*)

- najveća brzina uzdizanja  $V_{v\max}$  (BRC, *Best Rate of Climb*)

## 2.3 Najveći kut penjanja

Kako bi se odredio najveći kut penjanja zrakoplova potrebno je prvo odrediti izraz za potrebnii potisak zrakoplova pri stacionarnom penjanju. Izraz koji opisuje potrebnii potisak zrakoplova pri penjanju je:

$$T_r = D + W \sin \gamma \quad 2.18$$

Pri penjanju zrakoplova pod kutom  $\gamma$  ne postoji više jednakost između sile otpora i potrebne sile potiska. Iz gornje formule je vidljivo da sila potiska mora savladati dodatnu komponentu težine zrakoplova uz otpor.

Otpor zrakoplova pri penjanju može se odrediti izrazom:

$$D = qS(C_{D0} + KC_L^2) = qSC_{D0} + K \frac{L^2}{qS} \quad 2.19$$

Ovaj izraz također ovisi o kutu penjanja zrakoplova budući da je  $L = W \cos \gamma$ . Ako se sila uzgona zrakoplova zamijeni sa komponentom težine dobit će se otpor pri penjanju pod kutom  $\gamma$ :

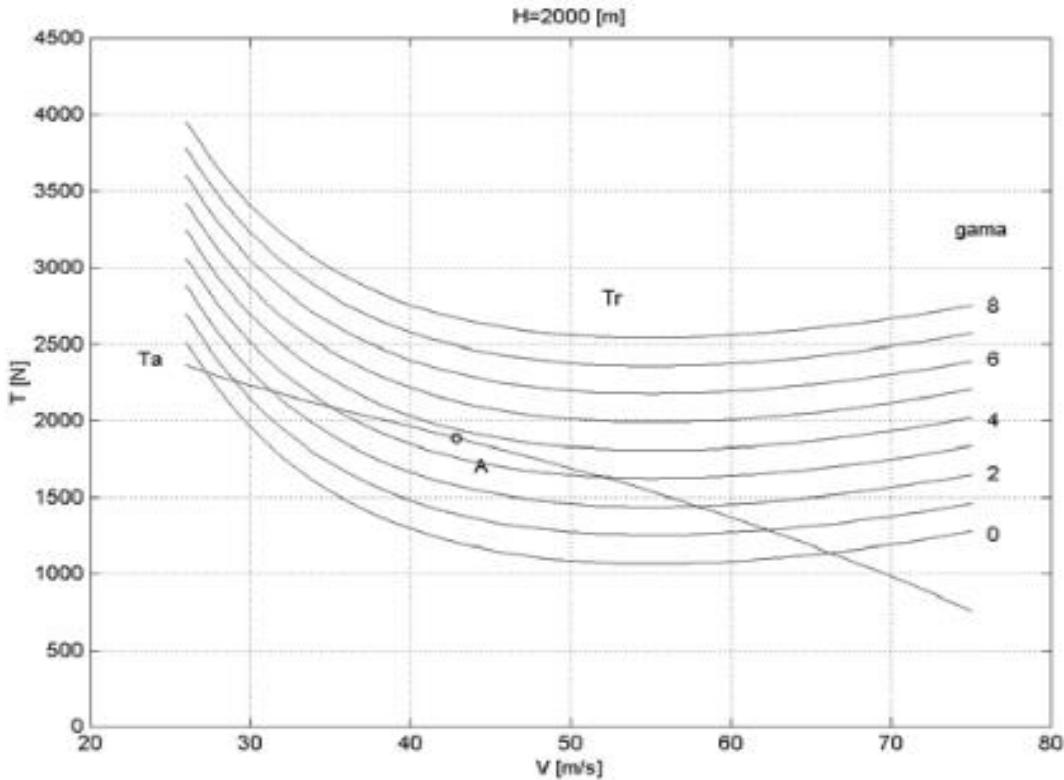
$$D = qSC_{D0} + \frac{K}{q} \frac{W^2 \cos^2 \gamma}{S} \quad 2.20$$

Prema dobivenom izrazu za otpor jednadžba za potrebnii potiska bit će:

$$T_r = \frac{\rho S C_{D0}}{2} V^2 + \frac{2KW^2}{\rho S} \frac{1}{V^2} \cos^2 \gamma + W \sin \gamma \quad 2.21$$

Potrebnna sila uzgona zrakoplova ovisi o tri parametra. Prvi parametar je kut penjanja, drugi je brzina leta i zadnji je gustoća zraka. Ako promatramo let zrakoplova na određenoj visini, pri kojoj gustoća zraka ima određenu vrijednost, potrebna sila potiska će ovisiti o brzini leta i kutu penjanja zrakoplova  $T_r(V, \gamma)$ . Druga promatrana sila je raspoloživa sila potiska. Raspoloživa sila potiska ovisi o brzini  $T_a(V)$ , ali ne ovisi

o kutu penjanja. Ovisnost ove dvije krivulje o brzini uz pretpostavku da je visina leta konstantna prikazana je na slici 3.



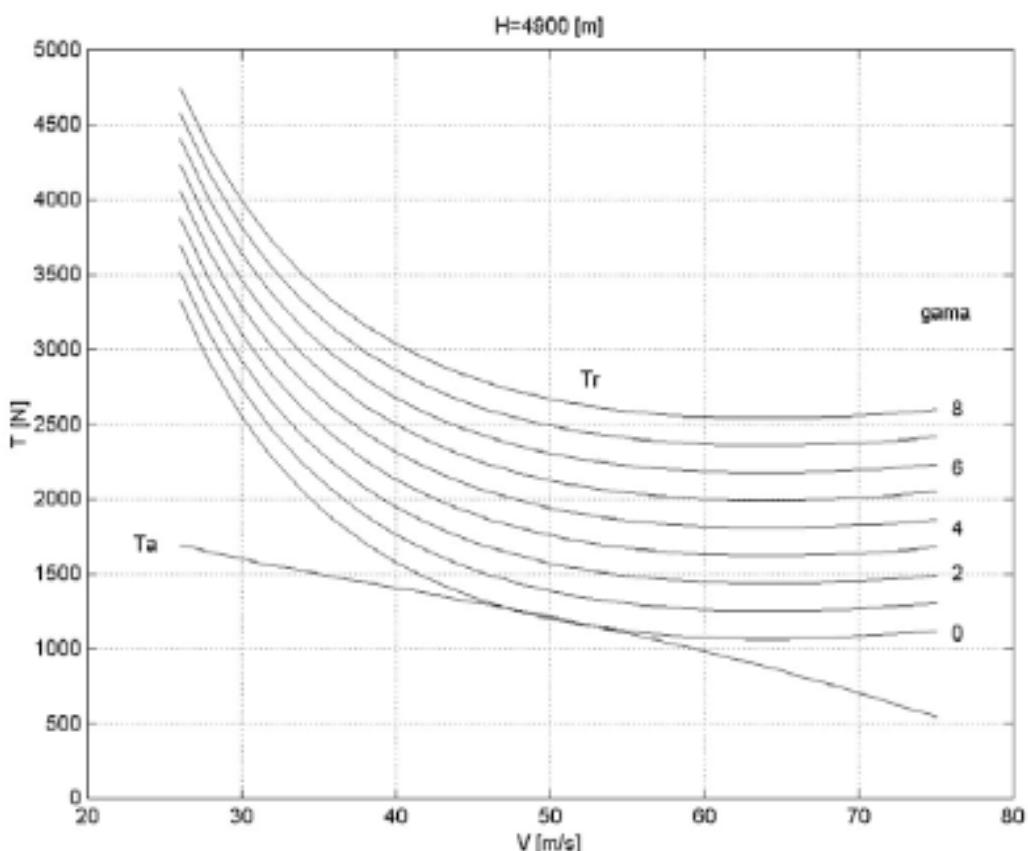
**Slika 3. Potrebna sila ovisno o brzini leta i kutu penjanja [1]**

Na dijagramu su ucrtane krivulje potrebne sile  $T_r(V, \gamma)$  za konstantne kutove penjanja (od  $0^\circ$  do  $9^\circ$ ). Pomoću ovog dijagrama može se odrediti interval raspoloživih brzina leta zrakoplova pri letu sa odabranim kutom penjanja. Ovaj interval je određen presjekom krivulja  $T_r(V, \gamma)$  i  $T_a(V)$ , a granice intervala mogućih brzina su određene brzinama  $V_{min}$  i  $V_{max}$ . Pri povećanju kuta penjanja interval raspoloživih brzina se smanjuje, a pri određenom kutu penjanja krivulja potrebnog potiska  $T_r(V, \gamma)$  će tangirati krivulju raspoloživog potiska  $T_a(V)$  u točki A. U tom slučaju zrakoplov ne može povećati kut penjanja, jer se sva raspoloživa sila potiska koristi za održavanje sadašnjeg kuta. Dakle, krivulja  $T_r(V, \gamma)$ , na kojoj se nalazi točka A, određuje najveći kut penjanja, s kojim se taj zrakoplov s tim pogonom može penjati. Taj kut penjanja označava se sa *BAC* (*Best angle of climb*). Međutim, taj najveći kut penjanja vrijedi samo za određenu visinu koja se promatrala u ovom slučaju. Što znači da će za drugu visinu *BAC* imati drugu vrijednost, tj. najveći mogući kut penjanja nije konstantan već se mijenja s visinom [1].

Koeficijent uzgona pri uvjetima najvećeg kuta penjanja može se izvesti iz uvjeta  $L = W \cos \gamma$ :

$$C_L = \frac{2W \cos \gamma}{\rho S V^2} \quad 2.22$$

Ako dođe do povećanja visine leta zrakoplova *BAC* će se smanjivati sve do određene maksimalne visine kada će iznositi nula. U tom slučaju će krivulja  $T_a(V)$  tangirati krivulju  $T_r(V)$  za  $\gamma = 0$ . Na slici 4 je vidljivo da je zrakoplov pri letu na visini od  $h = 4900$  m dosegao svoju maksimalnu visinu leta pri kojoj će njegov kut penjanja uvijek iznositi nula.



**Slika 4. BAC za mali zrakoplov na razini mora [1]**

Iz prethodno izvedene analize podataka može se zaključiti da za svaku visinu leta postoji najveći kut penjanja  $\gamma_{max}$ , koji uz sebe veže točno određenu brzinu leta koju zrakoplov mora održavati kako bi se postigao taj kut. Takav režim leta se naziva režimom leta sa najvećim mogućim kutom penjanja.

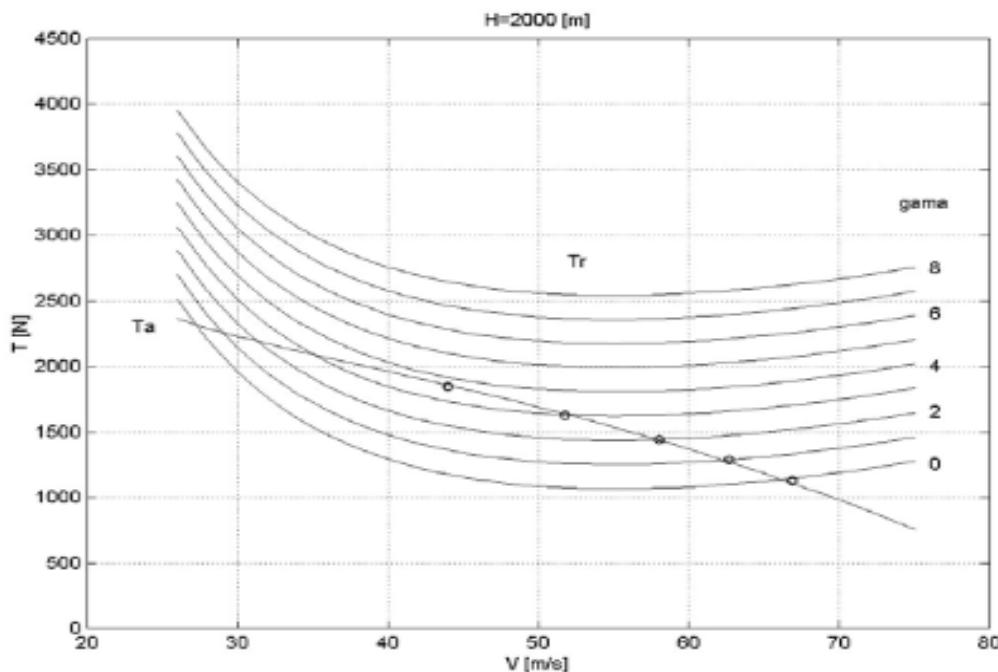
Kada bi se promatrali iznosi brzine leta zrakoplova pri najvećem kutu penjanja za zrakoplove sa elisom bile bi manje od propisanih brzina za siguran i pravilan rad elise, ili bi bile tako male da bi uzrokovale povećani otpor zbog odvajanja struje od elise. Zbog toga elisni zrakoplovi obično koriste režim najveće brzine uzdizanja pri penjanju [1].

## 2.4 Najveća brzina uzdizanja

Brzina uzdizanja se definira kao

$$\frac{dh}{dt} = V_v = V \sin \gamma \quad 2.23$$

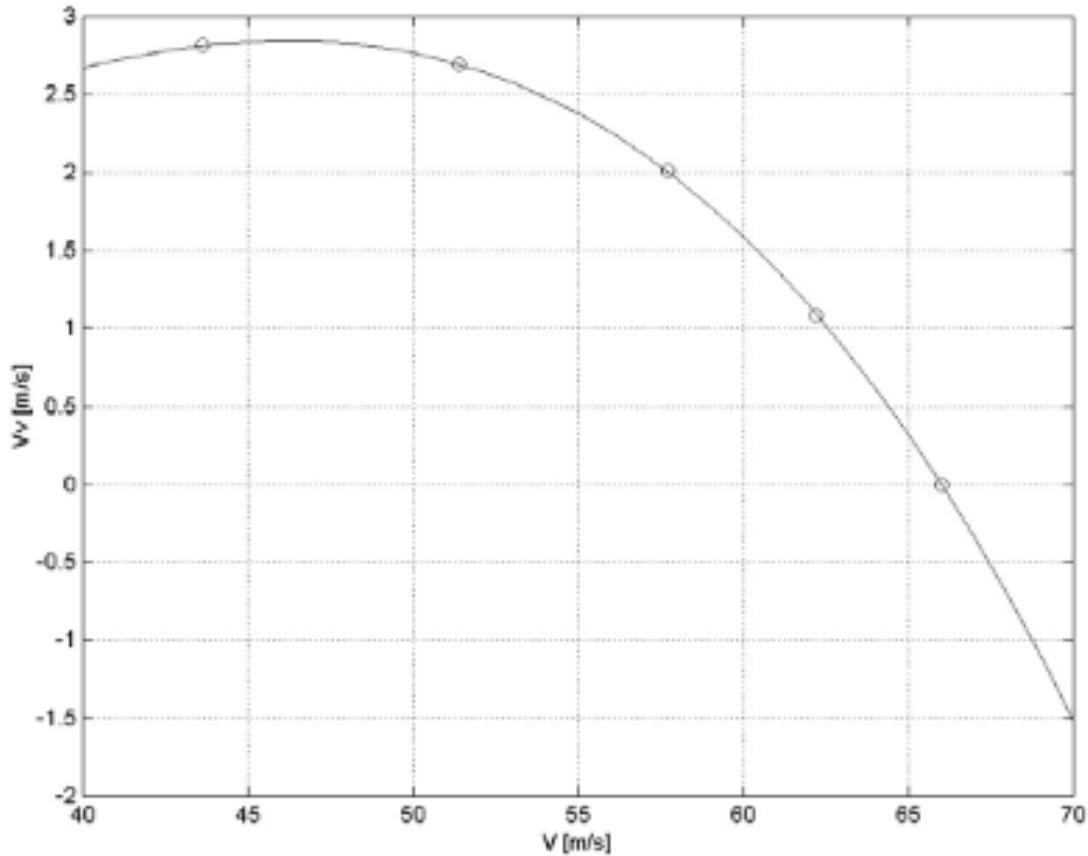
Pri penjanju zrakoplova često je važno da se u što kraćem vremenu dosegne visina krstarenja kako bi se mogla ostvariti što manja potrošnja goriva. Taj zahtjev znači da je potrebna što veća brzina uzdizanja  $V_v$ . U engleskoj literaturi brzina uzdizanja označava se sa *RC* (*Rate of Climb*), a najveća sa *BRC* (*Best Rate of Climb*). Unaprijed je jasno da će *BRC* imati drugačije na različitim visinama.



**Slika 5. Potrebna sila  $T_r(V, \gamma)$  i raspoloživa sila  $T_a(V)$  za određenu visinu [1]**

Na slici 5 nacrtane su krivulje potrebne sile potiska  $T_r(V, \gamma)$  i raspoložive pogonske sile  $T_a(V)$ , pri letu zrakoplova na točno određenoj visini. Kako bi se odredila

maksimalna brzina leta koju zrakoplov može postići pri određenom kutu leta promatra se presjek krivulje  $T_a(V)$  sa krivuljama  $T_r(V, \gamma)$ . Svaka točka presjeka ovih krivulja odgovara maksimalnoj brzini  $V_{max}$  koju taj zrakoplov može postići pri određenom kutu penjanja. Drugim riječima u svakoj točki dobiva se par vrijednosti  $V_{max}$  i  $\gamma$ . Uzimajući vrijednosti kuta penjanja i brzine iz grafa na slici 5 može se napraviti novi graf ovisnosti brzine leta  $V$ , i brzine uzdizanja koja se može izraziti kao  $V_v = V_{max} \sin \gamma$ . Taj graf je prikazan na slici 6, i napravljen je za onu istu visinu za koju su nacrtane polazne krivulje na slici 5. U ovom grafu mogu se očitati brzine leta  $V$  s kojima se može penjati zrakoplov i koje će biti brzine uzdizanja  $V_v$  s raspoloživom silom potiska. Iz ovog grafa također može se očitati najveća moguća brzina uzdizanja zrakoplova  $V_{v max}$  koja se nalazi na tjemenu krivulje [1].



**Slika 6. Brzina uzdizanja  $V_v(V)$  za određenu visinu [1].**

Vrijednosti kojima se određuje režim leta *BR*C za visinu  $h$  su brzina leta  $V$  i kut  $\gamma$  koji osiguravaju najveću brzinu uzdizanja  $V_{v max}$ , te koeficijent uzgona  $C_L$ . Brzina leta  $V$

i kut penjanja  $\gamma$  može se odrediti iz prijašnjih grafova, a koeficijent uzgona određen je jednadžbom:

$$C_L = \frac{2W \cos \gamma}{\rho S V^2}.$$

Kada bi se odredio  $BRC$  za neku drugu visinu  $h$  dobila bi se druga krivulja i druge vrijednosti  $V$  i  $\gamma$ , budući da su te vrijednosti funkcije visine  $h$  [1].

## 2.5 Vrijeme penjanja i potrošnja goriva u penjanju

Za režim penjanja moguće je izračunati vrijeme penjanja. Vrijeme potrebno za penjanje računa se iz jednadžbe

$$\frac{dh}{dt} = V_v \quad 2.24$$

iz te jednadžbe slijedi:

$$t = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{V_v} \quad 2.25$$

Vidljivo je da će najkraće vrijeme penjanja biti za najveću brzinu uzdizanja:

$$t_{min} = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{V_{V \max}} \quad 2.26$$

Potrošnja goriva u penjanju zrakoplova određuje se na temelju jednadžbe:

$$\frac{dm}{dh} = -\frac{\dot{m}}{V_v} \quad 2.27$$

u kojoj je za elisne zrakoplove:

$$\dot{m} = \dot{m}_g = -C_P P_{mot} = -\frac{C_P T V}{\eta_{elisa}} \quad 2.28$$

a za mlazne:

$$\dot{m} = \dot{m}_g = -C_T T$$

2.29

U ovim jednadžbama pogonska sila u penjanju određena je jednadžbom:

$$T = D + W \sin \gamma = \frac{\rho V^2}{2} (C_{D0} + KC_L^2) + W \sin \gamma$$

2.30

u kojoj su  $V(h)$  i  $\gamma(h)$  određene u prethodnom poglavlju, a  $\rho(h)$  je karakteristika atmosfere za vrijeme penjanja.

### 3 Optimalni režimi za penjanje zrakoplova

Za pojedine letove postoje različiti zahtjevi ovisno o potrebama zrakoplovnih prijevoznika i specifičnostima rute. Može se letjeti različitim režimima leta sa specifičnim brzinama za svaki let.

#### 3.1 Penjanje maksimalnim gradijentom penjanja

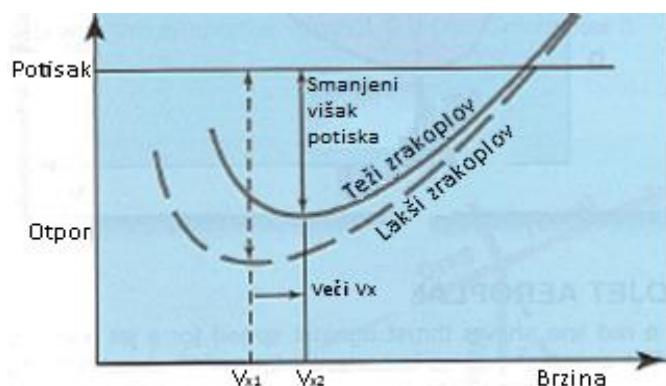
Gradijent penjanja biti će maksimalan pri penjanju brzinom pri kojoj je višak potiska maksimalan to jest pri  $(L/D)_{max}$ . Penjanje pri toj brzini  $V_x$  omogućava dostizanje određene visine uz najkraću prijeđenu udaljenost.

Brzinu leta za maksimalni gradijent penjanja  $V_x$  računa sustav za upravljanje letom na temelju težine zrakoplova, a naznačena je na primarnom zaslonu (PFD-*Primary Flight Display*) čim se zrakoplov nalazi u čistoj konfiguraciji. Ova brzina se koristi u slučaju otkaza motora nakon uzljetanja.

##### 3.1.1 Faktori koji utječu na kut penjanja i na brzinu ( $V_x$ ):

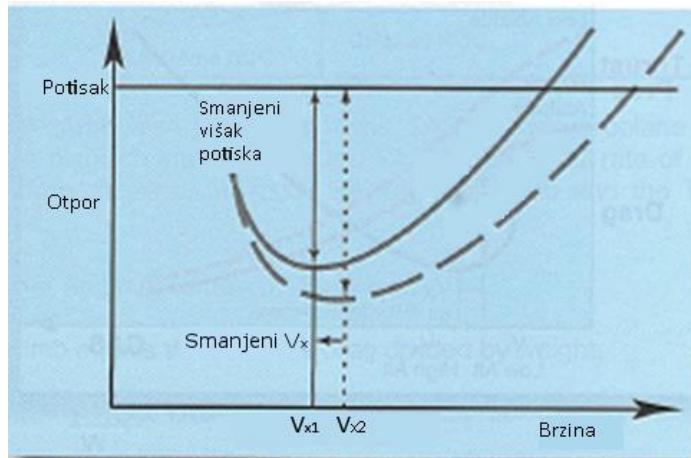
Težina zrakoplova pomiče krivulju ovisnosti otpora o brzini prema i gore i udesno. Do ovog pomaka je došlo zbog povećanja induciranih otpora. Na slici 7 prikazana je krivulja otpora težeg zrakoplova sa punom linijom i krivulja lakšeg zrakoplova isprekidanom linijom.

Zbog povećanja težine zrakoplova smanjio se raspoloživi višak potiska i kut penjanja. Zbog toga je brzina pri kojoj se postiže najbolji kut penjanja  $V_x$  veća za teže zrakoplove.



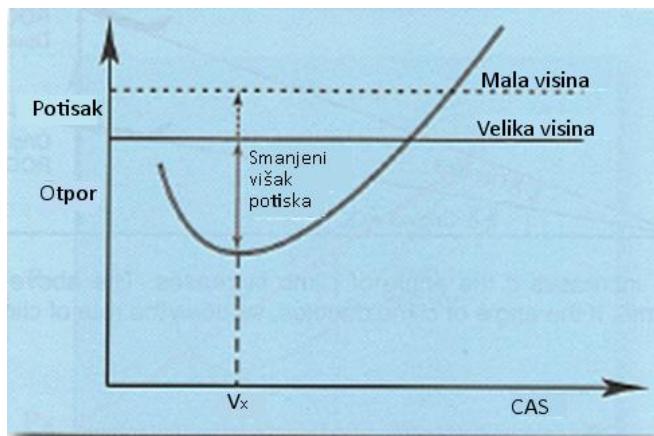
Slika 7. Utjecaj povećanja težine na brzinu  $V_x$

Promjena konfiguracije zrakoplova povećanjem kuta zakrilca ili spuštanjem podvozja pomiče krivulju otpora zrakoplova prema gore i ulijevo, zbog povećanog parazitnog otpora. Na slici 8 je prikazano je kako povećanje kuta zakrilca i spuštanje podvozja smanjuje kut penjanja zbog smanjenja viška potiska, te smanjuje brzinu  $V_x$ .



**Slika 8. Utjecaj promjene konfiguracije na brzinu  $V_x$**

Uzimajući u obzir  $V_x$  kao CAS (Calibrated Air Speed) povećanjem visine leta zrakoplova nema promjene u krivulji otpora jer dolazi do povećanja brzine u odnosu na zrak kao kompenzaciju za smanjenom gustoćom zraka. Međutim, povećanjem visine leta dolazi do smanjenja raspoloživog potiska. Na slici 9 je vidljivo da povećanjem visine leta smanjuje se kut penjanja, ali brzina  $V_x$  ostaje konstantna. U slučaju kada bi se brzina  $V_x$  gledala kao TAS (True Air Speed) onda bi se povećavala.



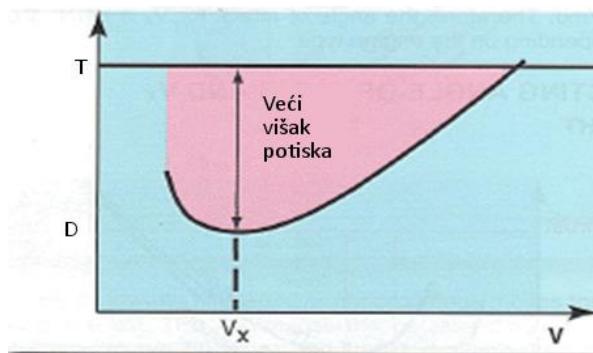
**Slika 9. Ovisnost brzine  $V_x$  o visini za turbomlazni zrakoplov.**

Budući da dostupni potisak u odnosu na brzinu se razlikuje između turbomlaznih i propellerskih zrakoplova, potrebno je odrediti brzinu  $V_x$  za obje vrste zrakoplova.

### 3.1.2 Brzina $V_x$ za turbomlazne zrakoplove

Na slici 10 prikazan je graf ovisnosti raspoloživog potiska i ovisnosti otpora o brzini. Na grafu su prikazane važne informacije o kutu penjanja i brzini za najbolji kut penjanja  $V_x$ . Kada zrakoplov leti brzinom pri kojoj postoji višak potiska (prikazano u grafu ružičasto obojanim područjem), zrakoplov se može penjati i u isto vrijeme održati istu brzinu leta.

Brzina pri kojoj je najveći višak potiska naziva se  $V_x$ , i ona za turbomlazne zrakoplove se ostvaruje pri brzini minimalnog otpora  $V_{md}$ .

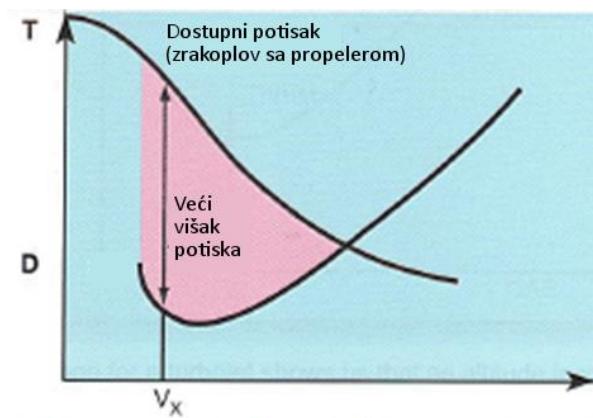


Slika 10. Brzina  $V_x$  za turbomlazne zrakoplove

### 3.1.3 Brzina $V_x$ za zrakoplove sa propellerskim pogonom

Dijagram na slici 11 prikazuje odnos raspoloživog potiska i ovisnosti otpora o brzini. Unutar ružičasto obojanog područja prikazan je raspoloživi višak potiska. Brzina  $V_x$  je brzina pri kojoj je kut i gradijent penjanja najveći, jer je višak potiska najveći.

Važno je napomenuti da je brzina  $V_x$  za zrakoplove sa propellerskim pogonom puno manja od brzine minimalnog otpora  $V_{md}$  i od brzine minimalne snage  $V_{mp}$ .



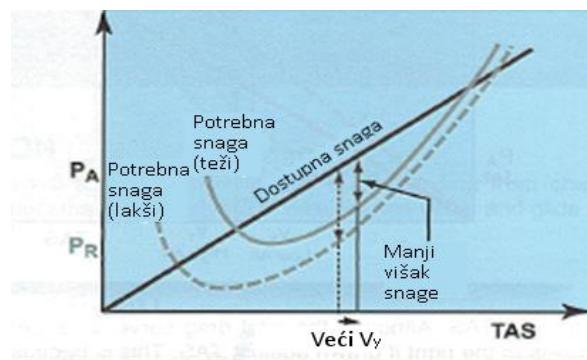
Slika 11. Brzina  $V_x$  za zrakoplove sa propellerskim pogonom

### 3.2 Penjanje maksimalnom brzinom uzdizanja

Brzina pri kojoj se postiže najveća brzina uzdizanja je  $V_y$ . Brzina uzdizanja ovisi o dostupnom višku snage.  $V_y$  je brzina pri kojoj je razlika između raspoložive snage i potrebne snage najveća. Raspoloživa snaga  $P_A = V \cdot T_A$  je različita za turbomlazne i propelerske zrakoplove.

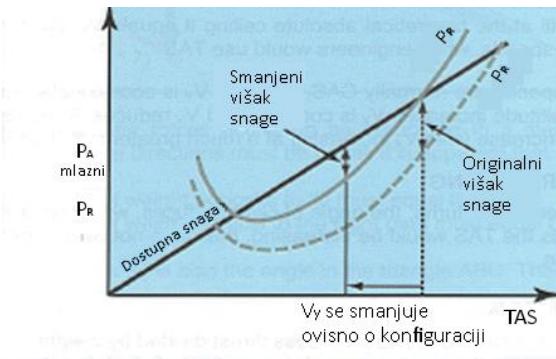
Faktori koji utječu na brzinu uzdizanja i  $V_y$ :

Povećanjem težine zrakoplova pomiče se krivulja potrebne snage prema gore i udesno. Na slici 12 je prikazana potrebna snaga za lakše zrakoplove isprekidanom krivulja i potrebna snaga za teže zrakoplove punom linijom. Vidljivo je da povećanjem težine zrakoplova se smanjuje višak snage i brzina uzdizanja. Brzina  $V_y$  je veća za teže zrakoplove.



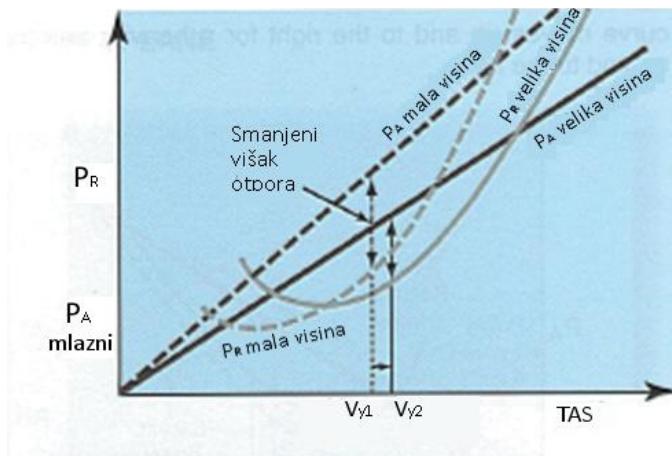
Slika 12. Ovisnost brzine  $V_y$  o težini zrakoplova

Povećanjem kuta zakrilca ili spuštanjem podvozja pomiče se krivulja potrebne snage prema gore i ulijevo. Slika 13 prikazuje kako pomak krivulje zbog drugačije konfiguracije rezultira u smanjenju brzine uzdizanja zbog smanjenog viška snage, te u smanjenju brzine  $V_y$ .



Slika 13. Ovisnost brzine  $V_y$  o konfiguraciji zrakoplova

Povećanjem visine leta krivulja otpora u odnosu na  $V_{CAS}$  (*Calibrated Air Speed*) ostaje nepromijenjena, ali krivulja otpora u odnosu na  $V_{TAS}$  (*True Air Speed*) se pomiče udesno budući da je  $P_A = V \cdot T_A$ . Na slici 14 prikazana je potrebna snaga i raspoloživa snaga u odnosu na  $V_{TAS}$ . Može se zaključiti da sa povećanjem visine dolazi do smanjenja viška snage i brzine uzdizanja, te do povećanja brzine  $V_y$  (*TAS*). Pri promatranju  $V_y$  (*CAS*) višak snage i brzina uzdizanja će se smanjiti, te će se  $V_y$  (*CAS*) smanjiti.



**Slika 14. Ovisnost brzine  $V_y$  o promjeni visine**

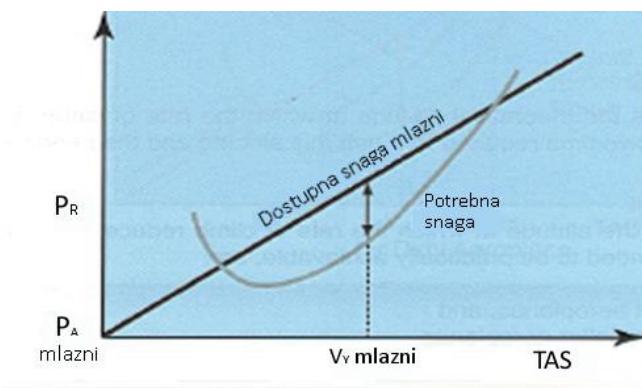
Ako zrakoplov ubrza ili započne zaokret smanjit će se kut penjanja, što će smanjiti brzinu uzdizanja. Dolazi do povećanja  $TAS$ , ali to ne svladava dominantni efekt smanjenja kuta penjanja.

Apsolutni plafon leta je teoretska visina pri kojoj je brzina uzdizanja jednaka nuli. Teoretska je zbog potrebne količine vremena da bi se dostigla i zbog potrebe da zrakoplov održava točno  $V_y$ .

Praktični plafon leta je visina pri kojoj brzina uzdizanja dostiže točno određenu vrijednost. Plafon leta za turbomlazne zrakoplove se postiže pri brzini od 2.54 m/s, a za propelerske pri brzini od 0.5 m/s.

### 3.2.1 Brzina $V_y$ za turbomlazne zrakoplove

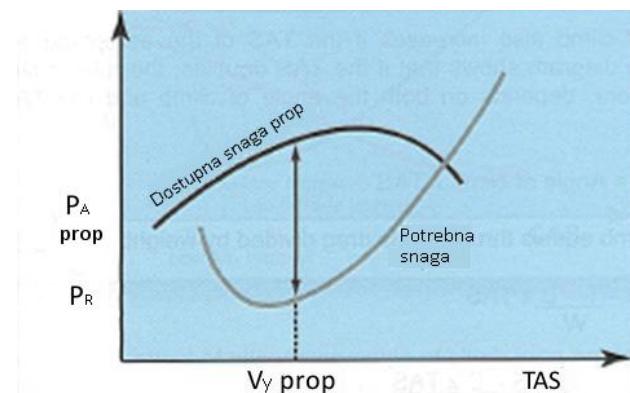
Dijagram na slici 15 prikazuje raspoloživu snagu i potrebnu snagu za turbomlazni zrakoplov. Brzina leta pri kojoj je brzina uzdizanja najveća je  $V_y$  za turbomlazne zrakoplove. Ta brzina je puno veća od brzine minimalne snage  $V_{mp}$ , također je veća od brzine minimalnog otpora  $V_{md}$ . Zbog toga  $V_y$  će uvijek biti veća od  $V_x$  osim na teoretskom plafonu leta na kojem je  $V_y = V_x$ .



Slika 15. Brzina  $V_y$  za turbomlazne zrakoplove

### 3.2.2 Brzina $V_y$ za propellerske zrakoplove

Dijagram na slici 16 prikazuje raspoloživu snagu i potrebnu snagu za zrakoplov sa propellerskim pogonom.  $V_y$  je brzina pri kojoj zrakoplov ima najveći višak snage. Povećanjem visine smanjuje se raspoloživi višak snage. Za zrakoplove sa propellerskim pogonom, brzina  $V_y$  je manja od brzine najmanjeg otpora  $V_{md}$ .  $V_y$  je veća od  $V_x$  osim na teoretskom plafonu leta na kojem je  $V_y = V_x$ .



Slika 16. Brzina  $V_y$  za propellerske zrakoplove

## 4 Teorijski izračun performansi u penjanju zrakoplova Dash 8 Q400

Unutar ovog poglavlja opisat će se glavne karakteristike pogonske skupine zrakoplova Dash 8 Q400 koji je prikazan na slici 17. Također će se odrediti relevantne performanse zrakoplova poput maksimalne brzine uzdizanja, najkraćeg vremena penjanja i maksimalnog kuta penjanja.



Slika 17. Zrakoplov Dash 8 Q400

### 4.1 Pogonska skupina zrakoplova Dash 8 Q400

Pogonska skupina zrakoplova Dash 8 Q400 sastoji se od dva elisno mlazna (*turboprop*) motora PW150A. PW150A motor omogućuje let zrakoplova pri brzinama do  $415 \text{ mph}$ , odnosno  $768 \text{ km/h}$  sa potrošnjom goriva koja je u odnosu na mlazne motore do 40% manja i omogućuje velike uštede [4]. PW150A se kontrolira putem FADEC (*Full Authority Digital Engine Control*) sustava, koji pilotima omogućuje lakši način kontroliranja rada motora. Trenutno je u upotrebi više od 1000 PW150 motora [4].

Elisno-mlazni motori većinu potiska ne dobivaju reakcijom na mlaz ispušnih plinova kao ostali mlazni motori, nego stvaranjem zakretnog momenta koji pogoni

propeler. Kod elisno-mlaznih motora kroz mlaznik se stvara otprilike 10% ukupnog potiska. U sljedećim izračunima zanemarit će se utjecaj mlaznika motora na raspoloživi potisak zrakoplova.

Snaga na vratilu motora  $P_{SHP}$  (*Shaft Power*) se izražava konjskim snagama ili Wattima. Za motor PW150A ona iznosi 5071  $SHP$  ili 3782 kW pri ISA uvjetima i pri radu sa maksimalnim brojem okretaja u minuti od 1020  $RPM$  (*Revolutions per Minute*) [4]. Pri prijenosu snage sa motora na elisu postoje određeni gubitci, te kako bi se dobila raspoloživa snaga motora morat će se uzeti u obzir stupanj iskoristivosti elise  $\eta$ .

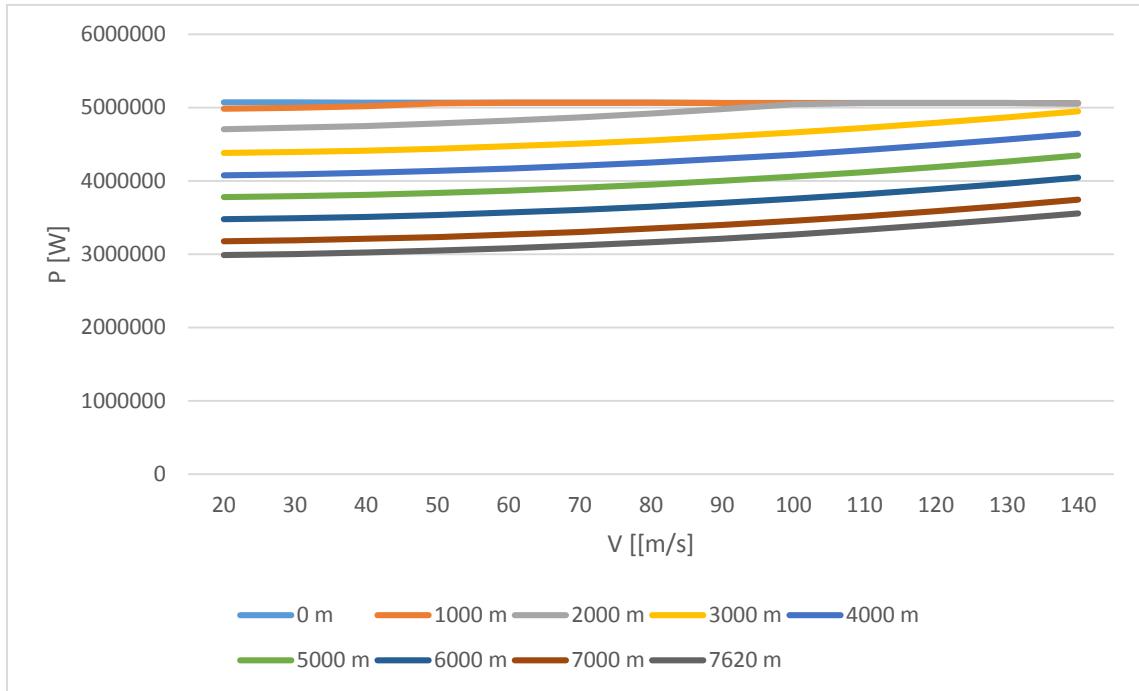
Jednadžba kojom se definira raspoloživa snaga motora je:

$$P_A = P_{SHP} \eta$$

4 1

Stupanj iskoristivosti elise pri penjanju za ovaj motor iznosi 0.8 [2]. Prema tome raspoloživa snaga motora iznositi će 3025 kW na razini mora.

Dostupna snaga ovisi o masenom protoku zraka kroz motor. Povećanje brzine leta povećati će maseni protok, a povećanje visine leta smanjiti će maseni protok zraka. Izračun dostupne snage zrakoplova pri penjanju napravljen je pomoću modela motora PW150A pri penjanju koji je napravio prof. Milan Vrdoljak na Fakultetu strojarstva i brodogradnje. Ulazne varijable u funkciju modela su brzina leta i visina leta zrakoplova, a izlazna varijabla je raspoloživa snaga jednog motora pri penjanju zrakoplova. Razlike između navedene raspoložive snage i raspoložive snage dobivene modelom se javljaju jer je snaga navedena flyradius.com dana kao maksimalna raspoloživa snaga za određenu visinu, pri radu motora sa maksimalnim brojem okretaja u minuti od 1020  $RPM$  (*Revolutions per Minute*) [4]. Na slici 18 prikazana je ovisnost raspoložive snage ovisno o brzini i visini leta u penjanju.



**Slika 18. Dostupna snaga ovisno o visini i brzini leta**

## 4.2 Određivanje maksimalne brzine uzdizanja za zrakoplov Dash 8 Q400

Brzina uzdizanja zrakoplova određuje se prema izrazu:

$$V_v = \frac{\Delta P}{W} = \frac{P_A - P_R}{W} \quad 4.2$$

Dostupna snaga zrakoplova ovisno o visini i brzini leta može se isčitati iz grafa na slici 18.

Kako bi se odredila maksimalna brzina uzdizanja potrebno je znati jednadžbu polare otpora zrakoplova. Polara otpora zrakoplova je izražena na sljedeći način:

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot e \cdot AR} \quad 4.3$$

U sljedećim izračunima koristit će se podatci o polari otpora zrakoplova Dash 8 Q100 koji je sličan zrakoplovu Dash 8 Q400. Podatci o polari mogu se pronaći unutar OPF (*Operations Performance Files*) datoteke koja je dio zbirke ASCII datoteka

nazvanih BADA (*Base of Aircraft Data*) [2]. Polara zrakoplova Dash 8 Q100 određena je idućom jednadžbom:

$$C_D = 0.024 + 0.044 \cdot C_L^2 \quad 4.4$$

Ostali potrebni podatci za izračun brzine uzdizanja nalaze se na web stranici [smartcockpit.com](http://smartcockpit.com) [6], a iznos Oswaldowog koeficijenta  $e$  određen je pomoću jednadžbe 4.3. Podatci su prikazani u tablici 1:

**Tablica 1. Karakteristike zrakoplova Dash 8 Q400 [6]**

$b$	$A$	$m$	$e$	$AR$
28.4 m	64 m <sup>2</sup>	26000 kg	0.5742	12.6

Izraz za potrebnu snagu zrakoplova je:

$$P_R = \frac{1}{2} C_{D0} \rho A V^3 + \frac{2W^2}{\pi e AR \rho A} \cdot \frac{1}{V} \quad 4.5$$

Ubacivanjem poznatih podataka u jednadžbu dobit će se ovisnost potrebne snage o brzini leta u standardnoj atmosferi na razini mora, ISA/SL:

$$P_R = 0.9408 V^3 + 0.7302 \cdot 10^8 \frac{1}{V} \quad 4.6$$

Ubacivanjem jednadžbe 4.6 u jednadžbu 4.2 dobit će se izraz za brzinu uzdizanja  $V_v$  na razini mora:

$$V_v = \frac{5067360 - 0.9408 V^3 - 0.7302 \cdot 10^8 \frac{1}{V}}{255060} \quad 4.7$$

Kada se izraz 4.7 derivira po brzini leta i izjednači s nulom, dobiva se brzina leta pri maksimalnoj brzini uzdizanja u uvjetima ISA/SL:

$$\frac{d(V_v)}{dV} = -2.822 V^2 + 0.7302 \cdot 10^8 \frac{1}{V^2} = 0$$

$$2.822 V^4 = 0.7302 \cdot 10^8$$

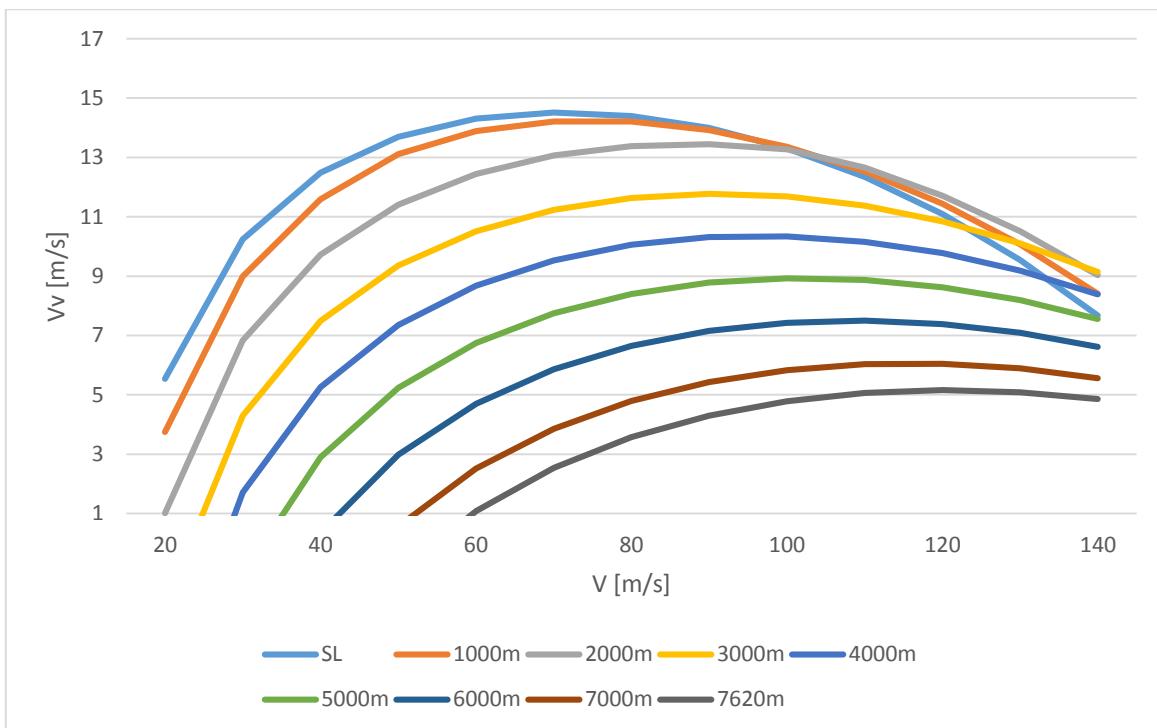
$$V = 71.3 \text{ m/s}$$

Sa dobivenom brzinom leta moguće je izračunati maksimalnu brzinu uzdizanja:

$$V_{vmax} = \frac{5067360 - 0.9408 \cdot 71.3^3 - 0.7302 \cdot 10^8 \frac{1}{71.3}}{255060}$$

$$V_{vmax} = 14.5 \text{ m/s}$$

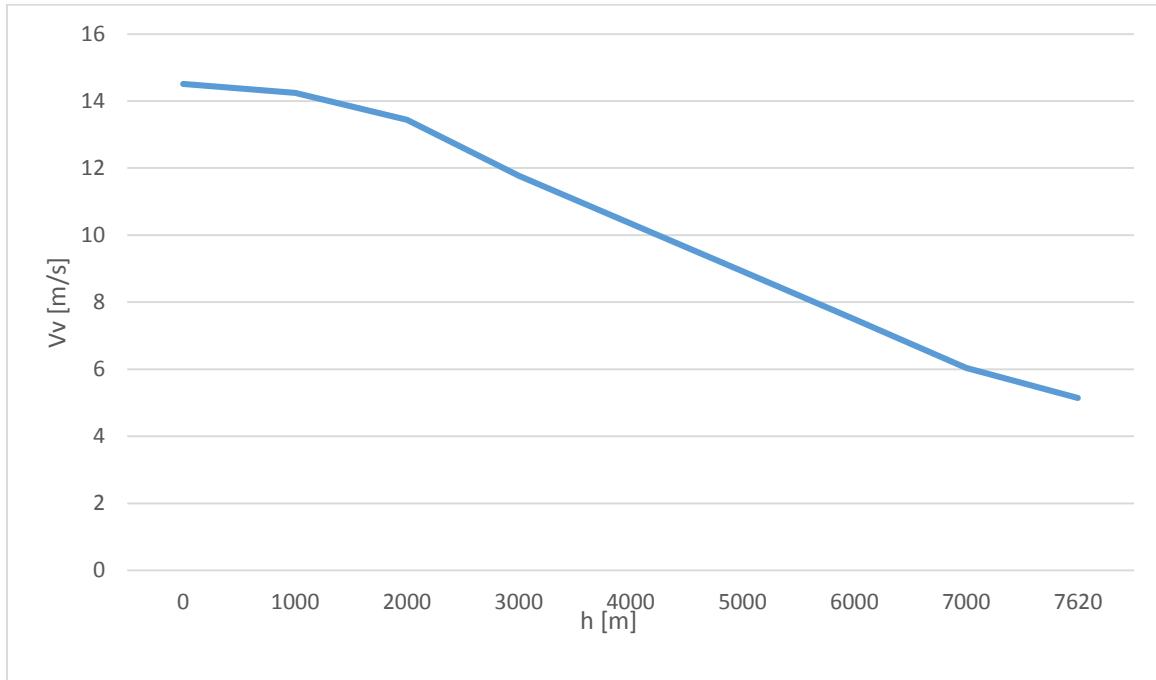
Ubacivanjem podatka o gustoći zraka na određenoj visini u izraz 4.5 dobit će se izraz ovisnosti potrebne snage o brzini leta zrakoplova za tu visinu, a iznos raspoložive snage zrakoplova ovisno o visini i brzini leta može se odrediti iz slike 17. Ubacivanjem dobivenih podataka o potrebnoj i raspoloživoj snazi u izraz 4.7 može se odrediti ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova o visini i brzini leta. Slika 19 prikazuje ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova o brzini leta.



**Slika 19. Ovisnost brzine uzdizanja o brzini leta**

U izrazu 4.9 određena je maksimalna brzina uzdizanja zrakoplova na razini mora. Ako se uzme u obzir smanjenje gustoće zraka povećanjem visine leta prema izrazu 4.5 doći će do povećanja potrebne snage, a iz slike 17 može se odrediti iznos raspoložive snage zrakoplova na toj visini. Brzina leta zrakoplova pri kojoj postiže maksimalnu brzinu uzdizanja može se odrediti prema izrazu 4.8 za različite visine.

Prema tim podatcima može se odrediti ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova o visini pri *BRC* (*Best Rate of Climb*) režimu leta. Slika 20 prikazuje ovisnost brzine uzdizanja o visini leta pri *BRC* režimu leta.



Slika 20. Ovisnost brzine uzdizanja o visini leta pri režimu leta *BRC*

### 4.3 Određivanje najkraćeg vremena penjanja do visine 7620m

Potrebno vrijeme penjanja određeno je jednadžbom:

$$\frac{dh}{dt} = V_v \rightarrow t = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{V_v} = \frac{h_2 - h_1}{\frac{V_{v1} + V_{v2}}{2}} = \frac{2(h_2 - h_1)}{V_{v1} + V_{v2}}$$

4.10

Minimalno vrijeme penjanja će biti pri maksimalnoj brzini uzdizanja:

$$V_{vmax} = \frac{P_A - P_{Rmin}}{W} = \frac{P_A}{W} - \left( \frac{C_D}{C_L^{3/2}} \right)_{min} \sqrt{\frac{2W}{\rho A}}$$

4.11

Ubacivanjem jednadžbe za polaru zrakoplova u izraz finese zrakoplova pri letu najmanjim otporom dobit će se koeficijent uzgona:

$$\left( \frac{C_D}{C_L^{\frac{3}{2}}} \right)_{min} = \frac{d}{dC_L} \left( \frac{0.024 + 0.044C_L^2}{C_L^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{0.088C_L C_L^{3/2} - 1.5C_L^{\frac{1}{2}}(0.024 + 0.044C_L^2)}{C_L^3} = 0$$

$$0.022C_L^2 = 0.036$$

$$C_L = \sqrt{\frac{0.036}{0.022}} = 1.279$$

$$C_D = 0.024 + 0.044 \cdot 1.279^2 = 0.096$$

4.12

Povratkom podataka u jednadžbu 4.20 dobit će se ovisnost brzine propinjanja o gustoći zraka i raspoloživoj snazi motora:

$$V_{vmax} = \frac{P_A}{255060} - \frac{0.0956}{1.279^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{2 \cdot 255060}{\rho \cdot 64}} = \frac{P_A}{255060} - 5.899 \sqrt{\frac{1}{\rho}}$$

4.13

Poznato je da se gustoća zraka smanjuje povećanjem visine prema jednadžbi:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 - 2.2256 \cdot 10^{-5} \cdot h)^{4.256}.$$

Potrebna vremena penjanja računaju se u inkrementima od 1000 m, ako se zbroje iznosi svih inkremenata dobit će se iznos ukupnog vremena penjanja.

**Tablica 2. Minimalna vremena penjanja zrakoplova**

$h$ [m]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$V_{vmax}$ [m/s]	$t_{min}$ [s]
0	1.225	14.5	69.4
1000	1.111	14.2	72.2
2000	1.006	13.4	79.7
3000	0.909	11.7	90.8
4000	0.819	10.3	103
5000	0.736	9.03	121
6000	0.66	7.47	147
7000	0.596	6.16	110
7620	0.556	5.16	

$$t_{min} = \sum_{h_0}^{h_{6000}} t_{minh} = 789.9 \text{ s} = 13.2 \text{ min}$$

4.14

#### 4.4 Određivanje maksimalnog kuta penjanja pri BRC režimu za zrakoplov Dash 8 Q400

Kut penjanja zrakoplova određuje se sljedećom jednadžbom:

$$\sin \theta = \frac{V_v}{V}$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{V_v}{V}\right)$$

4.15

Prema tome maksimalni kut penjanja zrakoplova pri ISA uvjetima će postići letom pri kojem je odnos  $\frac{V_v}{V}$  jednak maksimumu.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{V_v}{V}\right)_{max}$$

4.16

Unutra ovog poglavlja izračunat će se iznos kuta koji zrakoplov postiže pri penjanju BRC režimom. Za to je potreban iznos brzine uzdizanja  $V_{vmax}$  i brzine leta zrakoplova pri toj brzini uzdizanja. Iz grafa na slici 19 može se iščitati brzina uzdizanja i postignuta brzina zrakoplova pri maksimalnoj brzini uzdizanja. Uvrštavanjem brzine uzdizanja i brzine leta zrakoplova u jednadžbu 4.15 dobiva se kut penjanja zrakoplova pri letu na razini mora.

$$V_v = 14.5 \text{ m/s}$$

$$V = 71 \text{ m/s}$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{14.5}{71}\right) = 11.8^\circ$$

4.18

Unutar tablice 3 prikazani su iznosi brzine uzdizanja, brzine leta i kuta penjanja zrakoplova pri letu *BRC* režimom.

**Tablica 3. Kut penjanja zrakoplova ovisno o visini pri BRC režimu**

$h$ [m]	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$V$ [m/s]	71	75	90	93	99	105	112	120	125
$V_v$ [m/s]	14.5	14.3	13.4	11.8	10.4	8.9	7.5	6.1	5.2
$\theta$ [°]	11.8	11	8.6	7.3	6	4.9	3.8	2.9	2.4

#### **4.5 Određivanje potrošnje goriva pri BRC režimu za zrakoplov Dash 8 Q400**

Za izračun potrošnje goriva pri BRC režimu potrebno je odrediti ovisnost brzine i kuta penjanja o visini. Prema podatcima iz tablice 3 mogu se odrediti jednadžbe linearne ovisnosti brzine leta pri penjanju zrakoplova i kuta penjanja o visini.

$$V = 71 + 7.087 \cdot 10^{-3}h$$

$$\theta = 11.8 - 1.239 \cdot 10^{-3} h$$

4.19

Potrošnja goriva proporcionalna je snazi motora:

$$\dot{m}_f = C_p P_{mot}$$

$$P_a = \eta_{elisa} P_{mot} = T \cdot V$$

$$P_{mot} = \frac{TV}{\eta_{elisa}}$$

$$\dot{m}_f = \frac{C_p T V}{\eta_{elisa}}$$

4.20

Unutar jednadžbe 2.13 određen je potisak zrakoplova pri penjanju. Taj izraz se može prikazati u idućem obliku:

$$T = D + W \sin \gamma = q_\infty S_{ref} (C_{D0} + K C_L^2) + W \sin \gamma$$

4.21

Koeficijent uzgona se može dobiti iz odnosa težine i uzgona zrakoplova pri penjanju koji je određen jednadžbom 2.14:

$$L = W \cos \gamma$$

$$C_L = \frac{W \cos \gamma}{q_\infty S_{ref}}$$

$$\frac{dm_f}{dt} = \frac{C_p T V}{\eta_{elisa}}$$

4.22

Svi parametri unutar jednadžbe 4.20 ovise o visini leta zrakoplova ili su konstantni. Uz poznatu jednadžbu brzine uzdizanja  $V_V = \frac{dh}{dt}$  jednadžba 4.20 se može napisati u idućem obliku:

$$dm_f = \frac{C_p T V}{V_V \eta_{elisa}} dh$$

4.23

Integracijom jednadžbe 4.21 po visini  $h$  dobiva se izraz za potrošnju goriva zrakoplova:

$$m_f = \int_{h_s}^{h_e} \frac{C_p T V}{V_v \eta_{elisa}} dh = \int_{h_s}^{h_e} f(h) dh \quad 4.24$$

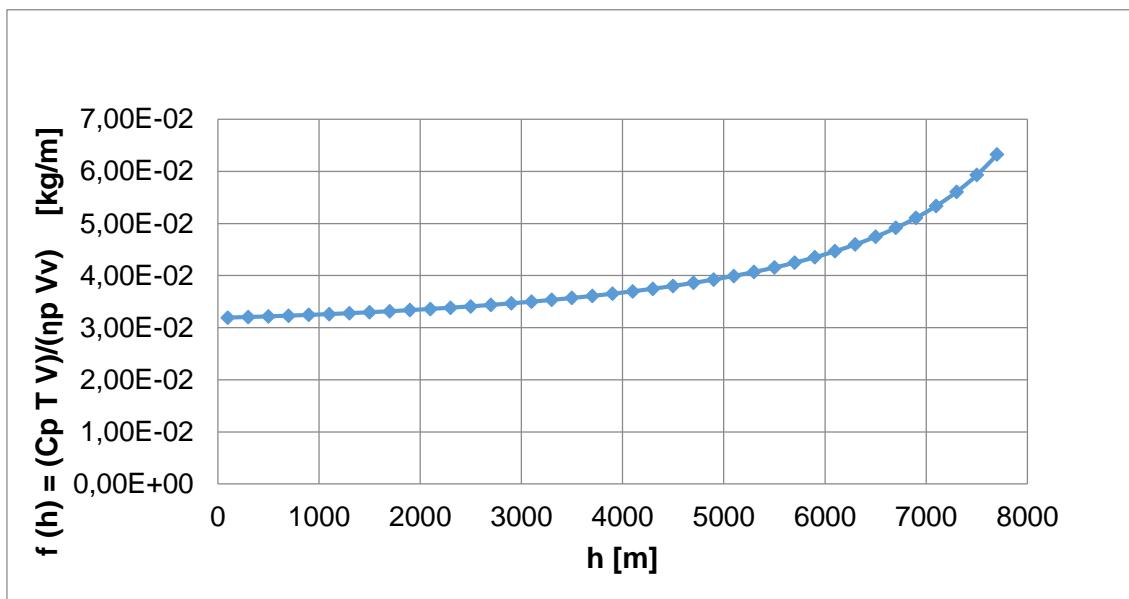
Gdje je  $f(h)$  podintegralna funkcija:

$$f(h) = \frac{C_p T V}{V_v \eta_{elisa}} \quad 4.25$$

Specifična potrošnja goriva zrakoplova Dash 8 Q400 iznosi  $7.3713 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{Ws}}$  [8].

$$C_p = 7.3713 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{Ws}} \quad 4.26$$

Računanjem iznosa varijabli unutar jednadžbe 4.25 za različite visine može se prikazati ovisnost potrošene količine goriva o visini.



Slika 21. Podintegralna funkcija  $f(h)$

Iznos potrošnje goriva zrakoplova određuje se pomoću trapezne formule:

$$(m_f)_i = \Delta h \frac{f(h_i) + f(h_{i+1})}{2} = \Delta h \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$

4.26

Ako se uzme da je  $\Delta h = 200$  m slijedi da će broj stupaca podintegralne funkcije n biti:

$$n = (h_e - h_s)/\Delta h = (7700 - 100)/200 = 38$$

4.27

Uz pretpostavku konstante specifične potrošne goriva sa visinom potrošena količina goriva je:

$$m_f = \underbrace{\frac{\Delta h(y_1 + y_2)}{2}}_{i=1} + \underbrace{\frac{\Delta h(y_2 + y_3)}{2}}_{i=2} + \underbrace{\frac{\Delta h(y_3 + y_4)}{2}}_{i=3} + \dots + \underbrace{\frac{\Delta h(y_{39} + y_{40})}{2}}_{i=n-1=37} + \underbrace{\frac{\Delta h(y_{40} + y_{41})}{2}}_{i=n=38}$$

$$m_f = \frac{\Delta h}{2} \sum_{i=1}^{n=38} (y_i + y_{i+1})$$

$$m_f = 299 \text{ kg}$$

4.27

## **5 Određivanje performansi u penjanju koristeći AOM**

Unutar AOM (*Aircraft Operation Manual*) dani su podatci o performansama zrakoplova pri penjanju u obliku tablica sa podatcima o vremenu penjanja, prijeđenoj udaljenosti i potrošenoj količini goriva. Tablice korištene u izračunima performansi nalaze se unutar poglavlja 5.4.1, 5.4.2, i 5.4.3 AOM-a za zrakoplov Dash 8 Q400.

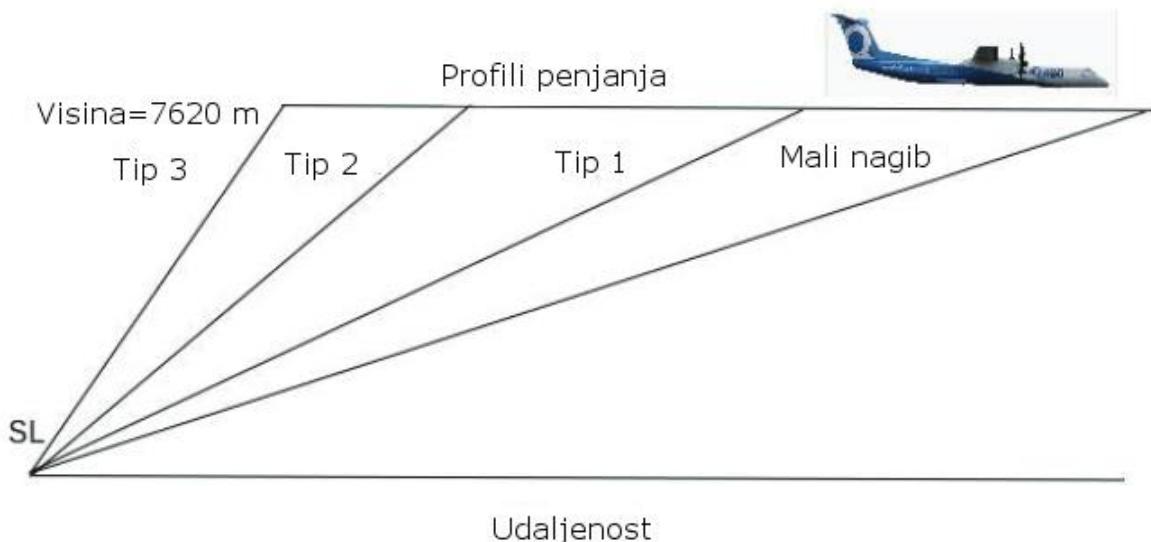
Sve vrijednosti unutar tablica su određene za penjanje od razine mora, a vrijednost vremena penjanja je uvećana za 1 minutu potrebnu za uzljetanje.

Podatci unutar tablica su zadani ovisno o visini na koju zrakoplov penje, masi zrakoplova, tipu penjanja i broju okretaja pri kojima radi motor zrakoplova.

Unutar ovog poglavlja izračunat će se performanse zrakoplova pomoću podataka koji se nalaze unutar tablica, te odrediti najbolja temperatura, masa i tip penjanja pri penjanju zrakoplova do visine od 7620 m.

## 5.1 Tipovi penjanja zrakoplova prema AOM

Unutar AOM-a određena su tri tipa penjanja ovisno o korištenoj indiciranoj brzini zrakoplova pri penjanju. Pri penjanju tipa 1 se koristi najviše goriva, potrebno je najviše vremena i prijeđe se najveća udaljenost pri penjanju na određenu visinu jer se većina potiska koristi kako bi se povećala brzina leta zrakoplova. Pri penjanju tipa 3 se koristi najmanje goriva, potrebno je najmanje vremena i prijeđe se najmanja udaljenost pri penjanju na određenu visinu. Raspoloživi potisak zrakoplova se koristi kako bi se povećala brzina uzdizanja pa će pri ovom tipu penjanja brzina leta biti najmanja. Pri penjanju tipa 2 iznosi brzine leta, prijeđene udaljenosti i vremena penjanja biti će između iznosa tipa 1 i tipa 3.



**Slika 22. Profil penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 [9]**

Stvarna brzina zrakoplova se može izračunati iz indicirane prema jednadžbi  $TAS = IAS \cdot [1 + (h/1000 \cdot 0.02)]$ . Unutar tablice prikazane su korištene brzine pri različitim tipovima penjanja zrakoplova.

**Tablica 4. Brzine leta pri različitim tipovima penjanja**

$h$ [m]	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7620
$V_{TIP1}$ [m/s]	108	115	122	130	136	138	134	124
$V_{TIP2}$ [m/s]	95.2	101	108	114	120	126	131	124
$V_{TIP3}$ [m/s]	82.3	87.7	93.1	199	104	109	115	124

## 5.2 Određivanje kuta penjanja zrakoplova

Kako bi se odredio kut penjanja zrakoplova koristit će se podatci o prijeđenoj udaljenosti zrakoplova pri dostizanju određene visine.

Iz slike 2 vidljivo je da pri jednolikom penjanju zrakoplova putanja zrakoplova, prijeđena udaljenost na zemlji i dostignuta visina zatvaraju stranice pravokutnog trokuta.

Prema prijašnjem zaključku kut penjanja zrakoplova može se odrediti sljedećom jednadžbom:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{d} \quad 5.1$$

### 5.2.1 Utjecaj temperature na kut penjanja zrakoplova

U poglavlju 2 je određena formula brzine uzdizanja jednadžbom 2.16. Te se iz nje može odrediti jednadžba kuta penjanja zrakoplova:

$$\sin \gamma = \frac{V_v}{V} \quad 5.2$$

Brzina leta zrakoplova može se odrediti jednadžbom:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{C_L \rho A}} \quad 5.3$$

Ako dođe do povećanja temperature smanjit će se gustoća zraka. Iz jednadžbe 5.3 je vidljivo da će se smanjenjem gustoće zraka povećati brzina leta, a budući da je kut penjanja obrnuto proporcionalan brzini leta smanjit će se kut penjanja.

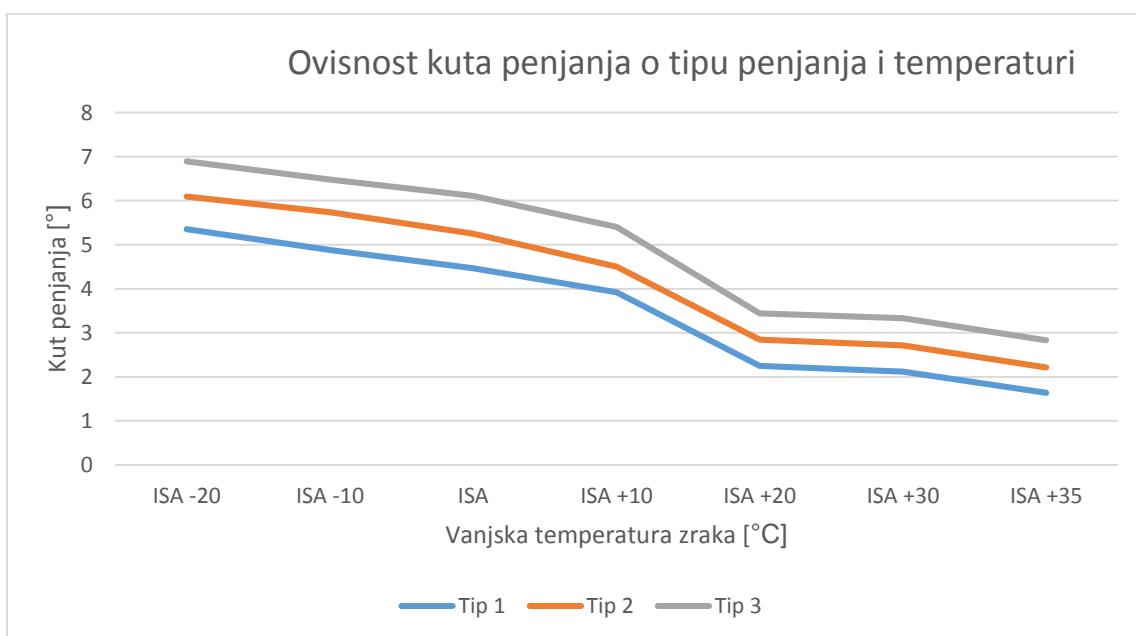
$$\nearrow t \rightarrow \searrow \rho \rightarrow \nearrow V \rightarrow \searrow \gamma \quad 5.4$$

Unutar tablice 5 prikazani su podatci o prijeđenoj udaljenosti pri penjanju na visinu od 7620 m sa masom od 26000 kg ovisno o vanjskoj temperaturi zraka.

**Tablica 5. Prijeđena udaljenost pri penjanju na visinu od 7620 sa masom od 26000 kg [7]**

$T [^{\circ}\text{C}]$	ISA -20	ISA -10	ISA	ISA +10	ISA +20	ISA +30	ISA +35
$s_{TIP1} [\text{m}]$	81488	88896	98156	114824	148160	222240	300024
$s_{TIP2} [\text{m}]$	74080	79636	88896	103712	131492	190756	250020
$s_{TIP3} [\text{m}]$	66672	72228	79636	92600	114824	159272	200016

Prema poznatim podatcima o visini penjanja i prijeđenoj udaljenosti iz tablice 5 za zrakoplov Dash 8 Q400 određuje se prosječni kut penjanja prema jednadžbi 5.1. Postignuti kutovi penjanja ovisno o tipu i vanjskoj temperaturi zraka prikazani su na slici 23.



**Slika 23. Ovisnost kuta penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o tipu penjanja i temperaturi**

Prema podatcima iz grafa može se zaključiti da će se najveći prosječni kut penjanja postići pri najnižoj vanjskoj temperaturi zraka, te će iznositi  $6.9^{\circ}$ . Ako dođe do povećanja vanjske temperature zraka, ili promjene tipa penjanja, smanjit će se kut penjanja zrakoplova.

### 5.2.2 Utjecaj mase na kut penjanja zrakoplova

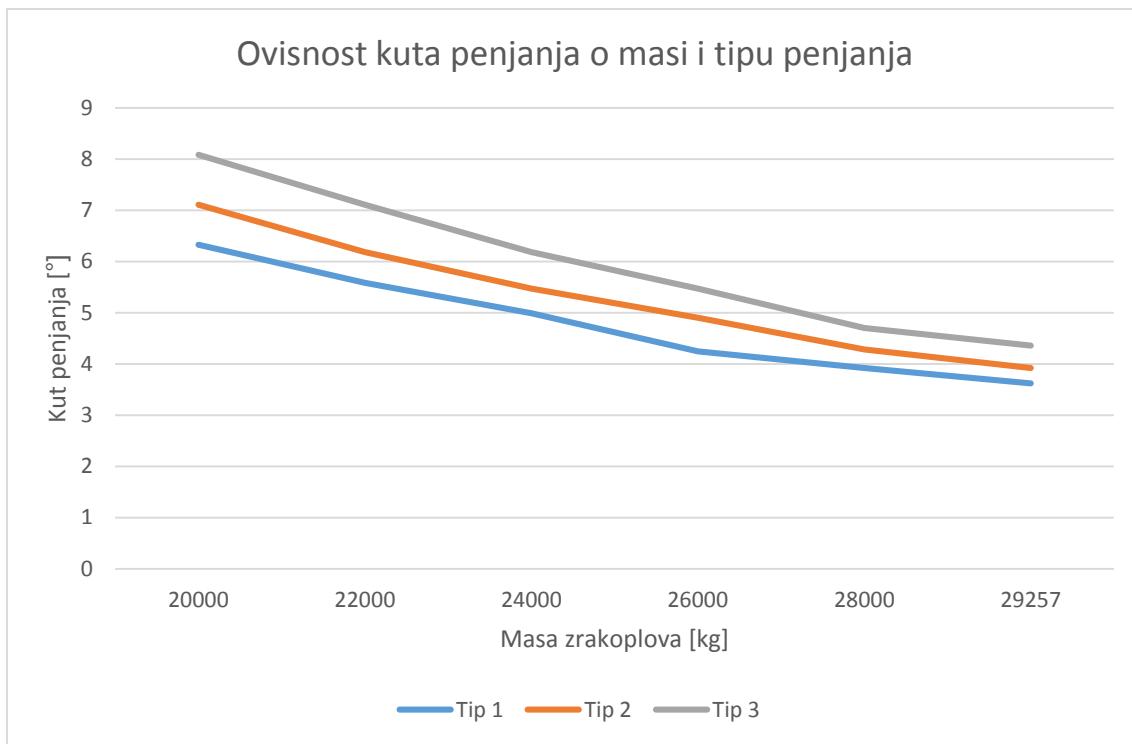
Iz jednadžbe 5.3 je vidljivo da će se potrebna brzina leta za održavanje režima jednolikog penjanja povećavati sa povećanjem mase zrakoplova.

Unutar tablice 6 prikazani su podatci o prijeđenoj udaljenosti pri penjanju na visinu od 7620 m kada bi vanjska temperatura zraka bila jednaka *ISA* ovisno o masi zrakoplova.

**Tablica 6. Prijeđena udaljenost pri penjanju na visinu od 7620 pri ISA uvjetima vanjske temperature zraka [7]**

$m$ [kg]	20000	22000	24000	26000	28000	29257
$s_{TIP1}$ [m]	68746	78036	87326	98474	111120	120380
$s_{TIP2}$ [m]	61116	70376	79636	88896	101860	111120
$s_{TIP3}$ [m]	53708	61116	70376	79636	92600	100008

U sljedećem grafu prema jednadžbi 5.1 određeni su prosječni kutovi penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 pri penjanju na visinu od 7620 m, kada bi vanjska temperatura zraka bila jednaka ISA.

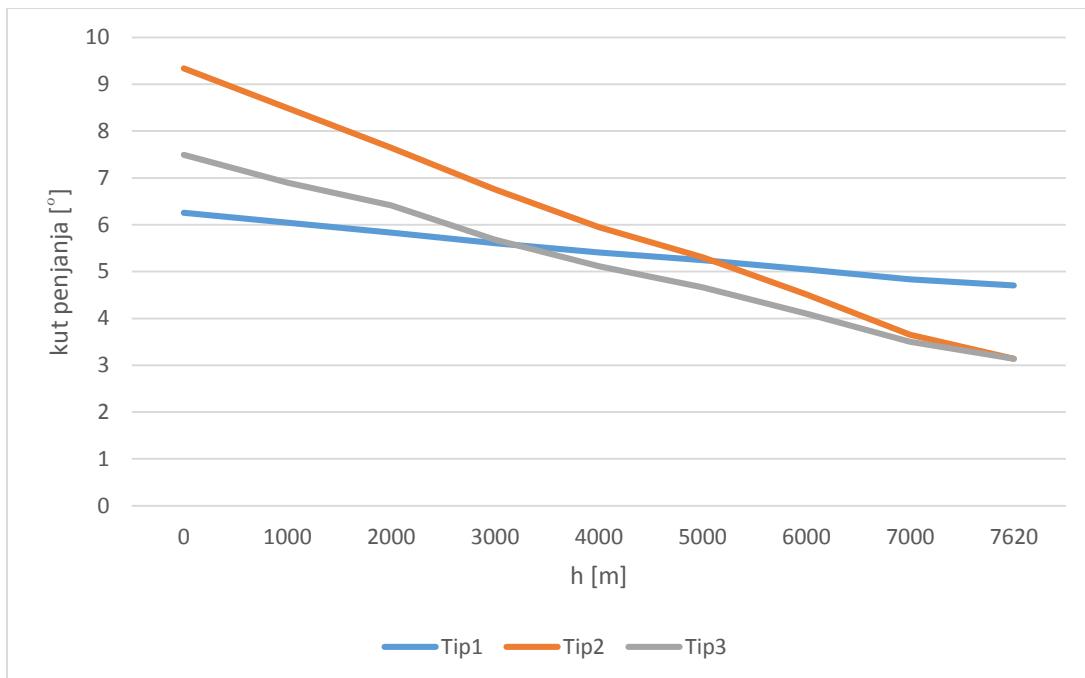


**Slika 24. Ovisnost kuta penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o masi i tipu penjanja**

Prema podatcima iz grafa može se zaključiti da će se najveći prosječni kut penjanja postići pri penjanju tipa 3 i pri najmanjoj masi zrakoplova, te će iznositi  $8.1^\circ$ . Ako se poveća masa zrakoplova, ili se promijeni tip penjanja, smanjit će se prosječni kut penjanja zrakoplova.

### 5.2.3 Utjecaj visine na kut penjanja zrakoplova

Prema poznatim podatcima o visini penjanja i prijeđenoj udaljenosti za dostizanje te visine iz tablice 6 može se prema jednadžbi 5.1 odrediti kut penjanja pri penjanju na visinu od 1000 m i 7620 m. Iz određenih vrijednosti kuta penjanja može se odrediti linearna ovisnost kuta penjanja zrakoplova sa visinom. Na slici 25 prikazana je ovisnost kuta penjanja zrakoplova o visini.



Slika 25. Ovisnost kuta penjanja o visini i tipu penjanja zrakoplova

## 5.3 Određivanje brzine uzdizanja zrakoplova

Unutar tablica AOM-a (*Aircraft Operation Manual*) mogu se naći podaci o potrebnom vremenu da zrakoplov dostigne određenu visinu. Prema poznatim podatcima o dostignutoj visini u određenom vremenu brzina uzdizanja može se odrediti sljedećom formulom:

$$V_v = \frac{dh}{dt}$$

2.24

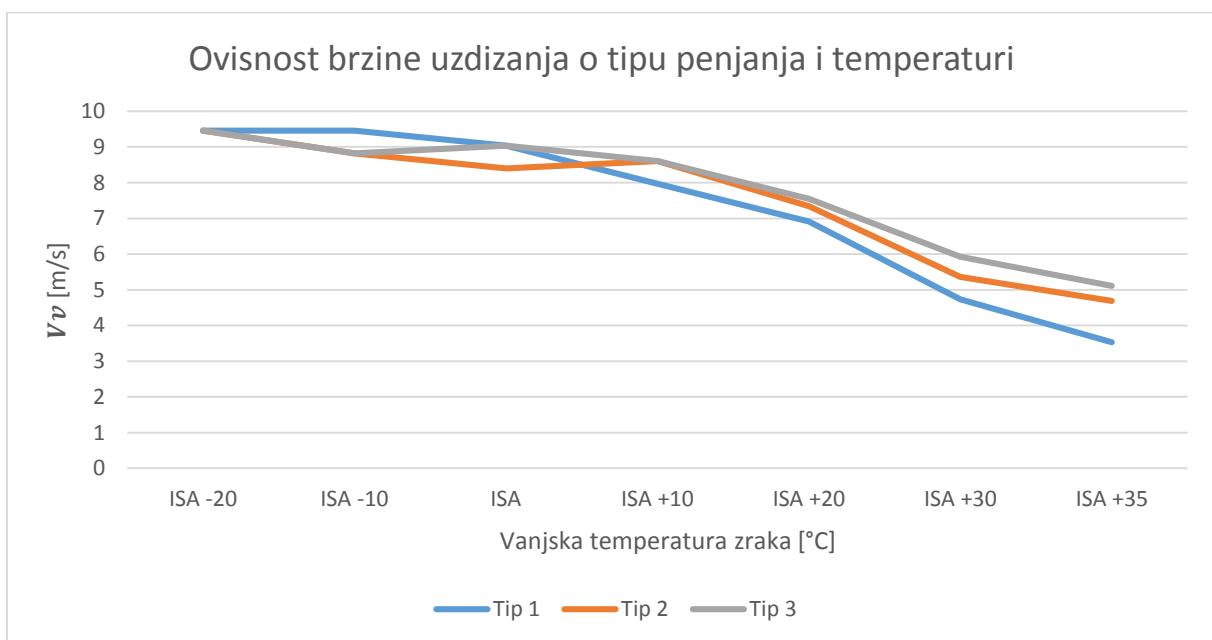
### 5.3.1 Utjecaj temperature na brzinu uzdizanja zrakoplova

Unutar tablice 7 prikazani su podatci o potrebnom vremenu za dostizanje visine od 7620 m ovisno o vanjskoj temperaturi zraka.

**Tablica 7. Vrijeme penjanja zrakoplova na visinu od 7620 sa masom od 26000 kg [7]**

$T$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	ISA -20	ISA -10	ISA	ISA +10	ISA +20	ISA +30	ISA +35
$t_{TIP1}$ [min]	13	14	15	16	20	29	31
$t_{TIP2}$ [min]	13	13	14	16	19	27	34
$t_{TIP3}$ [min]	13	13	14	16	19	25	30

Prema podatcima iz tablice za zrakoplov Dash 8 Q400 određena je prosječna brzina uzdizanja koju zrakoplov postiže pri penjanju na 7620 m sa masom od 26000 kg.



**Slika 26. Ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova Dash 8 Q400 o temperaturi i tipu penjanja**

Prema podatcima iz grafra može se zaključiti da će se najveća prosječna brzina uzdizanja postići pri penjanju tipa 1 i pri najnižoj vanjskoj temperaturi zraka, te će iznositi 9.5 m/s. Ako dođe do povećanja vanjske temperature zraka, ili promjene tipa penjanja, smanjit će se brzina uzdizanja zrakoplova.

Iz grafa je vidljivo da pri niskim vanjskim temperaturama zraka najefektivniji tip penjanja je tip 1. Pri porastu vanjske temperature zraka tipovi penjanja 2 i 3 pružiti će veću brzinu uzdizanja od tipa 1.

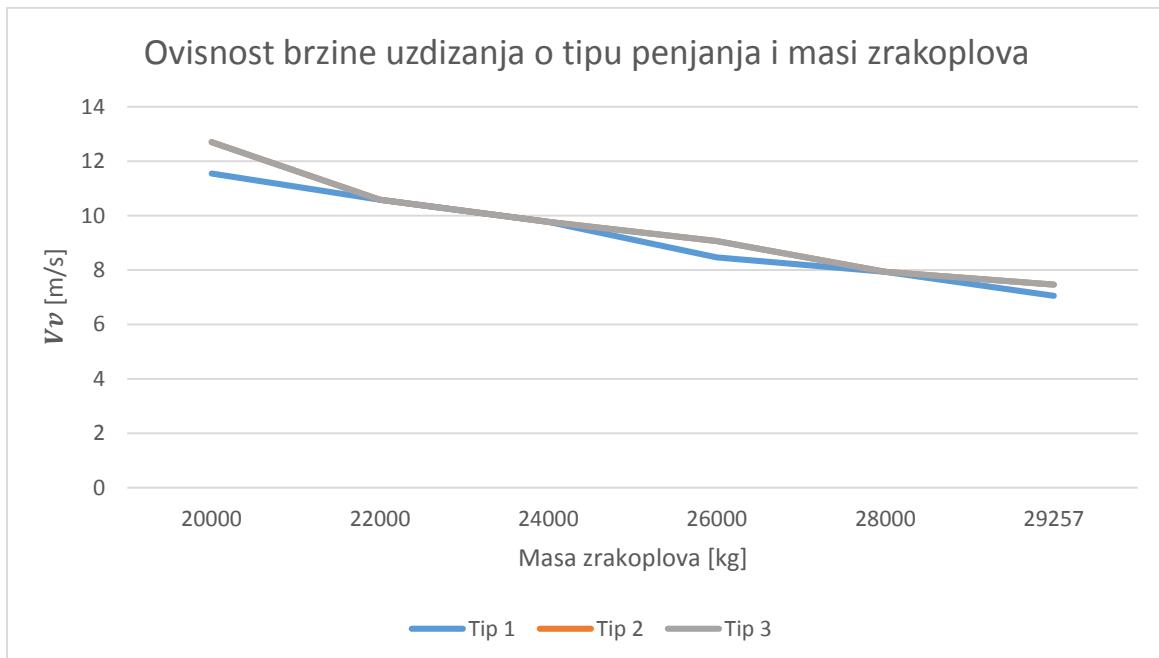
### 5.3.2 Utjecaj mase na brzinu uzdizanja zrakoplova

Unutar tablice 8 prikazani su podatci o potrebnom vremenu za dostizanje visine od 7620 m ovisno o masi zrakoplova.

**Tablica 8. Vrijeme penjanja zrakoplova na visinu od 7620 m pri ISA uvjetima vanjske temperature zraka [7]**

$m$ [kg]	20000	22000	24000	26000	28000	29257
$t_{TIP1}$ [min]	11	12	13	15	16	18
$t_{TIP2}$ [min]	10	12	13	14	16	17
$t_{TIP3}$ [min]	10	12	13	14	16	17

Prema podatcima u tablici 8 za zrakoplov Dash 8 Q400 određena je prosječna brzinu uzdizanja koju zrakoplov postiže pri penjanju na 7620 m pri ISA uvjetima vanjske temperature zraka temperaturi. Ovisnost je određena prema jednadžbi 2.24.



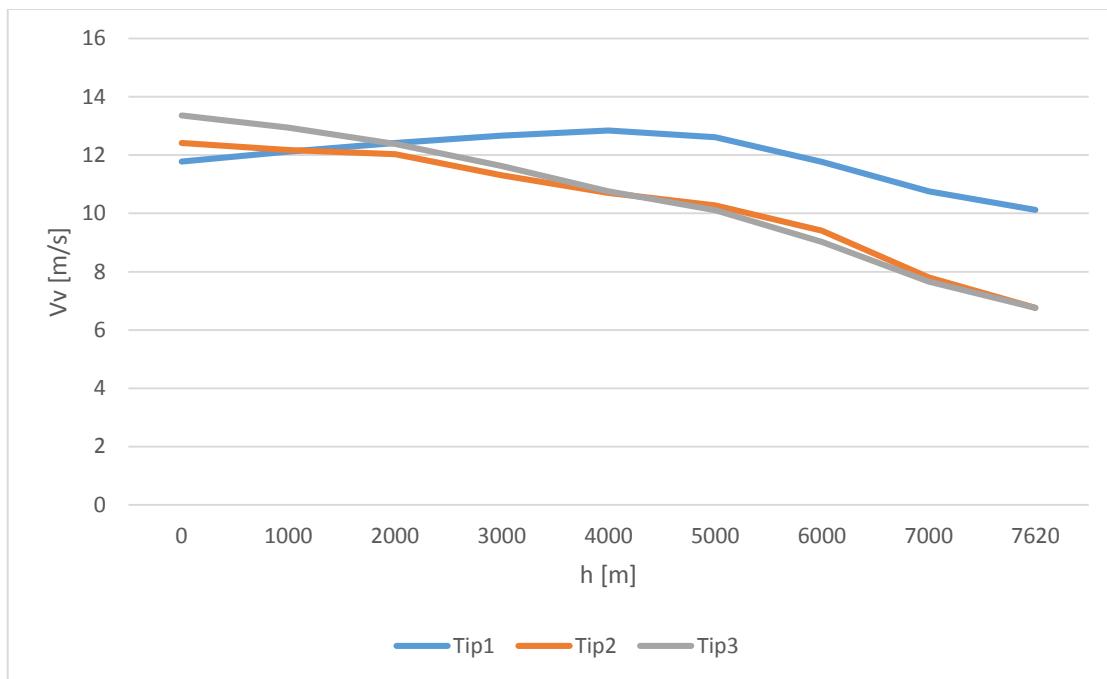
**Slika 27. Ovisnost brzine penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o masi i tipu penjanja**

Prema podatcima iz grafa na slici 27 može se zaključiti da će se najveća prosječna brzina uzdizanja postići pri penjanju najmanjom masom zrakoplova, te će iznositi 12.7 m/s. Ako se poveća masa zrakoplova smanjit će se prosječna brzina uzdizanja zrakoplova.

### 5.3.3 Ovisnost brzine uzdizanja o visini zrakoplova

Ako je poznat iznos kuta penjanja i brzine zrakoplova brzina uzdizanja se može odrediti prema jednadžbi 2.23. Na slici 25 prikazan je iznos kuta penjanja zrakoplova ovisno o tipu penjanja, a brzine leta ovisno o tipu penjanja zrakoplova i visini leta navedene su unutar tablice 4.

U idućem grafu prikazana je ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova o visini leta i odabranom tipu penjanja zrakoplova.



Slika 28. Ovisnost brzine uzdizanja o visini i tipu penjanja zrakoplova

Prema podatcima iz grafa može se zaključiti da će se najveća brzina uzdizanja postići pri penjanju tipa 2 na razini mora, te će iznositi 15.5 m/s. Ukoliko se poveća visina leta smanjit će se brzina uzdizanja zrakoplova.

## 5.4 Usporedba potrošnje goriva zrakoplova

Unutar tablica AOM-a (*Aircraft Operation Manual*) nalaze se podatci o količini goriva koju zrakoplov potroši pri penjanju na određenu visinu.

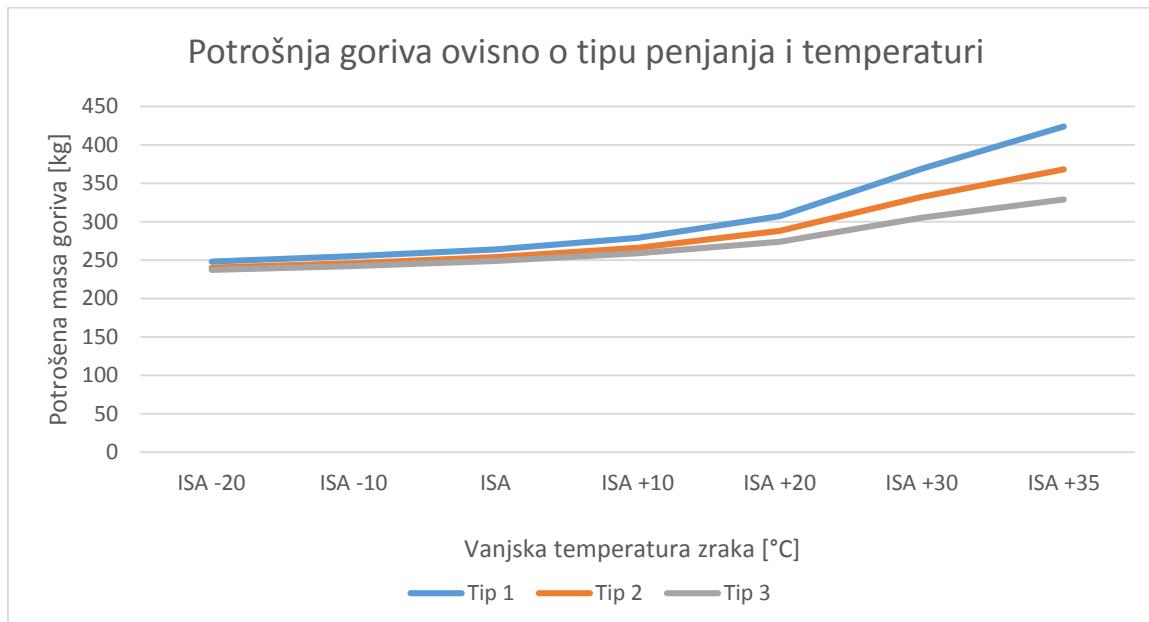
Tablica 9 prikazuje podatke o potrošenoj količini goriva ovisno o masi i tipu penjanja pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620 m.

Vidljivo je da će potrošena količina goriva biti najmanja pri penjanju tipa 3 sa masom zrakoplova od 20000 kg. Pri povećanju mase zrakoplova potrošena količina goriva pri penjanju će se također povećati. Najekonomičnije penjanje pri niskoj masi zrakoplova će se ostvariti pri penjanju tipa 3. Pri povećanju mase zrakoplova iznad 26000 kg najmanja potrošnja goriva će ostvariti pri penjanju tipa 2.

**Tablica 9. Potrošena količina goriva [kg] zrakoplova Dash 8 Q400 ovisno o masi zrakoplova i tipu penjanja [7]**

Masa zrakoplova [kg]	20000	22000	24000	26000	28000	29257
Tip 1	248	274	302	332	366	389
Tip 2	240	265	293	323	357	379
Tip 3	237	263	292	323	359	383

Graf na slici 29 prikazuje količinu goriva koju je zrakoplov potrošio ovisno o vanjskoj temperaturi zraka pri penjanju na visinu od 7620 m.



**Slika 29. Ovisnost potrošnje goriva zrakoplova Dash 8 Q400 o temperaturi i tipu penjanja**

Prema podatcima iz grafa može se zaključiti da će zrakoplov potrošiti najmanje goriva pri penjanju tipa 3 i uvjetima vanjske temperature od ISA -20°C, te će iznositi 237 kg. Ako se poveća vanjska temperatura zraka, ili se promijeni tip penjanja, povećat će se potrošena količina goriva pri penjanju na visinu od 7620 m.

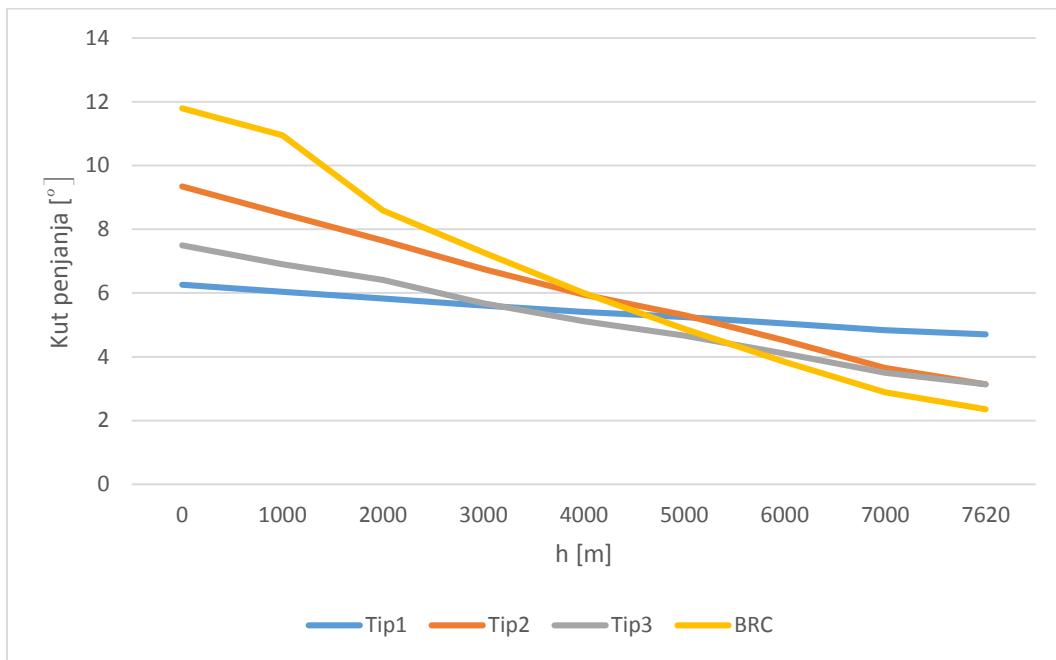
## 6 Usporedba teorijskih i stvarnih performansi

Unutar ovog poglavlja usporedit će se teorijske performanse zrakoplova Dash 8 Q400 dobivenih unutar poglavlja 4 i stvarne performanse zrakoplova dobivene unutar poglavlja 5 pomoću AOM-a.

### 6.1 Usporedba kuta penjanja zrakoplova ovisno o visini leta

Jednadžbom 4.19 prikazana je teorijska ovisnost kuta penjanja zrakoplova pri BRC režimu, a na slici 25 prikazana je stvarna ovisnost kuta penjanja o visini koja je dobivena iz tablica AOM-a.

Na slici 30 idućem grafu je prikazana usporedba teorijskog kuta penjanja pri BRC režimu i stvarnog kuta penjanja tipa 1, tipa 2 i tipa 3.



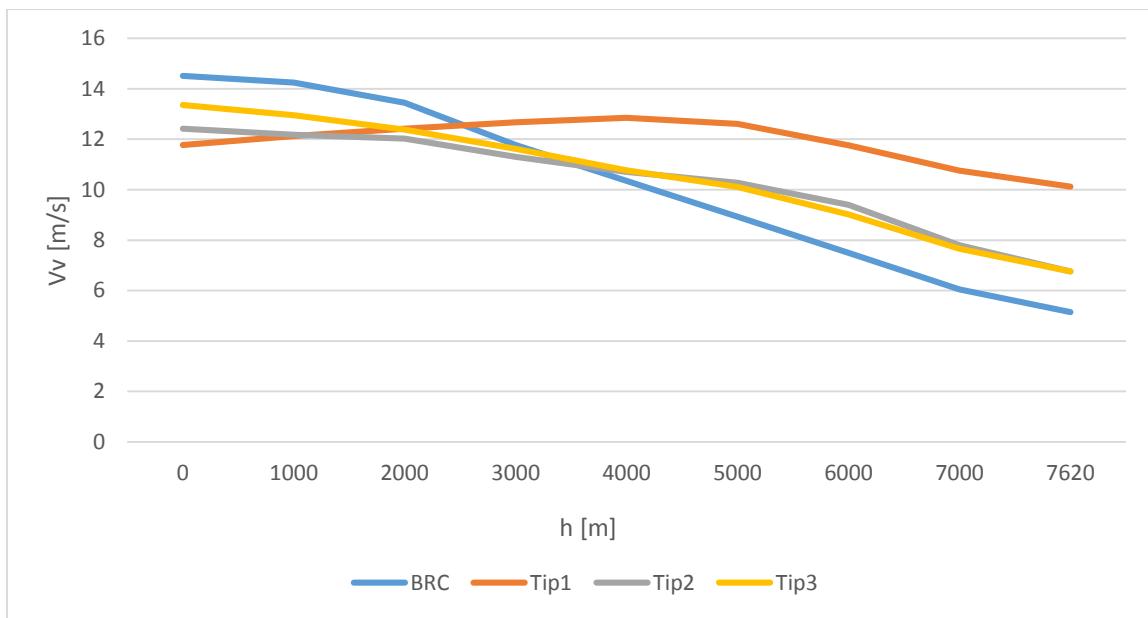
**Slika 30. Usporedba teorijskog i stvarnog kuta penjanja zrakoplova ovisno o visini leta**

Prema jednadžbi 4.15 vidljivo je kut penjanja proporcionalan brzini, a obrnuto proporcionalan brzini leta zrakoplova. Razlike između teorijski izračunatih i stvarnih kutova penjanja zrakoplova se pojavljuju jer pri penjanju tipa 1, tipa 2 i tipa 3 koriste veće brzine leta od teorijskih BRC režima.

## 6.2 Usporedba brzine uzdizanja zrakoplova ovisno o visini leta

Na slici 20 je prikazana je teorijska ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova o visini leta, a na slici 28 je prikazana stvarna ovisnost brzine uzdizanja o visini leta dobivena pomoću podataka unutar AOM-a.

Na slici 31 prikazana je usporedba teorijske brzine uzdizanja za BRC režim leta i stvarne brzine uzdizanja tipa 1, tipa 2 i tipa 3:



**Slika 31. Usporedba teorijskih i stvarnih brzina uzdizanja zrakoplova ovisno o visini leta**

Unutar tablice 10 napravljena je usporedba iznosa brzine uzdizanja zrakoplova na razini mora.

**Tablica 10. Usporedba brzini uzdizanja zrakoplova na razini mora**

	$V_v$ [m/s]	Odnos brzine uzdizanja
BRС	14.5	
Tip 1	11.8	$0.814V_{vBRС}$
Tip 2	12.4	$0.855V_{vBRС}$
Tip 3	13.4	$0.924V_{vBRС}$

### 6.3 Usporedba najkraćeg vremena penjanja zrakoplova na visinu od 7620m

U jednadžbi 4.14 određeno je teoretsko najkraće vrijeme penjanja zrakoplova na visinu od 7620 m te ono iznosi 13.2 min. Stvarna vremena penjanja zrakoplova navedena su unutar tablice 8. U tablici 11 napravljena je usporedba teorijskih i stvarnih vremena penjanja zrakoplova pri ISA uvjetima.

**Tablica 11. Usporedba stvarnih i teorijskih vremena penjanja zrakoplova**

	t [min]	Odnos vremena penjanja
BRС	13.2	
Tip 1	15	$1.14t_{BRС}$
Tip 2	14	$1.06t_{BRС}$
Tip 3	14	$1.06t_{BRС}$

Do povećanja vremena penjanja tipa 1, tipa 2 i tipa 3 u odnosu na teorijski BRС režim je došlo jer pri penjanju BRС režimom zrakoplov ima veću brzinu uzdizanja što će prema jednadžbi 4.10 smanjiti vrijeme penjanja zrakoplova.

### 6.4 Usporedba potrošnje goriva pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620m

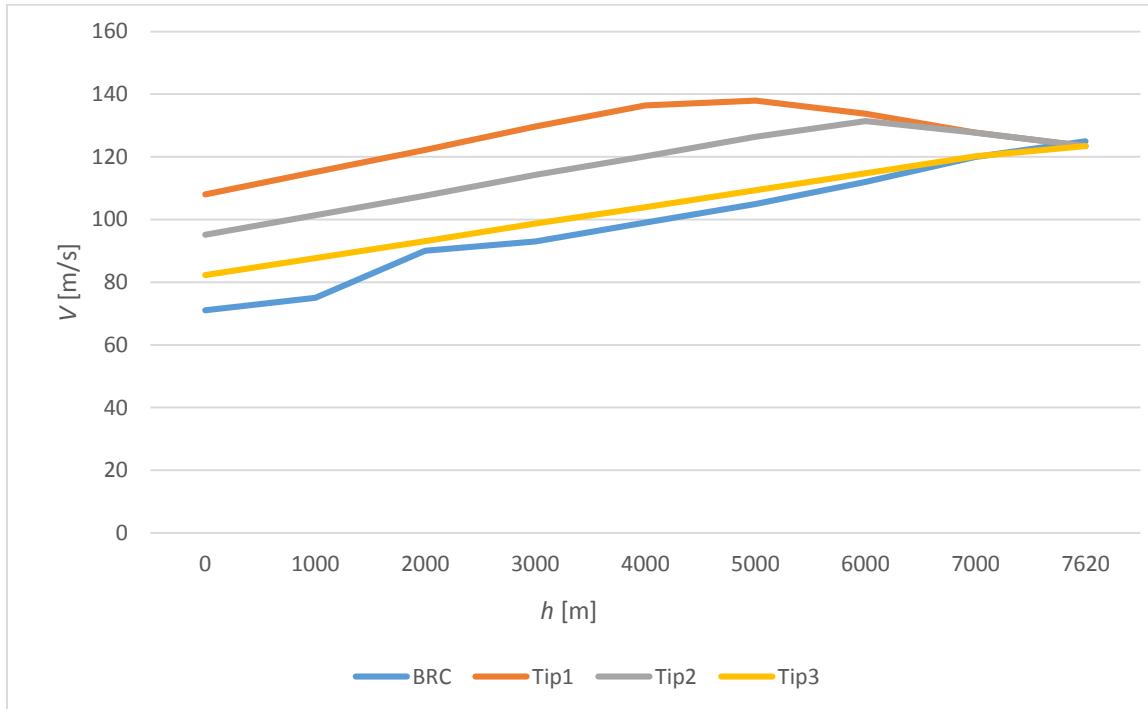
U jednadžbi 4.27 određena je teorijska potrošnja goriva pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620m te ona iznosi 299 kg. Stvarna potrošnja goriva zrakoplova navedena je unutar tablice 9. U tablici 12 napravljena je usporedba teorijskih i stvarnih vremena penjanja zrakoplova pri masi zrakoplova od 26000kg.

**Tablica 12. Usporedba stvarne i teorijske potrošnje goriva zrakoplova**

	$m_f$ [kg]	Odnos potrošene količine goriva
BRС	299	
Tip 1	332	$1.11m_{fBRС}$
Tip 2	323	$1.08m_{fBRС}$
Tip 3	323	$1.08m_{fBRС}$

## 6.5 Usporedba brzine leta pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620m

U tablici 3 određena je teorijska brzina leta pri penjanju zrakoplova na visinu od 7620 m. Stvarna potrošnja goriva zrakoplova navedena je unutar tablice 4. U grafu na slici 32 napravljena je usporedba teorijskih i stvarnih brzina leta zrakoplova ovisno o visini pri penjanju na visinu od 7620m.



**Slika 32. Usporedba teorijskih i stvarnih brzina leta zrakoplova ovisno o visini leta**

Unutar tablice 13 napravljena je usporedba iznosa brzine uzdizanja zrakoplova na razini mora.

**Tablica 13. Usporedba brzini leta zrakoplova na razini mora**

	V [m/s]	Odnos brzine leta
BRC	71	
Tip 1	108	$1.52V_{BRC}$
Tip 2	95	$1.34V_{BRC}$
Tip 3	82	$1.16V_{BRC}$

## 7 Zaključak

Najbitnije veličine koje utječu na penjanje zrakoplova su: brzina i visina leta, masa zrakoplova te meteorološki uvjeti.

Nakon analize tih veličina može se zaključiti da se najveća brzina uzdizanja zrakoplova postiže letom sa što manjom masom i niskom vanjskom temperaturom zraka. Konstantno održavanje BRC režima pri penjanju do visine krstarenja često nije moguće zbog ograničenja koje zadaje kontrola zračnog prometa. Zbog prevelikog zagušenja zračnog prostora ne mogu se dopustiti konstantne i česte promjene visine.

Suvremeni zrakoplovi dizajnirani su i izrađeni prema strogim standardima koji su propisani od strane nacionalnih i međunarodnih vlasti u skladu s ICAO Aneksom 8 (Plovidbenost zrakoplova). Proizvođači zrakoplova objavljaju sve pojedinosti o performansama zrakoplova u AOM (*Aeroplane Operating Manual*), zajedno s odobrenim načinom rada zrakoplova potrebnim za postizanje AOM performansi. U ovom radu su prikazane vrijednosti performansi zrakoplova Dash 8 Q400 iz AOM-a.

U praktičnom dijelu rada prikazan je matematički model penjanja zrakoplova i izrađeni su dijagrami ovisnosti raspoložive snage i brzine uzdizanja o brzini zrakoplova. Te dijagrami ovisnosti brzine uzdizanja i kuta penjanja zrakoplova o visini. Dobiveni teorijski iznosi performansi zrakoplova pri penjanju su uspoređeni sa performansama zrakoplova unutar AOM-a. Dobiveni rezultati pokazuju da su teoretski iznosi vremena penjanja i potrošnje goriva manji od stvarnih, a iznosi kuta penjanja i brzine uzdizanja veći od stvarnih.

## Literatura

- [1] Janković S. Mehanika leta zrakoplova. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2001.
- [2] Eurocontrol. Base Of Aircraft Data (BADA) Aircraft performance modelling report. Eurocontrol Experimental Centre; 2009
- [3] JAR ATPL Training – Performance, Atlantic Flight Training Ltd and Jeppesen GmbH, Frankfurt
- [4] URL: <http://www.flyradius.com/bombardier-q400/engine-pw150a>, (pristupljeno: travanj 2017.)
- [5] URL: <http://www.flyradius.com/bombardier-q400/specifications-dimensions>, (pristupljeno: travanj 2017.)
- [6] Dash8 Q400 Power Plant, URL: [http://www.smartcockpit.com/aircraft-ressources/Q400-Power\\_Plant.html](http://www.smartcockpit.com/aircraft-ressources/Q400-Power_Plant.html), (pristupljeno travanj 2017.)
- [7] Bombardier Aerospace. Dash 8 Q400 Aeroplane operating manual. Ontario Canada; 1998
- [8] Performance supplementary tables, URL: [https://static-content.springer.com/esm/art%3A10.1007%2Fs10657-012-9373-9/MediaObjects/10657\\_2012\\_9373\\_MOESM1\\_ESM.docx](https://static-content.springer.com/esm/art%3A10.1007%2Fs10657-012-9373-9/MediaObjects/10657_2012_9373_MOESM1_ESM.docx), (pristupljeno: travanj 2017.)
- [9] Q400 Fuel Efficiency manual, URL: [http://commercialaircraft.bombardier.com/content/dam/Websites/bca/literature/q400/Q400\\_Fuel-Efficiency-manual.pdf](http://commercialaircraft.bombardier.com/content/dam/Websites/bca/literature/q400/Q400_Fuel-Efficiency-manual.pdf), (pristupljeno: travanj 2017.)

# Popis slika

Slika 1. Sile pri penjanju zrakoplova .....	3
Slika 2. Zrakoplov u penjanju .....	5
Slika 3. Potrebna sila ovisno o brzini leta i kutu penjanja [1] .....	8
Slika 4. BAC za mali zrakoplov na razini mora [1] .....	9
Slika 5. Potrebna sila $Tr(V, \gamma)$ i raspoloživa sila $Ta(V)$ za određenu visinu [1]....	10
Slika 6. Brzina uzdizanja $Vv(V)$ za određenu visinu [1].....	11
Slika 7. Utjecaj povećanja težine na brzinu $Vx$ .....	14
Slika 8. Utjecaj promjene konfiguracije na brzinu $Vx$ .....	15
Slika 9. Ovisnost brzine $Vx$ o visini za turbomlazni zrakoplov. ....	15
Slika 10. Brzina $Vx$ za turbomlazne zrakoplove .....	16
Slika 11. Brzina $Vx$ za zrakoplove sa propellerskim pogonom.....	16
Slika 12. Ovisnost brzine $Vy$ o težini zrakoplova .....	17
Slika 13. Ovisnost brzine $Vy$ o konfiguraciji zrakoplova .....	17
Slika 14. Ovisnost brzine $Vy$ o promjeni visine.....	18
Slika 15. Brzina $Vy$ za turbomlazne zrakoplove .....	19
Slika 16. Brzina $Vy$ za propellerske zrakoplove .....	19
Slika 17. Zrakoplov Dash 8 Q400.....	20
Slika 18. Dostupna snaga ovisno o visini i brzini leta .....	22
Slika 19. Ovisnost brzine uzdizanja o brzini leta.....	24
Slika 20. Ovisnost brzine uzdizanja o visini leta pri režimu leta <i>BRC</i> .....	25
Slika 21. Podintegralna funkcija $f\hbar$ .....	30
Slika 22. Profil penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 [9].....	33
Slika 23. Ovisnost kuta penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o tipu penjanja i temperaturi .....	35
Slika 24. Ovisnost kuta penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o masi i tipu penjanja	37
Slika 25. Ovisnost kuta penjanja o visini i tipu penjanja zrakoplova .....	38
Slika 26. Ovisnost brzine uzdizanja zrakoplova Dash 8 Q400 o temperaturi i tipu penjanja .....	39
Slika 27. Ovisnost brzine penjanja zrakoplova Dash 8 Q400 o masi i tipu penjanja	40
Slika 28. Ovisnost brzine uzdizanja o visini i tipu penjanja zrakoplova.....	41

Slika 29. Ovisnost potrošnje goriva zrakoplova Dash 8 Q400 o temperaturi i tipu penjanja.....	42
Slika 30. Usporedba teorijskog i stvarnog kuta penjanja zrakoplova ovisno o visini leta.....	44
Slika 31. Usporedba teorijskih i stvarnih brzina uzdizanja zrakoplova ovisno o visini leta.....	45
Slika 32. Usporedba teorijskih i stvarnih brzina leta zrakoplova ovisno o visini leta .....	47

## **Popis tablica**

Tablica 1. Karakteristike zrakoplova Dash 8 Q400 [6].....	23
Tablica 2. Minimalna vremena penjanja zrakoplova.....	27
Tablica 3. Kut penjanja zrakoplova ovisno o visini pri BRC režimu .....	28
Tablica 4. Brzine leta pri različitim tipovima penjanja .....	33
Tablica 5. Prijeđena udaljenost pri penjanju na visinu od 7620 sa masom od 26000 kg [7].....	34
Tablica 6. Prijeđena udaljenost pri penjanju na visinu od 7620 pri ISA uvjetima vanjske temperature zraka [7] .....	37
Tablica 7. Vrijeme penjanja zrakoplova na visinu od 7620 sa masom od 26000 kg [7] .....	39
Tablica 8. Vrijeme penjanja zrakoplova na visinu od 7620 pri ISA uvjetima vanjske temperature zraka [7] .....	40
Tablica 9. Potrošena količina goriva [kg] zrakoplova Dash 8 Q400 ovisno o masi zrakoplova i tipu penjanja [7] .....	42
Tablica 10. Usporedba brzini uzdizanja zrakoplova na razini mora.....	45
Tablica 11. Usporedba stvarnih i teorijskih vremena penjanja zrakoplova .....	46
Tablica 12. Usporedba stvarne i teorijske potrošnje goriva zrakoplova .....	46
Tablica 13. Usporedba brzini leta zrakoplova na razini mora .....	47

## **METAPODACI**

**Naslov rada: Izračun performansi zrakoplova Dash 8 Q400 u penjanju**

**Student: Matija Cicnjak**

**Mentor: dr. sc. Karolina Krajček Nikolić**

**Naslov na drugom jeziku (engleski): Performance of Dash 8 Q400 Aircraft During Climb**

**Povjerenstvo za obranu:**

- Doc. Dr. sc. Anita Domitrović predsjednik
- Dr. sc. Karolina Krajček Nikolić mentor
- Mr. sc. Davor Franjković član
- Prof. dr. sc. Ernest Bazijanac zamjena

**Ustanova koja je dodjelila akademski stupanj: Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu**

**Zavod: Zavod za aeronautiku**

**Vrsta studija: Preddiplomski**

**Studij: Aeronautika**

**Datum obrane završnog rada: 02.05.2017.**



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet prometnih znanosti  
10000 Zagreb  
Vukelićeva 4

### IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOST

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem kako je ovaj završni rad isključivo rezultat mog vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu što pokazuju korištene bilješke i bibliografija.

Izjavljujem kako nijedan dio rada nije napisan na nedozvoljen način, niti je prepisan iz necitiranog rada, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem također, kako nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog rada pod naslovom Izračun performansi zrakoplova Dash 8 Q400 u penjanju

---

na internetskim stranicama i repozitoriju Fakulteta prometnih znanosti, Digitalnom akademskom repozitoriju (DAR) pri Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu.

Student/ica:

U Zagrebu, 25.4.2017

Martijan Ćirjak  
(potpis)