Navigacijski proračuni za let po ortodromi

Pužar, Manuela

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH
ZNANOSTI ODBOR ZA ZAVRŠNI
RAD

Zagreb, 29. ožujka 2022.

Zavod: **Zavod za aeronautiku**
Predmet: **Zrakoplovna navigacija I**

ZAVRŠNI ZADATAK br. 6881.

Pristupnik: **Manuela Pužar (0135258914)**
Studij: Aeronautika
Smjer: Vojni pilot

Zadatak: **Navigacijski proračuni za let po ortodromi**

Opis zadatka:
U ovom je radu potrebno uvodno opisati principe zrakoplovne računske navigacije te definirati pojmove povezane s računskom navigacijom po ortodromi. Potom je potrebno opisati navigacijske proračune za let po ortodromi zajedno s primjerima izračuna. Zaključno, potrebno je isprogramirati u programskom jeziku po izboru funkcije za provođenje navigacijskih proračuna te rad istih demonstrirati na primjeru.

Mentor:

doc. dr. sc. Tomislav Radišić

Predsjednik povjerenstva za završni ispit:

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet prometnih znanosti

ZAVRŠNI RAD

NAVIGACIJSKI PRORAČUNI ZA LET PO ORTODROMI

GREAT CIRCLE NAVIGATION CALCULATIONS

Mentor: doc. dr. sc. Tomislav Radišić

Studentica: Manuela Pužar

JMBG:0135258914

Zagreb,2022.

NAVIGACIJSKI PRORAČUNI ZA LET PO ORTODROMI

Sažetak

U ovome završnom radu obrađena je tema navigacijski izračun leta po ortodromi. Prikazani su proračuni koji se provode prilikom leta po ortodromi te ukoliko dođe do pogrešaka kako ih izračunati te odrediti gdje se zrakoplov nalazi.

Opće je poznato da je svrha navigacije let od jednog do drugog mjesta (točke), određenom rutom, određenim vremenom te na određenoj visini. Kroz rad objašnjena je povijest navigacije, kako se navigacija dijeli te koji je zajednički dio vizualnoj i instrumentalnoj navigaciji. Pojašnjeni su koordinatni sustavi koji sve postoje i od čega se sastoje, dotaknuli smo se i kartografskih projekcija i koja je najbolja kod prikaza ortodrome na karti. Objašnjene su jednadžbe pomoću kojih se određuje ortodromska udaljenost, početni ortodromski kurs, koordinate vrha ortodrome, međutočke te pogreške koje nastaju tijekom leta po ortodromi.

Korištenje obrađenih jednadžbi obrađeno je u programu Matlab na odabranoj navigacijskoj ruti.

Ključne riječi: navigacijski let; Mercatorova projekcija; ortodroma; ortodromska udaljenost; ortodromski početni kurs; međutočke.

Summary

The subject of this thesis is the great circle navigation. Calculations made during the great circle flight, possible cross track errors, and the method of calculation of the aircraft's position are shown.

It is well known that the purpose of navigation is a flight from point to point on a specified course, in a set time, and at a certain altitude. The history of navigation, the division of navigation, and what do visual and instrumental navigation have in common is explained. Coordinate systems that exist and what they consist of are explained. It is also touched upon on the map projections and which one is best when displaying the great circle on the map. The equations used to determine the great circle distance, the initial bearing, the coordinates of the top of the great circle, midpoints and cross track errors which occur during the flight on the great circle are explained.

The use of processed equations was processed in the Matlab program on the selected navigation route.

Key words: navigation flight; Mercator projection; great circle; great circle distance; initial course; midpoint.

Sadržaj

1. Uvod

Temeljna je zadaća navigacije let od jedne do druge definirane točke, u određeno vrijeme, određenom rutom te na određenoj visini. U ovom radu objašnjen je let zrakoplova po ortodromi. U drugom poglavlju je opisano kako je došlo do spoznaje o navigaciji te njezinoj potrebi u društvu, također je opisano kako se navigacija dijeli i koji su zajednički elementi vizualne i instrumentalne navigacije.

U trećem je poglavlju definiran termin Zemlja, kako se opisuje te kakav se oblik Zemlje koristi prilikom izračuna u navigaciji. Opisani su i koji sve koordinatni sustavi postoje te što je kartografska projekcija, koja je projekcija najpovoljniji kada je u pitanju prikaz i izračunavanje ortodrome.

U četvrtom poglavlju su obrađene definicije ortodrome i loksodrome, kako se prikazuju te kako se izračunavaju. Navedene su jednadžbe pomoću kojih je moguće odrediti ortodromsku udaljenost, ortodromski početni kurs, koordinate vrha ortodrome, međutočke te pogrešku kursa i udaljenost od ortodrome prilikom leta.

U petom je poglavlju prikazan rad odnosno izračun između dviju točaka koje su određene kao početna i završna točka. Prikazani programi su izrađeni u programskom jeziku Matlab. Programi sadržavaju izračune udaljenosti između početne i završne točke, početni ortodromski kurs, izračun središnje točke na ortodromi te pogrešku prilikom odlaska s ortodrome odnosno promjenu kursa te udaljenost od ortodrome do točke gdje se nalazi zrakoplov.

2. Pojam i definicija zrakoplovne navigacije

„Zrakoplovna navigacija je znanstvena disciplina koja s teorijskog i praktičnog stajališta proučava i rješava vođenje zrakoplova s jedne na drugu točku Zemljine površine, po optimalnoj ruti i u predviđeno vrijeme.“[1] Termin navigacija nastao je iz latinskih riječi *navis* što znači brod i *agare* što ima značenje kretati (ploviti). Navigacija se razvila kao znanost i umijeće kretanja kroz prostor, a najveći napredak je doživjela dolaskom rata. Razvojem zrakoplova, došlo je i do razvitka zrakoplovne navigacije kako bi priprema letova i sami letovi mogli biti bolje i sigurnije odrađeni. Glavna zadaća zrakoplovne navigacije je osiguranje doleta zrakoplova na određeno mjesto, određenom rutom, na određenoj visini te u određeno vrijeme.[2]

2.1. Vrste zrakoplovne navigacije

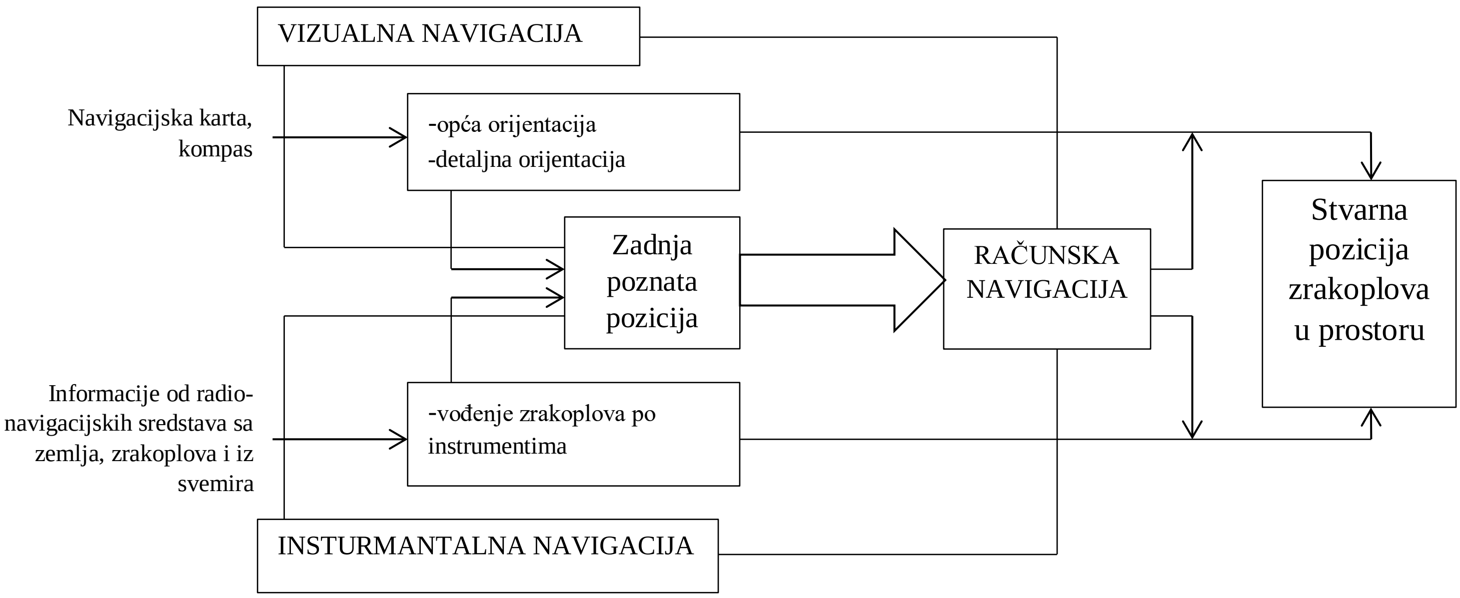
Uzimajući u obzir različite načine prikupljanja podataka kako bi se mogla odrediti točna pozicija zrakoplova, zrakoplovnu navigaciju moguće je podijeliti na dvije vrste.

- Vizualna navigacija: temelji se na načinu određivanja pozicije zrakoplova uspoređujući prostor oko zrakoplova (orijentira, reljef, gradovi…) sa prikazom na karti iznad kojega se leti. Vizualna navigacija se svodi na određivanju opće i detaljne orijentacije.
- Instrumentalna navigacija: prikupljene informacije o položaju zrakoplova prikazuju su na prikaznicima u pilotskoj kabini gdje se u trenutku obrađuju podaci o poziciji na kojoj se zrakoplov nalazi.

Iako se vizualna i instrumentalna navigacija razlikuju po načinu prikupljanja podataka o poziciji, zajednički im je dio računske navigacije. Taj dio računske navigacije u vizualnoj navigaciji pilot primjenjuje i provodi, dok u instrumentalnoj prikupljene podatke obrađuje računalo koji krajnje podatke prikazuje pilotu na prikaznicima u zrakoplovu.[1]

2.2. Opći princip računske navigacije

Na slici 1 prikazuje se kako se prikupljaju podatci za vođenje vizualne i instrumentalne navigacije. Primjećuje se da te dvije vrste navigacije imaju zajednički dio koji se koristi pri određivanju pozicije zrakoplova. Dio koji im je zajednički je zapravo metoda zrakoplovne navigacije koja se naziva metoda deduktivnog zaključivanja ili računanja (engl. Dead Reckoning Navigation). Termin Dead Reckoning Navigation dolazi iz pomorske navigacije gdje se pozicija broda određivala u odnosu na neki nepomičan (mrtav) orijentir na moru ili kopnu.



Slika 1 Principi primjena navigacijskih metoda za pojedine vrste navigacije [1]

Preciznija definicija metode vizualne navigacije glasi da je to metoda pri kojoj se stvarna pozicija zrakoplova definira u odnosu na zadnju poznatu, poziciju na osnovi putne brzine i smjera leta te proteklog vremena leta zrakoplova od te referentne pozicije.

Izraz (1) glasi:

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \int_0^t w\,dt \tag{1}$$

r označava trenutnu poziciju koju je potrebno odrediti,r_0 je referentna poznata pozicija, a w je putna brzina leta zrakoplova. Kako bi se odredila pozicija zrakoplova koristi se brzina kretanja, a tu brzinu je moguće odrediti procjenjivanjem ili pomoću senzora. Za određivanje metode potrebno je definirati sljedeće pojmove.

- Kurs leta (engl. Course) - namjeravana (planirana) putanja leta zrakoplova.
- Smjer leta (engl. Track) – stvarna putanja leta zrakoplova u odnosu na površinu zemlje.
- Pravac leta (engl. Heading) – položaj pravca koji se podudara s uzdužnom osi zrakoplova.

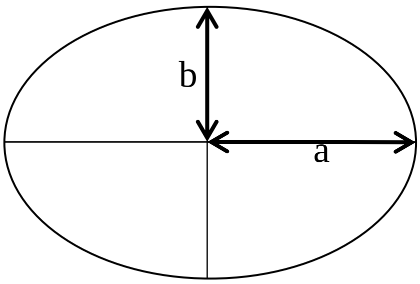
Kurs, pravac i smjer leta su definirani kutom koji zatvara pravac sjevera s pravcima koji definiraju navedene pojmove u smjeru kazaljke na satu.

Neizbježan čimbenik u proračunu pozicije zrakoplova je i vektor vjetra, on utječe na brzinu zrakoplova u odnosu na zemlju te ujedno i na promjenu putanje leta u odnosu na zemlju. Potrebno je prikupiti podatke o pravcu i brzini vjetra na planiranoj visini i izračunati kut ispravke ovisno o bočnoj komponenti vjetra. Ako je komponenta vjetra leđna ili čeona to će imati utjecaj na brzinu leta te će biti potrebno korigirati ili brzinu leta ili vrijeme dolaska na određenu poziciju. Leđna komponenta vjetra utjecati će na vrijeme dolaska, što znači da će zrakoplov doći ranije na određenu poziciju, a s čeonom komponentom vjetra zrakoplov će kasnije stići do određene pozicije. No, poznato je da je vjetar promjenjiva karakteristika te se mijenja tijekom cijelog leta. Stoga je potrebno tijekom leta kontinuirano voditi opću orijentaciju te precizno odrediti poziciju zrakoplova i ucrtati je na kartu. Pomoću toga moguće je pratiti odstupanja stvarne putanje od zadane putanje leta koja je ucrtana na karti. Zrakoplovi koji lete koristeći ovu metodu moraju letjeti po pravilima vizualnog letenja (engl. Visual Flight Rules - VFR), a jedan od uvjeta je taj da pilot mora imati stalan vizualni kontakt sa zemljom.[1]

3. Temeljni pojmovi o Zemlji

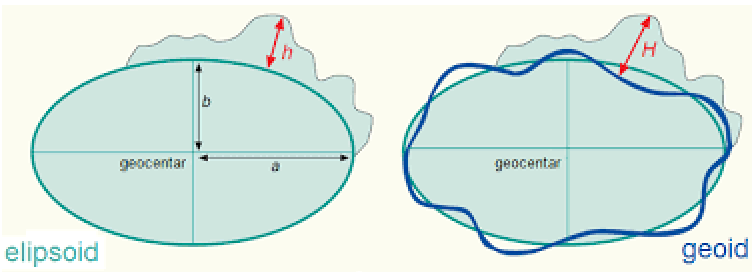
Ljudi su od prastarih vremena nastojali odrediti oblik i veličinu Zemlje. Da Zemlja nije ravna do spoznaje su došli pitagorejci, a na razmišljanje ih je dovelo mnogo pojava kao što su nestajanje vrhova planina na horizontu, pojavljivanje vrhova kopna te promjena visina zvijezda pomakom po meridijanima. Spoznaja o obliku Zemlje razvijala se postepeno razvitkom društva i znanosti. Zemlja ima najsličniji oblik lopti, a kako je spljoštena na polovima, prihvaćeno je da Zemlja ima oblik elipsoida. *Elipsoid* je geometrijsko tijelo kojeg tvori elipsa koja rotira oko male osi u prostoru (slika 2). Polazeći od definicije elipsoida točke na površini Zemlje na različitim geografskim širinama imaju različite udaljenosti od središta Zemlje, najbliže središtu su polovi, a najveća udaljenost je na ekvatoru. Oblik Zemlje se može također opisati kao *sferoid*, odnosno kao ploha koja je u pravokutnom sustavu izražena jednadžbama drugog stupnja s obzirom na koordinate, a dobivena je rotacijom elipse oko jedne od njenih osi. Ako se rotacija izvodi oko male osi (2b) onda se geometrijsko tijelo naziva rotacijski elipsoid. Spljoštenost (engl. flattering – f) definira se kao razlika između velike i male poluosi elipsoida odnosno odnosom razlike velike (a) i male (b) poluosi s velikom poluosi elipsoida što je i prikazano u navedenoj jednadžbi 2.[1]

$$f = \frac{a-b}{a} = 1 - \frac{b}{a} \tag{2}$$



Slika 2 Elipsa s velikom i malom poluosi

Kasnijim proučavanjem Zemlje došlo je do otkrića kako postoji razlika i na polovima te je Zemljin oblik dobio još složeniju definiciju, a to je geoid [3]. „*Geoid* je oblik Zemlje kao tijelo, omeđen plohom koja bi zauzela mirna površina oceana produžena kroz kontinente i u svakoj točki okomita na smjer gravitacije"(slika 3). [4]

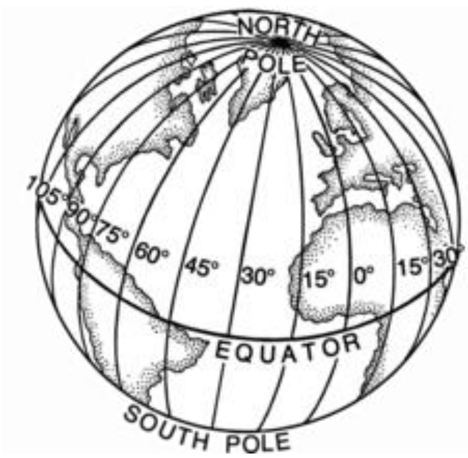


Slika 3 Prikaz eliposida i geoida

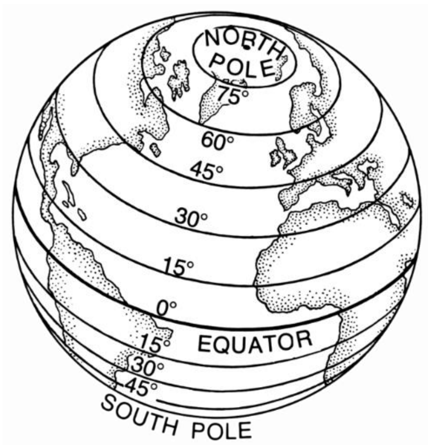
Za odrađivanje te obrađivanje geodetskih mjerenja uzeti je elipsoid koji se naziva referentni elipsoid. On se uzima kao najbolja matematička analogija nepravilne površine koja opisuje geoid.[1]

3.1. Elementi Zemlje kao kugle

Za potrebe navigacije i navigacijskih izračuna Zemlja se smatra kuglom ukoliko nije potrebna visoka preciznost inače se koristi referentni elipsoid. Zemlja se pravilno rotira oko ″pravca″ koji spaja sjeverni i južni pol. Zemljin ekvator je velika kružnica okomita na os Zemljine rotacije te on dijeli Zemlju na sjevernu i južnu polutku. Meridijan je dio velike kružnice koji spaja sjeverni i južni pol, a drugi dio s kojim čini veliku kružnicu naziva se antimeridijan. Meridijani (slika 4) uvijek sijeku ekvator pod pravim kutom, a početni meridijan je dogovorom odabran onaj koji prolazi kroz opservatorij Greenwich u Londonu. Paralele (slika 5) su male kružnice koje sijeku meridijane pod pravim kutom te su uvijek paralelne s ekvatorom.

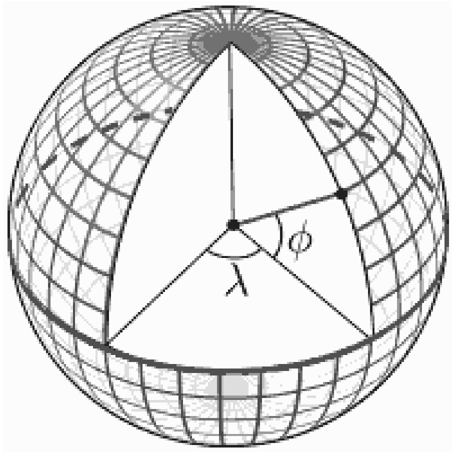


Slika 4 Meridijani



Slika 5 Paralele

Točke na Zemlji definirane su pomoću koordinata koje se sastoje od geografske širine i geografske dužine. *Geografska širina* (φ) je luk meridijana ili kut u središtu Zemlje od ekvatora do određene točke na površini. Prostire se od 0˚ do 90˚ u smjeru sjevera i u smjeru juga, prema sjeveru prostire se pozitivna geografska širina i ima oznaku N (North), a prema jugu prostire se negativa geografska širina i ima oznaku S (South), (slika 6). *Geografska dužina* (λ) je kraći luk ekvatora ili kut u središtu Zemlje od meridijana Greenwich[1] do određene točke na površini. Prostire se od 0˚ do 180˚ prema istoku i zapadu. Pozitivna strana geografske dužine je prema istoku te se označava E (East), a negativa je prema zapadu te ima oznaku W (West) (slika 6).



Slika 6 Geografska širina (φ) i dužina(λ)

Relativne koordinate prikazuju udaljenost između geografskih koordinata na površini Zemlje. Relativne koordinate su razlika geografskih širina i razlika geografskih dužina.

Relativna geografska širina ($\Delta\varphi$) je luk meridijana između paralela početne (φ_1) i krajnje (φ_2) pozicije. Ako se dvije točke nalaze na istoj polutci, relativnu geografsku širinu može se izraziti po jednadžbi 3:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{3}$$

Ukoliko su na različitim polutkama jednadžba (4) će izgledati:

$$\Delta\varphi = \varphi_{1-N} - \varphi_{2-S} \tag{4}$$

gdje je φ_{1-N} geografska širina na sjevernoj polutci, φ_{2-S} geografska širina na južnoj polutci. Pozitivna vrijednost razlike geografskih širina prikazuje da se krajnja pozicija nalazi sjevernije od početne, a negativna vrijednost prikazuje da je krajnja pozicija nalazi južnije od početne.

Relativna geografska dužina ($\Delta\lambda$) je kut između meridijana polazne (λ_1) i meridijana dolazne (λ_2) pozicije, odnosno razlika geografskih dužina dviju točaka. Ako se dvije točke nalaze na istoj polutci, jednadžba (5) će izgledati:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \tag{5}$$

Ukoliko se nalaze na različitim polutkama, jednadžba (6) razlike geografskih dužina će izgledati:

$$\Delta\lambda = \lambda_{1-E} - \lambda_{2-W} \tag{6}$$

[1] Greenwich: nulti (početni) meridijan koji se nalazi u Londonu,1884.godine je prihvaćen na konferenciji u Washingtonu

gdje je λ_{1-E} geografska dužina koja se nalazi istočno od početnog meridijana, a λ_{2-W} geografska dužina koja je nalazi na zapadnoj strani od početnog meridijana. Pozitivna vrijednost razlike geografskih dužina prikazuje da je dolazna pozicija istočnije od polazne, a negativna vrijednost prikazuje da je dolazna pozicija zapadno od polazne.[3]

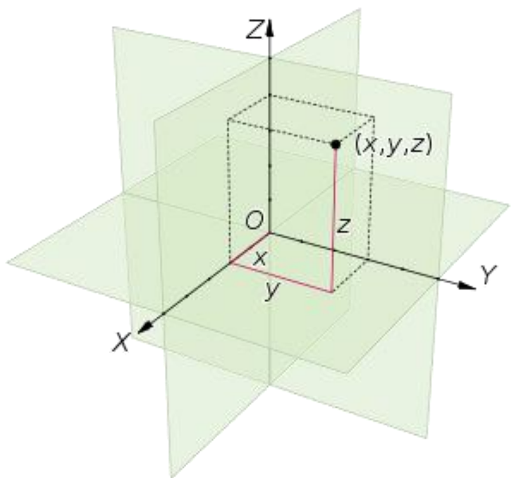
3.2. Koordinatni sustavi

Koordinatni sustav je skup kutova i ravnina koje se koriste kako bi se odredila pozicija određene točke pomoću njezinih koordinata. U zrakoplovnoj navigaciji koristi se više različitih koordinatnih sustava. Neki od koordinatnih sustava koji se koriste su:

- kartezijev koordinatni sustav (X,Y,Z);
- elipsoidni koordinatni sustav (λ , φ,h);
- svjetski geodetski sustav.

3.2.1. Kartezijev koordinatni sustav

Kartezijev koordinatni sustav ili pravokutni koordinatni sustav (slika 7) definiran je pomoću tri pravca X,Y i Z. Pomoću njih se definira položaj određene točke u tom koordinatnom sustavu. On je definiran smještajem ishodišta koordinatnog sustava u središtu elipsoida (O). Os Z paralelna je s osi rotacije elipsoida, os X je paralelna s nultim meridijanom te sječe ravninu ekvatora, a os Y nalazi se u ravnini ekvatora i okomita je na os X.



Slika 7 Kartezijev koordinatni sustav u prostoru

3.2.2. Elipsoidni koordinatni sustav

Elipsoidni koordinatni sustav definiran je elipsoidnom (geodetskom) širinom φ,elipsoidnom (geodetskom) dužinom λ i elipsoidnom (geodetskom) visinom h. Točka koja je definirana pomoću elipsoidne (geodetske) širine, dužine i visine može se također opisati i skupom trodimenzionalnih kartezijevih koordinata, ali to vrijedi samo za koordinate koje su na istom elipsoidu.

3.2.3. Svjetski geodetski sustav

Svjetski geodetski sustav (engl. World Geodetic system – WGS84) je standardni sustav koji se koristi u kartografiji, navigaciji, geodeziji i za pozicioniranje pomoću GNSS - a[2], GPS -

[2] GNSS - globalni navigacijski satelitski sustav

a[3] te GLONAS - a[4]. Sastoji se od trodimenzionalnog kartezijevog koordinatnog sustava i pridruženog elipsoida WGS84. Pozicije točaka se stoga mogu definirati pomoću kartezijevih koordinata (X,Y,Z) ili elipsoidnih koordinata (φ, λ, h). Ishodište WGS84 sustava je smješteno u središte Zemljine mase i moguće je pomoću njega odrediti poziciju bilo gdje na Zemlji.[1]

WGS84 sustav je karakterističan zbog sljedećih parametara:

- ishodište sustava smješteno je u središtu Zemljine mase;
- os Z usmjerena je u pravcu standardnog Zemljinog pola, a položaj Zemljinog sjevernog pola definiran je deklaracijom;
- os X prolazi nultim meridijanom, te leži na ravnini ekvatora;
- os Y okomita je na os X i Z, te zatvara kut na ravnini ekvatora mjeren od osi X do 90° istočno.

Parametri koji opisuju WGS84 i njemu pridruženi elipsoid su duljina velike poluosi (a), spljoštenost (f), kutna brzina rotacije (ω) te geocentrična gravitacijska konstanta (GM), a prikazani su u tablici 1.

Tablica 1 Parametri WGS84 koordinatnog sustava

Duljina velike poluosi - a	6,378,137 m
Spljoštenost - f	1/298,257223563
Kutna brzina rotacije - ω	7,292115 x 10^{-5}rad/s
Geocentrična gravitacijska konstanta - GM	398600,5km^3s^2

ICAO je WGS84 usvojio 1989. godine kao standardni navigacijski referentni sustav za međunarodno civilno zrakoplovstvo. Do današnjeg dana države koriste WGS84 sustav za objavljivanje koordinata putnih točaka za navigaciju što uključuje zračne luke, piste, navigacijska sredstva i drugo.[1]

3.3. Kartografske projekcije

Djelatnost koja se bavi prikupljanjem, preradom, pohranom i obradom podataka prikupljenih iz prostora te njihovom vizualizacijom odnosno kartografskim prikazom naziva se kartografija. Kartografska projekcija je način preslikavanja plohe elipsoida ili sfere na ravninu. Zbog Zemljine zakrivljenosti ako se želi preslikati veća površina dolazi do deformacija u projiciranju. Pošto su meridijani i paralele kružnice u prostoru, nije moguće preslikati ih na ravninu tako da uspiju zadržati isti međusobni odnos kao i u prostoru. Pri projiciranju sfere na ravninu potrebno je zadovoljiti određene uvjete.

1. Konformnost: kod konformnih projekcija vjerno se preslikavaju kutovi, što znači da se kutovi na karti podudaraju s onima u prirodi. Mjerilo duljina je u svakoj točci jednako, čime su sačuvan beskonačno mali likovi.
2. Ekvidistantnost: kod ekvidistantne projekcije vjerno su preslikane udaljenosti između određenih točaka, što znači da se podudaraju udaljenosti na karti s onima u prirodi.

[3] GPS – globalni pozicijski sustav
[4] GLONAS – globalni orbitalni navigacijski sustav

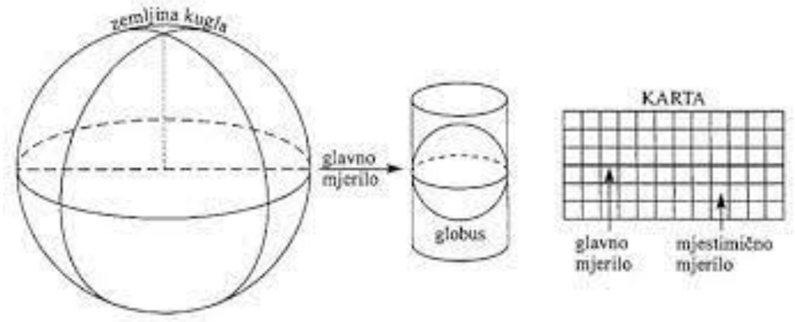
3. Ekvivalentnost: kod ekvivalentnih projekcija vjerno su preslikane površine, na karti su prikazane u istom omjeru kao i na Zemlji, čime ni u jednoj točci na Zemlji ne dolazi do deformacije površine.

S obzirom na način na koji se globus odnosno njegova površina, preslikava na geometrijsko tijelo (plašt ili omotač koji služi kao podloga projekcije), postoje tri osnovne vrste projekcije:

- cilindrična (valjkasta);
- konusna (stožasta);
- horizontalna (perspektivna).

3.3.1. Cilindrična projekcija

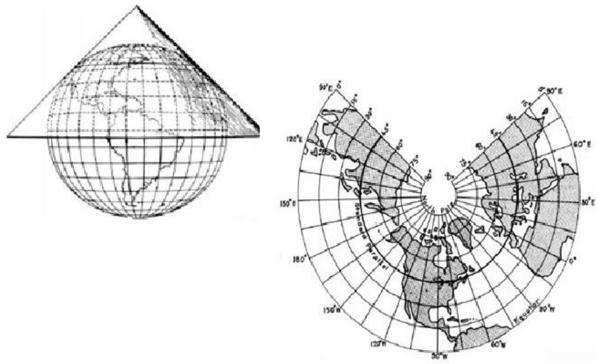
Cilindrična ili valjkasta projekcija se dobije kada se oko globusa zamota plašt valjka koji je postavljen paralelno sa Zemljinom rotacijom. Pri rastvaranju valjka u ravninu meridijani i paralele prikazani su kao ravne crte koje se sijeku pod pravim kutom. Plašt valjka globus dodiruje na ekvatoru, stoga će vjernost udaljenosti biti samo na ekvatoru. Što se više povećava geografska širina narušava se vjernost oblika pošto se meridijani na ovoj projekciji ne sastaju u polu kao i u prostoru.[1]



Slika 8 Cilindrična projekcija

3.3.2. Konusna projekcija

Kako bi se dobila konusna projekcija, plašt stošca ili konusa obavija se oko površine globusa tako da se dodiruju na željenoj geografskoj širini odnosno paraleli. Kod ove projekcije vrijediti će ekvivalentnost samo za oblike koji se nalaze na paraleli koja dodiruje globus. Nakon izvršene projekcije, plašt stošca se raspolovi po odabranom meridijanu te se dobije kružni isječak na kojemu su paralele prikazane kao lukovi koncentričnih kružnica, a meridijani kao ravne crte koje proizlaze iz jedne točke.[1]

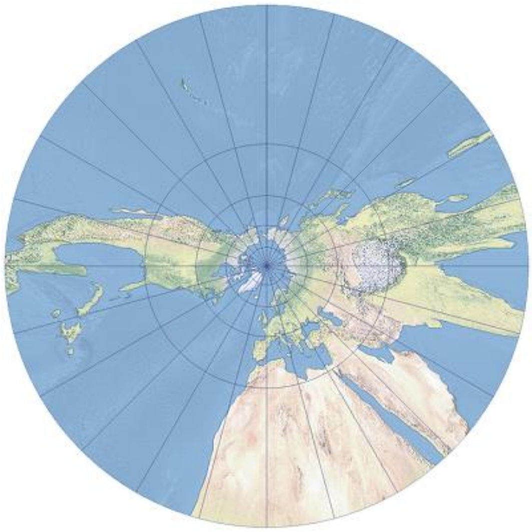


Slika 9 Konusna projekcija

3.3.3. Horizontalna projekcija

U horizontalnoj projekciji, površina globusa se preslikava na ravnu plohu koja je postavljena u jednoj točci (na polu, na ekvatoru ili negdje na koordinatnoj mreži). Na projekciji se meridijani prikazuju kao ravne crte koje proizlaze iz točke u središtu projekcije, a paralele su koncentrične kružnice koje proizlaze iz središta gdje se sijeku meridijani. Poznate su tri vrste horizontalne projekcije s obzirom na točku promatranja.

1. Ortografska projekcija: kod ove projekcije točka promatranja se ne nalazi na globusu nego beskonačno daleko, a crte projiciranja su paralelne te okomite na ravninu projekcije.
2. Stereografska projekcija: kod ove projekcije točka promatranja se nalazi na površini globusa, dok crte projiciranja proizlaze iz točke promatranja i vidljive su malo iznad ekvatora.[1]
3. Centralna ili gnomonska projekcija: to je nekonformna kartografska projekcija dobivena projiciranjem točke P iz središta Zemlje na ravninu. Na kartama je točka koju dodiruje ravnina istaknuta kao dodirna točka (engl. point of tangency). Prednost gnomonske karte je ta što je na njoj svaka velika kružnica prikazana kao ravna linija (meridijani, ekvator i ortodrome) te pomoću nje je moguće odrediti najkraću udaljenost. No, ova karta ima i nedostatke zbog kojih je potrebno koristiti Mercatorovu projekciju, a problem nastaje pri očitavanju kutova i udaljenosti zbog načina projiciranja na kartu što je vidljivo na slici 10 [1].



Slika 10 Centralna ili gnomonska projekcija

3.3.4. Mercatorova cilindrična projekcija

Mercatorova projekcija je uspravna konformna projekcija koja se temelji na cilindričnoj projekciji. Karakteristike ove projekcije su da je ona konformna, što znači da se mjerilo karte ne mijenja, a ukoliko dođe do promjene mijenja se jednoliko u svim smjerovima čime se zadržava vjernost kutova. Mercatorova projekcija je i neperspektivna, što znači da se ne može dobiti projekcijom globusa na ravninu. Uspravna Mercatorova projekcija je bitna u navigaciji jer se loksodroma preslikava kao ravna crta jer siječe meridijane uvijek pod istim kutom. Ortodroma se na Mercatorovoj karti prikazuje kao zakrivljena crta, konkavna u odnosu na ekvator, a konveksna u odnosu na najbliži pol.

Ova projekcija ima i loše osobine, a to su :

- otežano je precizno određivanje velikih udaljenosti;
- prilikom ucrtavanja rute po ortodromi potrebno je poznavati kut konverzije;
- polovi se ne mogu prikazat na karti pa je karta beskorisna iznad 80˚ N/S.

Kako bi mogli ucrtavati i izračunavati elemente loksodrome ili ortodrome potrebno je poznavati kut konverzije. Kut konverzije je razlika kutova između ortodrome i loksodrome koje se spajaju u dvije zadane točke (početne i krajnje). Kut konverzije (σ_{a}) se može izraziti pomoću sljedeće jednadžbe (7), a njegova vrijednost ovisi o koordinatama polazne i krajnje točke.

$$\sigma_{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\,\Delta\lambda sin\varphi' \qquad (7)$$

Poznato je da je produkt $\Delta\lambda sin\varphi'$ jednak kutu konvergencije meridijana σ, stoga je moguće gornju jednadžbu (8) zapisati kao [1]:

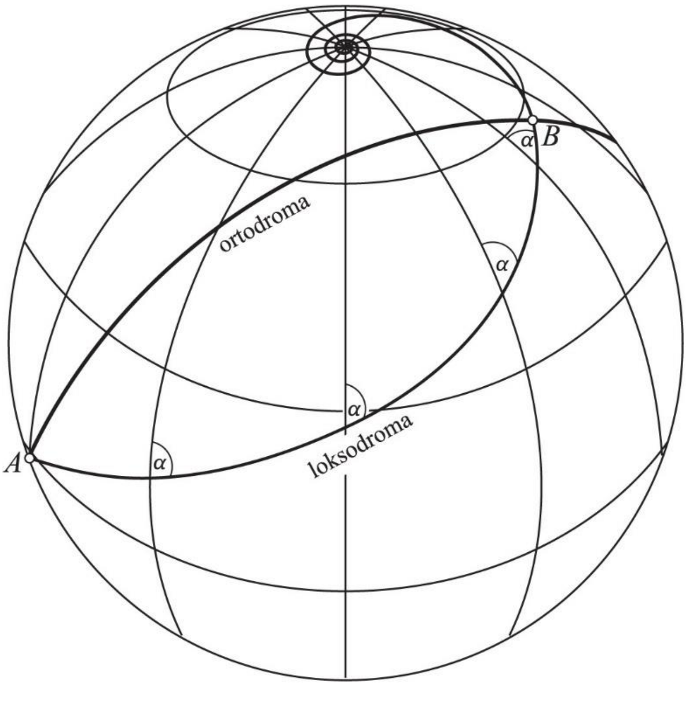
$$\sigma_{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\sigma \qquad (8)$$

4. Ortodroma

Kao osnovni zadatak navigacije je let između dviju točaka na površini Zemlje. Potrebno je uzeti u obzir oblik Zemlje koji je sličan kugli, stoga se let može odrediti na više načina od kojih su karakteristični:

- let najkraćim putem (ortodroma);
- let bez promjene kursa (loksodroma).[5]

Velika kružnica je svaka kružnica koja se dobije presijecanjem Zemlje ravninom koja prolazi njenim središtem. Njena karakteristika je da ih ima mnogo, ali dvije točke na površini Zemlje može spojiti samo jedna velika kružnica. Izuzetak su antipodi, to su dvije točke koje se nalaze jedna nasuprot druge i kroz njih se može odrediti beskonačno mnogo velikih kružnica. Jedan od primjera antipoda su sjeverni i južni pol. Crta koja spaja točke na velikoj kružnici najkraćim putem naziva se *ortodroma*, a za razliku od ortodrome, *loksodroma* je zakrivljena linija koja povezuje dvije točke na površini Zemlje te u svakom trenutku siječe meridijan pod istim kutom (slika 11). [5]



Slika 11 Prikaz orotodrome i loksodrome

4.1. Općenito o ortodromi

Riječ ortodroma dolazi iz grčkog jezika i ima značenje ravan put (grč. Ortos dromos). Ona je na bilo kojoj kugli najkraći put između dviju točaka te je dio određene kružnice, odnosno to je najkraći luk velike kružnice te kugle. S obzirom da postoji mnogo projekcija Zemljine površine odnosno karata, na Mercatorovoj karti ortodroma je prikazana kao zakrivljena linija. Prednost leta po ortodromi je ta što je to najkraći put od polazne do krajnje točke na ruti stoga se smanji vrijeme putovanja i potrošnja goriva. No, ima i nekoliko nedostataka, jedno od njih je ta što prilikom leta po ortodromi meridijani se presijecaju pod različitim kutovima što znači da će tijekom cijelog putovanja biti potrebno mijenjati kurs leta. U praksi se na ortodromi određuju međutočke između kojih se leti po loksodromi te se jedna duga ortodroma podijeli na nekoliko kraćih loksodroma. [6]

4.2. Elementi ortodrome

Kako bi se ortodroma odredila računski sastoji se od nekoliko elemenata:

- D_0 - ortodromska udaljenost, odnosno prijeđeni put između početne točke P_1 i završne točke rute P_2. Ortodromska udaljenost se u proračunima dobiva u stupnjevima stoga je potrebno pretvoriti u nautičke milje (1NM = 1′,što vrijedi uvijek pri letu po ortodromi).
- V - vrh ortodrome, to je točka koja je geografski najviša, odnosno najbliža polu. Pomoću nje se odlučuje hoće li se letjeti cijelim putem pomoću ortodrome ili će biti potrebno kombinirati s loksodoromom. Do kombiniranog leta dolazi kada je vrh ortodrome na velikim geografskim širinama. Stoga je potrebno odrediti graničnu paralelu do koje će se letjeti po ortodromi i uz nju po loksodromi do granične točke gdje se opet počinje letjet po ortodromi.
- K_p i K_k - početni i završni kurs, određuje se prvi kurs kojim se leti prilikom polijetanja s aerodroma te posljednji kurs koji će zrakoplov imati prije dolaska na odredišni aerodrom.
- M - međutočke (way point), to su točke u kojima se mijenja kurs prilikom leta po ortodromi.

Ako je dulja ortodroma potrebno je napraviti izračune po loksodromi između međutočaka. Što znači da dvije susjedne međutočke treba uzeti kao da su one P_1 i P_2 te se između njih treba odrediti udaljenost D_l i kurs K_l. [6]

4.3. Analitički model ortodrome

Kod izračuna ortodrome u navigaciji zadane su koordinate početne i krajnje pozicije. Kut u početnoj točki je kut između meridijana i namjeravane osi zrakoplova na početku leta, to se smatra početni kurs leta. Kako se kurs po ortodromi neprestano mijenja ova vrijednost je određena samo u početnoj točki, stoga se to smatra početni ortodromski kurs (Kpc). Ortodromska udaljenost D_0 i početni ortodromski kurs mogu se izračunati pomoću kosinusovog poučka sferne trigonometrije po jednadžbi (9).

$$cos\,D_0 = cos(90^\circ - \varphi_1)\,cos(90^\circ - \varphi_2) + sin(90^\circ - \varphi_1)\,sin(90^\circ - \varphi_2)\,cos\,\Delta\lambda \qquad (9)$$

Gdje su φ_1 i φ_2 geografske širine početne i završne točke, a $\Delta\lambda$ razlika geografskih dužina točaka. Matematičkim uređivanjem dobije se jednadžba (10):

$$cos\,D_0 = sin\,\varphi_1\,sin\,\varphi_2 + cos\,\varphi_1\,cos\,\varphi_2\,cos\,\Delta\lambda \qquad (10)$$

Iz ove jednadžbe moguće je izračunati ortodromsku udaljenost u stupnjevima te ju je potrebno pretvoriti u lučne minute.

Po sinusovom poučku moguće je izračunati početni ortodromski kurs sljedećom jednadžbom (11):

$$sin\,Kpc = \frac{sin\,\Delta\lambda\,cos\,\varphi_2}{sin\,D_0} \qquad (11)$$

Na isti način je moguće izračunati vrijednost završnog ortodromskog kursa (Kd) po jednadžbi 12:

$$sin\,Kd = \frac{sin\,\Delta\lambda\,cos\,\varphi_1}{sin\,D_0} \qquad (12)$$

No, postoji mogućnost da početni ortodromski kurs bude veći od 90˚ pa će rješavanje početnog i dolaznog kursa sinusovim poučkom biti teže, stoga je bolje te vrijednosti izračunati pomoću kosinusovog poučka preko jednadžbi 13 i 14.

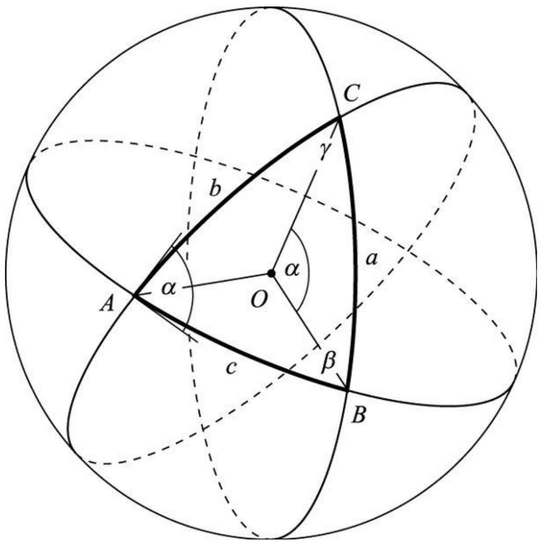
$$\cos Kpc = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos D_0}{\cos \varphi_1 \sin D_0} \tag{13}$$

$$\cos Kd = \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 \cos D_0}{\cos \varphi_2 \sin D_0} \tag{14}$$

Početni i dolazni kurs se izračunavaju kao pomoćni elementi pri izračunu ostalih podataka, a ne primjenjuje se u letu jer se od početne točke do prve međutočke leti po loksodromi a ne po ortodromi.[5]

4.3.1. Izračun koordinata vrha ortodrome

Za izračunavanje koordinata vrha ortodrome potrebno je poznavati sferni trokut. Pošto je ortodroma dio velike kružnice, sferni trokut se dobije kada su sve stranice trokuta dio velike kružnice, stoga se elementi ortodrome mogu izračunati pomoću pravila sferne trigonometrije. Sferni trokut tvore sferne dužine određene trima točkama (A, B i C) koje ne leže na istim glavnim kružnicama (slika 12). Tri točke mogu određivati 16 sfernih trokuta, ali razmatra se smo onaj kojemu su sve stranice i kutovi manji od 180˚ tzv. Eulerov trokut.[5]



Slika 12 Sferni trokut

Kod rješavanja ortodromskih zadataka poznati elementi trokuta su geografska širina početne točke (Va) i početni ortodromski kurs (Kpc). Geografsku širinu vrha ortodrome (Vv) dobije se pomoću jednadžbe (15), odnosno jednadžbe 16:

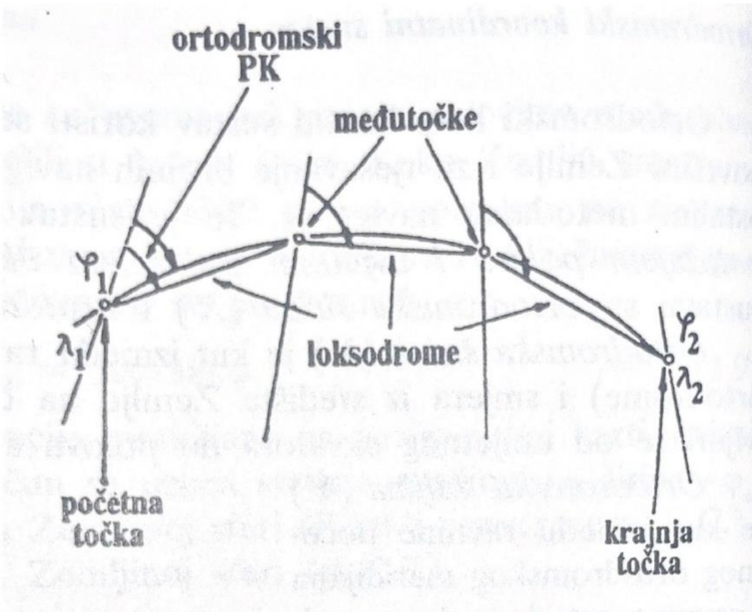
$$\cos Vv = \sin(90 - Va) \sin Kpc \tag{15}$$

$$\cos Vv = \cos Va \sin Kpc \tag{16}$$

Za izračun geografske dužine vrha ortodrome potrebno je zbrojiti geografsku dužinu početne pozicije i razlike geografskih dužina početne i krajnje pozicije. Ako je razlika dužina polazne i vrha ortodrome veća od razlike dužina polazne i krajnje pozicije to znači da je određena ortodroma bez vrha. Uzrok tome može biti što se na maloj razlici geografskih dužina mijenja geografska širina.[5]

4.3.2. Izračun međutočaka ortodrome

Za uspješnu konstrukciju ortodrome na Mercatorovoj karti ortodromska udaljenost, početni i dolazni kurs te koordinate vrha ortodrome nisu dovoljni. Stoga je potrebno odrediti međutočke te izračunati i koordinate odabranih točaka po ortodromi koje su ravnomjerno raspoređene od polazne i krajnje pozicije (slika 13). One se proizvoljno odabiru na ortodromi, a najčešće je to 5°, 10° ili 15°.[5]



Slika 13 Međutočke na ortodromi [2]

Koordinate točke na sredini ortodrome mogu se izračunati na sljedeći način prikazan jednadžbama 17, 18, 19 i 20.

$$Bx = cos\,\varphi_2 * cos\,\Delta\lambda \tag{17}$$

$$By = cos\,\varphi_2 * sin\,\Delta\lambda \tag{18}$$

$$\varphi_{\square} = tan^{-1}\,2(sin\,\varphi_{\square} + sin\varphi_2, \sqrt{(cos\varphi_{\square} + Bx)^2 + By^2}) \tag{19}$$

$$\lambda_{\square} = \lambda_{\square} + tan^{-1}\,2(By, cos(\varphi_{\square}) + Bx) \tag{20}$$

Gdje sljedeći podatci imaju značenje:

- Bx: predstavlja vrijednost po x osi;
- By: predstavlja vrijednost po y osi;
- φ_1 i φ_2: predstavljaju geografsku širinu početne i završne točke;
- $\Delta\lambda$: predstavlja razliku geografskih dužina početne ($\lambda 1$) i završne točke ($\lambda 2$);
- $\varphi_{\square}$ i $\lambda_{\square}$: predstavljaju koordinate točke koja se nalazi na sredini ortodrome.[7]

Međutočke mogu biti izračunate između dvije točke koje se nalaze na ortodromi na idući način pomoću jednadžbi.

$$A = \frac{sin((1-f)*\delta)}{sin(\delta)} \tag{21}$$

$$B = \frac{sin(f*\delta)}{sin(\delta)} \tag{22}$$

$$x = A * cos(\varphi_{\square}) * cos(\lambda_{\square}) + B * cos(\varphi_2) * cos(\lambda_2) \tag{23}$$

$$y = A * cos(\varphi_{\square}) * sin(\lambda_{\square}) + B * cos(\varphi_2) * sin(\lambda_2) \tag{24}$$

$$z = A * sin(\varphi_2) + B * sin(\varphi_2) \tag{25}$$

$$\varphi = tan^{-1} 2(z, \sqrt{(x^2 + y^2)}) \tag{26}$$

$$\lambda = tan^{-1} 2(y, x) \tag{27}$$

Gdje izrazi:

- $\tan^{-1} 2$ ustvari prikazuje funkciju atan2 što označava kut između osi X i pravca koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava (0,0) te kroz neku određenu točku s koordinatama (X, Y), taj kut je definiran u radijanima između -Pi i Pi;
- A i B prikazuju varijable koje se kasnije koriste u izračunima;
- f je relativna udaljenost duž ortodrome (f=0 predstavlja točku 1, f=1 predstavlja točku 2);
- d je kutna udaljenost d/R između dviju točaka;
- x, y i z predstavljaju varijable pomoću kojih će biti izražene koordinate točke;
- φ i λ predstavljaju koordinate izračunate međutočke na ortodromi.[7]

Zbog razlike početnog i krajnjeg kursa, međutočke mogu varirati te srednja točka ne mora biti postavljena točno u sredinu između koordinata početne i krajnje točke. Prva i zadnja točka međutočaka raspoređena su u odnosu na vrh ortodrome.[5]

4.3.3. Pogreška po ortodromi

Prilikom leta po ortodromi od početne do završne točke određenim kursom, uočava se pogreška. Primjećuje se da se zrakoplov više ne nalazi na zadanoj ortodromi nego na nekoj točci C koja se nalazi van kursa. Kurs i udaljenost od početne točke do točke C moguće je odrediti pomoću već opisanih jednadžbi u prethodnim poglavljima. S obzirom na određenu pogrešku udaljenost od kursa moguće je odrediti pomoću sljedeće jednadžbe (28).[8]

$$D_K = asin(sin(d_{AC}) * sin(K_{AC} - K_{AB})) \tag{28}$$

Gdje izrazi:

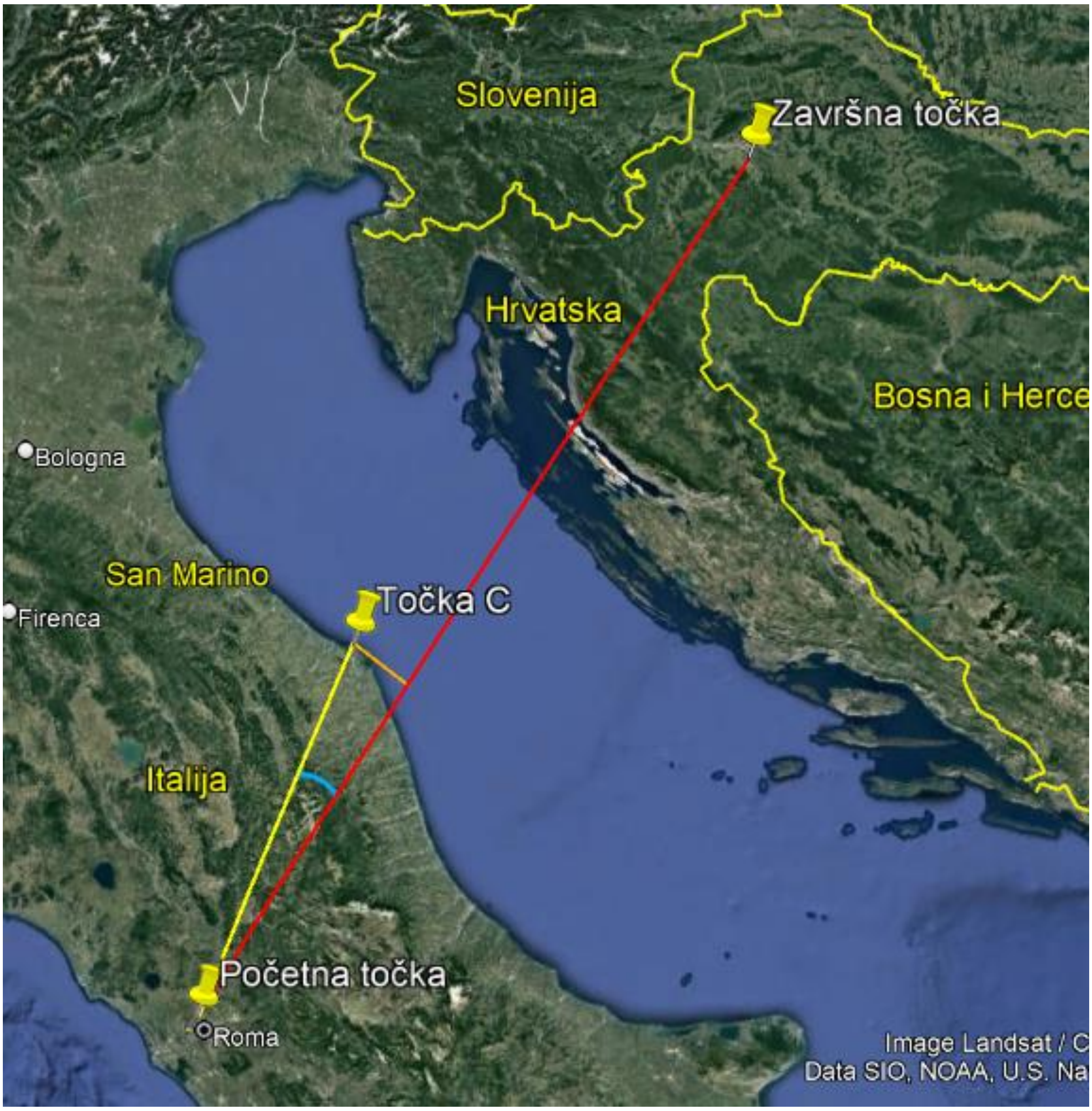
- D_K predstavlja udaljenost od kursa;
- d_{AC} predstavlja udaljenost od početne točke do točke C;
- K_{AC} predstavlja kurs od početne točke do točke C;
- K_{AB} predstavlja kurs od početne do završne točke.

Ukoliko D_K bude pozitivan, znači da se zrakoplov nalazi s desne strane kursa, a ukoliko bude negativan, znači da je s lijeve strane.

Udaljenost od ortodrome određuje se na sljedeći način pomoću jednadžbe (29):

$$Du = acos\frac{cos(d_{AC})}{cos(D_K)} \quad (29)$$

Du predstavlja udaljenost od ortodrome, d_{AC} udaljenost od početne točke do točke C te D_K udaljenost od kurs.[8]



Slika 14 Prikaz udaljenosti s kursa i udaljenost od ortodrome [slika je preuzeta s Google Eartha]

Na slici 14 prikazana je udaljenost od početne točke do točke C žutom linijom, a udaljenost od ortodrome (koja je prikazana crvenom linijom) do točke C je prikazana narančastom linijom. Udaljenost s kursa je prikazana kao plavi polukrug koji označava kut od početnog kursa.

4.4. Let po loksodromi

Loksodroma je pravac konstantnog kursa koja siječe meridijane uvijek pod istim kutom. Let po loksodromi je uvelike jednostavniji od leta po ortodromi jer nije potrebno konstantno mijenjati kurs tijekom leta. Na Mercatorovoj karti se loksodorme prikazuju kao ravne linije, čime je pojednostavljena navigacija. Loksodrome su, za razliku od ortodrome, duže rute. Gledajući primjer pravca London – New York, loksodroma je za razliku od ortodrome duža za 4% što je veliki faktor kod potrošnje goriva tijekom leta.[7]

4.4.1. Udaljenost po loksodromi

Pošto se loksodroma na Mercatorovoj karti prikazuje kao ravna linija, udaljenost između te dvije točke moguće je odrediti po Pitagori no potrebno je uzeti u obzir izobličenje projekcije. Prilikom leta istim kursom (istok – zapad) kompenzacija za projekciju je $q = cos\varphi$, a leteći nekim drugim konstantnim kursom kompenzacija iznosi $q = \Delta\varphi/\Delta\psi$, gdje je

$$\Delta\psi = ln(tan(\pi/4 + \varphi2/2) \,/\, tan(\pi/4 + \varphi1/2)) \qquad (30)$$

projicirana razlika geografske širine (30), φ prikazuje geografske širine početne i završne točke, a ln je prirodni logaritam.

Udaljenost po loksodromi dl (31) se izračunava na idući način:

$$dl = \sqrt{(\Delta\varphi^2 + q^2 * \Delta\lambda^2)} * R \qquad (31)$$

gdje izrazi φ označava geografsku širinu, q predstavlja kompenzaciju za projekciju, $\Delta\lambda$ razliku geografskih dužina te R Zemljin radijus (6371km).[7]

4.4.2. Kurs loksodrome

S obzirom da loksodroma meridijane presijeca uvijek pod istim kutom, za let po loksodromi potrebno je odrediti samo jedan kurs kojim će se letjeti od početne do završne točke. Kod izračuna kursa (θ) također je potrebno uzeti u obzir projiciranu razliku geografske širine.

$$\theta = tan^{-1} 2(\Delta\lambda, \Delta\psi) \qquad (32)$$

U jednadžbi 32 $\tan^{-1} 2$ ustvari predstavlja funkciju atan2 što označava kut između osi X i pravca koji prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava (0,0) te kroz neku određenu točku s koordinatama (X, Y), taj kut je definiran u radijanima između -Pi i Pi, $\Delta\lambda$ predstavlja razliku geografskih dužina, a Δψ projiciranu razliku geografskih širina.[7]

4.4.3. Odredište leta po loksodromi

Letjevši od početne točke izračunatom udaljenošću (dl) te izračunatim kursom (θ) moguće je odrediti završnu točku. No, ukoliko se nastavi letjeti konstantnim kursom, zrakoplov će krenut letjet u spiralu prema polovima.

Odredišnu točku moguće je odrediti na idući način. Za izračun geografske širine nove točke potrebno je izračunati kutnu udaljenost (δ) gdje je dl udaljenost po loksodromi, a R Zemljin radijus (33).

$$\delta = dl/R \qquad (33)$$

$$\varphi2 = \varphi1 + \delta * cos\theta \qquad (34)$$

Jednadžba 34 predstavlja izračun geografske širine nove točke, a $\varphi1$ predstavlja geografsku širinu početne točke, δ kutnu udaljenost te θ loksodromski kurs. Geografsku dužinu nove točke moguće je odrediti pomoću idućih jednadžbi 35 i 36.

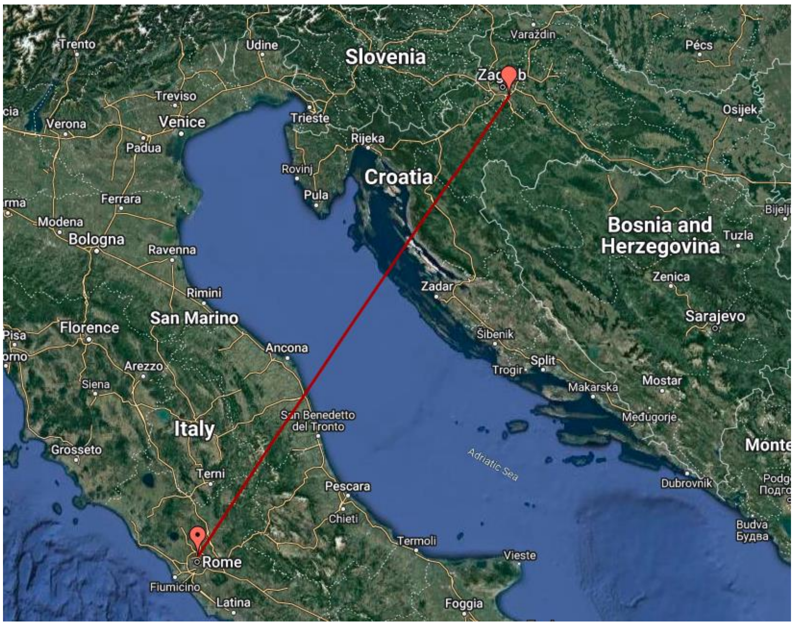
$$\Delta\lambda = \delta * sin\theta/q \qquad (35)$$

$$\lambda 2 = \lambda 1 + \Delta\lambda \qquad (36)$$

Jednadžba 35 prikazuje razliku geografskih dužina ($\Delta\lambda$) umnoškom kutne udaljenosti δ i omjera sinusa loksodromskog kursa θ i kompenzacije za projekciju q. Geografska dužina nove točke ($\lambda 2$) je zbroj geografske dužine početne točke $\lambda 1$ i razlike geografskih dužina $\Delta\lambda$.[7]

5. Izračuni po ortodromi u Matlabu

Za provedbu izračuna leta po ortodromi odabrane su zračne luke Rim/Urbe (LIRU) i Zagreb (LDZA). Let se izvodi od zračne luke Rim (početna točka) do zračne luke Zagreb (završna točka), prikazano na slici 15.



Slika 15 Prikaz leta od LIRU do LDZA[7]

Kako bismo mogli provest izračune, potrebne su nam koordinate navedenih zračnih luka. Zračna luka Rim/Urbe ima koordinate N 41°57,12'/ E 012°30,05'[9], a zračna luka Zagreb N 45°44,58'/E 016°4,13'[10]. Navedene koordinate potrebno je pretvoriti u radijane kako bi daljnji izračuni bili točni. Način na koji se to izvrši je prikazan u navedenom programu.

```
function [lat, lon] = deg2rad (Nst, Nmin, Wst, Wmin)
%ova funkcija ce pretvoriti stupnjeve u radijane
lat = (Nst + Nmin/60)*pi/180;
lon = (Wst + Wmin/60)*pi/180;

end
```

Upisujući koordinate u navedeni program za navedene točke dobili smo za početnu točku vrijednost lat1 0,7322, lon1 0,2182 te za završnu točku lat2 0,7982, lon2 0,2804. Pri upisivanju koordinata potrebno je prvo početnu, a zatim završnu točku upisati kako bi se dobile odvojene koordinate u radijanima.

Nakon što se dobiju koordinate odabranih točaka, moguće je izračunati ortodoromsku udaljenost pomoću idućeg programa koji izračunava udaljenost u nautičkim miljama. Program se sastoji od već izračunatih koordinata te preračuna u nautičke milje.

```
function D = udaljenost (lat1, lon1, lat2, lon2)
D = 2*asin(sqrt((sin((lat1-lat2)/2))^2+cos(lat1)*cos(lat2)*sin((lon1-lon2)/2)^2));
D = D*180*60/pi;

end
```

Potrebno je voditi računa da se koriste koordinate koje su izračunate u radijanima. Pomoću navedenog programa izračunato je da ortodromska udaljenost između zračne luke Rim i zračne luke Zagreb iznosi 274,277 NM, što kada pretvorimo u kilometre iznosi 507,961km.

Izračunavši ortodromsku udaljenost, idući navedeni program predstavlja izračun početnog ortodromskog kursa te se također sastoji od preračunatih koordinata u radijanima i preračuna iz radijana u stupnjeve kako bi mogli dobiti kut.

```
function [Kcp, y, x, K, Kp] = truecourse (lat1, lat2, lon1, lon2)
y = sin(lon2-lon1)*cos(lat2);
x = cos(lat1)*sin(lat2)-sin(lat1)*cos(lat2)*cos(lon2-lon1);
Kcp = atan2(y,x);
K = (Kcp*(180/pi)+360)%360; in degreas
Kp = K- 360;

end
```

Početni ortodromski kurs u radijanima (Kcp) iznosi 0,5758rad, a nakon pretvorbe u stupnjeve početni ortodromski kurs (Kp) iznosi 32,9911, odnosno 32°59´27,96″.

Idući program je za izračun središnje točke koja se nalazi na ortodromi. Bx i By navedeni u programu predstavljaju varijablu koja je potrebna za izračun koordinata središnje točke. Kako bi se mogla izračunati geografska širina latm (φ) potrebno je samu jednadžbu podijeliti na dva dijela (latm1 i latm2)te nakon njihovih izračuna potrebno je pretvoriti u stupnjeve . Također, kod izračuna geografske dužine lonm (λ) potrebno je jednadžbu podijelit na dva dijela (lonm1 i lonm2) te i njih pretvoriti u stupnjeve.

```
function [Bx, By, latm1, latm2, latm,lonm1, lonm2, lonm] = medutocka (lat1,lat2,
lon1, lon2)
Bx = cos(lat2)*cos(lon2-lon1);
By = cos(lat2)*sin(lon2-lon1);
latm1 = sin(lat1)+sin(lat2);
latm2 = sqrt((cos(lat1)+Bx)*((cos(lat1)+Bx)+By*By));
latm = atan2(lat1,lat2);
latm = (latm*(180/pi)+360)%360;in degreas
latm = latm-360;
lonm1 = By;
lonm2 = cos(lat1)+Bx;
lonm = lon1+atan2(lonm1,lonm2);
lonm = (lonm*(180/pi)+360)%360; in degreas
lonm = lonm-360;
end
```

Na kraju programa dobiveni rezultat iznosi za latm 42,5294, lonm 14,2268 odnosno latm N42°31´45,84″ te lonm E014°13´36,48″.

Tijekom leta po ortodromi uoči se da se ne leti više po zadanom kursu odnosno po ortodromi. Pogrešku po kursu moguće je izračunati pomoću idućeg programa. Pomoću već opisanih jednadžbi i programa izračunata je udaljenost od početne točke do točke C koja iznosi 109,562 NM odnosno 202,909km te kurs od početne do točke C koji iznosi Kp = 23,774 odnosno 23°46´26,40″. Kurs koji nam je poznat od ranije je početni ortodromski kurs koji iznosi Kpc = 32,9911. U ovom programu također je izračunata i bočna udaljenost (Du) od ortodrome pomoću udaljenosti od početne točke do točke C te izračunatog XTD (Dκ).

```
function [XTD, Du] = pogreska (D,Kp)
XTD = sin(D)*sin(Kp-32.9911);
XTD = asin(XTD);
Du = cos(D)/cos(XTD);
Du = acos(Du);

end
```

Nakon unosa svih parametara XTD iznosi -0,0792rad te kako je ranije objašnjeno ukoliko XTD bude negativan znači da se zrakoplov nalazi s lijeve strane izračunatog kursa. Bočna udaljenost od ortodrome iznosi 2,755NM odnosno kada se ta vrijednost pretvori u kilometre iznosi 5,10226km.

U svrhu usporedbe izračunata je udaljenost po loksodromi, loksodromski kurs te odredišna točka. Udaljenost po loksodromi je izračunata koristeći iduće navedeni program. U navedenom programu je bilo potrebno jednadžbu 30 podijeliti na tri dijela kako bi se lakše odredilo koja je projicirana razlika geografske širine pr ($\Delta\psi$). Program se sastoji i od q što predstavlja kompenzaciju za projekciju te udaljenost po loksodromi dl. Potrebno je upisati koordinate početne točke (lat1(φ_1),lon1(λ_1)), koordinate završne točke (lat2(φ_2),lon2 (λ_2)) te radijus Zemlje (R) u nautičkim miljama.

```
function [pr, q dlat, dlon, dl] = udaljenostloks (lat1, lon1, lat2, lon2, R)
pr1 = tan((pi/4)+(lat2/2));
pr2 = tan((pi/4)+(lat1/2));
pr = log(pr1/pr2);
dlat = lat2-lat1;
q = (dlat)/pr;
dlon = lon2-lon1;
dl1 = dlat^2+q^2*dlon^2;
dl = sqrt(dl1)*R;

end
```

Po završetku programa dobivena je udaljenost 274.4832NM odnosno 508,3429km, što znači da je loksodroma za 1% dulja od ortodrome.

Kurs kojim se leti po loksodromi izračunat je pomoću idućeg programa koji se sastoji od razlike geografskih dužina (dlon) te projicirane razlike geografskih širina (pr).

```
function crs = kursloks (dlon, pr)
crs = atan2(dlon,pr);
crs = (crs*(180/pi)+360)%360 in degreas
crs = crs-360;
end
```

Izračunat je kurs 34,1909 odnosno kurs će iznositi 34°11´27,24″.

6. Zaključak

Temeljna zadaća navigacije je let od jedne definirane točke do druge određenom rutom, na određenoj visini i u određeno vrijeme. Kako bi se vrijeme uštedilo, a samim time i gorivo, let se izvršava po ortodromi, čime se zaključuje da je ortodroma najkraća udaljenost između dviju točaka. Uspoređujući ortodromu i loksodromu na globusu i na karti, primjećuju se razlike. Ovisno o kakvoj je projekciji riječ, ortodroma će biti prikazana kao ravna linija (centralna projekcija) ili kao dio kružnice odnosno zakrivljena linija (Mercatorova projekcija). Promatrajući ortodromu na Mercatorovoj karti ona će biti prikazana kao zakrivljena linija, što znači da će tijekom leta biti potrebno mijenjati kurs kako bi se stiglo do željene točke, za razliku od loksodrome gdje to nije potrebno. Iako je let po ortodromi zahtjevniji, na većim udaljenostima leti se po ortodromi koja se podijeli na segmente odnosno određuju se međutočke između kojih se leti po loksodromi kako bi se olakšao navigacijski let.

Na definiranoj ruti Rim – Zagreb izračunata je ortodromska i loksodromska udaljenost kako bi se moglo usporediti vrijednosti. Iako je definirana ruta malo kraća, loksodromska udaljenost je duža za 1%. Pri izračunu kursa rute, kurs po loksodromi je različit za 2° u odnosu na početni ortodromski kurs.

Literatura

[1]: doc. dr. sc. Doris Novak, *Zrakoplovna računska navigacija,* Zagreb: Fakultet prometnih znanosti Sveučilište u Zagrebu;2012.

[2]: Grozdanić B, Hegeduš M. Zrakoplovna navigacija I.: kompasna navigacija, Zagreb: Fakultet prometnih znanosti Sveučilište u Zagrebu;1995.

[3]: Sveučilište u Zadru, Pregled povijesnog razvoja navigacije, terestrika 1 [PDF dokument]; Preuzeto s: http://www.unizd.hr/portals/1/nastmat/terestrika/aa_terestrika1.pdf

[4]: Hrvatska enciklopedija, natuknice;

Preuzeto s: https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=21695

[5]: Sveučilište u Zadru, Loksodroma i ortodroma, terestrika 5 [PDF dokument]; Preuzeto s: http://www.unizd.hr/portals/1/nastmat/terestrika/ae_terestrika5.pdf

[6]: Document tips, Ortodroma – teorija i formule, [PDF dokument]; Preuzeto s: https://dokumen.tips/documents/ortodroma-teorija-i-formule.html

[7]: Veness C., Movable typs skripts, Calculate distance, bearing and more between Latitude/Longitude points; Preuzeto s: http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html

[8]: Williams E., Aviation formulary V1.47; Preuzeto s: http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html

[9]: SkyVector, aeronautical charts; Preuzeto s: https://skyvector.com/airport/LIRU/Rome-Urbe-Airport

[10]: SkyVector, aeronautical charts; Preuzeto s: https://skyvector.com/airport/LDZA/Franjo-Tudman-Airport

Popis slika

Popis jednadžbi

Popis tablica

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet prometnih znanosti
Vukelićeva 4, 10000 Zagreb

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI I SUGLASNOSTI

Izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je ______________ završni rad ____________
(vrsta rada)

isključivo rezultat mojega vlastitog rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu, a što pokazuju upotrijebljene bilješke i bibliografija. Izjavljujem da nijedan dio rada nije napisan na nedopušten način, odnosno da je prepisan iz necitiranog rada te da nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Izjavljujem, također, da nijedan dio rada nije iskorišten za bilo koji drugi rad u bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj ili obrazovnoj ustanovi.

Svojim potpisom potvrđujem i dajem suglasnost za javnu objavu završnog/diplomskog rada pod naslovom Navigacijski proračuni za let po ortodromi , u Nacionalni repozitorij završnih i diplomskih radova ZIR.

Student/ica:

U Zagrebu, 7.9.2022.

MANUELA PUŽAR, Pužar

(ime i prezime, potpis)